

# 6. Liiketyhtälö ja voimakuvio

Tehtävät

Harjoittele

**Tehtävä 6.1.**

a) A

b) C

c) C

d) B

e) A

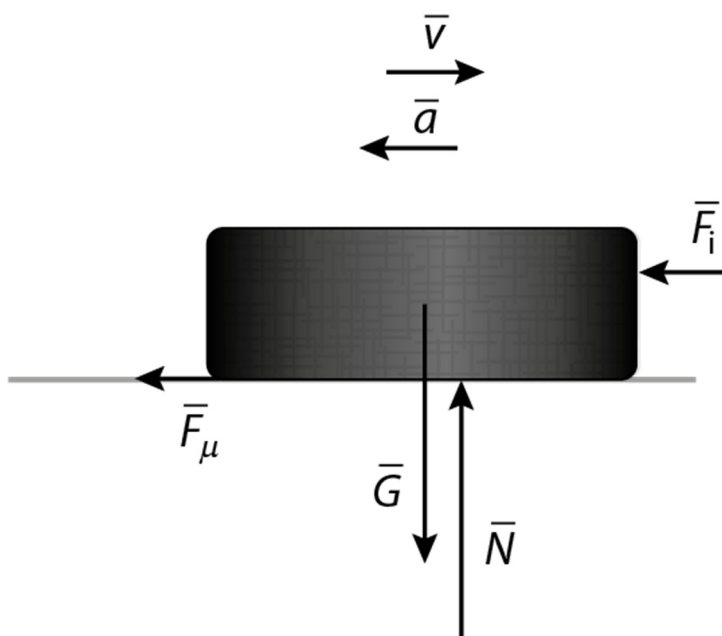
f) B

## Tehtävä 6.2.

- a) Kitka. Myös ilmanvastus ja vierimisvastus vaikuttavat tilanteessa. Kitka on huomattavasti suurempi.
  
- b) Ilmanvastus on yhtä suuri kuin laskuvarjohyppääjän paino.
  
- c) Veden noste on yhtä suuri kuin veneeseen kohdistuva paino.
  
- d) Kitka saa aikaan polkupyöräilijän kiihtyvän liikkeen.
  
- e) Pulkkaan vaikuttavat voimat ovat narun jännitysvoima, pinnan tukivoima, kitka ja paino. Jos pulkka kulkee vakionopeutta, niin voimien summa on nolla.

## Tehtävä 6.3.

a)



$\bar{F}_\mu$  = kitka

$\bar{F}_i$  = ilmanvastus

$\bar{N}$  = tukivoima

$\bar{G}$  = kappaleen paino

b)



$\vec{G}$  = pyöräilijän ja polkupyörän yhteens-  
laskettu paino

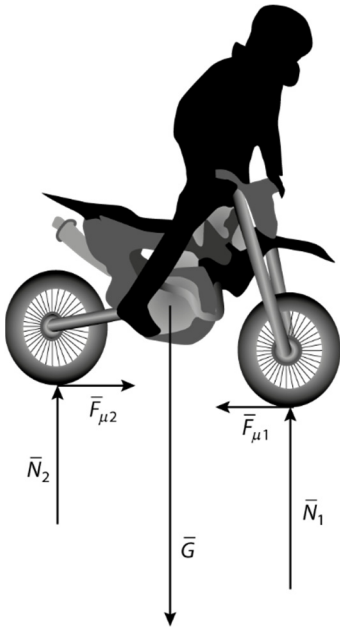
$\vec{N}_1$  = takarenkaaseen kohdistuva maan-  
pinnan tukivoima

$\vec{N}_2$  = eturenkaaseen kohdistuva maan-  
pinnan tukivoima

$\vec{F}_i$  = ilmanvastus

$\vec{F}_\mu$  = takarenkaan ja maanpinnan välinen  
kitka

c)



$\bar{G}$  = pyörän ja kuljettajan paino

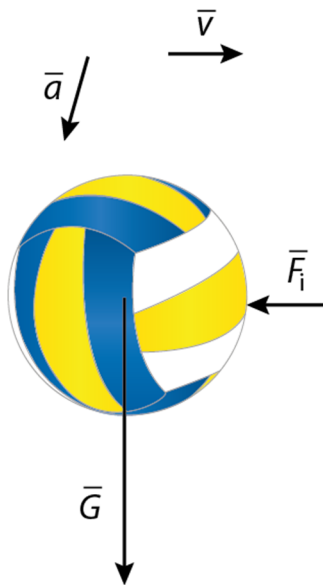
$\bar{F}_{\mu 1}$  = eturenkaan kitka

$\bar{F}_{\mu 2}$  = takarenkaan kitka

$\bar{N}_1$  = etupyörään kohdistuva tukivoima

$\bar{N}_2$  = takapyörään kohdistuva tukivoima

d)

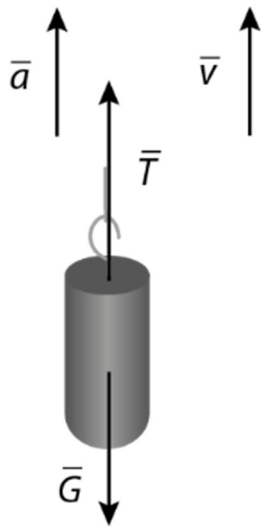


$\bar{F}_i$  = ilmanvastus

$\bar{G}$  = kappaleen paino

## Tehtävä 6.4.

a)



$\bar{G}$  = kappaleen paino

$\bar{T}$  = narun jännitysvoima

b) Massa  $m = 1,7 \text{ kg}$

Kiihtyvyys  $a = 0,31 \text{ m/s}^2$

Dynamiikan peruslain mukaisesti  $\sum \bar{F} = m\bar{a}$ .

Valitaan suunta ylöspäin positiiviseksi.

$$T - G = ma$$

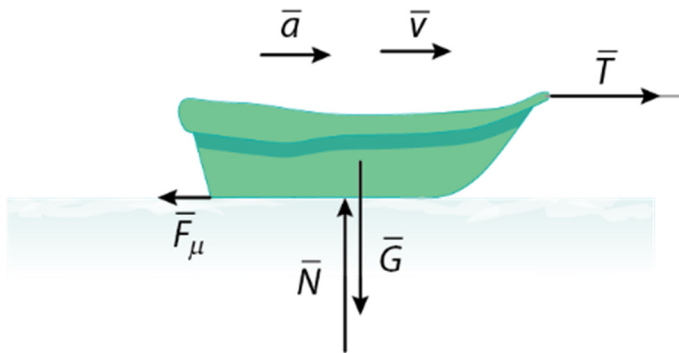
$$T = ma + G$$

$$T = ma + mg$$

$$T = m(a + g) = 1,7 \text{ kg} \cdot (0,31 \text{ m/s}^2 + 9,81 \text{ m/s}^2) = 17,204 \text{ N} \approx 17 \text{ N}.$$

## Tehtävä 6.5.

a)



$\bar{F}_\mu$  = kitka

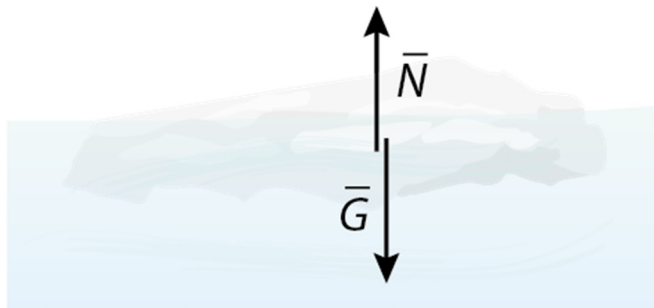
$\bar{N}$  = pinnan tukivoima

$\bar{G}$  = kappaleen paino

$\bar{T}$  = narun jännitysvoima

Pulikka on kiihtyvässä liikkeessä. Narun jännitysvoima on suurempi kuin kitka.

b)

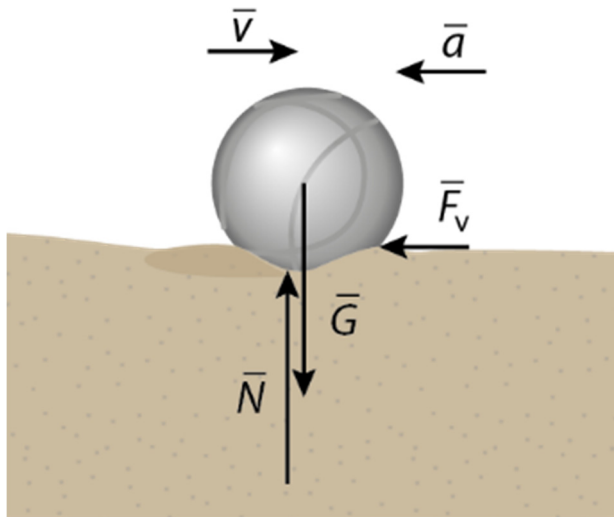


$\bar{N}$  = veden noste

$\bar{G}$  = kappaleen paino

Voimat ovat yhtä suuret. Jäälautta liikkuu veden mukana. Jäälautta kulkee vakionopeudella.

c)



$\vec{N}$  = pinnan tukivoima

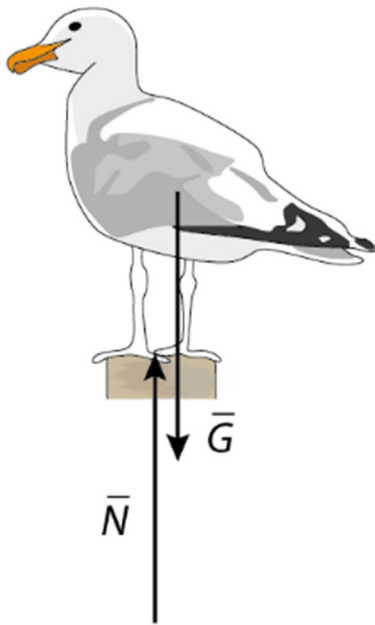
$\vec{G}$  = kappaleen paino

$\vec{F}_v$  = vierimisvastus

Kuula on hidastuvassa liikkeessä.

