# 3. Tasaisesti kiihtyvä liike

## Tehtävät

## Harjoittele

### Tehtävä 3.1.

a) C

b) C

c) A

d) B

e) A

f) C

## Tehtävä 3.2.

Sähköpotkulaudan kiihtyvyys $a$ = 0,94 m/s$^2$

a) Aika $t$ = 3,0 s

Tasaisesti kiihtyvässä liikkeessä kappaleen nopeus $v = v_0 + at$.

Sähköpotkulauta lähtee paikaltaan, joten $v_0 = 0$.

Sähköpotkulaudan nopeus hetkellä $t$ = 3,0 s on

$$v = at = 0{,}94\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 3{,}0\,\text{s} = 2{,}82\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 2{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

b) Aika $t$ = 3,0 s

Paikka alkuhetkellä $x_0 = 0$

Nopeus alkuhetkellä $v_0 = 0$

Tasaisesti kiihtyvässä liikkeessä kappaleen paikka on

$$\begin{aligned} x &= x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \\ &= 0 + 0\cdot 3{,}0\,\text{s} + \frac{1}{2}\cdot 0{,}94\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot(3{,}0\,\text{s})^2 = 4{,}23\,\text{m} \approx 4{,}2\,\text{m}. \end{aligned}$$

c) Loppunopeus $v = 25\,\frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{25}{3{,}6}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$

Nopeus alkuhetkellä $v_0 = 0$

Ratkaistaan kiihdytykseen tarvittava aika yhtälöstä $v = at$.

$$t = \frac{v}{a} = \frac{\frac{25}{3{,}6}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{0{,}94\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 7{,}38771\ \text{s} \approx 7{,}4\ \text{s}$$

## Tehtävä 3.3.

Auton alkunopeus $v_0 = \frac{70}{3{,}6}\frac{\text{m}}{\text{s}}$

Auton kiihtyvyys $a = 1{,}8\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

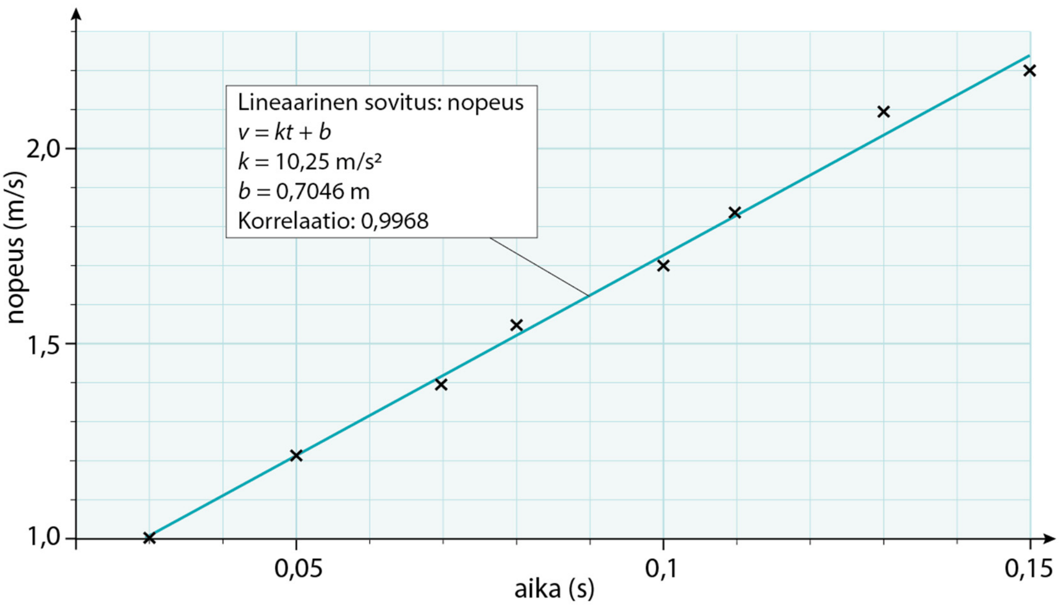
Auton kiihdytysaika $t$ = 2,5 s

Auto on tasaisesti kiihtyvässä liikkeessä, jolloin auton kulkema matka on

$$s = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

$$= \frac{70}{3{,}6}\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 2{,}5\,\text{s} + \frac{1}{2} \cdot 1{,}8\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (2{,}5\,\text{s})^2 = 54{,}2361\,\text{m} \approx 54\text{ m.}$$

# Tehtävä 3.4.




Putoamiskiihtyvyys on nopeuden kuvaajan fysikaalinen kulmakerroin, $a$ = 10,3 m/s$^2$. Putoamiskiihtyyvyyden taulukkoarvo on 9,81 m/s$^2$.

Verrataan tulosta kirjallisuusarvoon

$$\frac{10{,}3\,\mathrm{m/s^2} - 9{,}81\,\mathrm{m/s^2}}{9{,}81\,\mathrm{m/s^2}} \cdot 100\,\% = 4{,}9949\,\% \approx 5{,}00\,\%.$$

# Tehtävä 3.5.

Putoamismatka $s$ = 3,0 m

a) Hyppääjän liike on tasaisesti kiihtyvää liikettä, sillä putoamisen aikana kiihtyvyys on koko ajan vakio.

b) Putoamisliikkeessä kiihtyvyys on $g = 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Tasaisesti kiihtyvässä liikkeessä hyppääjän putoamismatka on

$s = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}gt^2$, josta putoamisajaksi saadaan

$$t = \sqrt{\frac{2s}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3{,}0\,\text{m}}{9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 0{,}782\,\text{s} \approx 0{,}78\text{ s.}$$

c) Uimahyppääjä on putoamisen aikana tasaisesti kiihtyvässä liikkeessä. Nopeus, jolla hän osuu vedenpintaan, on $v = at = gt$.

Putoamisaika b-kohdan mukaan $t=\sqrt{\frac{2s}{g}}$.

