

2. Muuttuva liike

Tehtävät

Harjoittele

Tehtävä 2.1.

a) C

b) A

c) C

d) B

e) A

f) B

g) C

h) A

i) B

Tehtävä 2.2.

a) 2

b) 3

c) 4

d) 6

e) 5

f) 1

Tehtävä 2.4.

- a) Kappale on ensin paikoillaan tietyn etäisyyden päässä valitusta nollakohdasta ja lähtee sitten liikkumaan nollakohtaa päin.
- b) Kappale on alussa valitussa nollakohdassa. Kappale liikkuu ensin eteenpäin melko tasaisesti, sitten nopeus pienenee ja kappale on hetken paikoillaan. Lopuksi kappale lähtee liikkumaan eteenpäin vakionopeudella (kuvaaja on lopussa lähes suora) ja nopeammin kuin alussa (kuvaaja suora on jyrkempi kuin alussa).
- c) Kappale liikkuu alussa tasaisella nopeudella, sitten nopeus hidastuu ja liike pysähtyy.
- d) Kappale on aluksi kiihtyvässä liikkeessä. Sen jälkeen liike on tovin melko tasaista. Lopuksi kappale on jälleen kiihtyvässä liikkeessä samaan suuntaan kuin aluksi, mutta sen kiihtyvyys on suurempi, koska suora kulkee jyrkemmin ylöspäin.

Tehtävä 2.5.

- a) Opiskelijan liikkeestä voidaan kuvaajan perusteella päätellä seuraavaa:

Aikavälillä 0 s...1,9 s opiskelija on paikallaan.

Aikavälillä 1,9 s...7,2 s opiskelija liikkuu lähtöpaikasta poispäin 1,8 metrin etäisyydelle.

Aikavälillä 7,2 s...10 s opiskelija on paikallaan.

Aikavälillä 10 s...12,6 s opiskelija palaa kohti lähtöpistettä ja ohittaa lähtöpaikan hetkellä 11,9 s.

Opiskelija pysähtyy hetkellä 12,6 s. Tällöin opiskelija on kulkenut 0,6 metriä lähtöpaikan ohi.

- b) Opiskelija on paikassa 1,0 m hetkellä 4,8 s.

- c) Aluksi opiskelija liikkuu poispäin 1,8 metrin etäisyydelle lähtöpaikasta. Tämän jälkeen opiskelija kävelee kohti lähtöpaikkaa ja jatkaa lähtöpaikan ohi 0,6 metriä.

Yhteensä opiskelija kävelee
 $1,8 \text{ m} + 1,8 \text{ m} + 0,6 \text{ m} = 4,2 \text{ m}.$

- d) Opiskelijan keskinopeus aikavälillä 2,0 s...10 s on

$$v_k = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{1,8 \text{ m} - 0 \text{ m}}{10 \text{ s} - 2,0 \text{ s}} \approx 0,23 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

e) Keskinopeus aikavälillä 7,0 s...11 s on

$$v_k = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{0,9 \text{ m} - 1,8 \text{ m}}{11 \text{ s} - 7,0 \text{ s}} \approx -0,23 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Negatiivinen keskinopeus tarkoittaa, että opiskelija liikkuu takaisin kohti lähtöpaikkaa.

f) Opiskelija kävelee mittaajasta ensin 1,8 metrin päähän ja sitten 2,4 metriä kohti mittaajaa ja mittaajan ohi. Keskivauhti koko 15 s:n mittausaikana on

$$v_k = \frac{s}{\Delta t} = \frac{1,8 \text{ m} + 2,4 \text{ m}}{15 \text{ s}} = 0,28 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 1,0 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

Tehtävä 2.6.

- a) Ensimmäisen sekunnin ajan opiskelijan nopeus on pieni, sillä paikan muutos ajan suhteen on pieni. Ajanhetkellä 0,8 s opiskelijan nopeus kasvaa, sillä kuvaajan jyrkkyys kasvaa. Opiskelija on kiihtyvässä liikkeessä. Aikavälillä 1,0 s...2,5 s opiskelijan liike on likipitään tasaista, sillä kuvaajan jyrkkyys ei muutu. Hetkestä $t = 2,5$ s alkaen nopeus alkaa pienentyä ja lopulta opiskelija pysähtyy 7,7 sekunnin kohdalla.
- b) Hetkellinen nopeus saadaan paikan kuvaajan tangentin fysikaalisena kulmakertoimena. Kuvaan on piirretty valmiiksi kysyttyä ajanhetkeä $t = 3,0$ s vastaava tangentti. Tangentin fysikaalinen kulmakerroin voidaan määrittää lukemalla tangentista paikan ja ajan muutokset.

$$\text{Paikan muutos } \Delta x = 3,0 \text{ m} - 0,5 \text{ m} = 2,5 \text{ m}$$

$$\text{Ajan muutos } \Delta t = 5,0 \text{ s} - 1,0 \text{ s} = 4,0 \text{ s}$$

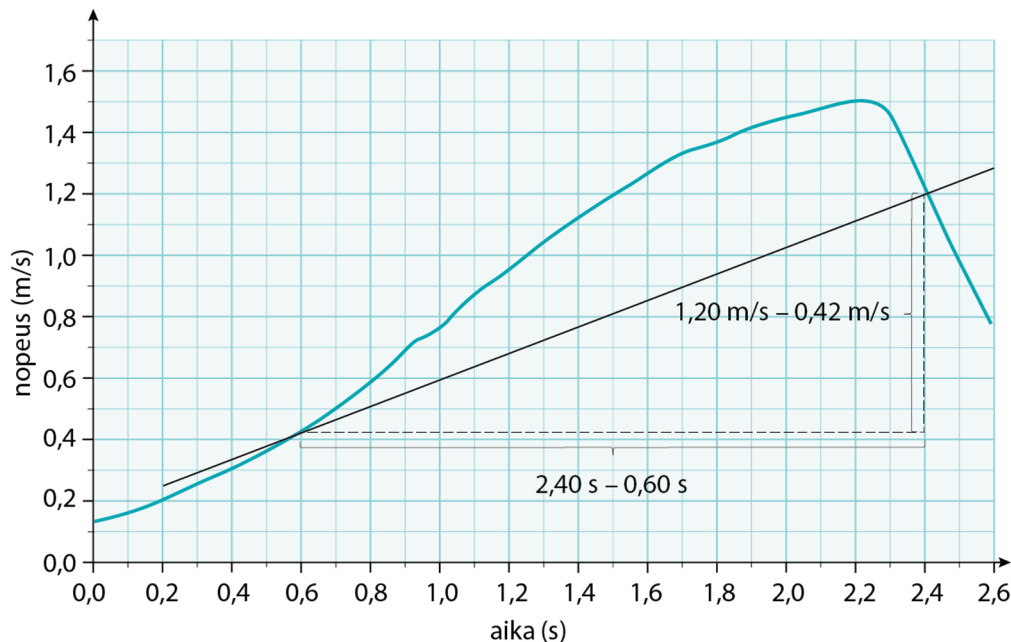
Ajanhetkellä $t = 3,0$ s hetkellinen nopeus on

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{2,5 \text{ m}}{4,0 \text{ s}} = 0,625 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 0,63 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Tehtävä 2.7.

a) Suurin hetkellinen kiihtyvyys on ajanhetkellä, missä nopeuden kuvaaja kulkee jyrkimmin ylös- tai alaspäin. Tämä kohta on mittauksen loppuvaiheilla, ajanhetkellä $t \approx 2,4$ s. Nopeuden kuvaajan kulmakerroin on silloin negatiivinen eli nopeus pienenee, joten kappale on hidastuvassa liikkeessä.

b)