## Tehtävä 6.6.

a)

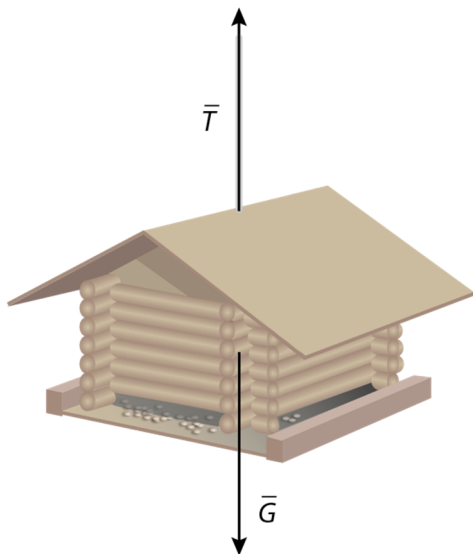


$\bar{N}$  = pinnan tukivoima

$\bar{G}$  = paino

Lokki on paikallaan, joten sen nopeus on nolla ja myös kiihtyvyys on nolla.

b)

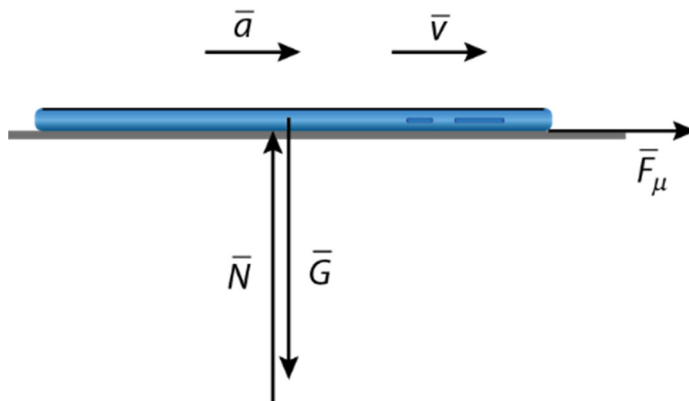


$\bar{G}$  = kappaleen paino

$\bar{T}$  = narun jännitysvoima

Lintulauta on paikallaan, joten lintulaudan nopeus on nolla. Myös lintulaudan kiihtyvyys on nolla.

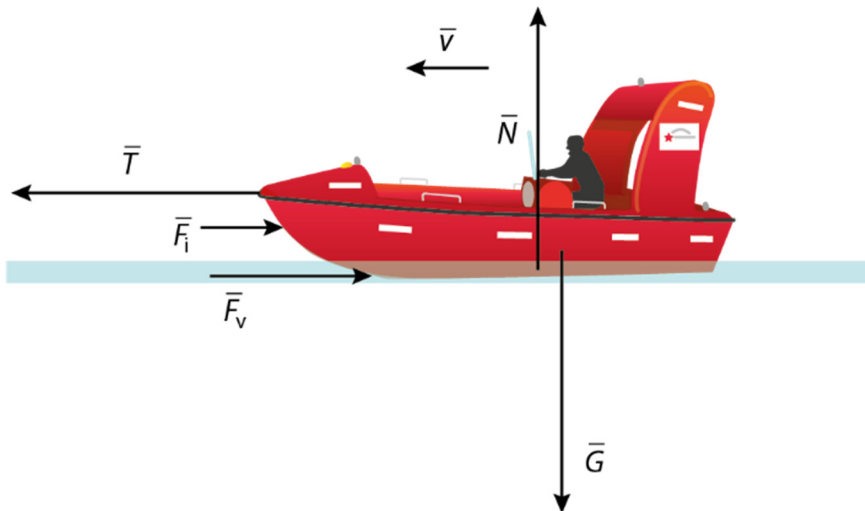
c)



$\bar{F}_\mu$  = kitka  
 $\bar{N}$  = tukivoima  
 $\bar{G}$  = kappaleen paino

Puhelin on kiihtyvässä liikkeessä. Voima, joka puhelimen kiihtyvyyden aiheuttaa on kitka.

d)



$\bar{F}_\mu$  = kitka  
 $\bar{F}_v$  = veden vastus  
 $\bar{F}_i$  = ilmanvastus  
 $\bar{N}$  = noste  
 $\bar{G}$  = paino  
 $\bar{T}$  = narun jännitysvoima

Pelastusvene kulkee vakionopeudella. Veneeseen vaikuttava kokonaisvoima on nolla. Narun jännitysvoima on yhtä suuri kuin mitä ilmanvastus ja veden vastus ovat yhteensä.

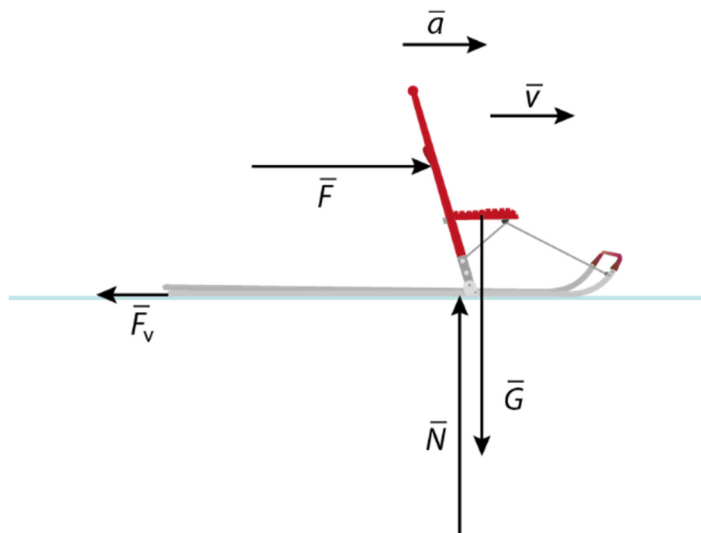
## Tehtävä 6.7.

Kelkan ja lapsen massa  $m = 27 \text{ kg}$

Työntävä voima  $T = 140 \text{ N}$

Kelkan ja alustan liikettä vastustava voima  $F_v = 95 \text{ N}$

a) Piirretään kelkan voimakuvio.



$\bar{G}$  = kelkkailijan paino

$\bar{N}$  = jään tukivoima

$\bar{F}$  = kelkkaa työntävä voima

$\bar{F}_v$  = kelkan ja pinnan välinen liikettä vastustava voima

Kelkka ja lapsi ovat kiihtyvässä liikkeessä. Kelkkaa työntävä voima on suurempi kuin liikettä vastustava voima ja siksi Newtonin II lain mukaan kappale on kiihtyvässä liikkeessä

b) Newtonin II lain mukaisesti  $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ .

Kun suunta oikealle valitaan positiiviseksi, saadaan yhtälö, josta voidaan ratkaista kiihtyvyys.

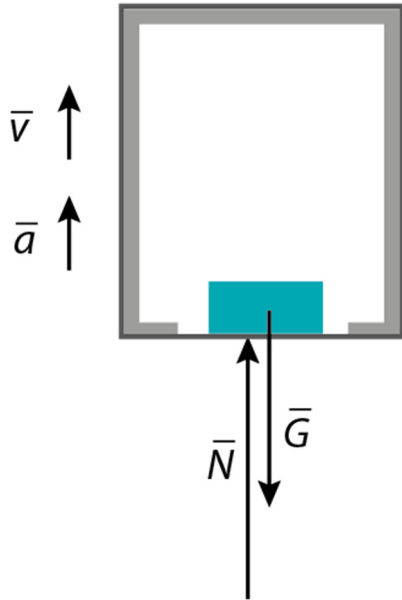
$$T - F_v = ma$$

$$a = \frac{T - F_v}{m} = \frac{140\text{N} - 95\text{N}}{27\text{kg}} = 1,6667 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx 1,7 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

# Sovella

## Tehtävä 6.8.

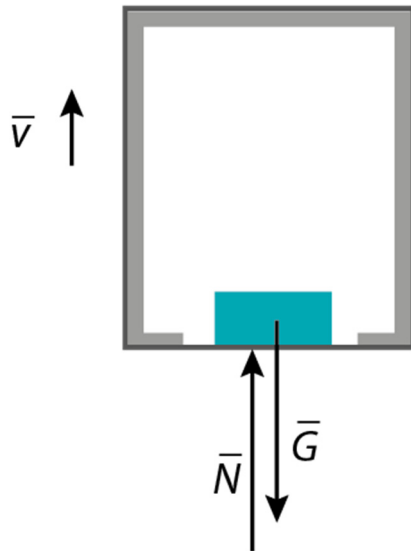
a)



$\bar{N}$  = hissien lattian tukivoima

$\bar{G}$  = paino

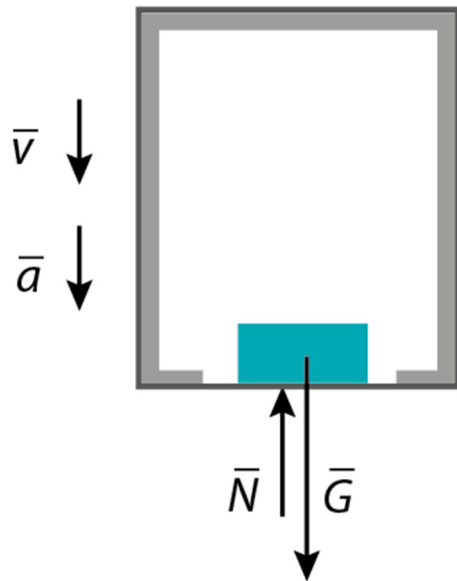
b)



$\bar{N}$  = hissien lattian tukivoima

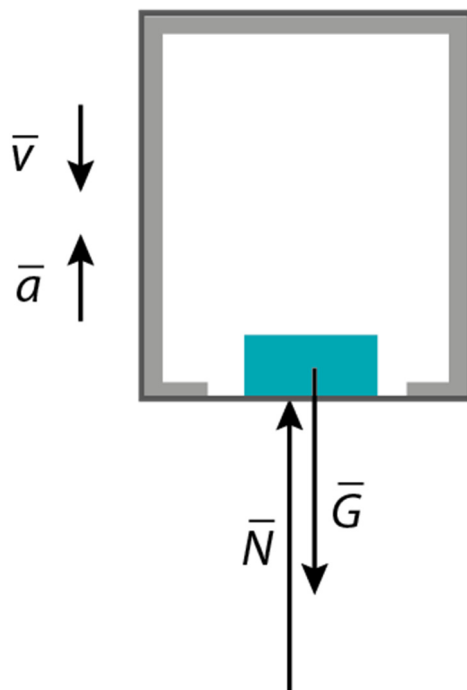
$\bar{G}$  = paino

c)



$\bar{N}$  = hissien lattian tukivoima  
 $\bar{G}$  = paino

d)



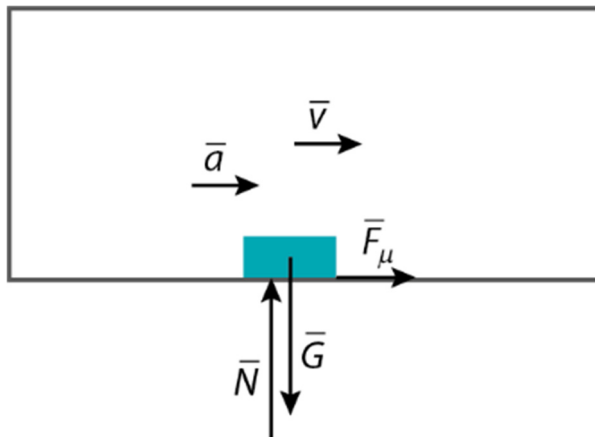
$\bar{N}$  = hissien lattian tukivoima  
 $\bar{G}$  = paino

## Tehtävä 6.9.

Laatikon massa  $m = 8,9 \text{ kg}$

Auton ja peräkärryn kiihtyvyys  $a = 1,8 \text{ m/s}^2$

a)



$\vec{F}_\mu$  = kitka

$\vec{N}$  = peräkärryn lattian tukivoima

$\vec{G}$  = kappaleen paino

b) Laatikko on kiihtyvässä liikkeessä. Newtonin II lain mukaisesti  $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$ . Valitaan suunta oikealle positiiviseksi.

$$F_\mu = ma = 8,9 \text{ kg} \cdot 1,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 16,02 \text{ N} \approx 16 \text{ N}.$$

c) Jos laatikko pysyy peräkärryn nähden paikallaan, niin myös laatikon kiihtyvyys kasvaa. Laatikkoa kiihdyttävä voima on kitkavoima. Jos kiihtyvyys on suurempi niin myös kitkan on oltava suurempi.