Tällöin nopeus on

$$v=g\sqrt{\frac{2s}{g}}=\sqrt{\frac{2sg^2}{g}}=\sqrt{2sg}$$
$$=\sqrt{2\cdot 3{,}0\,\mathrm{m}\cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}=7{,}672\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\approx 7{,}7\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$$

# Tehtävä 3.6.

Auton nopeus alussa $v_0 = \frac{39}{3{,}6}\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Auton nopeus kiihdytyksen jälkeen $v = \frac{78}{3{,}6}\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Kiihdytysaika $t$ = 6,4 s

a) Auton keskikiihtyvyys on

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t} = \frac{\frac{78}{3{,}6}\frac{\text{m}}{\text{s}} - \frac{39}{3{,}6}\frac{\text{m}}{\text{s}}}{6{,}4\,\text{s}} = 1{,}6927\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx 1{,}7\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

b) Auton kulkema matka tasaisesti kiihtyvässä liikkeessä on

$$\begin{aligned}s &= v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \\ &= \frac{39}{3{,}6}\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 6{,}4\ \text{s} + \frac{1}{2} \cdot 1{,}6927\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (6{,}4\ \text{s})^2 \\ &= 103{,}9998\ \text{m} \approx 100\ \text{m}.\end{aligned}$$

Sama tulos saadaan myös sieventämällä kaavaa niin, että päädytään keskinopeuteen:

$$\begin{aligned}s &= v_0 t + \frac{1}{2}at^2 = v_0 t + \frac{1}{2}\frac{v - v_0}{\cancel{t}}t^{\cancel{2}} \\ &= v_0 t + \frac{1}{2}(v - v_0)t = v_0 t + \frac{1}{2}vt - \frac{1}{2}v_0 t = \frac{1}{2}v_0 t + \frac{1}{2}vt \\ &= \frac{1}{2}(v_0 + v)t = v_k t \\ &= \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{78}{3{,}6}\frac{\text{m}}{\text{s}} + \frac{39}{3{,}6}\frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \cdot 6{,}4\ \text{s} = 103{,}9998\ \text{m} \approx 100\ \text{m}.\end{aligned}$$

# Tehtävä 3.7.

a) Putoamisaika on Maassa 0,7 s, Kuussa 1,8 s ja Marsissa 1,2 s.

b) Simulaation perusteella Kuussa 1,0 m:n putoaminen kestää 1,1 s. Vastaava aika kuluu Maassa, kun kappale pudotetaan 6,0 metrin korkeudelta.

# Sovella

## Tehtävä 3.8.

Pulkkailijan kiihtyvyys $a$ = 1,1 m/s$^2$

a) Laskumatka $s$ = 12,7 m

Pulkkailija on tasaisesti kiihtyvässä liikkeessä. Pulkkailijan laskuaika ratkaistaan matkan yhtälöstä.

$$s = \frac{1}{2}at^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2s}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 12{,}7\,\text{m}}{1{,}1\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 4{,}805\,\text{s} \approx 4{,}8\text{ s}$$

b) Pulkkailija on tasaisesti kiihtyvässä liikkeessä. Pulkkailijan nopeus on

$$v = v_0 + at = 0 + at = a\sqrt{\frac{2s}{a}} = \sqrt{\frac{a^{\cancel{2}}2s}{\cancel{a}}}$$

$$= \sqrt{2sa} = \sqrt{2 \cdot 12{,}7\,\text{m} \cdot 1{,}1\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 5{,}2858\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 5{,}3\,\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

c) Pulkkailijan nopeus tasaisesti kiihtyvässä liikkeessä on b-kohdan mukaan $v = \sqrt{2sa}$. Tällöin pulkkailijan nopeus on suoraan verrannollinen laskumatkan neliöjuureen $v \sim \sqrt{s}$.

## Tehtävä 3.9.

a) Aikavälillä 0 s … 1,5 s kappale on tasaisessa liikkeessä, sillä kappaleen nopeus ei muutu. Aikavälillä 1,5 s … 6,0 s kappale on tasaisesti hidastuvassa liikkeessä, sillä nopeuden muutos pysyy samana. Aikavälillä 6,0 s … 8,0 s kappaleen negatiivinen nopeus kasvaa, joten kappale on tasaisesti kiihtyvässä liikkeessä vastakkaiseen suuntaan kuin liikkeen alussa. Aikavälillä 8,0 s … 9,0 s kappale on tasaisessa liikkeessä alkuperäisen liikkeen suuntaa vastaan, sillä kappaleella on negatiivista nopeutta ja nopeuden suuruus ei muutu.

b) Kiihtyvyys on ($t$, $v$)-koordinaatiston laaditun kuvaajan tangentin fysikaalinen kulmakerroin. Kappaleella on sitä suurempi kiihtyvyys, mitä jyrkemmin sen liikkeen kuvaaja kulkee koordinaatistossa. Kappaleen kiihtyvyys on suurimmillaan aikavälillä 1,5 s … 6,0 s. Interpoloidaan nopeudet ajanhetkillä 1,5 s ja 6,0 s ja lasketaan kiihtyvyys.

$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{v_2-v_1}{t_2-t_1}=\frac{0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}-3{,}2\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{6{,}0\,\text{s}-1{,}5\,\text{s}}=-0{,}7111\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\approx-0{,}71\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Kiihtyvyyden negatiivinen tulos tarkoittaa, että kiihtyvyyden suunta on alussa olevan nopeuden suunnalle vastakkainen.

c) Kappaleen kulkema matka on ($t$, $v$)-koordinaatistoon laaditun kuvaajan ja akselien rajoittama fysikaalinen pinta-ala. Nyt ala koostuu tasaisen liikkeen osasta ja hidastuvan liikkeen osasta. Lasketaan yhteen vastaavien suorakulmion ja kolmion pinta-alat.

$$s = 3{,}2\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1{,}5\,\text{s} + \frac{1}{2} \cdot 3{,}2\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot (6{,}0 - 1{,}5)\,\text{s} = 12\,\text{m}.$$

d) Määritetään c-kohdan mukaan, kuinka pitkä matka on kuljettu 6,0 s:n kohdalla. Sen jälkeen kappaleen liikkeen suunta vaihtuu ja kappaleen liike on kiihtyvää. Määritetään kappaleen paikka ($t$, $v$)-koordinaatiston kuvaajan ja akselien rajoittamasta fysikaalisesta pinta-alasta

$$x = 3{,}2\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1{,}5\,\text{s} + \frac{1}{2} \cdot 3{,}2\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot (6{,}0 - 1{,}5)\,\text{s} - \frac{1}{2} \cdot 0{,}6\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot (8{,}0 - 6{,}0)\,\text{s} = 11{,}4\,\text{m}$$

# Tehtävä 3.10.

Kuljettajan reaktioaika $t_1$ = 0,95 s

Auton alkunopeus $v_0 = \frac{40}{3{,}6} \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Auton kiihtyvyys $a = -2{,}4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

a) Kuljettajan reaktioajan auto liikkuu tasaisella nopeudella matkan

$$s_1 = v_0 t_1 = \frac{40}{3{,}6} \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0{,}95\,\text{s} = 10{,}555\,\text{m} \approx 11\ \text{m}.$$

b) Auton hidastumiseen kulunut aika $t_2$ saadaan auton loppunopeuden avulla, koska liike on tasaisesti kiihtyvää. Jarrutuksen jälkeen auton nopeus nolla. Tällöin

$$0 = v_0 + at_2.$$

Jarruttamiseen kulunut aika on

$$t_2 = -\frac{v_0}{a} = -\frac{\frac{40}{3{,}6} \frac{\text{m}}{\text{s}}}{-2{,}4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 4{,}6296\,\text{s} \approx 4{,}6\ \text{s}.$$

c) Jarrutuksen ajan auton liike on tasaisesti hidastuvaa ja se kulkee jarrutuksessa matkan $s_2$. Auto kulkee kuljettajan tekemän havainnon jälkeen reaktiomatkan sekä jarrutusmatkan $s = s_1 + s_2$.