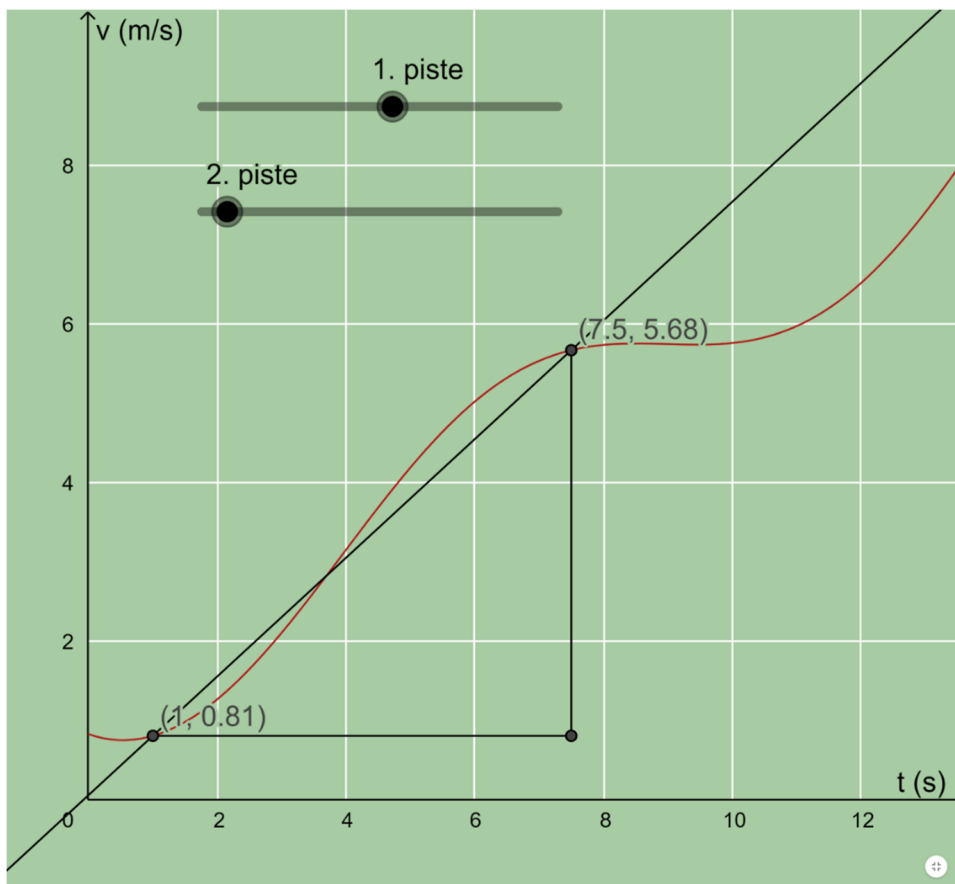
Keskikihtyvyys on

$$a_k = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{1,20 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0,42 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2,40 \text{ s} - 0,60 \text{ s}} \approx 0,43 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Tehtävä 2.8.

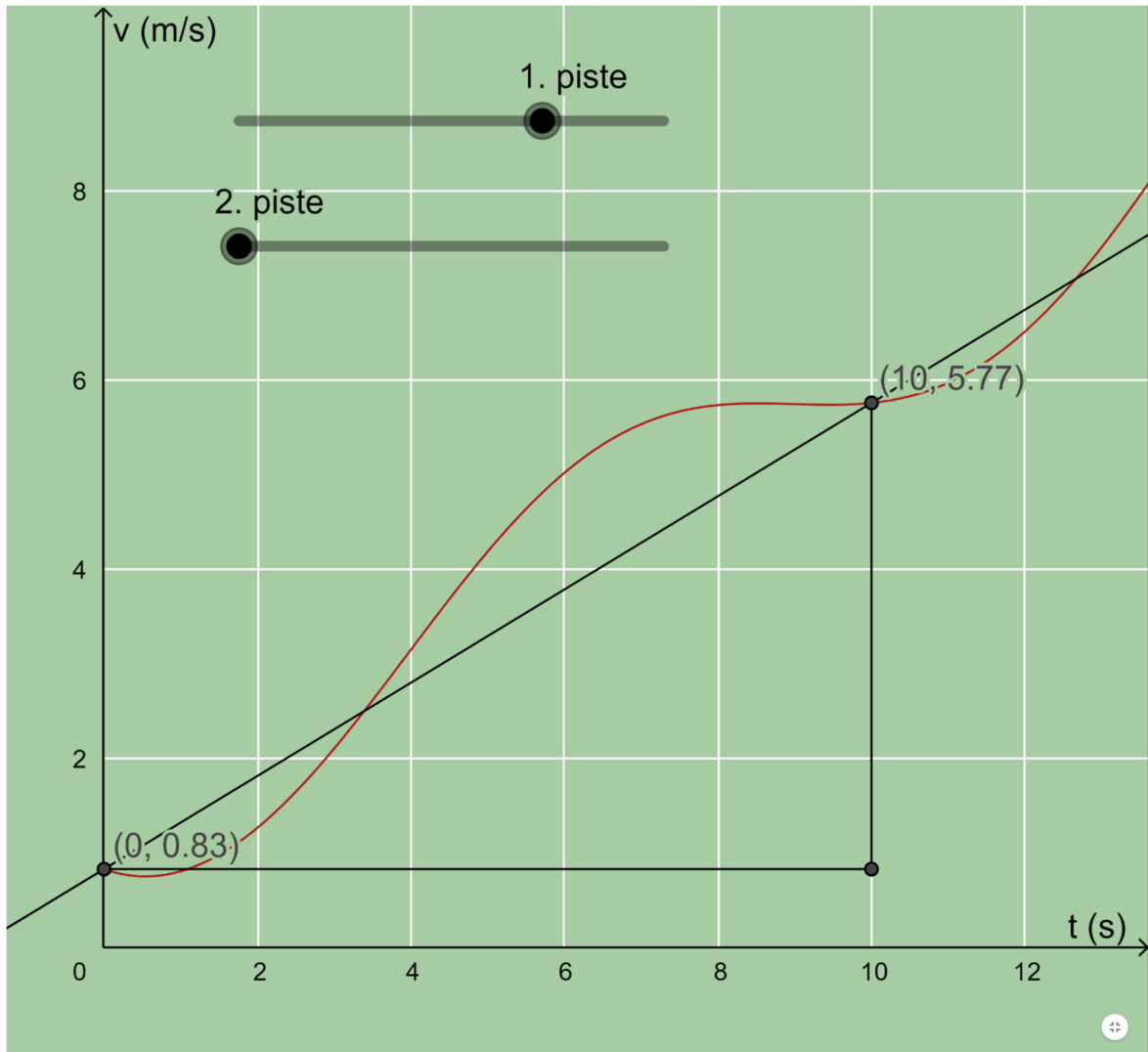
- a) Lasketteliija on liikkunut ensin sekunnin ajan suunnilleen nopeudella 1,0 m/s. Aikavälillä 1,0 s...7,5 s laskettelijan nopeus kasvaa 5,8 m/s:iin. Tämän jälkeen lasketteliija etenee parin sekunnin ajan suunnilleen vakionopeudella. 10 s:n kohdalla nopeus alkaa jälleen kasvaa.
- b) Keskikiihtyvyys aikavälillä 1,0 s...7,5 s:

$$a_k = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{5,68 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0,81 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{7,5 \text{ s} - 1,0 \text{ s}} \approx 0,75 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$



c) Keskikiikhtyvyys aikavälillä 0 s...10 s:

$$a_k = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{5,77 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0,83 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{10 \text{ s} - 0 \text{ s}} \approx 0,49 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$



Tehtävä 2.9.

a) Aikavälillä 0 s...4,0 s koiran liike on kiihtyvää. Nopeus kasvaa tasaisesti arvosta 0 m/s arvoon 4,8 m/s.

Aikavälillä 4,0 s...6,0 s koira liikkuu tasaisesti, sillä sen nopeus pysyy koko ajan samana (4,8 m/s).

Aikavälillä 6,0 s...12,0 s koiran liike on hidastuvaa. Nopeus pienenee tasaisesti arvosta 4,8 m/s arvoon 0 m/s.

b) Kiihtyvyydet eri aikaväleillä:

0 s...4,0 s:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{4,8 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{4,0 \text{ s} - 0 \text{ s}} = \frac{4,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{4,0 \text{ s}} = 1,2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

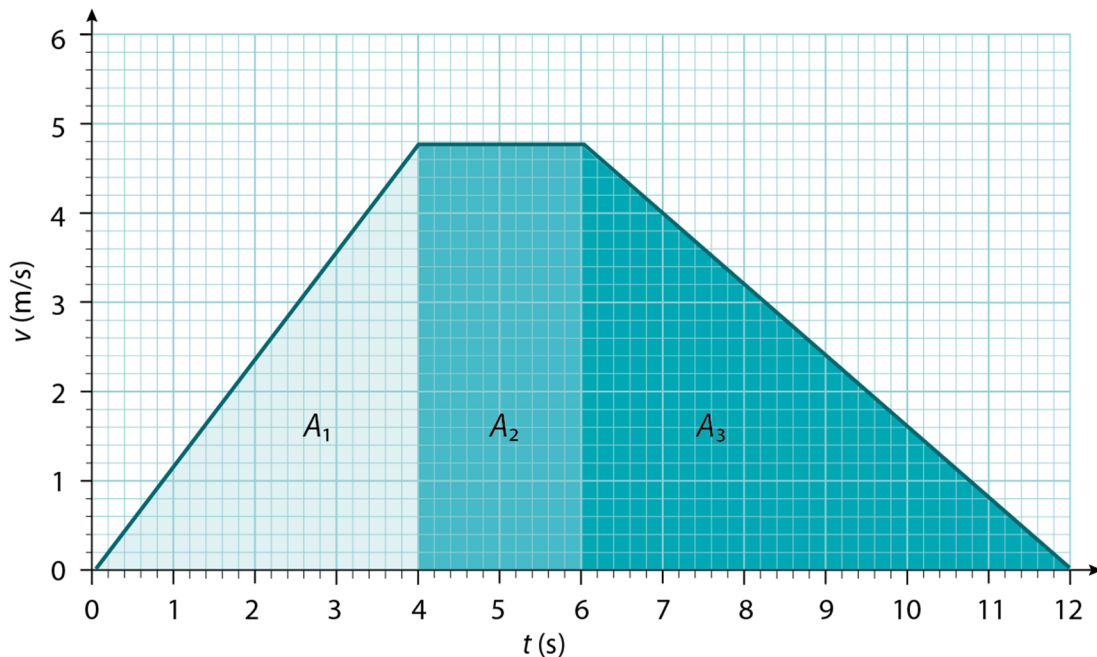
4,0 s...6,0 s:

$$a = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \text{ sillä liike on tasaista.}$$

6,0 s...12,0 s:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 4,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{12,0 \text{ s} - 6,0 \text{ s}} = \frac{-4,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{6,0 \text{ s}} = -0,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

c)



(t, v) -koordinaatistoon rajattu alue eli fysikaalinen pinta-ala kuvaa kuljettua matkaa, koska $s = vt$.