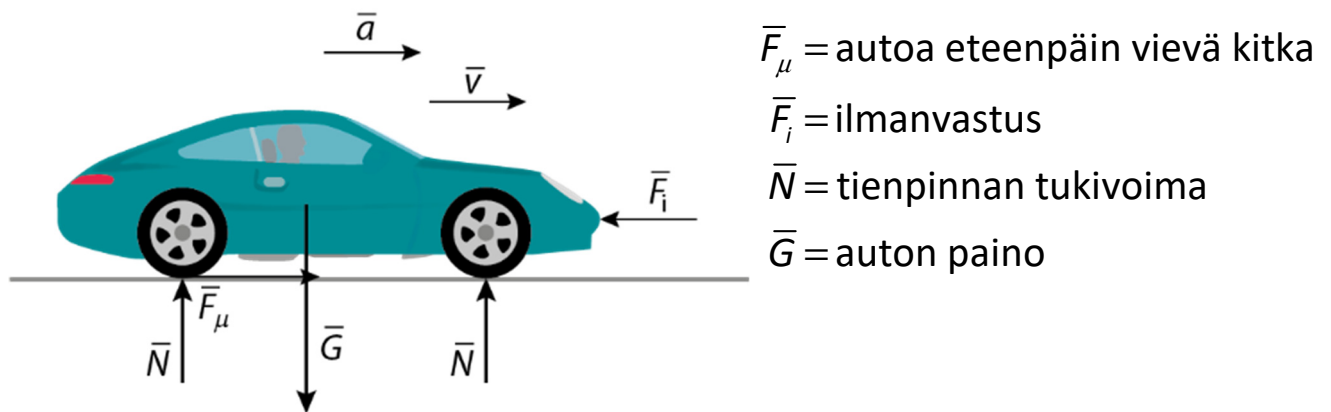
## Tehtävä 6.10.

a) Auton massa  $m = 1260 \text{ kg}$

Auton kiihtyvyys  $a = 0,21 \text{ m/s}^2$

Ilmanvastus  $F_i = 7335 \text{ N}$

Putoamiskiihtyvyys  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$



Auto on ohitustilanteessa kiihtyvässä liikkeessä.  
Newtonin II lain mukaisesti  $\Sigma \bar{F} = m\bar{a}$ . Valitaan suunta oikealle positiiviseksi.

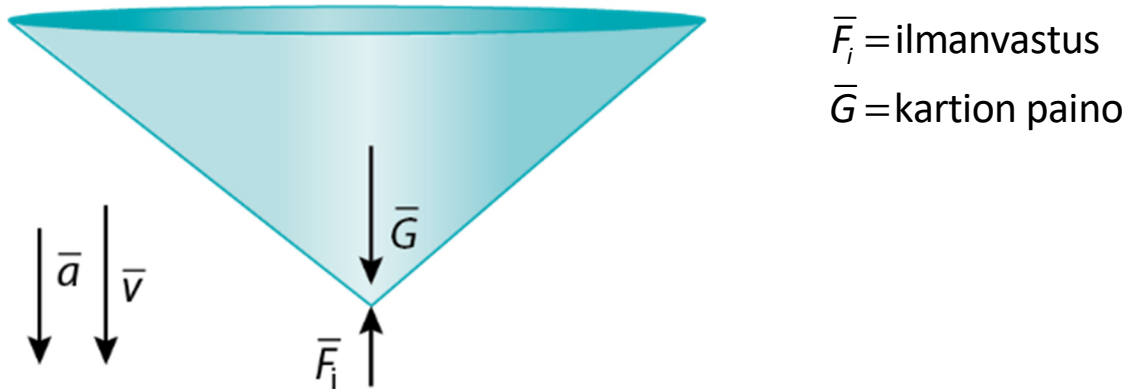
$$F_\mu - F_i = ma$$

$$F_\mu = ma + F_i = 1260 \text{ kg} \cdot 0,21 \text{ m/s}^2 + 7335 \text{ N} = 7599,6 \text{ N} \approx 7,6 \text{ kN}.$$

b) Kartion kiihtyvyys  $a = 4,24 \text{ m/s}^2$

Kartioon kohdistuva ilmanvastus  $F_i = 0,20 \text{ N}$

Piirretään kartion voimakuvio.



Kartio on kiihtyvässä liikkeessä. Newtonin II lain mukaisesti  $\Sigma \bar{F} = m\bar{a}$ . Valitaan suunta alaspäin positiiviseksi.

$$G - F_i = ma$$

$$mg - F_i = ma$$

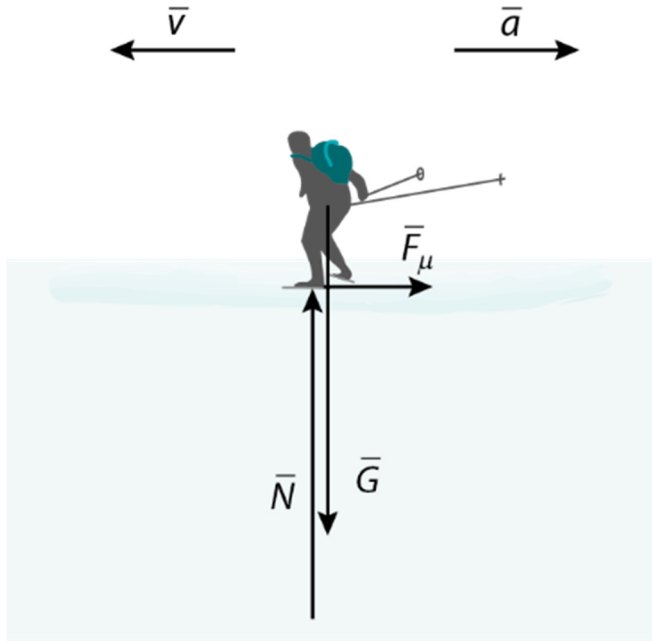
$$mg - ma = F_i$$

$$m(g - a) = F_i$$

$$m = \frac{F_i}{g - a} = \frac{0,20 \text{ N}}{9,81 \text{ m/s}^2 - 4,24 \text{ m/s}^2} = 0,03591 \text{ kg} \approx 36 \text{ g.}$$

## Tehtävä 6.11.

a)



$\bar{N}$  = jään tukivoima

$\bar{G}$  = paino

$\bar{F}_\mu$  = kitka

b) Retkiluistelijan massa  $m = 71 \text{ kg}$

Kitka  $F_\mu = 84 \text{ N}$

Luistelija on kiihtyvässä liikkeessä. Newtonin II lain mukaisesti  $\Sigma \bar{F} = m\bar{a}$ .

$$F_\mu = ma$$

$$a = \frac{F_\mu}{m} = \frac{84 \text{ N}}{71 \text{ kg}} = 1,1831 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx 1,2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Kiihtyvyys on samaan suuntaan kuin kitkavoima, eli liikkeelle vastakkaiseen suuntaan.

c) Luistelijan nopeus alussa  $v_0 = 3,6 \text{ m/s}$

Luistelijan nopeus liu'un lopuksi  $v = 0 \text{ m/s}$

Valitaan alkunopeuden suunta positiiviseksi, jolloin luistelijan kiihtyvyys on b-kohdan mukaan

$$a = -\frac{F_\mu}{m} = -1,1831 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Tasaisesti kiihtyvässä liikkeessä  $v = v_0 + at$ , joten liukuun käytetty aika on

$$t = \frac{(v - v_0)}{a} = \frac{-v_0}{a} = 3,0429 \text{ s}.$$

Lasketaan luistelijan liukuma matka tasaisesti kiihtyvän liikkeen matkan yhtälöstä. Jos välituloksia ei sijoita suoraan yhtälöön, se sievenee seuraavasti:

$$\begin{aligned} s &= v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = v_0 \frac{-v_0}{a} + \frac{1}{2} a \left( \frac{-v_0}{a} \right)^2 \\ &= \frac{-v_0^2}{a} + \frac{1}{2} \cancel{a} \frac{v_0^2}{\cancel{a^2}} = \frac{-v_0^2}{a} + \frac{1}{2} \cdot \frac{v_0^2}{a} \\ &= -\frac{v_0^2}{2a} = -\frac{v_0^2}{2 \cdot \left( -\frac{F_\mu}{m} \right)} = -\frac{\left( 3,6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2}{2 \cdot \left( -\frac{84 \text{ N}}{71 \text{ kg}} \right)} \\ &= 5,4771 \text{ m} \approx 5,5 \text{ m} \end{aligned}$$

## Tehtävä 6.12.

a) Valitaan positiivinen suunta oikealle, jolloin kokonaisvoimalle saadaan

$$A: \Sigma \vec{F} = -10 \text{ N} + 10 \text{ N} = 0 \text{ N}.$$

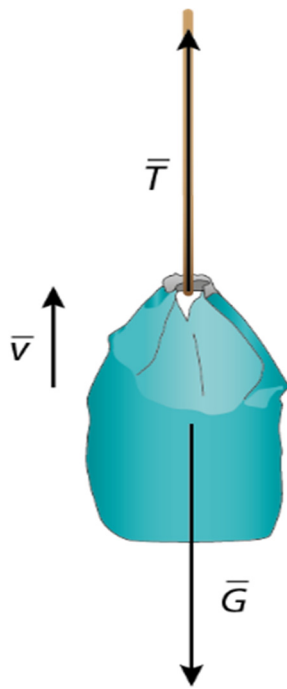
$$B: \Sigma \vec{F} = -10 \text{ N} + 20 \text{ N} = 10 \text{ N}. \text{ Voiman suunta on oikealle.}$$

b) A: Voima-anturin lukema on 10 N. Anturiin vaikuttaa 10 N voima oikealle ja 10 N voima vasemmalle. Anturi pysyy paikoillaan mutta näyttää lukemaa 10 N.