Sijoitetaan yhtälöön a- ja b-kohdassa saadut ajan ja matkan lausekkeet. Auto kulkee ennen pysähdystä

$$
\begin{aligned}
s &= s_1 + s_2 = v_0 t_1 + v_0 t_2 + \frac{1}{2} a t_2^{\,2} \\
&= v_0 t_1 + v_0 \left(-\frac{v_0}{a}\right) + \frac{1}{2} a \left(-\frac{v_0}{a}\right)^2 \\
&= v_0 t_1 - \frac{v_0^{\,2}}{a} + \frac{1}{2} \frac{v_0^{\,2}}{a} \\
&= v_0 t_1 - \frac{1}{2} \frac{v_0^{\,2}}{a} \\
&= \frac{40}{3,6} \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0,95\,\text{s} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\left(\frac{40}{3,6} \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{\left(-2,4\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)} = 36,276\,\text{m} \approx 36\,\text{m}.
\end{aligned}
$$

# Tehtävä 3.11.

Kiihtyvään liikkeeseen kulunut aika $t_1$ = 15,6 s

Nopeus tasaisessa liikkeessä $v$ = 15,1 m/s

Tasaiseen liikkeeseen kulunut aika $t_2$ = 51 s

Hidastuvaan liikkeeseen kulunut aika $t_3$ = 25,3 s

a) Juna on tasaisesti kiihtyvässä liikkeessä. Koska juna lähti asemalta, voidaan olettaa, että alkunopeus $v_0$ = 0 m/s.

Junan kiihtyvyys

$$a_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t_1} = \frac{v}{t_1} = \frac{15{,}1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{15{,}6\,\mathrm{s}} = 0{,}9679\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \approx 0{,}97\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}.$$

b) Juna kiihdyttää tasaisesti. Kiihdytyksen aikana juna kulkee

$$s = \frac{1}{2}a_1 t^2 = \frac{1}{2}\frac{v}{t_1}t_1^{\,2} = \frac{1}{2}vt_1$$

$$= \frac{1}{2}\cdot 15{,}1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\cdot 15{,}6\,\mathrm{s} = 117{,}78\,\mathrm{m} \approx 120\ \mathrm{m}.$$

c) Juna kiihdyttää tasaisesti matkan $s_1$, kulkee tasaisella nopeudella matkan $s_2$ ja hidastaa asemalle saapuessaan matkan $s_3$.

Pysäkkien välinen matka on $s = s_1 + s_2 + s_3$.

Junan hidastuvuus jarrutuksen aikana

$$a_2 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - v}{t_3} = \frac{v}{t_3} (= -\frac{15{,}1\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{25{,}3\,\text{s}} = -0{,}5968\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2})$$

Junan kulkema matka kiihdytyksessä

$$s_1 = \frac{1}{2}a_1 t^2 = \frac{1}{2}\frac{v}{t_1}t_1{}^2 = \frac{1}{2}vt_1$$

Junan kulkema matka tasaisessa liikkeessä $s_2 = vt_2$

Junan kulkema matka tasaisesti hidastuvassa liikkeessä

$$s_3 = vt_3 + \frac{1}{2}a_2 t^2 = vt_3 + \frac{1}{2}(-\frac{v}{t_3})t_3{}^2 = vt_3 - \frac{1}{2}vt_3 = \frac{1}{2}vt_3$$

Pysäkkien välimatka $s = s_1 + s_2 + s_3$ on

$$\begin{aligned} s &= \frac{1}{2}vt_1 + vt_2 + \frac{1}{2}vt_3 \\ &= \frac{1}{2}\cdot 15{,}1\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\cdot 15{,}6\,\text{s} + 15{,}1\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\cdot 51\,\text{s} + \frac{1}{2}\cdot 15{,}1\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\cdot 25{,}3\,\text{s} \\ &= 1078{,}895\,\text{m} \approx 1100\,\text{m}. \end{aligned}$$

## Tehtävä 3.12.

a) Aikavälillä 0 s … 1,2 s liike on tasaisesti kiihtyvää, sillä kiihtyvyys ei muutu. Aikavälillä 1,2 s … 1,6 s liike on tasaisesti hidastuvaa, sillä kiihtyvyys on negatiivinen eikä kiihtyvyyden suuruus muutu.

b) Kappaleen nopeus on ($t$, $v$)-koordinaatistoon laaditun kuvaajan ja akselien rajoittama fysikaalinen pinta-ala. Nopeus kasvaa, kun fysikaalinen pinta-ala on positiivinen ja pienenee, kun fysikaalinen pinta-ala on negatiivinen.

Määritetään fysikaaliset pinta-alat eli nopeuden muutokset kiihtyvälle liikkeelle $v_1$ ja hidastuvalle liikkeelle $v_2$.

$$v_1 = 0{,}60\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1{,}2\,\text{s} = 0{,}72\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_2 = -0{,}20\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (1{,}6 - 1{,}2)\,\text{s} = -0{,}080\,\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Kappaleen nopeus ajanhetkellä 16 s on

