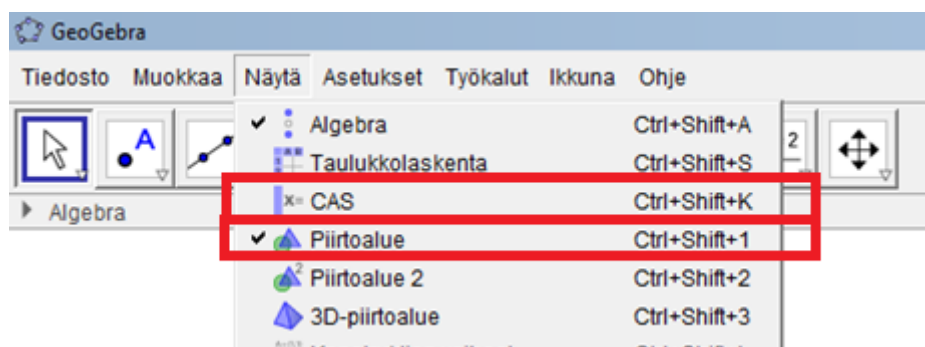


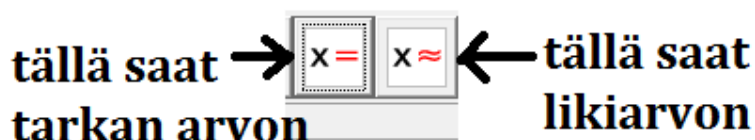
## Trigonometriaa GeoGebralla

Valitse yläreunasta **Näytä**-valikosta **CAS** ja **Piirtoalue**. CAS on laskinohjelma, piirtoalueen avulla saat kuvat näkyville tarvittaessa.



Harjoitellaan ensiksi CAS-ikkunan käyttämistä.

**Kirjoita** yhtälö normaalisti CAS-laskennan ikkunaan, ja paina sen jälkeen "x =" tai "x ≈" -komentoa.

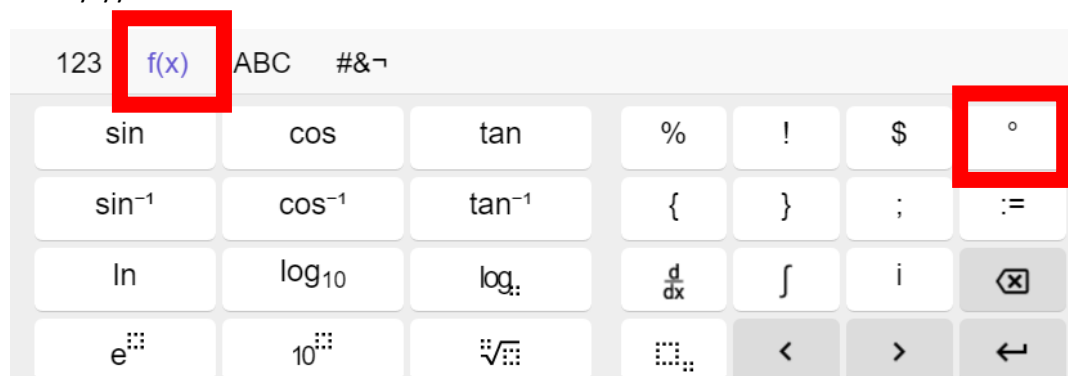


### TEHTÄVÄ

1. Ratkaise seuraavat yhtälöt.
  - a.  $-4x^2 + 6x = 0$
  - b.  $2x^2 + 32 = 0$
  - c.  $(x + 5)^2 = 9$
  - d.  $(x - 3)^2 = (2x - 1)^2$
  - e.  $-5x^2 = -4x + 1$
  - f.  $x^2 - 4x + 3 = 0$

Voit ratkaista myös trigonometrisia funktioita. Kirjoita CAS-ikkunaan esimerkiksi **sin(30°)** niin Geogebra laskee sille arvon. **Muista kuitenkin sulut ja asteen merkki.** Ilman niitä lasku ei mene oikein!

Astemerkki löytyy kun avaat valikon:

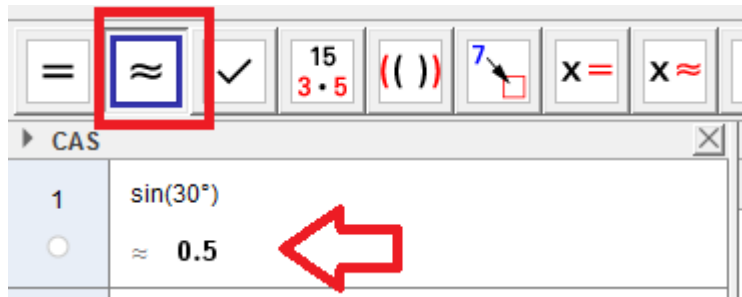


Nyt vastaus näkyy muodossa:



1  $\sin(30^\circ)$   
 $\rightarrow \frac{1}{2}$

Geogebra laskee aina tarkan arvon vastaukselle. Jos haluat likiarvon, klikkaa likiarvon merkkiä yläpalkista.