B: Voima-anturin lukema on 20 N. Anturiin vaikuttaa 20 N voima oikealle ja 10 N voima vasemmalle. Anturi on kiihtyvässä liikkeessä oikealle, ja näyttää lukemaa, jolla anturipäätä vedetään.

## Tehtävä 6.13.

- a) Piirretään säkin voimakuvio. Säkkiin vaikuttaa paino ja köyden jännitysvoima. Voimat ovat yhtä suuret, kun säkki liikkuu tasaisesti, sillä Newtonin II lain mukaisesti  $\Sigma \vec{F} = \vec{0}$ .



$\vec{G}$  = kappaleen paino

$\vec{T}$  = köyden jännitysvoima

- b) Varustesäkin massam  $m = 8,2 \text{ kg}$

Putoamiskiihtyvyys  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$

Varustesäkkiä nostetaan vakionopeudella. Newtonin II lain mukaisesti  $\Sigma \vec{F} = \vec{0}$ . Valitaan positiivinen suunta ylöspäin.

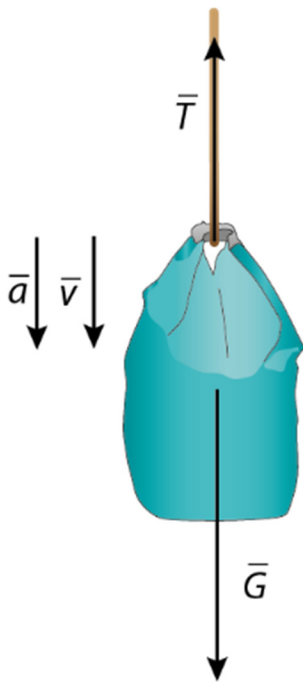
$$T - G = 0$$

$$T = G = mg = 8,2 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 = 80,442 \text{ N} \approx 80 \text{ N}.$$

c) Varustesäkin massa  $m = 8,2 \text{ kg}$

Putoamiskiihtyvyys  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$

Varustesäkin kiihtyvyys  $a = 3,2 \text{ m/s}^2$



$\bar{G}$  = kappaleen paino

$\bar{T}$  = köyden jännitysvoima

Varustesäkki on kiihtyvässä liikkeessä. Newtonin II lain mukaisesti  $\Sigma \bar{F} = m\bar{a}$ . Valitaan positiivinen suunta alaspäin. Köyden jännitysvoima voidaan laskea yhtälöstä.

$$G - T = ma$$

$$T = G - ma$$

$$T = mg - ma = m(g - a)$$

$$= 8,2 \text{ kg} \cdot (9,81 \text{ m/s}^2 - 3,2 \text{ m/s}^2)$$

$$= 54,202 \text{ N} \approx 54 \text{ N}.$$

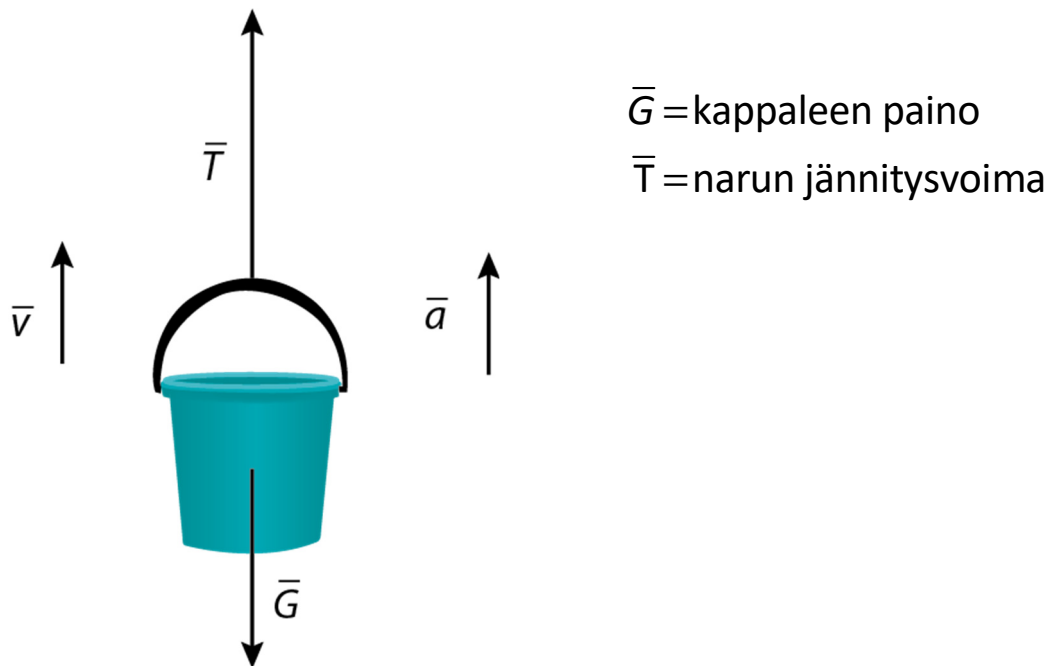
## Tehtävä 6.14.

Narun jännitysvoima  $T = 92 \text{ N}$

Ämpärin kiihtyvyys  $a = 0,54 \text{ m/s}^2$

Putoamiskiihtyvyys  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$

a)



b) Ämpäri on kiihtyvässä liikkeessä. Newtonin II lain mukaisesti  $\Sigma \bar{F} = m\bar{a}$ . Valitaan suunta ylöspäin positiiviseksi.

$$T - G = ma$$

$$T = mg + ma$$

$$T = m(g + a)$$

$$m = \frac{T}{g + a} = \frac{92 \text{ N}}{9,81 \text{ m/s}^2 + 0,54 \text{ m/s}^2} = 8,888 \text{ kg} \approx 8,9 \text{ kg}.$$

## Tehtävä 6.16.

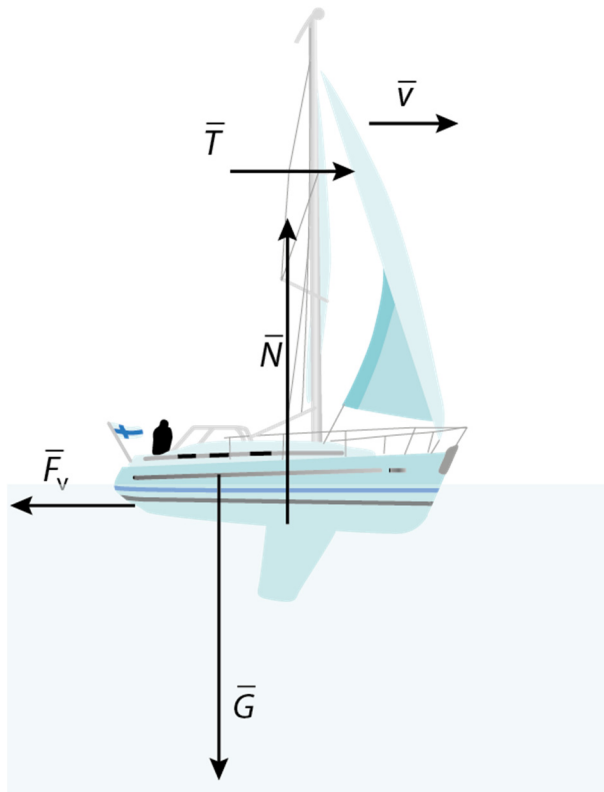
Purjeveneen massa  $m = 26\,000\text{ kg}$

Veden väliaineen vastus  $F_v = 427\text{ kN}$

Purjeveneen nopeus  $v = 6,6\text{ solmua}$

Putoamiskiihtyvyys  $g = 9,81\text{ m/s}^2$

a)



$\vec{F}_v$  = veden vastus

$\vec{N}$  = noste

$\vec{G}$  = paino

$\vec{T}$  = tuulen työntövoima

b) Koska purjevene kulkee vakionopeudella, on tuulen työntövoiman oltava yhtä suuri kuin veden väliaineen vastus. Tuulen työntövoiman suuruus on  $T = 427\text{ kN}$ .

c) Purjeveneellä ei ole kiihtyvyyttä. Silloin pystysuunnassa  $\Sigma \vec{F} = \vec{0}$ , ja veneeseen kohdistuva noste on yhtä suuri kuin veneen paino. Kun positiivinen suunta valitaan ylöspäin, saadaan

$$N - G = 0$$

$$N = G$$

$$= mg$$

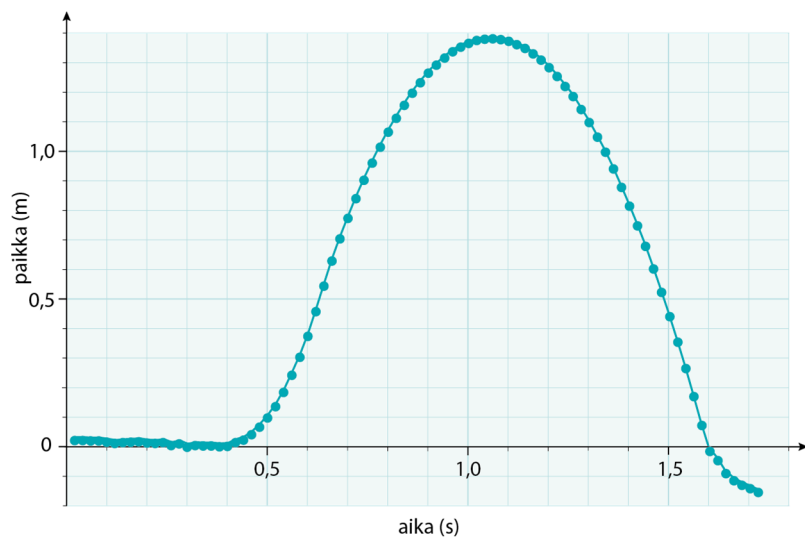
$$= 26000 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2$$

$$= 255060 \text{ N}$$

$$\approx 255 \text{ kN.}$$

## Tehtävä 6.17.

a)



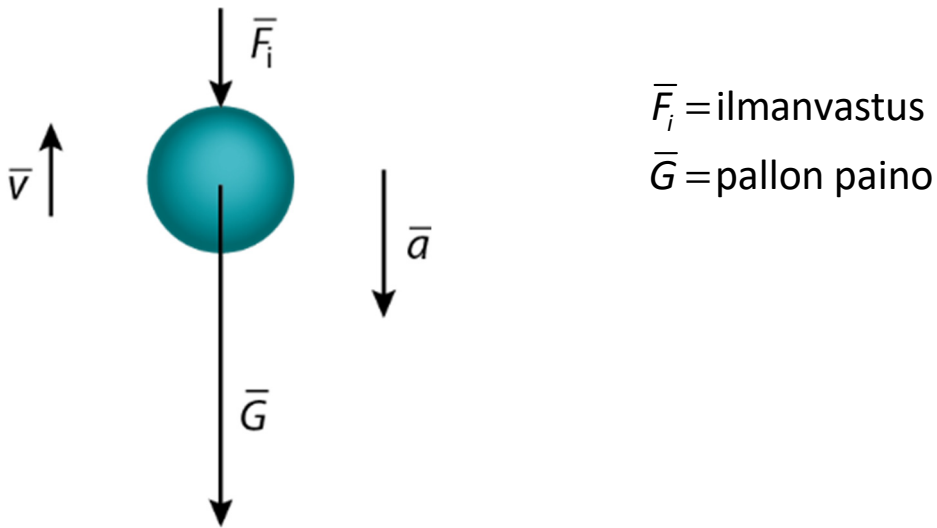
b) Kun koripallo on liikkeessä heittäjän kädessä, siihen vaikuttaa käden työntävä voima, koripallon paino ja ilmanvastus. Heiton alussa käden työntävä voima liikuttaa palloa ylöspäin, ja pallon nopeus kasvaa. Kiihtyvyys on silloin positiivinen.