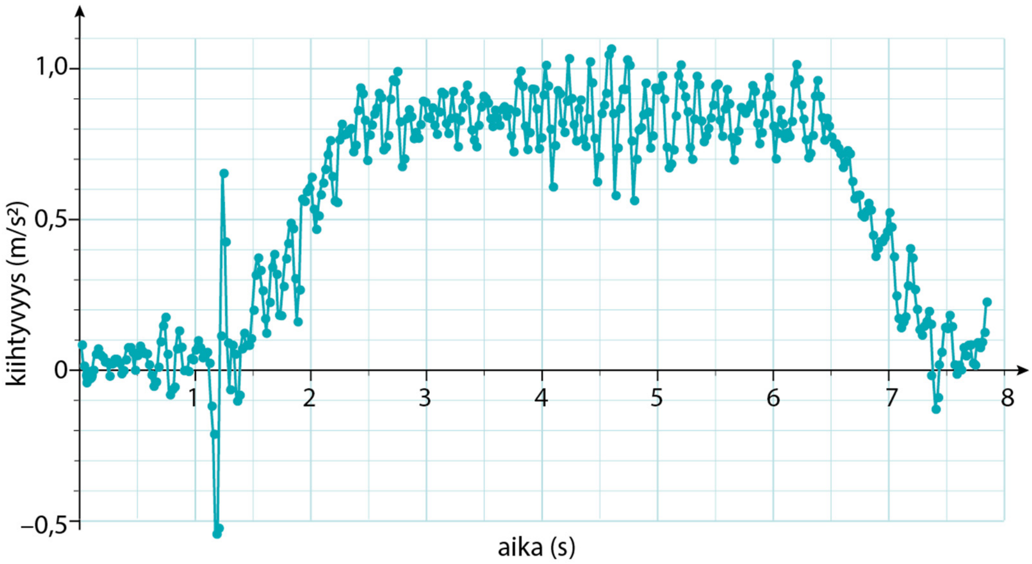
$$v = v_1 + v_2 = 0{,}72\,\frac{\text{m}}{\text{s}} - 0{,}08\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 0{,}64\,\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

c) Kappaleen alkumatka $s_1$ on tasaisesti kiihtyvää liikettä ja loppumatka $s_2$ tasaisesti hidastuvaa liikettä. Kappaleen kulkema kokonaismatka on näiden matkojen summa.

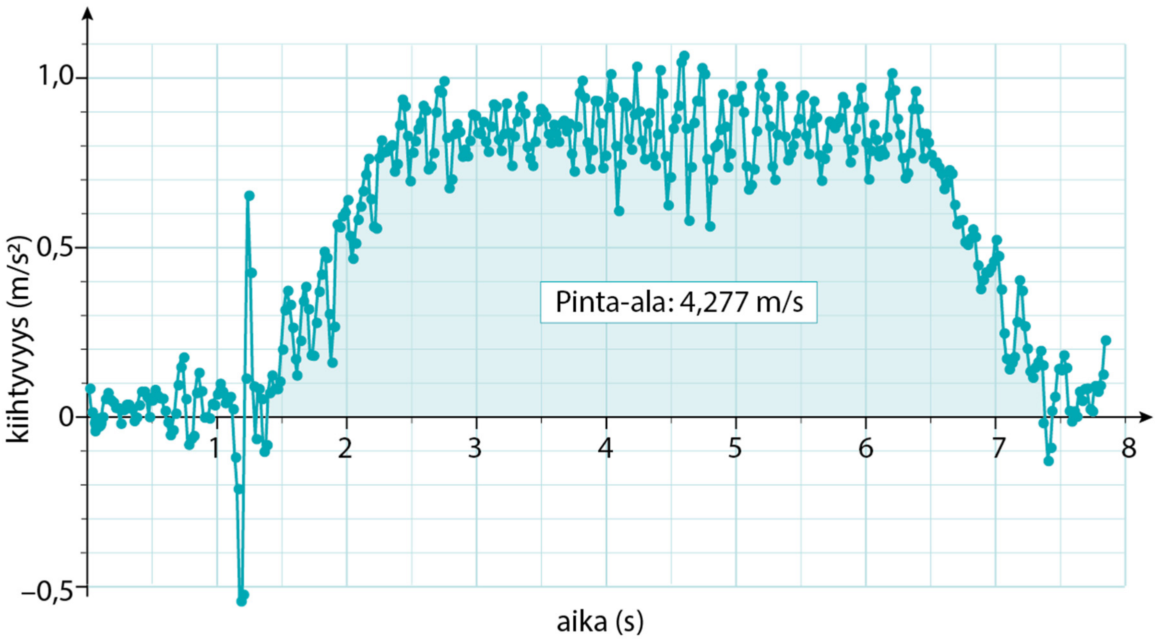
$$\begin{aligned}
s &= s_1 + s_2 \\
&= \frac{1}{2}a_1 t_1{}^2 + v_1 t_2 + \frac{1}{2}a_2 t_2{}^2. \\
&= \frac{1}{2}\cdot 0{,}60\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot(1{,}2\ \mathrm{s})^2 + 0{,}72\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\cdot 0{,}40\ \mathrm{s} + \frac{1}{2}\cdot(-0{,}20\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2})\cdot(0{,}40\ \mathrm{s})^2 \\
&= 0{,}704\ \mathrm{m} \approx 70\ \mathrm{cm}
\end{aligned}$$

# Tehtävä 3.13.

a)



b) Hissin nopeus saadaan ($t$, $a$)-koordinaatiston kuvaajan ja akselien rajoittamasta fysikaalisesta pinta-alasta. Määritetään fysikaalinen pinta-ala.




Hissin nopeus kiihdytyksen jälkeen
$v$ = 4,277 m/s ≈ 4,3 m/s.

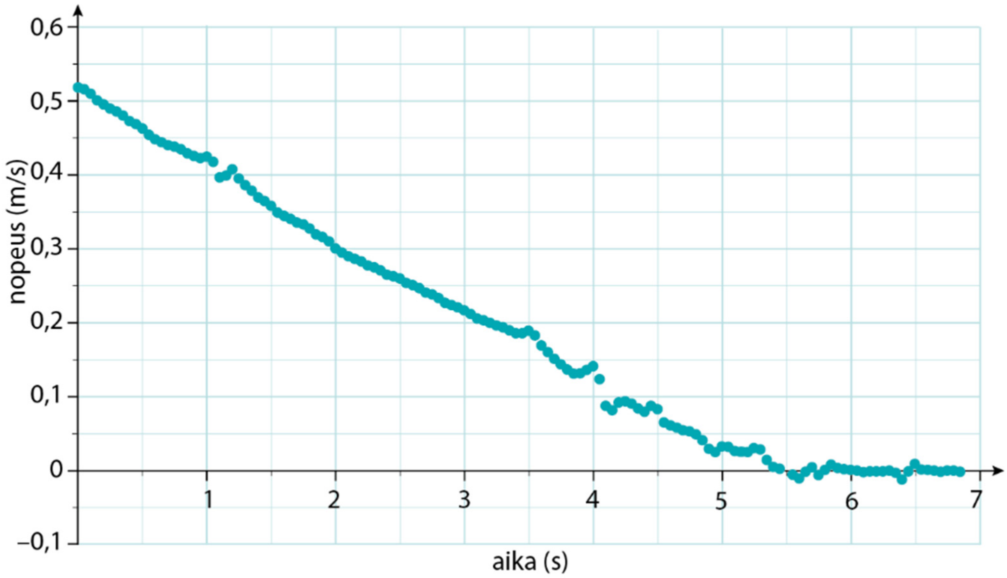
c) kiihdytyksen kesto $\Delta t$ = 5,96 s