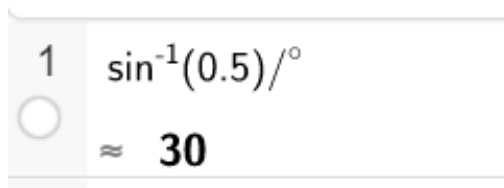


### TEHTÄVÄ

2. Ratkaise trigonometristen funktioiden arvot. Anna vastauksena sekä tarkka arvo että kolmedesimaalinen likiarvo.
- $\sin 45^\circ$
  - $\sin 60^\circ$
  - $\cos 30^\circ$
  - $\cos 72^\circ$
  - $\tan 60^\circ$
  - $\tan 45^\circ$

Jos haluat laskea kulman arvon, muista käyttää  $\sin^{-1}/\cos^{-1}/\tan^{-1}$  -komentoa. Geogebra laskee kuitenkin kulman aina asteina, joten laskun loppuun on lisättävä  $^\circ$ , jotta vastaus olisi asteina.

Esim. Ratkaise  $\alpha$ , kun  $\sin \alpha = 0,5$ .



1  $\sin^{-1}(0.5)/^\circ$   
 $\approx 30$

Vastaus on siis  $\alpha = 30^\circ$ .

### TEHTÄVÄ

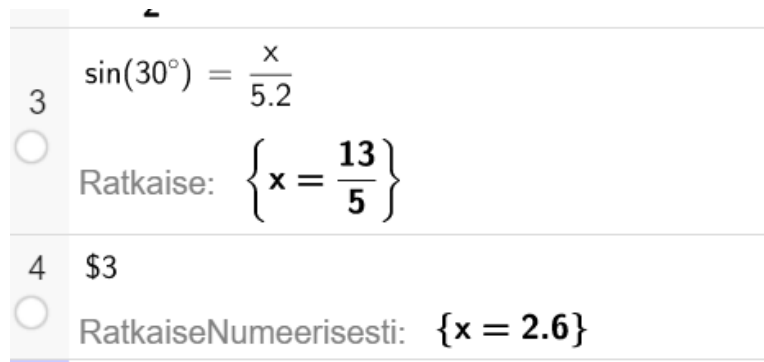
3. Ratkaise kulma  $\alpha$ .
- $\sin \alpha = 0,3$
  - $\sin \alpha = 0,85$
  - $\cos \alpha = 0,24$
  - $\cos \alpha = 0,5$
  - $\tan \alpha = 0,7$
  - $\tan \alpha = 2,7$

Jos kolmion sivu halutaan ratkaista sinin, kosinin tai tangentin avulla, kirjoitetaan vain CAS-ikkunaan sen lauseke.

Esimerkiksi, jos ratkaistaan  $x$  yhtälöstä

$$\sin 30^\circ = \frac{x}{5,2}$$

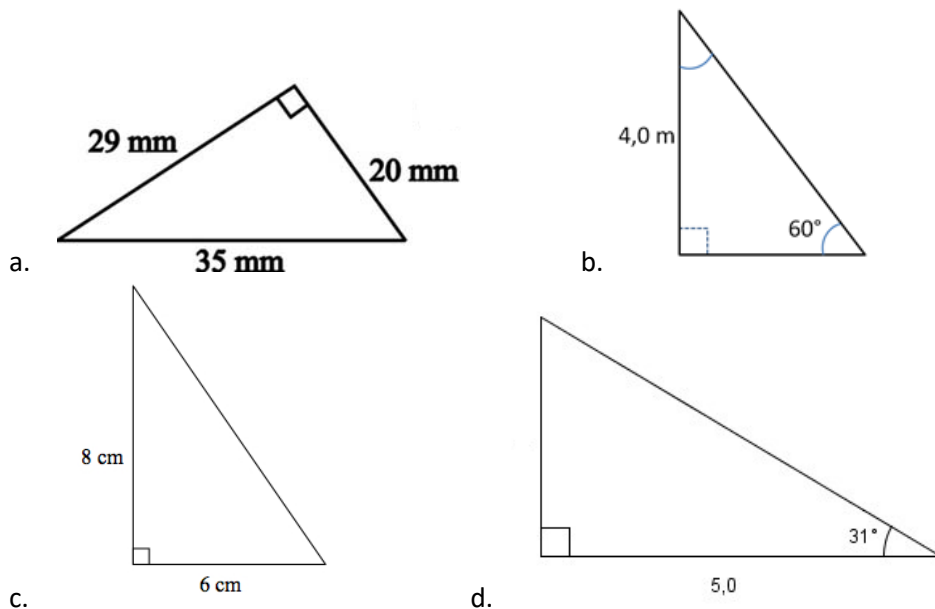
Kirjoitetaan CAS-ikkunaan lauseke, ja painetaan joko  $x=$  tai  $x\approx$  nappia:



Tarkka arvo on siis  $\frac{13}{5}$  ja likiarvo on 2,6.