Kun pallo on irtoamassa kädestä, sen kiihtyvyys pienenee ensin nolnaan, ja muuttuu sitten negatiiviseksi.

Ilmassa olevaan koripalloon vaikuttavat pallon paino ja ilmanvastus. Kun pallo on irronnut kädestä, pallo on hidastuvassa liikkeessä ja kiihtyvyys on ilmanvastuksesta riippuen likipitäen  $-g$ .

$(t, x)$ -koordinaatistoon piirretyn käyrän fysikaalinen kulmakerroin kuvaa pallon nopeutta. Pallo on irtoamassa kädestä ja sen kiihtyvyys on  $0 \text{ m/s}^2$  ajanhetkellä  $t = 0,64 \text{ s}$ , koska sen jälkeen pallon nopeus ei enää kasva eli kuvaajan jyrkkyys ei enää suurene.

c) Ajanhetkellä  $t = 0,90$  s pallo on saavuttamassa lakipisteen.



## Tehtävä 6.18.

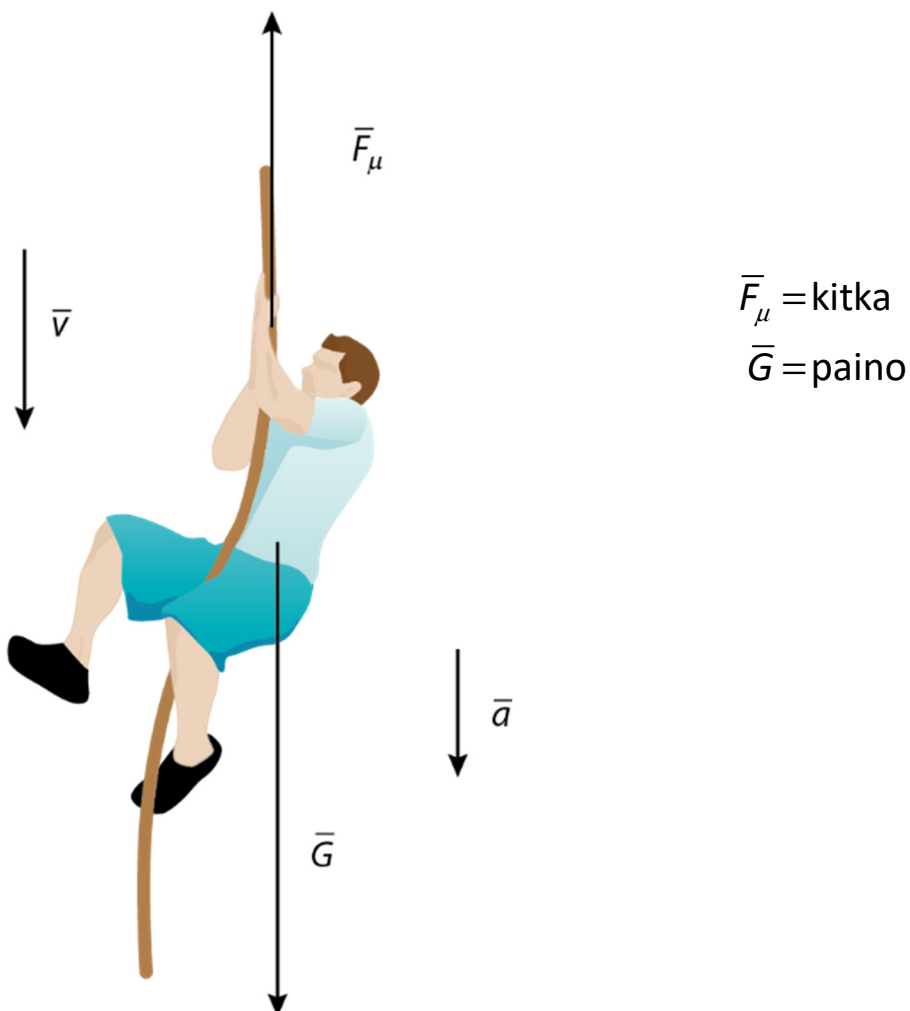
Opiskelijan massa  $m = 58 \text{ kg}$

Opiskelijan matka lattiaan  $s = 4,2 \text{ m}$

Kiihtyvyyys  $a = 0,15 \text{ m/s}^2$

Putoamiskiihtyvyyys  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$

a)



b) Opiskelija on kiihtyvässä liikkeessä. Newtonin II lain mukaisesti  $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$ . Valitaan suunta alaspäin positiiviseksi.

$$G - F_{\mu} = ma$$

$$F_{\mu} = G - ma = m(g - a)$$

$$= 58\text{kg} \cdot (9,81\text{m/s}^2 - 0,15\text{m/s}^2) = 560,28\text{N} \approx 560\text{N}.$$

c) Opiskelija on tasaisesti kiihtyvässä liikkeessä. Alkunopeus on nolla. Ratkaistaan matkan lausekkeesta putoamisen kesto.

$$s = \frac{1}{2}at^2$$

$$\frac{2s}{a} = t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2s}{a}}$$

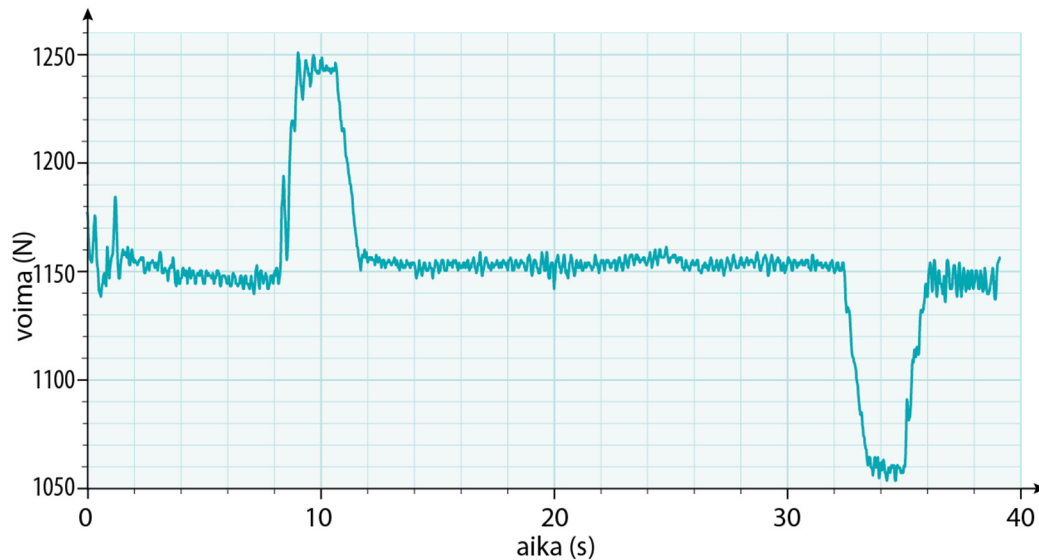
Tasaisesti kiihtyvässä liikkeessä nopeus on lopuksi  $v = v_0 + at$ . Nyt  $v_0 = 0$ , joten

$$v = at = a\sqrt{\frac{2s}{a}} = \sqrt{\frac{a^2 \cdot 2s}{a}}$$

$$= \sqrt{2as} = \sqrt{2 \cdot 0,15\text{m/s}^2 \cdot 4,2\text{m}} = 1,1225\text{m/s} \approx 1,1\text{m/s}.$$

## Tehtävä 6.19.

a) Esitetään voima-anturin lukema ajan suhteen.



Opiskelijan vaikuttavat voimat ovat voimalevyn häneen kohdistama tukivoima  $\bar{n}$  ja opiskelijan paino  $\bar{g}$ . Kun hissi on paikallaan, opiskelijan Newtonin II lain mukainen liikeyhtälö on  $\Sigma \bar{F} = \bar{0}$ . Paino on yhtä suuri kuin tukivoima, joten voimalevy näyttää opiskelijan painoa. Kuvaajan perusteella opiskelijan paino  $G = 1\,150\text{ N}$ .

Opiskelija massa on silloin

$$G = mg$$

$$m = \frac{G}{g} = \frac{1150\text{ N}}{9,81\text{ m/s}^2} = 117,23\text{ kg} \approx 120\text{ kg}.$$

b) Kun hissi lähtee liikkeelle, on opiskelija hetken aikaa kiihtyvässä liikkeessä. Opiskelijan liikeyhtälö on  $\Sigma \bar{F} = m\bar{a}$ . Kiihtyvän liikkeen aiheuttaa Newtonin II lain mukainen kokonaisvoima, joka on tilanteessa painon ja tukivoiman summa.

Mittausaineistosta nähdään, että voima-anturin lukema muuttuu ensimmäisen kerran aikavälillä 9,0 s - 10,6 s. Tuolloin voima-anturin lukema kasvaa, eli  $N > G$ .

Opiskelija saa kiihtyvyyden tukivoiman suuntaan, eli ylöspäin. Hissi lähtee siis liikkeelle ylöspäin.

c) Hissi on kiihtyvässä liikkeessä, kun  $\Sigma \bar{F} \neq \bar{0}$  eli  $N \neq G$ . Mittauksen perusteella tukivoima on suurempi kuin paino aikavälillä 9,0 s – 10,6 s ja pienempi kuin paino aikavälillä 33,4 s – 34,9 s. Koska tukivoima on aikaväleillä likipitään vakio, on hissien liike tasaisesti kiihtyvää.

Aikavälillä 9,0 s – 10,6 s hissi lähtee liikkeelle ja aikavälillä 33,4 s – 34,9 s hissi pysähtyy.

Hissi on tasaisessa liikkeessä, kun  $\Sigma \bar{F} = \bar{0}$  eli  $N = G$ . Voimalevyn lukema on sama kuin paino aikavälillä 11,7 s – 32,3 s. Hissi on silloin tasaisessa liikkeessä.

d) Hissin kiihdyttäessä ylöspäin tukivoima on suurimmillaan  $N = 1\,244\text{ N}$ .