Käyrän ja vaaka-akselien väliin jäävä pinta-ala voidaan jakaa kahteen kolmioon ja yhteen suorakulmioon. Alueiden pinta-alojen summa kuvaa koiran kulkemaa matkaa.

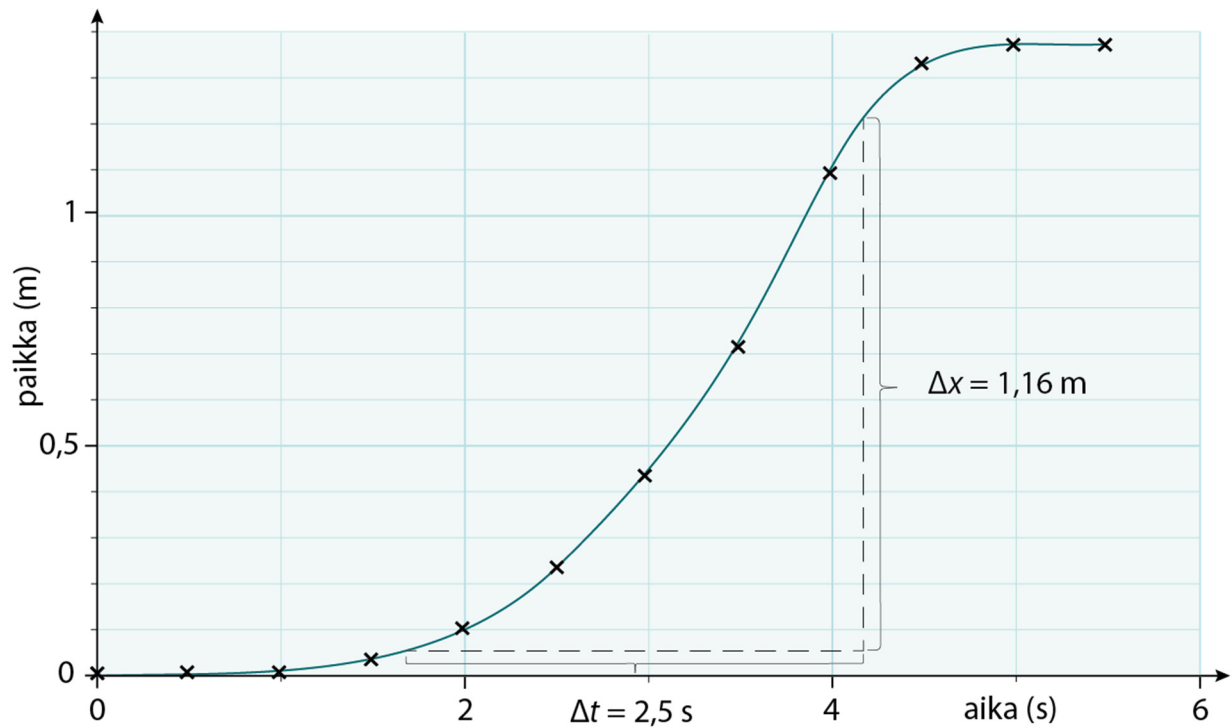
$$A_1 + A_2 + A_3 = \frac{4,0 \text{ s} \cdot 4,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2} + 2 \text{ s} \cdot 4,8 \frac{\text{m}}{\text{s}} + \frac{6,0 \text{ s} \cdot 4,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2} = 33,6 \text{ m} \approx 34 \text{ m}.$$

Koira juoksi 34 metriä.

Sovella

Tehtävä 2.10.

a) Piirretään taulukon mittaustuloksista kuvaaja:



- b) Auton keskinopeus saadaan laskettua, kun tiedetään, kuinka pitkän matkan auto kulkee tietyllä aikavälillä. Luetaan kuvaajalta kaksi matkan arvoa ja niitä vastaavien aikojen arvot

Keskinopeus

$$v_k = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{(1,19 - 0,03) \text{ m}}{(4,2 - 1,7) \text{ s}} = \frac{1,16 \text{ m}}{2,5 \text{ s}} \approx 0,46 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

- c) Auto lähtee liikkeelle heti 1,0 sekunnin jälkeen, sillä paikka alkaa muuttua. Lopussa auto pysähtyy, kun paikkakoordinaatti ei enää muutu. Tämä tapahtuu noin 4,9 sekunnin kohdalla. Auto liikkuu ajan $t = 4,9 \text{ s} - 1,0 \text{ s} = 3,9 \text{ s}$.

Tehtävä 2.11.

Ensimmäinen kävelymatka $s_1 = 350 \text{ m}$

Kävelynopeus koulumatkan alussa $v_1 = 1,4 \text{ m/s}$

Bussin odotusaika $t_2 = 1,6 \text{ min} = 1,6 \cdot 60 \text{ s}$

Bussin nopeus on $v_3 = 28 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{28 \text{ m}}{3,6 \text{ s}}$

Bussimatkan kesto $t_3 = 13 \text{ min} = 13 \cdot 60 \text{ s}$

Toinen kävelymatka $s_4 = 580 \text{ m}$

Toisen kävelymatkan kesto $t_4 = 4,5 \text{ min} = 4,5 \cdot 60 \text{ s}$

Koko koulumatkan keskinopeus on

$$v_k = \frac{s_{\text{kok}}}{t_{\text{kok}}} = \frac{s_1 + s_2 + s_3 + s_4}{t_1 + t_2 + t_3 + t_4},$$

jossa s_{kok} on kokonaismatka ja t_{kok} kokonaisaika.

Lasketaan ensimmäiseen kävelyyn kulunut aika

$$t_1 = \frac{s_1}{v_1} = \frac{350 \text{ m}}{1,4 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

Opiskelija odotti paikallaan bussia, jolloin $t_2 = 1,6$ min ja $s_2 = 0$ m.

Lasketaan bussimatkan pituus

$$s_3 = v_3 t_3.$$

Opiskelijan keskinopeus koulumatkalla on

$$\begin{aligned} v_k &= \frac{s_{\text{kok}}}{t_{\text{kok}}} = \frac{s_1 + s_2 + s_3 + s_4}{t_1 + t_2 + t_3 + t_4} = \frac{s_1 + s_2 + v_3 t_3 + s_4}{\frac{s_1}{v_1} + t_2 + t_3 + t_4} \\ &= \frac{350 \text{ m} + 0 \text{ m} + \frac{28 \text{ m}}{3,6 \text{ s}} \cdot 13 \cdot 60 \text{ s} + 580 \text{ m}}{\frac{350 \text{ m}}{1,4 \frac{\text{m}}{\text{s}}} + 1,6 \cdot 60 \text{ s} + 13 \cdot 60 \text{ s} + 4,5 \cdot 60 \text{ s}} = 5,0119 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 5,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \end{aligned}$$

Tehtävä 2.12.