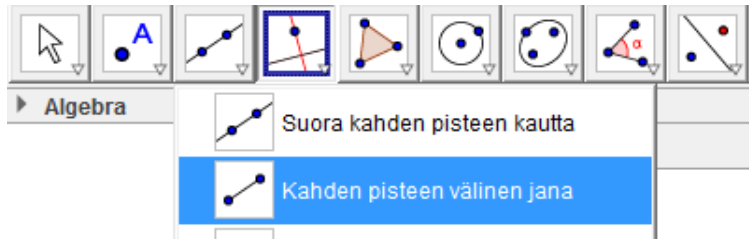
## TEHTÄVÄ

4. Ratkaise kolmion kaikkien kulmien suuruudet ja sivujen pituudet.

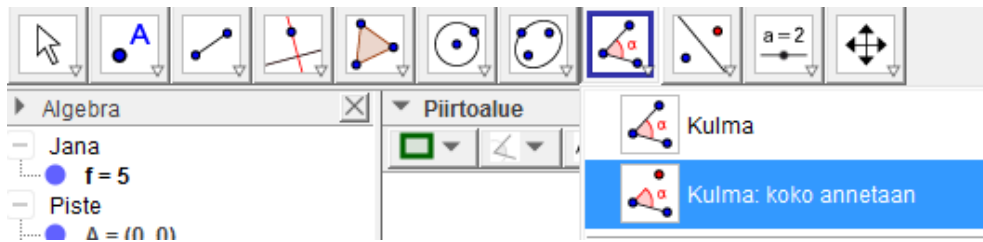


Kolmion mitat voi selvittää myös piirtoalueen avulla. Piirretään ensin suorakulmainen kolmio, jonka yksi sivu on pituudeltaan 5 ja sen viereinen kulma on  $45^\circ$ .

Piirrä ensin jana, jonka pituus on 5. Valitse alkupisteeksi x-akselin kohta 5 ja loppupisteeksi origo.

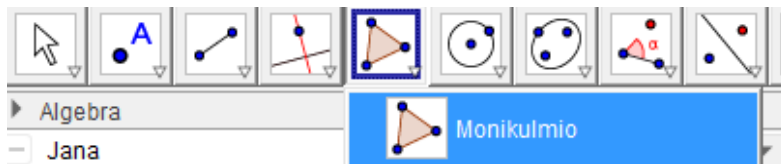


Piirrä sen jälkeen kulma, jonka suuruus on  $45^\circ$ . Valitse kulmatyökalu, jolla saat valita kulman suuruuden:

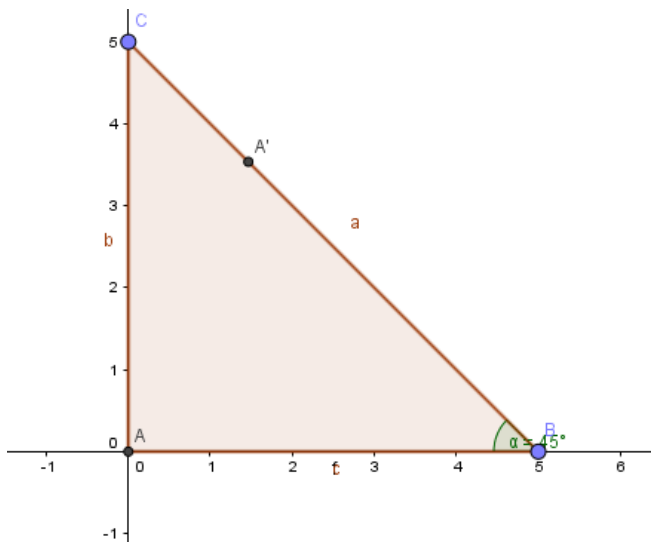


Klikkaa ensin piirtämääsi janaa, ja anna kulman suuruus ikkunaan, joka ilmestyy. Voit valita siinä myös ilmestyykö kulma x-akselin ylä- vai alapuolelle.