Opiskelijan ja hissien suurin kiihtyvyys saadaan opiskelijan Newtonin II lain mukaisesta liikeyhtälöstä  $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$ . Kun suunta ylöspäin valitaan positiiviseksi, saadaan

$$N - G = ma.$$

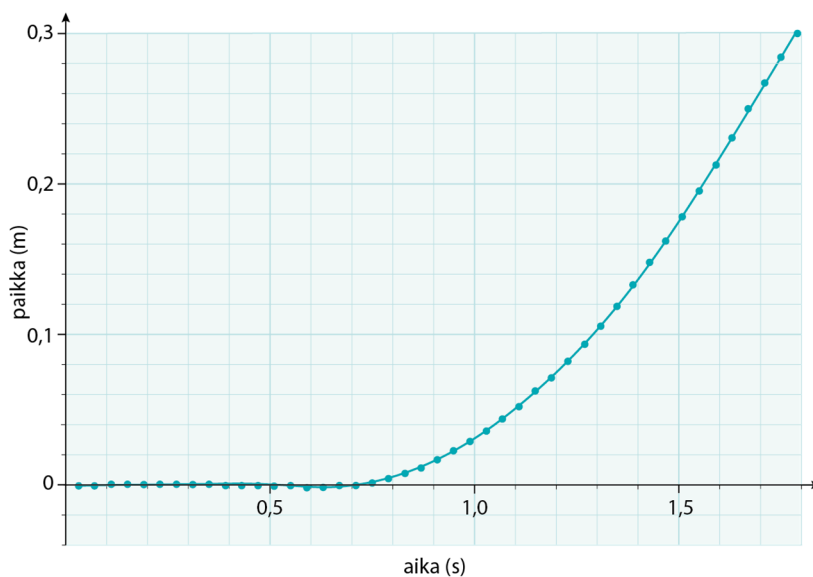
Suurin kiihtyvyys on

$$\begin{aligned} a &= \frac{N - G}{m} = \frac{N - G}{\frac{G}{g}} = \frac{(N - G)g}{G} \\ &= \frac{(1244\text{ N} - 1150\text{ N}) \cdot 9,81\text{ m/s}^2}{1150\text{ N}} = 0,80186\text{ m/s}^2 \approx 0,80\text{ m/s}^2. \end{aligned}$$

## Tehtävä 6.20.

- a) Narun molempiin päihin kohdistuu 50 g:n punnuksia, joten narun jännitysvoima on yhden punnuksen paino. Narun jännitysvoima alkutilanteessa on
- $$F = G = mg = 0,050 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 = 0,4905 \text{ N} \approx 0,49 \text{ N}.$$

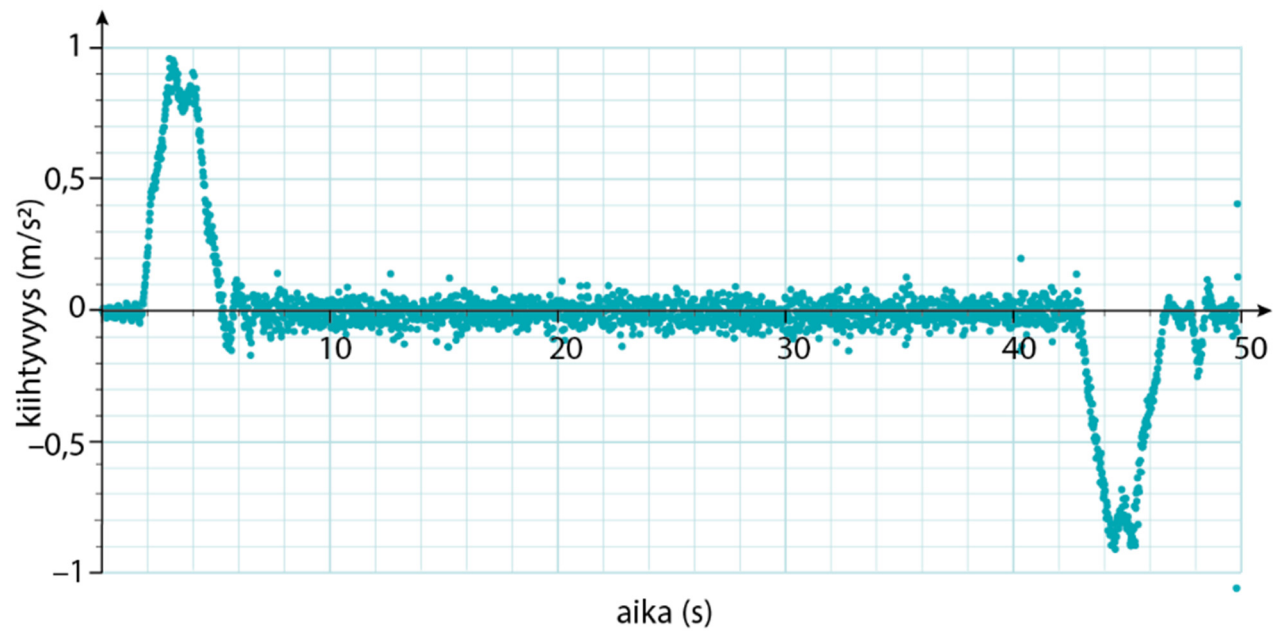
- b) Esitetään vaunun paikka ajan suhteen.



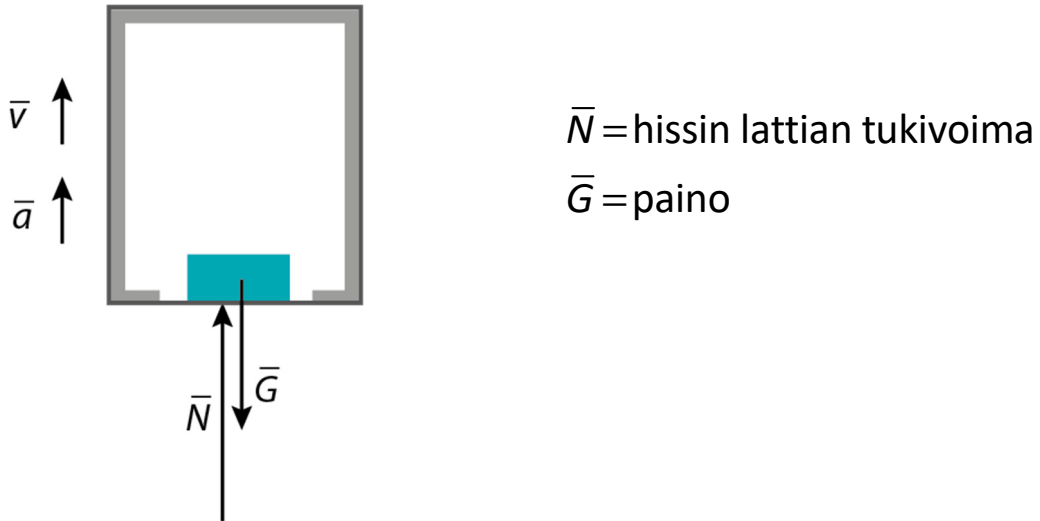
Paikan kuvaajan jyrkkyys kuvastaa vaunun hetkellistä nopeutta. Kuvaajan perustella vaunun nopeus kasvaa, joten vaunu on kiihtyvässä liikkeessä. Punnuksien painot ovat eri suuret punnuksen lisäämisen jälkeen, jolloin vainuun kohdistuvien voimien summa vaakasuunnassa poikkeaa nolasta. Newtonin II lain mukaan vaunu on tällöin tasaisesti kiihtyvässä liikkeessä, sillä kokonaisvoiman aiheuttaa punnusten painot ja niiden suuruudet eivät enää muutu punnuksen lisäämisen jälkeen.

## Tehtävä 6.21.

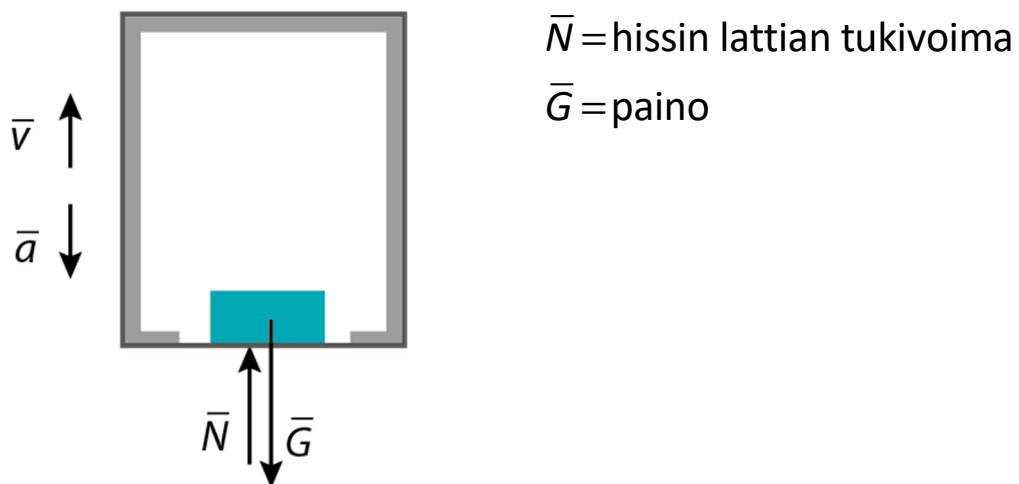
a)



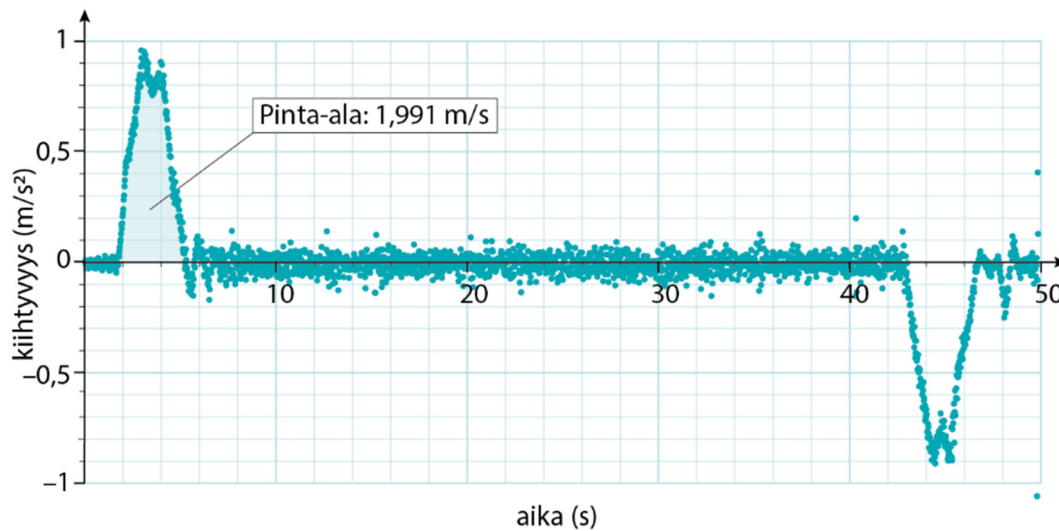
b) Ajanhetkellä 3,7 s hissi on tasaisesti kiihtyvässä liikkeessä ylöspäin, sillä hissin kiihtyvyys on suurempi kuin nolla.