Hissin keskimääräinen kiihtyvyys on

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{4{,}277\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{5{,}96\,\text{s}} = 0{,}7176\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx 0{,}72\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

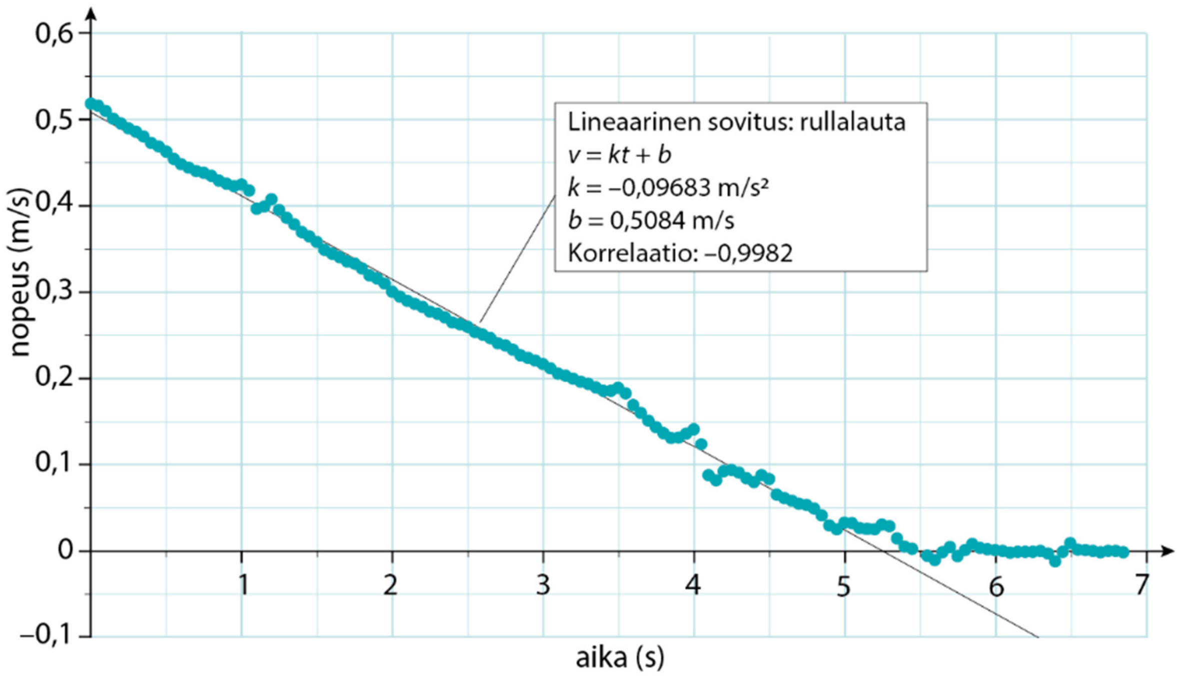
# Tehtävä 3.14.

a)




Rullalaudan liike oli likimain tasaisesti hidastuvaa, sillä nopeus pieneni joka sekunti suunnilleen yhtä paljon. Ajanhetkellä 5,5 s lauta pysähtyi, sillä nopeus on siitä ajanhetkestä eteenpäin nolla.

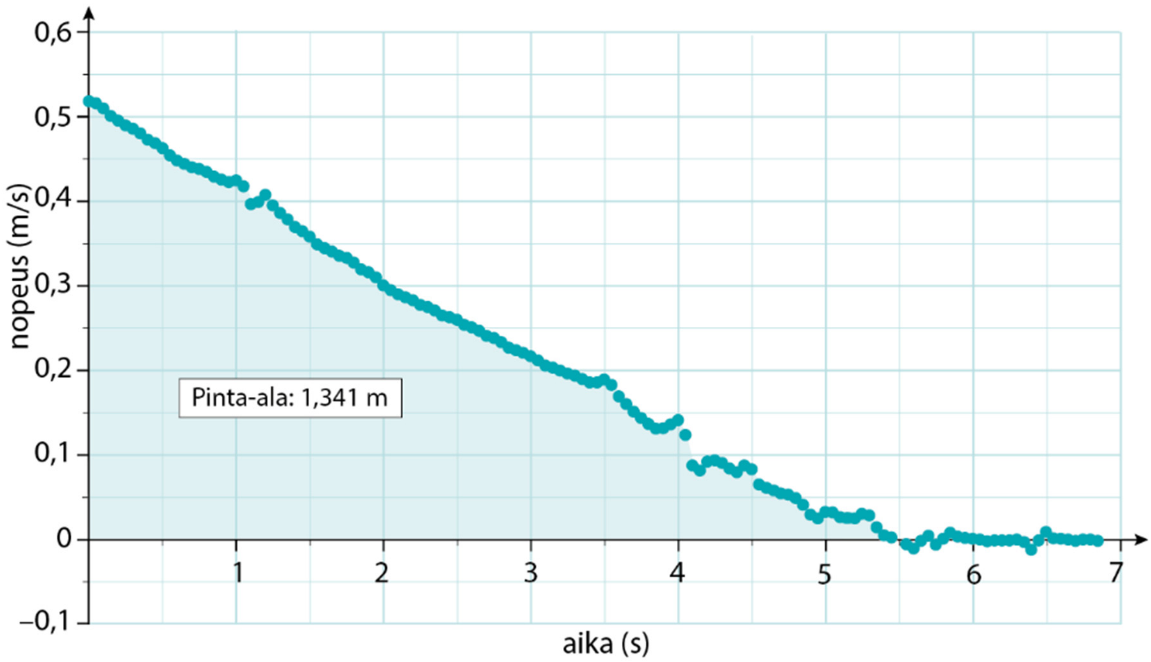
b) Rullalaudan kiihtyvyys on ($t$, $v$)-koordinaatistossa olevan kuvaajan fysikaalinen kulmakerroin.




Rullalaudan kiihtyvyys oli
$a = –0{,}09683\ \text{m/s}^2 \approx –0{,}097\ \text{m/s}^2$.

Kiihtyvyyden suunta oli vastakkaiseen suuntaan alussa olevaan nopeuteen nähden.