Kuljettu matka $s = 2,0 \text{ km}$

Matkan alkuosa $s_1 = 1,0 \text{ km}$

Matkan loppuosa $s_2 = 1,0 \text{ km}$

Nopeus matkan alkuosassa $v_1 = 15 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

Nopeus matkan loppuosassa $v_2 = ?$

Keskinopeus koko matkalla $v_k = 30 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

Koko matkaan kuluu aika $t = \frac{s}{v_k} = \frac{2,0 \text{ km}}{30 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = \frac{1}{15} \text{ h} = 4 \text{ min.}$

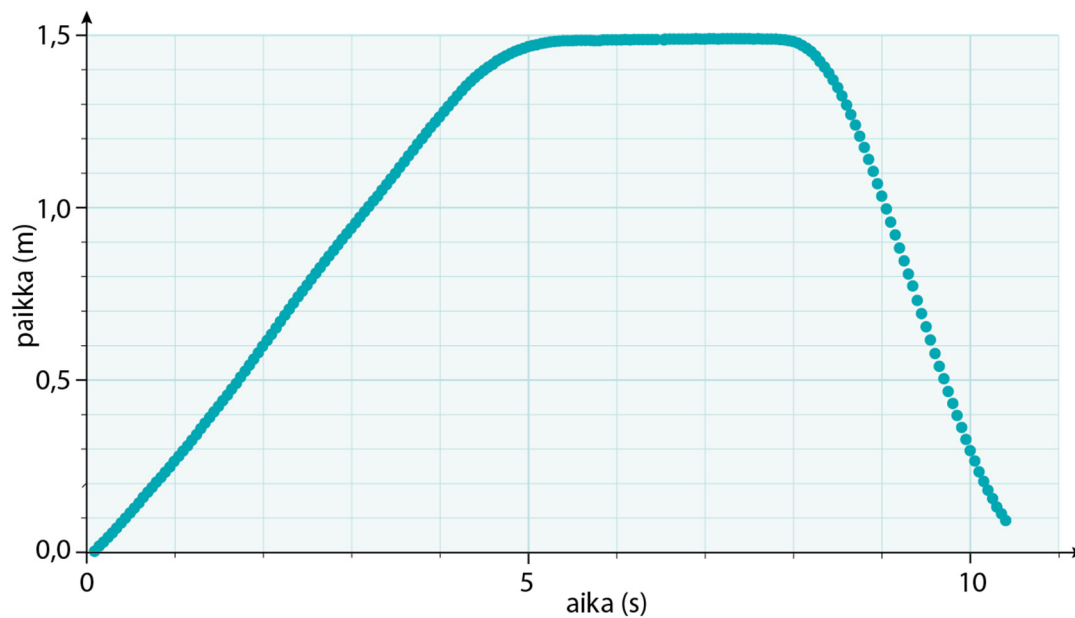
Matkan alkuosassa $s_1 = v_1 t_1$, josta saadaan matkan alkuosaan kuluvaksi ajaksi

$$t_1 = \frac{s_1}{v_1} = \frac{1,0 \text{ km}}{15 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = \frac{1}{15} \text{ h} = 4 \text{ min.}$$

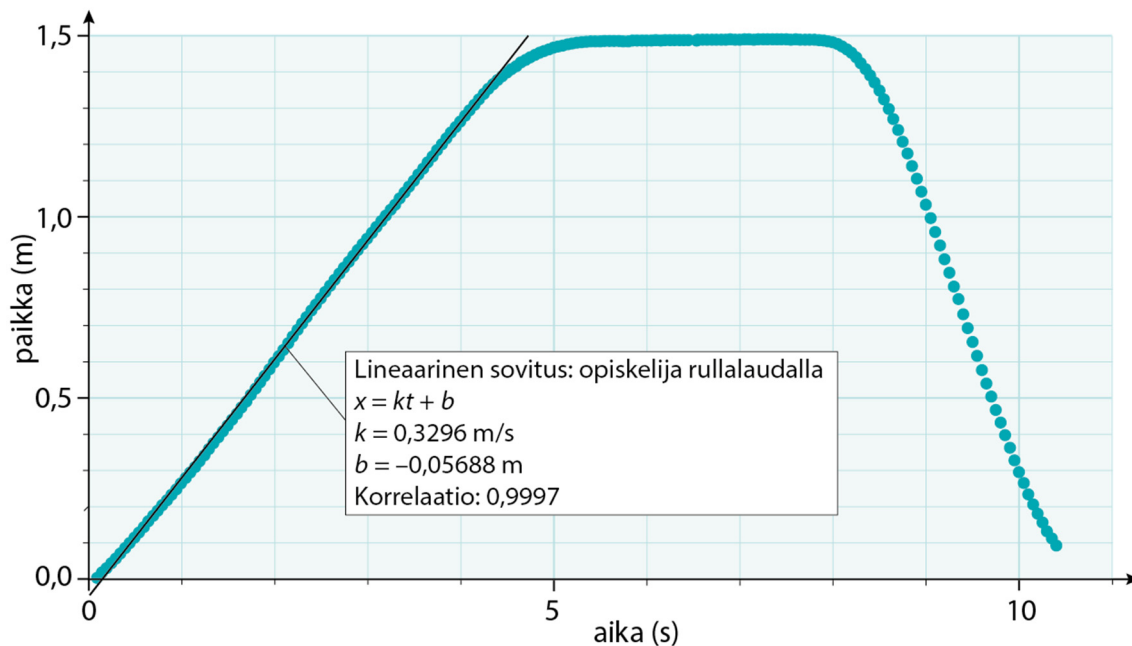
Huomataan, että koko 2,0 km:n matkaan kuluva aika on sama kuin matkan alkuosaan kuluva aika. Näin ollen, jos ensimmäinen kilometri on ajettu nopeudella 15 km/h, matkan keskinopeudeksi ei voi koko matkalla mitenkään tulla 30 km/h.

Tehtävä 2.13.

a) Opiskelijan paikan riippuvuus ajasta



b) Opiskelijan nopeus saadaan (t, s) -koordinaatiston kuvaajan fysikaalisesta kulmakertoimesta. Sovitetaan kuvaajan alkuosaan suora ja määritetään suoran kulmakerroin.

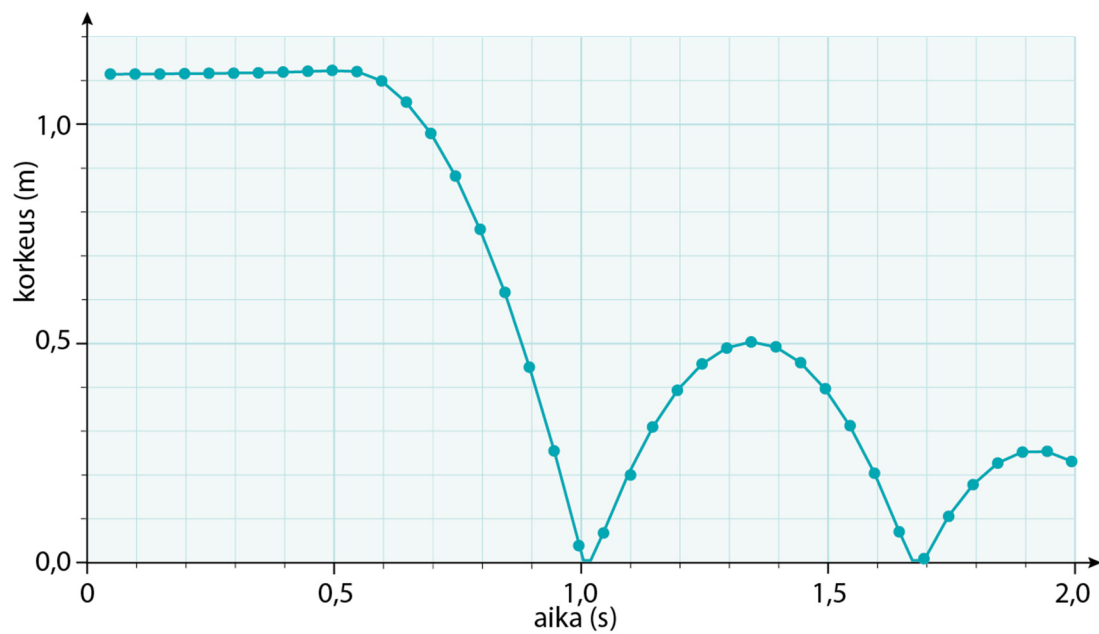


Opiskelijan nopeus on $v = 0,3296 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 0,33 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