Ajanhetkellä 44,7 s hissin kiihtyvyys on pienempi kuin nolla, joten hissi on hidastuvassa liikkeessä.



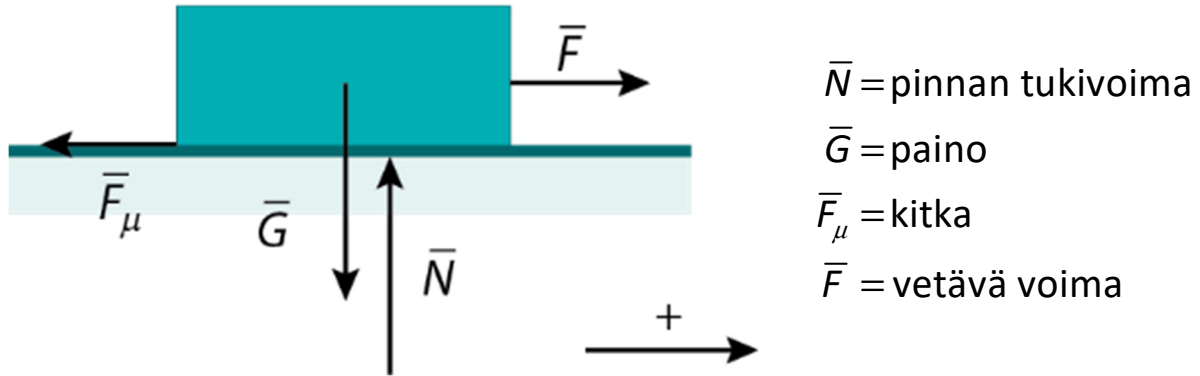
c) Hissi on tasaisessa liikkeessä liikkeelle lähdön jälkeen, kun hissien kiihtyvyys on nolla. Hissi on tasaisessa liikkeessä ajanhetkellä 5,3 s – 43 s. Hissin nopeus saadaan  $(t, a)$ -koordinaatiston kuvaajan ja aika-akselin rajoittamasta fysikaalisesta pinta-alasta.



Hissin nopeus on  $v = 1,991 \text{ m/s} \approx 2,0 \text{ m/s}$ .

## Tehtävä 6.22.

a) Piirretään tilanteesta voimakuvio.



b) Laatikon massa  $m = 36 \text{ kg}$

Laatikon ja pinnan välinen kitka  $\bar{F}_\mu = 150 \text{ N}$

Newtonin II lain mukaan laatikon liikeyhtälö on  $\sum \bar{F} = m\bar{a}$ .

Valitaan suunta oikealle positiiviseksi.

Suurin kiihtyvyys saadaan, kun vetävä voima on suurin:

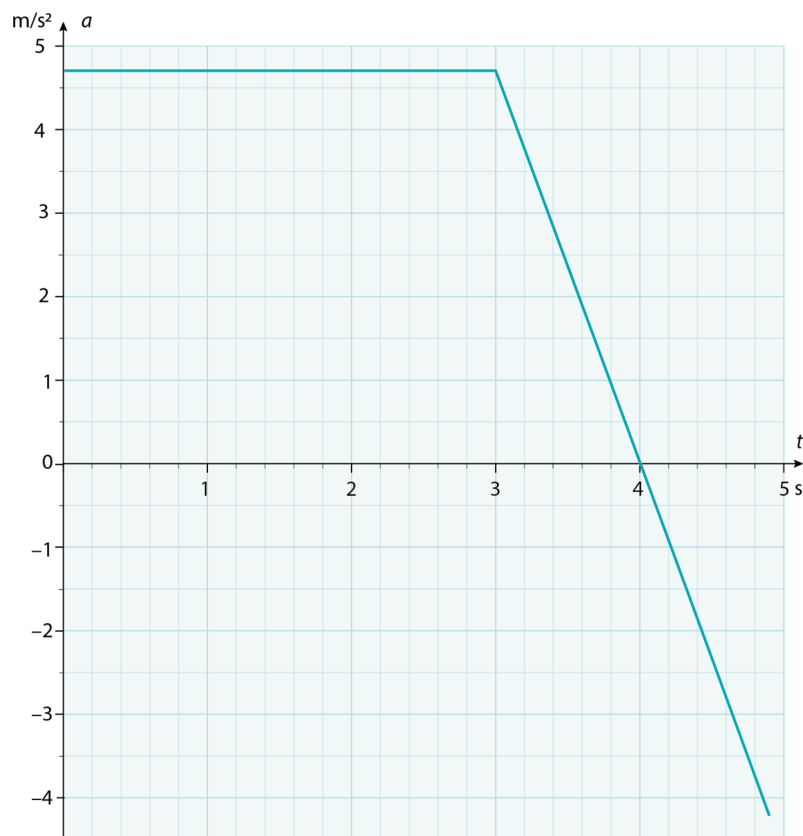
$$F - F_\mu = ma$$

$$a = \frac{F - F_\mu}{m} = \frac{320 \text{ N} - 150 \text{ N}}{36 \text{ kg}} = 4,72 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Pienin kiihtyvyys on silloin, kun pelkkä kitka vaikuttaa laatikkoon. Tällöin vetävä voima on suuruudeltaan  $F = 0 \text{ N}$ :

$$-F_{\mu} = ma \Rightarrow a = \frac{-F_{\mu}}{m} = \frac{-150 \text{ N}}{36 \text{ kg}} = -4,17 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Piirretään kiihtyvyyden kuvaaja.



c) Laatikon nopeus kasvaa niin kauan, kun kiihtyvyys on positiivinen.

Se on suurin hetkellä  $t = 4,0$  s, jolloin kiihtyvyys  $a = 0$  m/s<sup>2</sup>.

## Tehtävä 6.23.

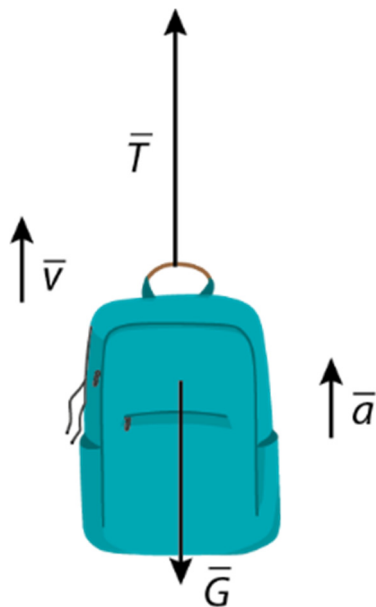
a) Repun massa  $m_r = 5,03 \text{ kg}$

Vaa'an lukema  $m_v = 5,31 \text{ kg}$

Kiihdytysaika  $t = 11 \text{ s}$

Loppunopeus  $v = 6,0 \text{ m/s}$

Putoamiskiihtyvyys  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$



$\bar{G}$  = paino

$\bar{T}$  = koukun tukivoima

b) Hissi on tasaisesti kiihtyvässä liikkeessä. Newtonin II lain mukaisesti  $\Sigma \vec{F} = m_r \vec{a}$ . Vaaka näyttää lukemaa  $T = m_v g$ .

Kun suunta ylöspäin valitaan positiiviseksi suunnaksi, saadaan

$$T - G = ma$$

$$T = G + m_r a$$

$$T = m_v g + m_r a$$

$$m_v g = m_r g + m_r a$$

$$m_r a = m_v g - m_r g$$

$$m_r a = (m_v - m_r)g$$

$$a = \frac{(m_v - m_r)g}{m_r} = \frac{(5,31\text{kg} - 5,03\text{kg}) \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{5,03\text{kg}} = 0,54608 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Hissin loppunopeus voidaan laskea tasaisesti kiihtyvän liikkeen mallin avulla yhtälöstä

$$v = at$$

$$v = \frac{(m_v - m_r)g}{m_r} \cdot t = \frac{(5,31\text{kg} - 5,03\text{kg}) \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{5,03\text{kg}} \cdot 11\text{s} = 6,0069 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 6,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

c) Kun hissi liikkuu vakionopeudella, on sen kiihtyvyys nolla. Repun Newtonin II lain mukainen liikeyhtälö on silloin  $\Sigma \vec{F} = \vec{0}$ , ja vaa'an tukivoima on yhtä suuri kuin painovoima. Vaaka näyttää samaa lukemaa kuin repun ollessa levossa. Vaaka näyttää lukemaa  $m_r = 5,03 \text{ kg} \approx 5,0 \text{ kg}$ .

# Syvennä

## Tehtävä 6.24.

- a) Hiilikuituköydet mahdollistavat yhä korkeampien hissien rakentamisen. Hiilikuituköydet myös pidentävät hissien toimintaikää ja vähentävät samalla materiaalikulutusta.
- b) Akseliin vaikuttavia voimia ovat: nostava voima ylöspäin, hissikorin ja ihmisten paino alaspäin, vastapainon, teräsköyden ja kompensatioköyden painot alaspäin. Paikallaan olevaan akseliin vaikuttaa Newtonin II lain mukaan kokonaisvoima, joka on nolla.

$$\sum \vec{F} = \vec{0}$$

$$F = G_{\text{kok}}$$

$$F = m_{\text{kok}}g$$

$$= (1500 \text{ kg} + 21 \cdot 75 \text{ kg} + 2300 \text{ kg} + 2 \cdot 1400 \text{ kg}) \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$= 8175 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 80196,75 \text{ N} \approx 80 \text{ kN}$$

Akseliin vaikuttaa 80 kN:n voima.

- c) Hiilikuituiset köydet pienentävät teräsköysien  
 $2 \cdot 1\,400\text{ kg} = 2\,800\text{ kg}$  massaa niin, että jäljelle jää vain  
40 % alkuperäisestä massasta, eli  
 $0,40 \cdot 2\,800\text{ kg} = 1\,120\text{ kg}$ .