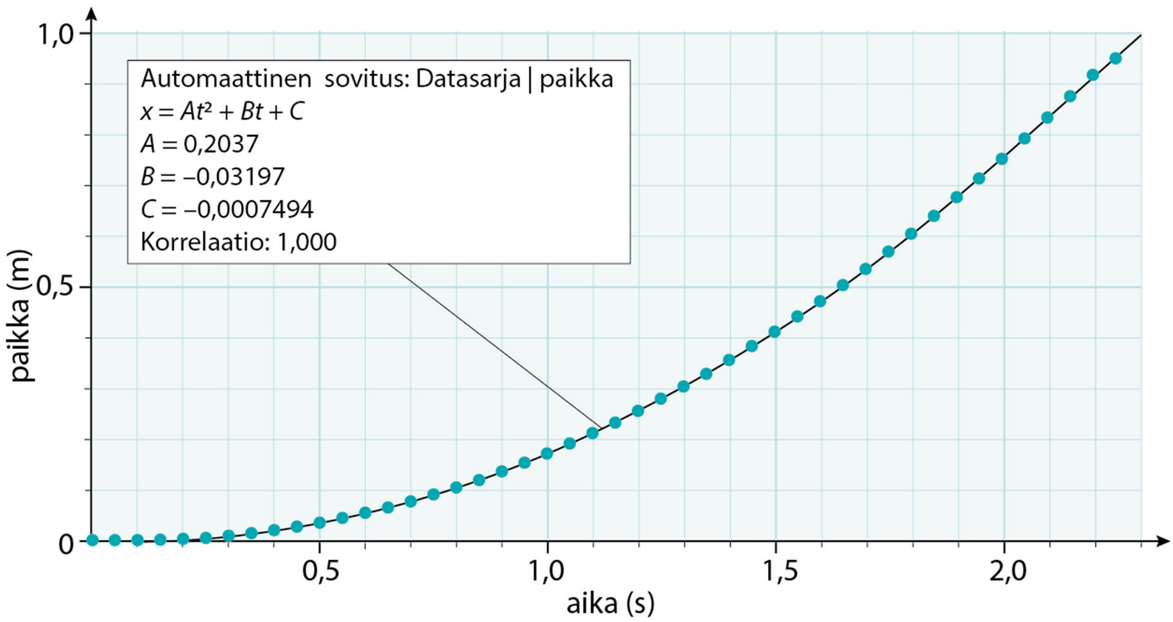
c) Rullalaudan kulkema matka on ($t$, $v$)-koordinaatistossa olevan kuvaajan ja akselien rajoittamasta fysikaalinen pinta-ala.




Rullalaudan liikkuma matka tönäisyn jälkeen
$s$ = 1,341 m ≈ 1,3 m.

# Tehtävä 3.15.

a)




b) Kun vaunu on tasaisessa liikkeessä, vaunun paikka voidaan ilmoittaa ajan funktiona yhtälöllä $x = vt + x_0$. Liikettä voidaan kuvata $(t, x)$-koordinaatistossa suoralla.

Tasaisesti kiihtyvässä liikkeessä olevan vaunun paikka on ajan funktiona $x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$.

Koska mittausaineistoon voitiin sovittaa toisen asteen polynomifunktio, vaunun liike on tasaisesti kiihtyvää.

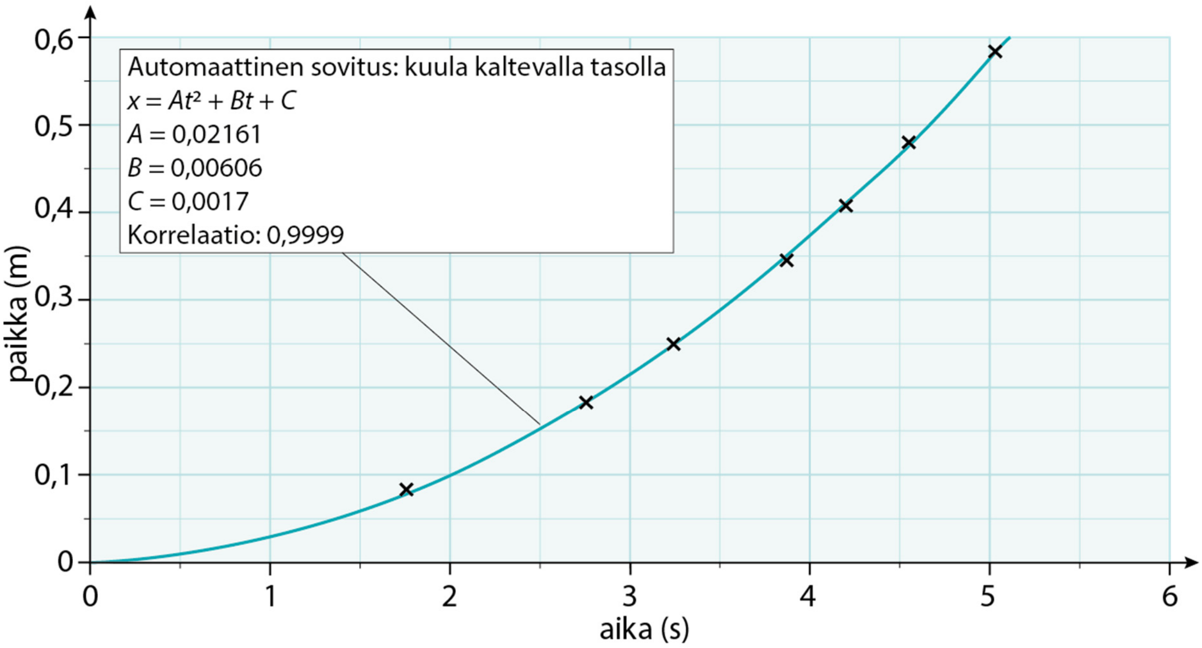
c) Sovitefunktiosta saadaan tasaisesti kiihtyvän liikkeen yhtälöön kertoimet. Kun yhtälö on muotoa $x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$, sovituksen mukaan vakio $A = \frac{1}{2}a$.