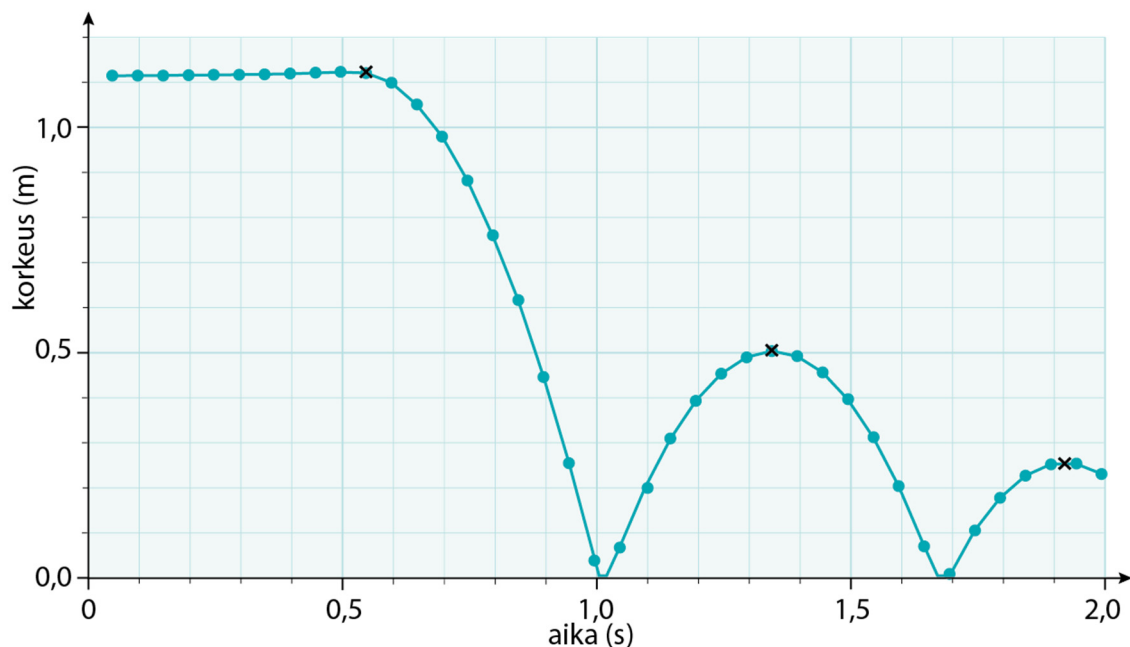
c) (t, x) -koordinaatistoon piirretyn suoran kulmakerroin eli jyrkkyys kuvaa kappaleen nopeutta. Koska suora kulkee mittauksen loppuosassa jyrkemmin kuin alkuosassa, nopeus oli mittauksen loppuosassa suurempi kuin alkuosassa. Alkuosassa opiskelija etääntyy anturista, suora on nouseva, ja nopeus on positiivinen. Loppuosassa opiskelija liikkuu anturia kohti, suora on laskeva ja nopeus negatiivinen.

Tehtävä 2.14.

a)



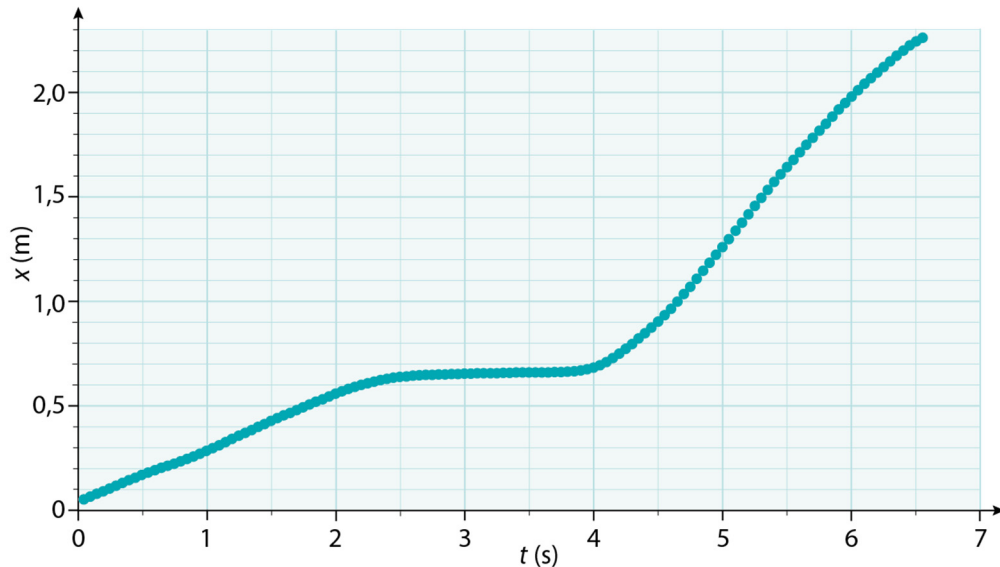
b) Pallon nopeus saadaan (t, h) -koordinaatistoon laaditulle kuvaajalle sovitetun suoran fysikaalisesta kulmakertoimesta. Pallo on paikallaan, jos fysikaalinen kulmakerroin on nolla. Merkitään kuvaajaan kohdat, joissa kuvaajalle piirretty tangentti on vaakasuorassa eli tangentin kulmakerroin on nolla. Pallo on lisäksi mittauksen alussa paikallaan ensimmäiseen merkittyyyn pisteeseen asti. Nopeus on tällöin nolla.



c) Pallon ensimmäinen pomppu on ajanhetken 1,0 s jälkeen, sillä tämän jälkeen nopeuden suunta muuttuu. Seuraavan kerran pallo osuu lattialle noin 1,7 sekunnin kohdalla. Määritetään korkein kohta aikaväliltä 1,0 s...1,7 s. Pallo pomppaa korkeudelle $h = 0,50$ m.

Tehtävä 2.15.

a)



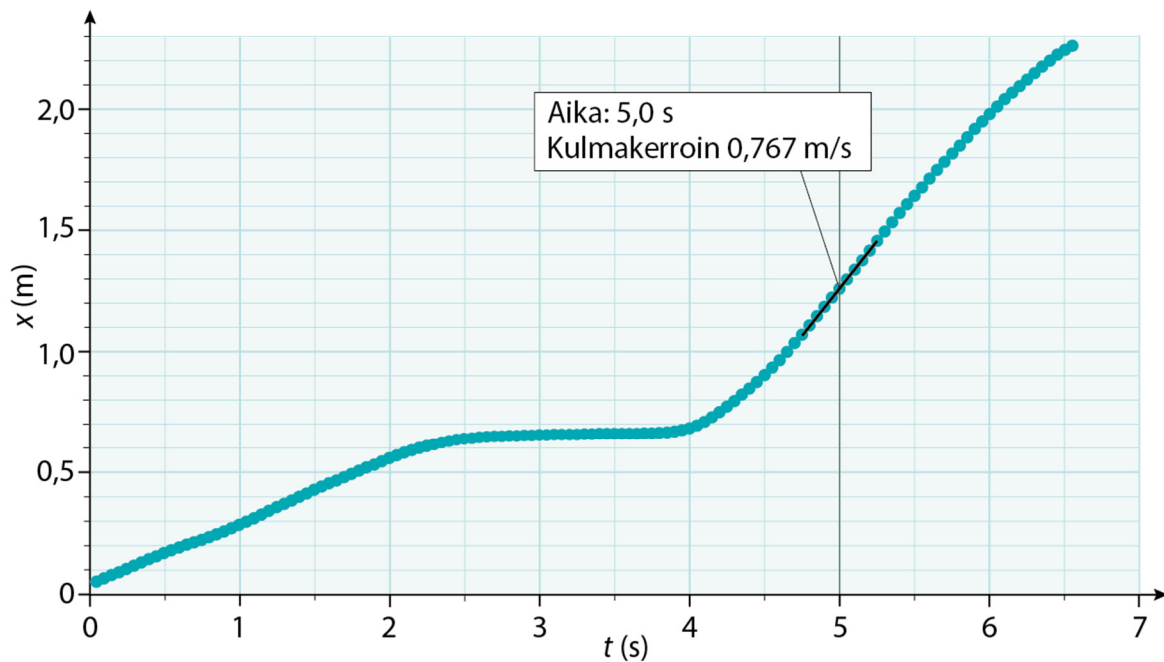
Aikavälillä 0 s...2,0 s. opettajan kävely oli tasaista liikettä, sillä (t, x) -koordinaatiston kuvaajan jyrkkyys pysyy samana.

Ajanhetkellä 2,0 s opettajan nopeus alkoi pienentyä, sillä kuvaajan jyrkkyys pienenee ajanhetkelle 2,75 s asti.

Aikavälillä 2,75 s...3,75 s opettaja oli paikoillaan. Tämän jälkeen hän lähti taas liikkeelle, ja nopeus kasvoi, sillä kuvaajan jyrkkyys lisääntyy.

Aikavälillä 4,65 s...5,25 s opettaja käveli vakionopeudella, joka oli suurempi kuin kävelynopeus mittauksen alussa. Tämän jälkeen opettajan nopeus alkoi pienentyä, sillä kuvaajan jyrkkyys pienenee.

b) Opettajan hetkellinen nopeus ajanhetkellä 5,0 s saadaan (t, x)-koordinaatistoon 5,0 s:n kohdalle määritetyn tangentin fysikaalisesta kulmakertoimesta.