Tilanteessa akseliin vaikuttaa voima

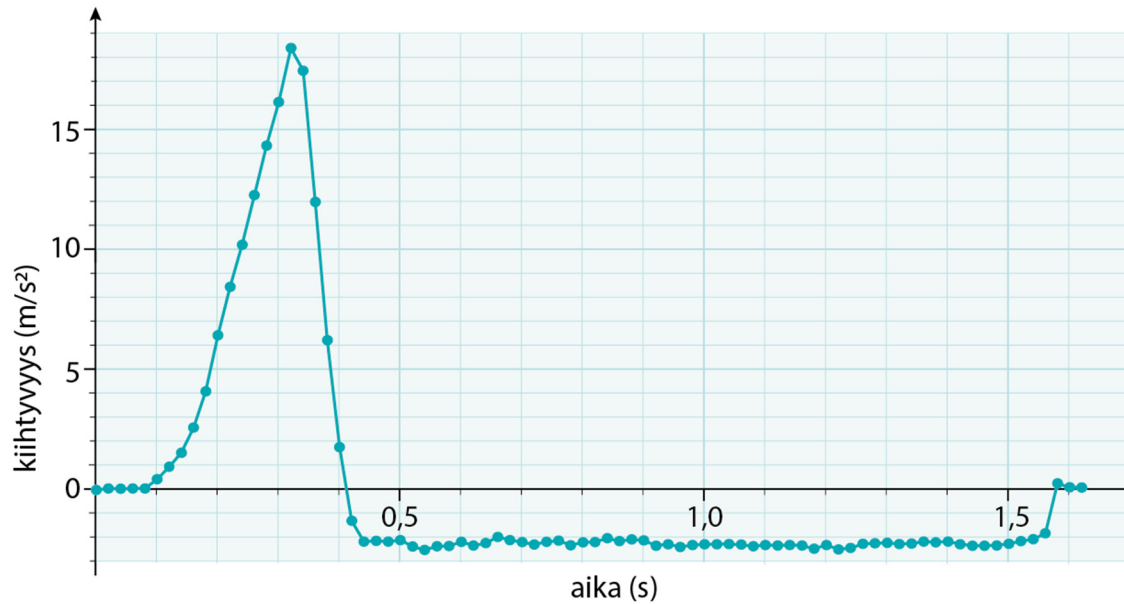
$$\begin{aligned} F &= G_{\text{kok}} = m_{\text{kok}} g \\ &= (1500\text{kg} + 21 \cdot 75\text{kg} + 2300\text{kg} + 0,4 \cdot 2 \cdot 1400\text{kg}) \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \\ &= 6495\text{kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 63715,95\text{N} \approx 64\text{kN} \end{aligned}$$

Kun teräsköydet korvataan hiilikuituköysillä, akseliin kohdistuu 64 kN voima.

- d) Kun hissi liikkuu, köysi siirtyy moottorin akselin puolelta toiselle. Yläasennossa nostoköyden paino on lähes kokonaan vastapainon puolella. Ala-asennossa nostoköyden paino on vastaavasti hissikorin puolella. Kompensaatioköyden avulla vetopyörän molemmille puolille saadaan yhtä suuri paino kaikissa tilanteissa. Kun hississä on kompensaatioköysi, hissi saadaan liikkumaan pienemmällä voimalla ja energiaa säästyy.

## Tehtävä 6.25.

a)



(akselit oikein päin ja yksiköt näkyvillä 1 p,  
mittauspisteet näkyvillä 1 p)

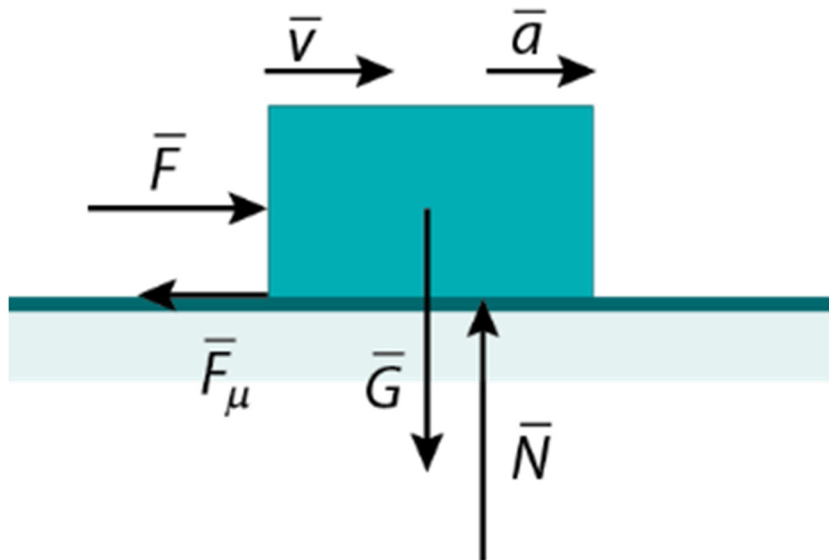
b) Kuvaajasta havaitaan, että alussa kiihtyvyys on positiivinen eli kappaleen nopeus kasvaa. Newtonin II lain mukaan kappaleeseen vaikuttava kokonaisvoima aiheuttaa kappaleelle kiihtyvän liikkeen. Tässä tilanteessa kiihtyvyys aiheutuu siitä, että eteenpäin vaikuttava käden tukivoima on suurempi kuin lattian ja kappaleen välillä liikkeelle vastakkaiseen suuntaan vaikuttava kitka. (1 p)

Työnnön aikana kappaleeseen vaikuttaa työntävä voima  $F$  ja kirjan ja lattian välinen kitka  $\bar{F}_\mu$ . Newtonin II lain mukaan  $F - F_\mu = ma$ , jossa  $m$  on kappaleen massa ja  $a$  on kappaleen kiihtyvyys. (1 p)

Kun kappale irtoaa kädestä, kappaleeseen vaikuttaa vain kitka, joka aiheuttaa kappaleelle negatiivisen kiihtyvyyden. (1 p)

Newtonin II lain mukaan  $F_\mu = ma$  kappale irtoaa kädestä, ajanhetkellä 0,44 s. (1 p)

c) Ajanhetkellä 0,35 s kappaletta työnnetään, ja se on kiihtyvässä liikkeessä.



$\bar{F}$  = käden tukivoima

$\bar{F}_\mu$  = kappaleen ja lattian välinen kitka

$\bar{N}$  = lattian kappaleeseen kohdistama tukivoima

$\bar{G}$  = kappaleen paino

Voimakuvion pisteytys:

Kuvaan on merkitty kaikki tilanteessa vaikuttavat voimavektorit oikeisiin suuntiin ja oikeille kohdilleen.

(1 p)

Kappaleen paino painopisteestä.

Alustan tukivoima alkaa tai päättyy kappaleen alapinnasta.

Kitka alkaa kappaleen alareunasta.

Käden tukivoima päättyy kappaleen reunaan.

Voimavektorien pituudet ovat oikein. (1 p)

Vaakasuunnassa: käden tukivoima on pidempi kuin kitka.

Pystysuunnassa: tukivoima ja paino ovat yhtä pitkiä.

Voimat on nimetty listaan kuvion alle ja kuvioon on merkitty nopeus- ja kiihtyvyyshvektorit. (1 p)

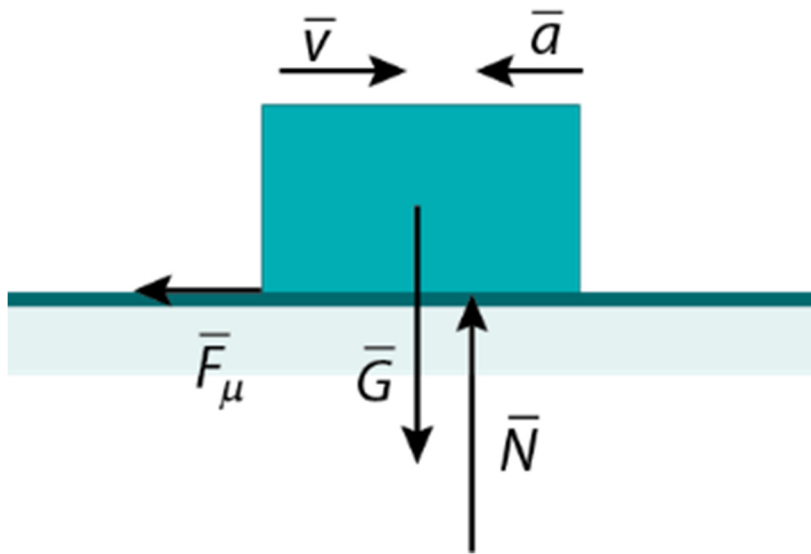
Huom!

- Jos voimakuviossa on yksikin ylimääräinen voima, ei voimakuviosta voi saada pisteitä, 0 p.

- Jos kaksi tai useampi voimista puuttuu, ei voimakuviosta voi saada pisteitä, 0 p.

- Jos voimavektorien vaikutuspisteet ovat väärin, esim. voima on piirretty irti kappaleesta sen vierelle tai eteen, kyseisestä voimasta ei anneta pisteitä. Jos kaksi tai useampi voima on näin piirretty, ei voimakuviosta voi saada pisteitä, 0 p.

d) Ajanhetkellä 1,0 s kappale on hidastuvassa liikkeessä.



$\bar{F}_\mu$  = kappaleen ja lattian välinen kitka

$\bar{N}$  = lattian kappaleeseen kohdistama tukivoima

$\bar{G}$  = kappaleen paino

Voimakuvion pisteytys:

Kuvaan on merkitty kaikki tilanteessa vaikuttavat voimavektorit oikeisiin suuntiin ja oikeille kohdilleen.

(1 p)

Kappaleen paino painopisteestä.

Alustan tukivoima alkaa tai päättyy kappaleen alapinnasta.

Kitka alkaa kappaleen alareunasta.

Voimavektorien pituudet ovat oikein. (1 p)

Pystysuunnassa: tukivoima ja paino ovat yhtä pitkiä.

Voimat on nimetty listaan kuvion alle ja kuvioon on merkitty nopeus- ja kiihtyvyyshvektorit. (1 p)

Huom!

- Jos voimakuviossa on yksikin ylimääräinen voima, ei voimakuviosta voi saada pisteitä, 0 p.

- Jos kaksi tai useampi voimista puuttuu, ei voimakuviosta voi saada pisteitä, 0 p.

- Jos voimavektorien vaikutuspisteet ovat väärin, esim. voima on piirretty irti kappaleesta sen vierelle tai eteen, kyseisestä voimasta ei anneta pisteitä. Jos kaksi tai useampi voima on näin piirretty, ei voimakuviosta voi saada pisteitä, 0 p.

e) Kappaleen massaa  $m = 0,715 \text{ kg}$

Kun kappale on irronnut kädestä ja liukuu lattiaa pitkin, Newtonin II lain mukaan  $F_{\mu} = ma$ . (1 p) Kappaleen kiihtyvyys saadaan interpoloimalla kuvaajasta. Kiihtyvyys on  $-2,3 \text{ m/s}^2$ . (1 p) Kappaleeseen vaikuttava kitka on

$$F_{\mu} = ma = 0,715 \text{ kg} \cdot \left(-2,3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) = -1,6445 \text{ N} \approx -1,6 \text{ N}. \quad (1 \text{ p})$$