Tällöin vaunun kiihtyvyys on

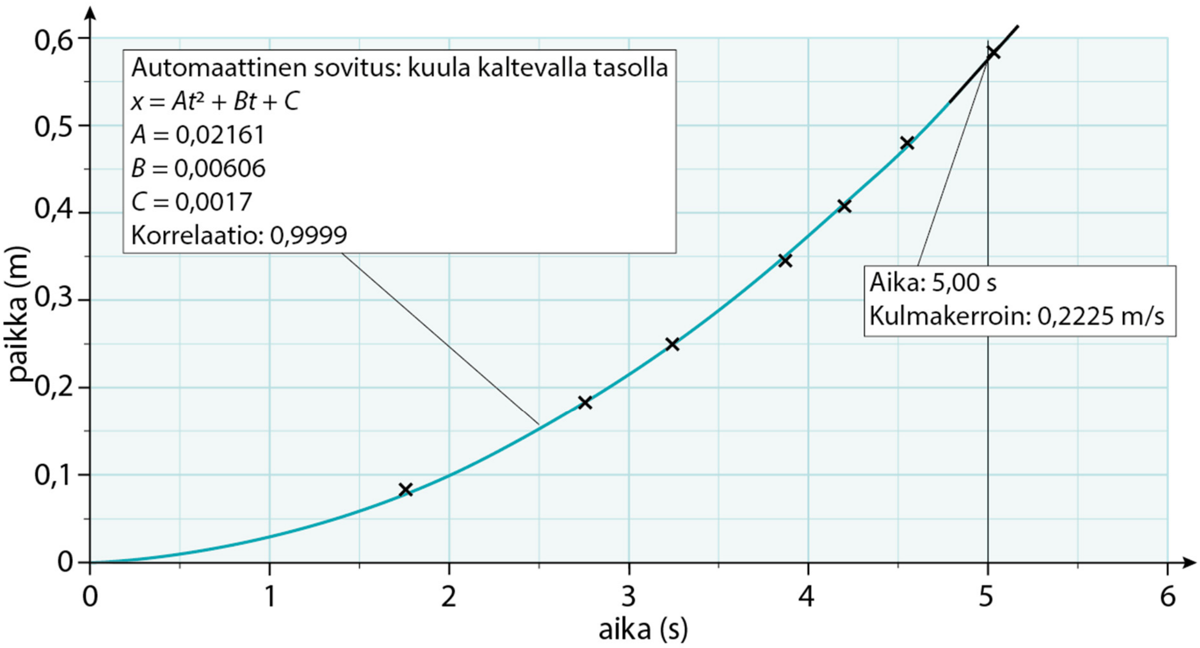
$a = 2A = 2 \cdot 0{,}2037\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 0{,}4074\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx 0{,}41\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

# Tehtävä 3.16.

a)



b) Kuulan hetkellinen nopeus saadaan ($t$, $x$)-koordinaatiston sovitetun suoran jyrkkyydestä eli sovitetut tangenttisuoran fysikaalisesta kulmakertoimesta. Sovitetaan tangenttisuora kuvaajan loppuosaan ja määritetään tangenttisuoran fysikaalinen kulmakerroin.




Kuulan nopeus vierimisen lopussa oli

$v$ = 0,2225 m/s ≈ 0,22 m/s.

c) Tasaisesti kiihtyvän liikkeen malli kappaleen paikalle on

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2.$$

Sovitetaan mittauspisteisiin 2. asteen polynomifunktio ja määritetään sovituskäyrän $t^2$-termin arvosta kiihtyvyys.

a-kohdan sovituksen mukaan $A = \frac{1}{2}a = 0{,}02161\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Kuulan kiihtyvyys on

$$a = 2 \cdot 0{,}02161\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 0{,}04322\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx 0{,}043\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

# Syvennä

## Tehtävä 3.18.

a) Kiihtyvyysantureita käytetään esimerkiksi autoissa ajonvakaudenhallintajärjestelmissä ja mäkilähtöavustimissa sekä kännyköiden näytön käännön hallinnassa.

b) Piipuolijohde on kiihtyvyysanturien perusmateriaali. Kiihtyvyysanturin sisällä on piistä valmistettu punnus, joka on ripustettu piistä valmistetulla jousella. Jousi sallii punnuksen liikkumisen auton kiihdyttäessä. Punnuksen liike aiheuttaa signaalin, joka välitetään digitaalisesti ESC-järjestelmään. Signaalin avulla määritetään auton kiihtyvyys.

c) Punnuksen tilavuus
$V$ = 50 µm · 200 µm · 500 µm = $5 \cdot 10^{-12}$ m$^3$.

Piin tiheys $\rho$ = 2 330 kg/m$^3$

Jousivakio $k$ = 2,0 N/m

Auton alkunopeus
$v_1$ = 40 km/h = 40/3,6 m/s = 11,111 m/s

Auton loppunopeus $v_2$ = 0 m/s

Auton törmäysaika $t$ = 0,5 s

Lasketaan punnuksen massa

$$m = \rho V = 2\,330\ \text{kg/m}^3 \cdot 5 \cdot 10^{-12}\ \text{m}^3 = 11{,}65 \cdot 10^{-9}\ \text{kg}$$

Arvioidaan, että autoon ja anturiin kohdistuva kiihtyvyys pysyy likipitäen samana koko pysähtymisen ajan.

Auton kiihtyvyys on

$$a = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} = \frac{-11{,}111\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0{,}5\ \text{s}} = -22{,}222\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Miinusmerkki tarkoittaa sitä, että auton nopeus pienenee törmäyksessä, jolloin Si-punnukseen kohdistuva voima on

$$F = ma = 11{,}65 \cdot 10^{-9}\ \text{kg} \cdot 22{,}222 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 258{,}8863 \cdot 10^{-9}\ \text{N}.$$

Jousi puolestaan kohdistaa punnukseen voiman *F = kx*, joka on törmäyksessä samansuuruinen mutta vastakkaissuuntainen kuin kiihtyvyys. Tästä saadaan ratkaistua punnuksen etäisyyden muutos