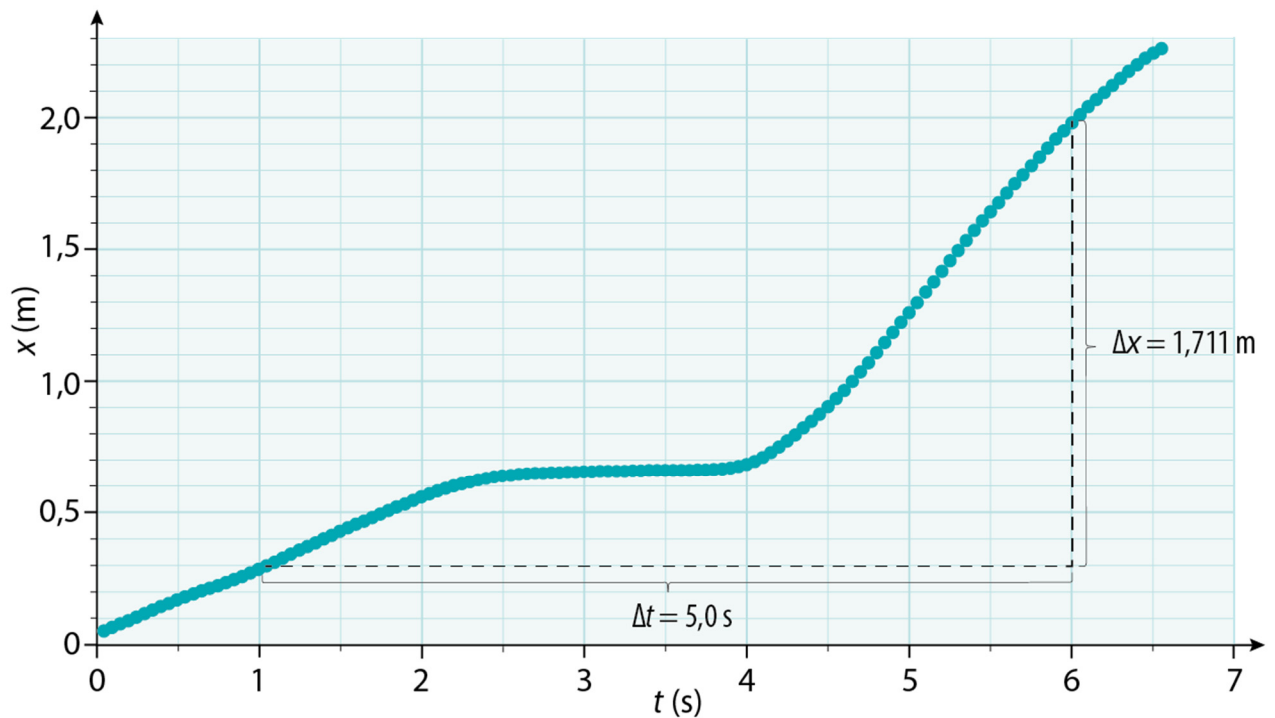


Nopeus ajanhetkellä 5,0 s on $v = 0,767 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 0,77 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

c) Opettajan keskinopeus aikavälillä 0,1 s...6,0 s on

$$v_k = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

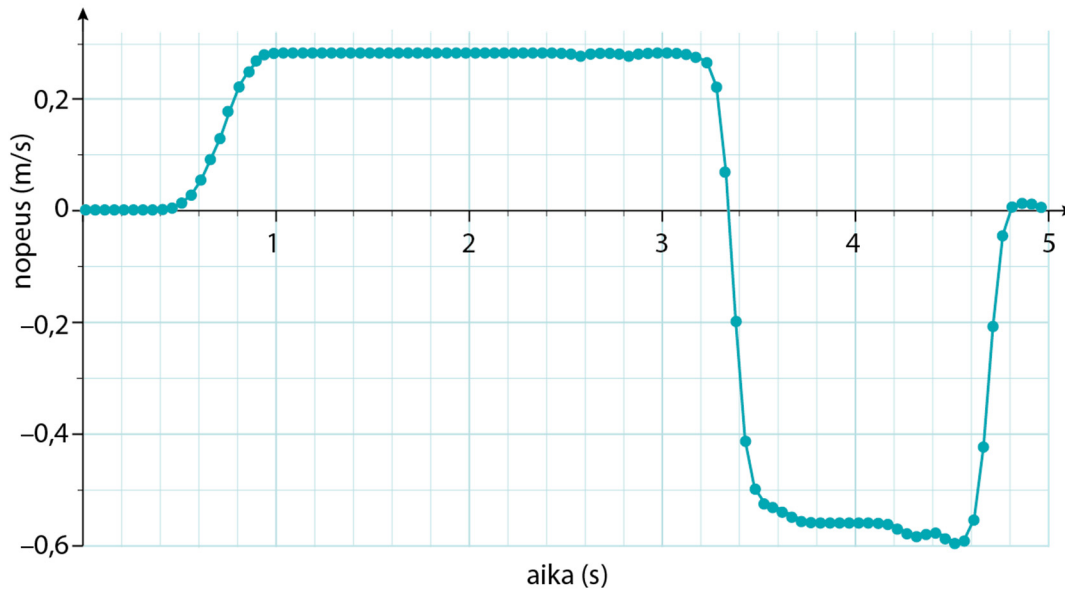
Määritetään paikan ja ajan muutokset kyseisellä aikavälillä.



$$\text{Kävelyn keskinopeus } v_k = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{1,711 \text{ m}}{5,0 \text{ s}} = 0,3422 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 0,34 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

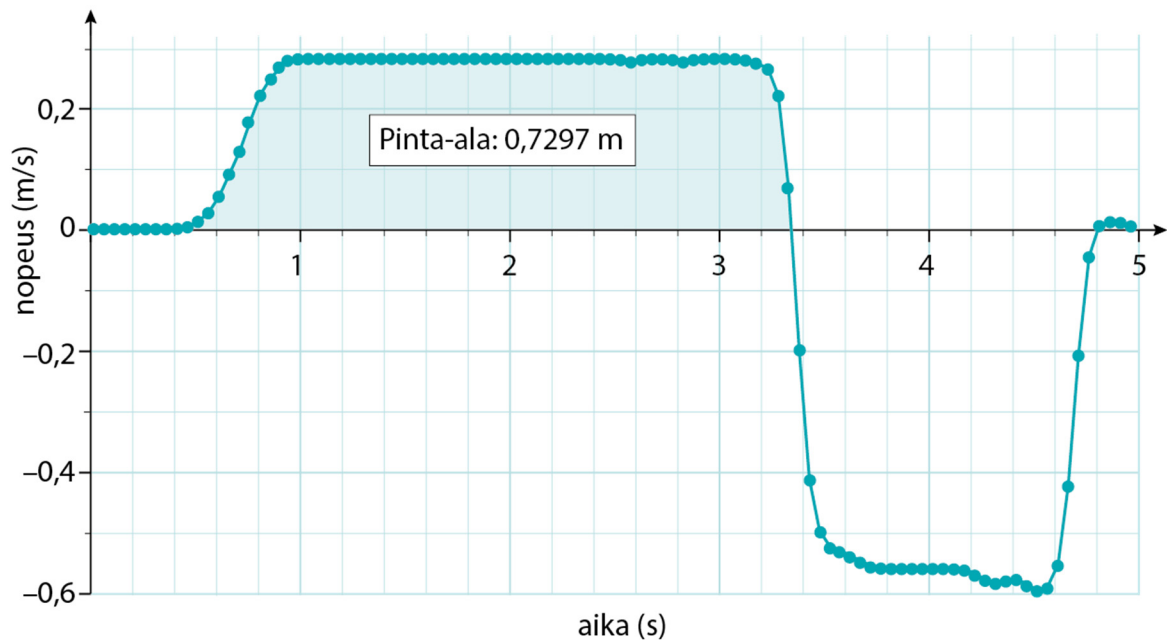
Tehtävä 2.16.

a)



b) Vaunu liikkui vakionopeudella ennen törmäystä, joten vaunun liike oli tasaista. Kun vaunu törmäsi, sen liikkeen suunta muuttui. Tämä näkyy kuvaajassa nopeuden muuttumisena positiivisesta negatiiviseksi. Vaunu törmäsi ajanhetkellä $t = 3,36 \text{ s} \approx 3,4 \text{ s}$.