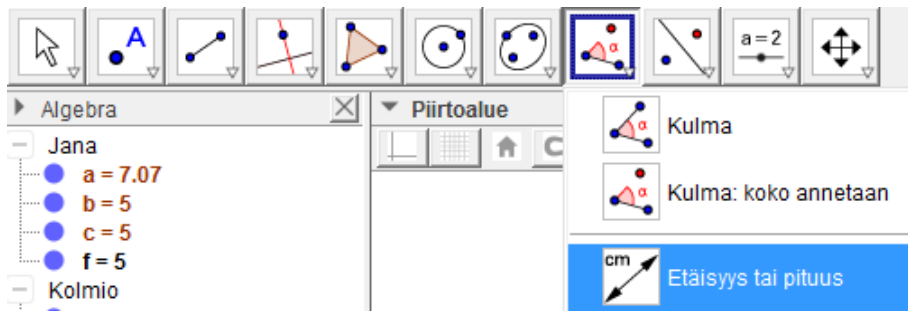
Valitse tämän jälkeen monikulmiotyökalu, ja piirrä kolmio valmiiksi.



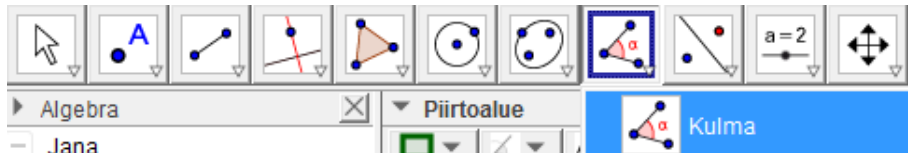
Saadaan valmis kolmio:



Valmiista kolmiosta voit tutkia kulmien suuruudet ja sivujen pituudet käyttämällä etäisyystyökalua ja kulmatyökalua.



Etäisyystyökalulla riittää, että klikkaat mitä tahansa kolmion sivua, ja sen pituus ilmaantuu heti sen viereen.



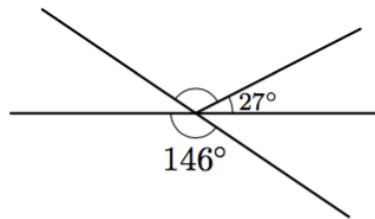
Kulmatyökalulla klikkaa ensin yhtä kolmion sivua ja sen jälkeen toista, ja se näyttää niiden välisen kulman suuruuden.

## TEHTÄVÄT

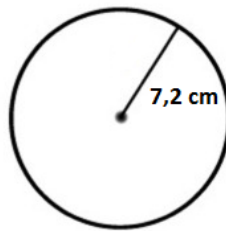
5. Selvitä piirtämällä miten suuret kulmat suorakulmaisessa kolmiossa on, jos sen kateetit ovat pituuksiltaan
  - a. 10 ja 5.
  - b. 4 ja 2.
6. Ratkaise piirtämällä suorakulmaisen kolmion kaikkien sivujen pituudet ja kulmien suuruudet, kun yksi kulmista on  $36,9^\circ$  ja sen viereinen kateetti on pituudeltaan 400.

## TEHTÄVIÄ

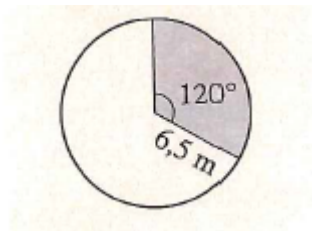
1. Puun latvan juuri ja juuri ylittävä auringonsäde osuu maahan 55 asteen kulmassa. Kuinka pitkä puun varjo on, jos puu on 25 metriä korkea? Anna vastaus 0,1 metrin tarkkuudella.
2. Suorakulmaisen kolmion kateetin pituus on 27 ja sen viereinen kulma on 34 astetta. Ratkaise hypotenuusan pituus.
3. Suorakulmaisen kolmion lyhyempi kateetti on 24 m ja yksi kolmion kulmista on 29 astetta. Ratkaise hypotenuusan pituus.
4. Ratkaise kuvan kulmien suuruudet.



5. Laske ympyrän pinta-ala ja kaaren pituus. (vinkki:  $\pi$  voidaan kirjoittaa geogebraan "pi")



6. Laske ympyräsektorin pinta-ala ja kaaren pituus.



7. Laske lieriön tilavuus, kun sen korkeus on 15 ja sen pohjan halkaisija on 9.
8. Suorakulmaisen kolmion kaksi sivua ovat 5,4 cm ja 8,2 cm. Kuinka pitkä kolmas sivu on jos se on
  - a. kateetti
  - b. hypotenuusa?
9. Neliön muotoisessa aitauksessa, jonka sivun pituus on neljä metriä, laiduntaa laama, jonka liekanaru on solmittu aitauksen nurkkatolppaan.
  - a. Kuinka pitkä naru tarvitaan, jotta laama pääsee ahmimaan ruohoa kolmen neliömetrin kokoiselta alueelta?
  - b. Samaan aitaukseen vastakkaiseen nurkkatolppaan sidotaan naru, jonka päässä on susi. Kuinka pitkä naru sudella voi olla, ettei se yllä ahmimaan laamaa?