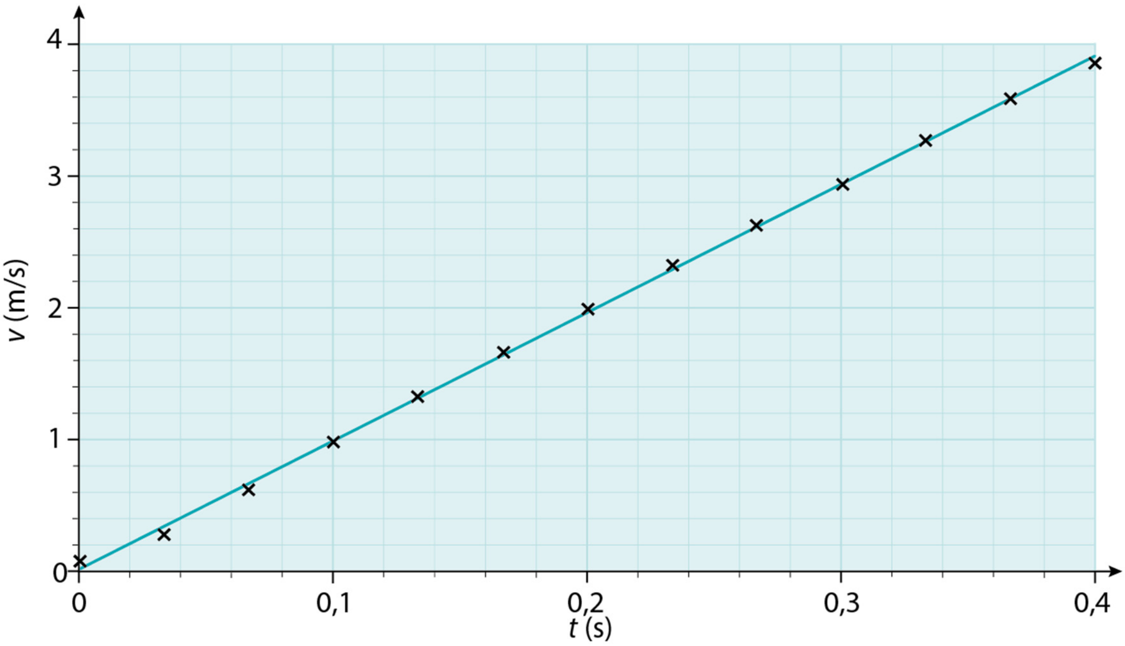
$$F = kx$$

$$x = \frac{F}{k} = \frac{258{,}8863 \cdot 10^{-9}\ \text{N}}{2{,}0\ \frac{\text{N}}{\text{m}}} = 129{,}44315 \cdot 10^{-9}\ \text{m} \approx 130\,\text{nm}.$$

Törmäystilanteessa punnus liikkuu anturin sisällä 130 nm.

# Tehtävä 3.19.

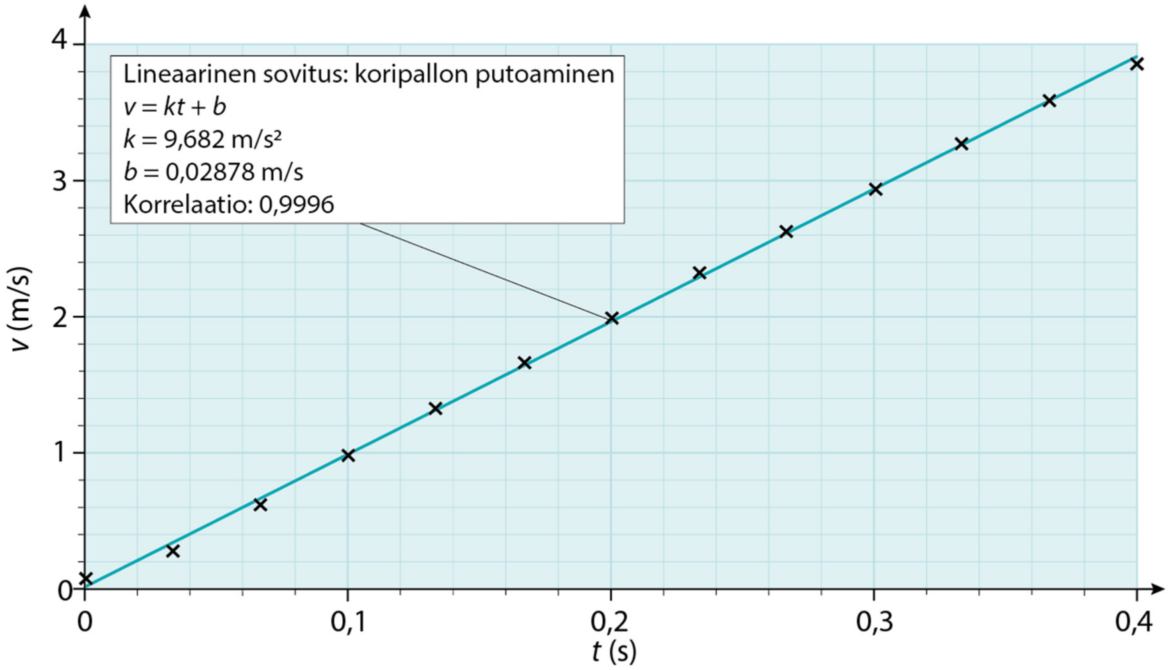
a)




(akselit oikeinpäin 1 p, mittauspisteet näkyvillä 1 p, sovitettu suora 1 p)

Koska kuvaaja on ($t$, $v$)-koordinaatistossa nouseva suora, koripallon liike on tasaisesti kiihtyvää. (tasaisesti kiihtyvä 1 p, perustelut kuvaajaan viitaten 1 p)

b) Koripallon kiihtyvyys saadaan määritettyä ($t$, $v$)-koordinaatistoon laaditun kuvaajan fysikaalisesta kulmakertoimesta. (1 p)




(Suoran kulmakertoimen määritys 1 p)

Koripallon putoamiskiihtyvyys kulmakertoimesta määritettynä on $g$ = 9,682 m/s$^2$ ≈ 9,68 m/s$^2$.(1 p)

c) Koripallo on tasaisesti kiihtyvässä liikkeessä alaspäin ja koripallon kiihtyvyys on putoamiskiihtyvyys, $a = g$. Matka ajanhetkellä $t$ tasaisesti kiihtyvässä liikkeessä olevalle kappaleelle on

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

(1 p)

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2.$$

Koripallon alkunopeus on nolla, joten koripallon kulkema matka on

$$s = \frac{1}{2} g t^2 = \frac{1}{2} \cdot 9{,}68\,\frac{m}{s^2}(2{,}5\,\mathrm{s})^2 = 30{,}25\,\mathrm{m} \approx 30\ \mathrm{m}.$$ (2 p)

d) Koripallon kulkema matka $s$ = 0,65 m

Koripallon lentoaika $t$ = 0,27 s

Koripallon kiihtyvyys $a = g = -9{,}81$ m/s$^2$.

Koripallo on tasaisesti hidastuvassa liikkeessä, kun koripallo kulkee ylöspäin. Hidastuvuus on putoamiskiihtyvyys.

$s = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$ eli $s = v_0 t + \frac{1}{2}gt^2$.

(1 p sisältää maininnan liiketilasta)

Ratkaistaan koripallon lähtönopeus

$$v_0 t = s - \frac{1}{2}gt^2 \text{ (1 p.)}$$

$$v_0 = \frac{s}{t} - \frac{1}{2}gt \text{ (1 p.)}$$

$$v_0 = \frac{0{,}65\,\text{m}}{0{,}364\,\text{s}} - \frac{1}{2}\cdot(-9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2})\cdot 0{,}364\,\text{s} = 3{,}571134274\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 3{,}6\,\frac{\text{m}}{\text{s}}.\text{ (1 p.)}$$

Huom! d-kohdan voi laskea myös b-kohdan arvolla.