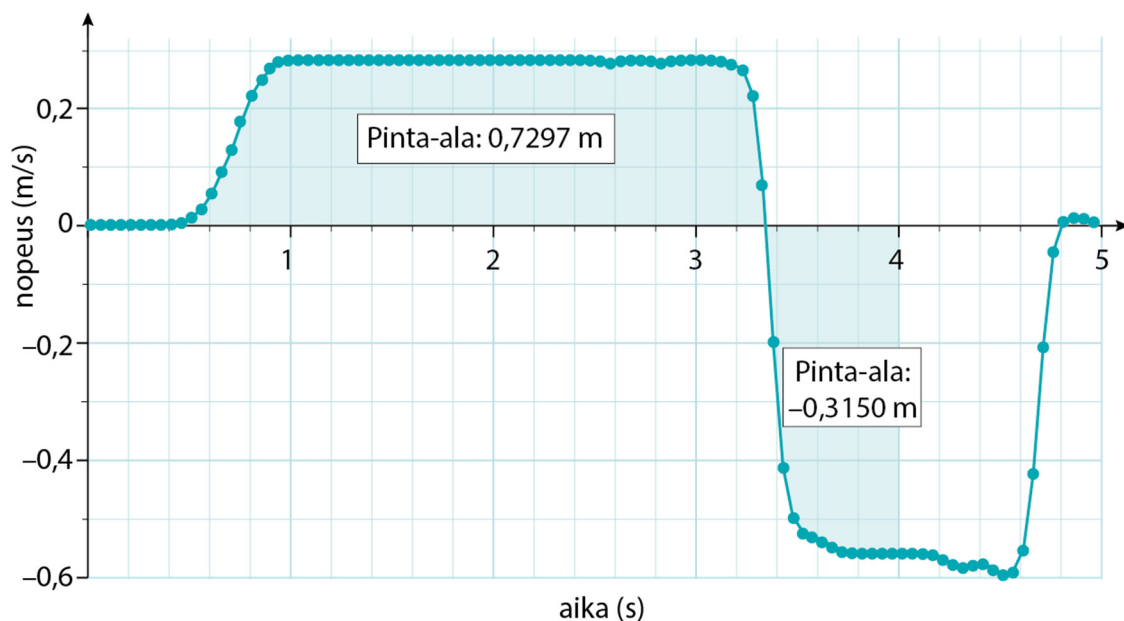
c) Vaunun kulkema matka saadaan (t, v) -koordinaatistoon piirretyn kuvaajan ja akselien rajoittaman alueen fysikaalisena pinta-alana. Vaunu törmäsi ajanhetkellä $t = 3,36$ s.



Vaunun kulkema matka ennen törmäystä on $s = 0,7297$ m = 0,73 m.

d) Ennen törmäystä vaunu oli c-kohdan mukaan kulkenut matkan $s = 0,7297$ m.

Vaunun kulkema matka saadaan (t, v) -koordinaatistoon piirretyn kuvaajan ja akselien rajoittaman alueen fysikaalisena pinta-alana. Vaunu törmäsi ajanhetkellä $t = 3,36$ s. Kuvaaja on aika-akselin alapuolella, koska vaunun suunta vaihtuu törmäyksessä. Määritetään kuvaajan ja aika-akselin rajaaman alueen fysikaalinen pinta-ala.

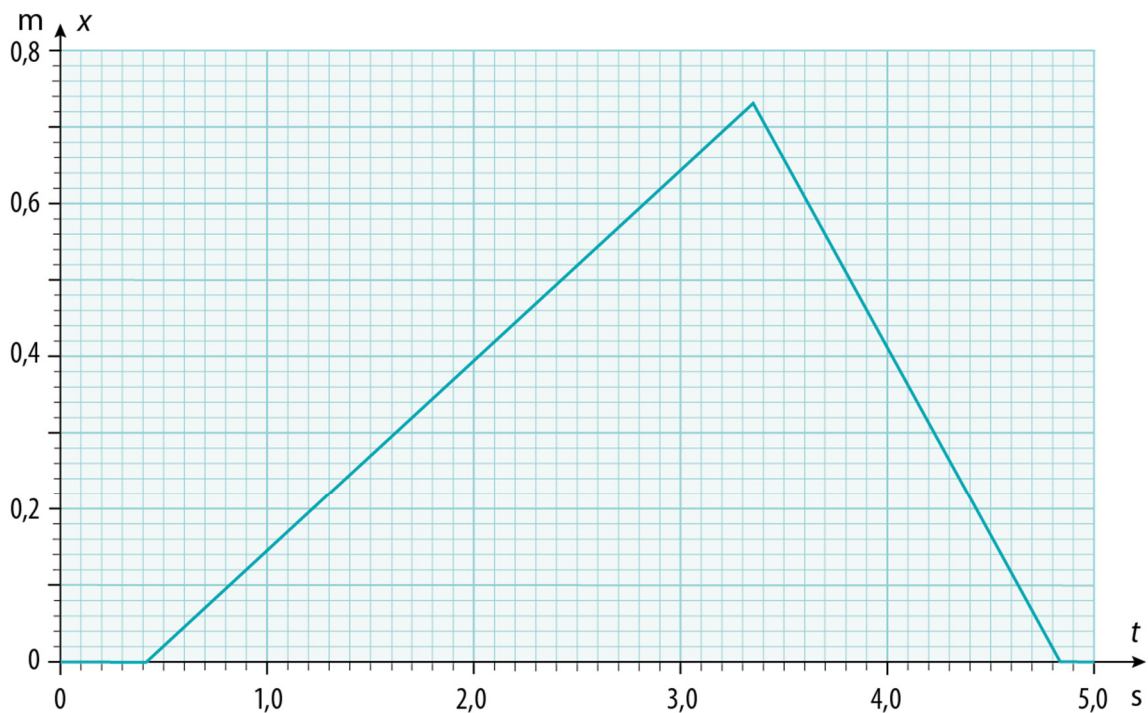


Vaunun paikka 4,0 sekunnin kohdalla on

$$x = s_1 + s_2$$

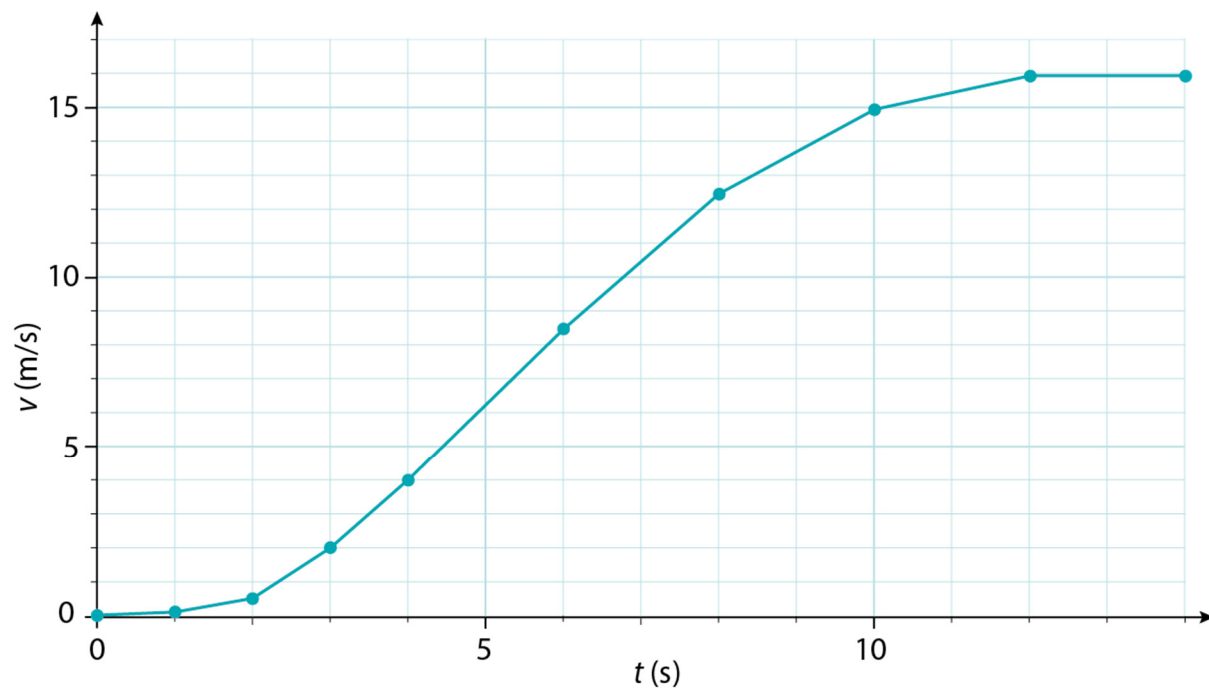
$$= 0,7297 \text{ m} + (-0,3150 \text{ m}) = 0,4147 \text{ m} = 0,41 \text{ m}.$$

e) Alussa vaunu on paikallaan noin 0,4 s. Vaunu on tasaisessa liikkeessä ajanhetkeltä 0,4 s hetkelle 3,36 s, jossa vaunu törmää ja sen suunta vaihtuu nopeasti. Suunnanmuutoksen jälkeen vaunu on tasaisessa liikkeessä, ja nopeus on negatiivinen mittauksen loppuun saakka. Tasaista liikettä voidaan kuvata (t, s) -koordinaatistossa nousevalla tai laskevalla suoralla.

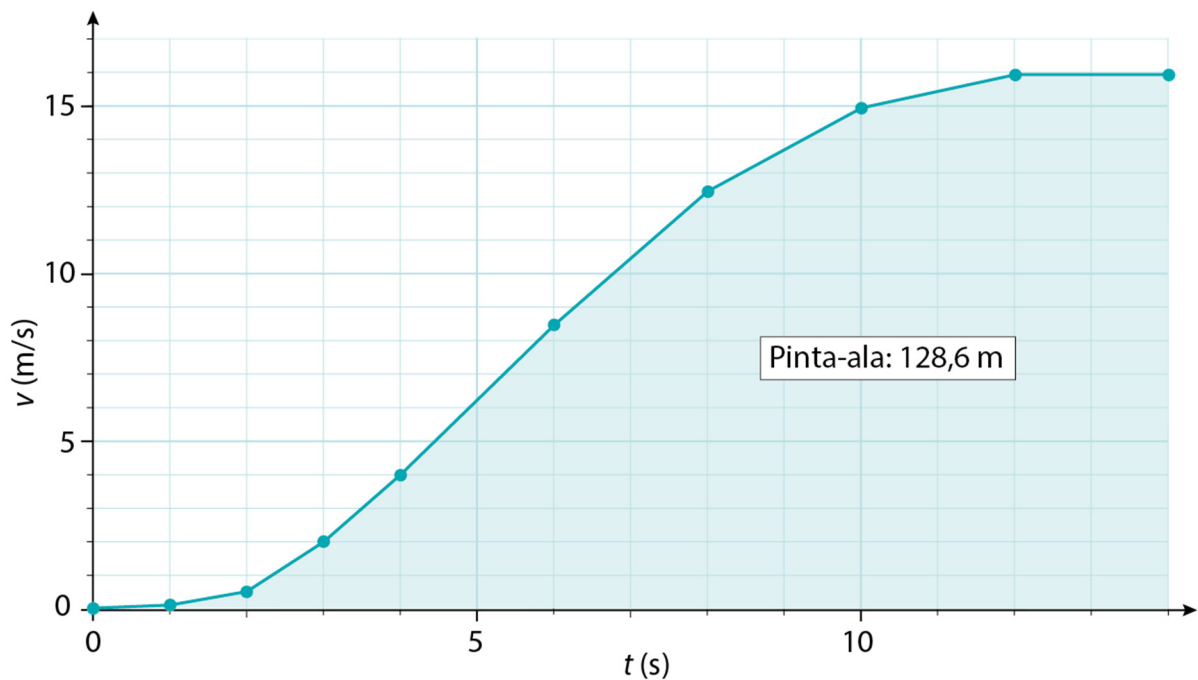


Tehtävä 2.17.

a)



b) Auton kulkema matka saadaan (t, v) -koordinaatiston ja akselien rajoittamasta fysikaalisesta pinta-alasta. Määritetään fysikaalinen pinta-ala aikavälillä 0,0 s...14,0 s.



Auton kulkema matka on $s = 128,6 \text{ m} \approx 130 \text{ m}$.

c) Auton keskinopeus aikavälillä 0,0 s...14,0 s on

$$v_k = \frac{s}{\Delta t} = \frac{128,6 \text{ m}}{14,0 \text{ s}} = 9,1857 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 9,2 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Tehtävä 2.18.

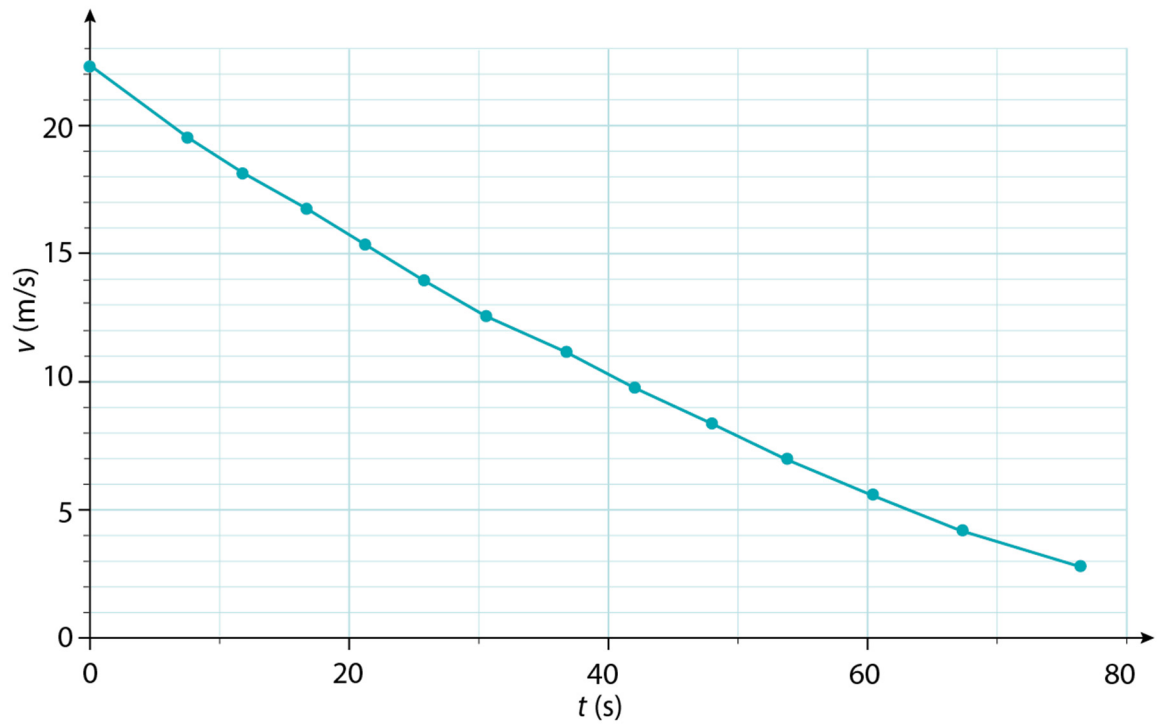
Käytetään apuna taulukkolaskentaohjelmaa.

Nopeudet saadaan yksikössä m/s jakamalla 3,6:lla

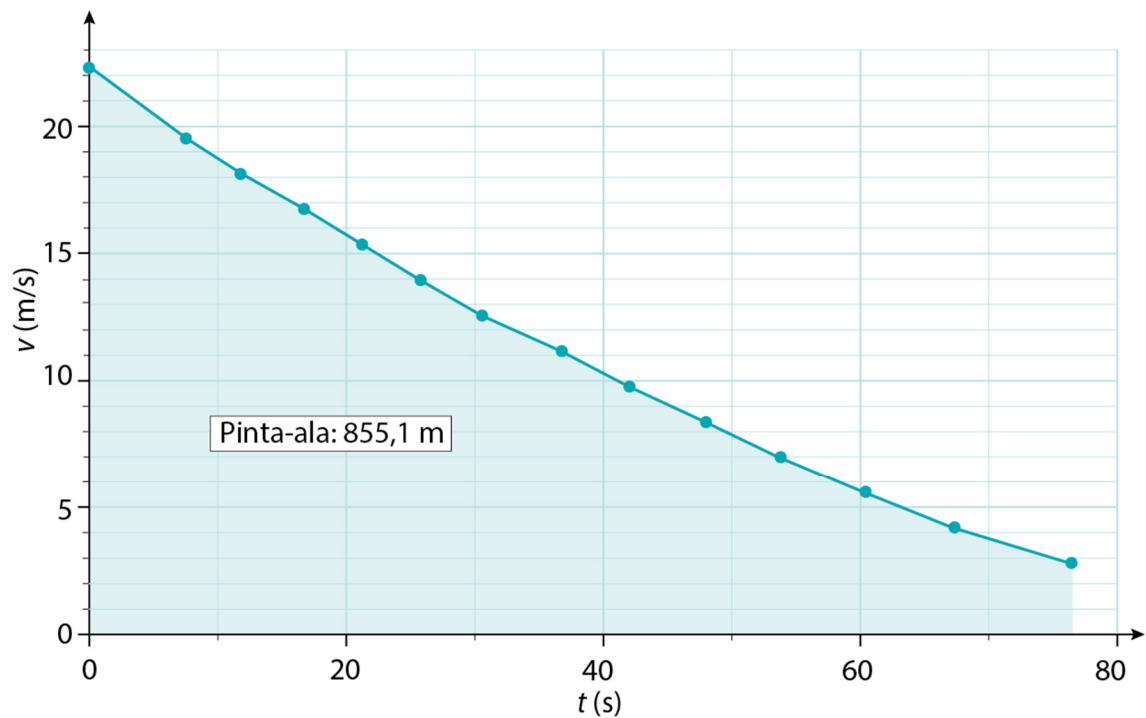
nopeudet yksikössä km/h.

aika (s)	nopeus (km/h)	nopeus (m/s)
0	80	22,22
7,54	70	19,44
11,81	65	18,06
16,74	60	16,67
21,27	55	15,28
25,81	50	13,89
30,62	45	12,50
36,82	40	11,11
42,07	35	9,722
48,05	30	8,333
53,85	25	6,944
60,47	20	5,556
67,4	15	4,167
76,5	10	2,778

b)



c) Kun auton nopeutta kuvataan (t, v) -koordinaatistossa, auton kulkema matka on kuvaajan ja akselien rajoittaman alueen fyysikaalinen pinta-alana eli graafisena integraalina. Määritetään pinta-ala.



Auton kulkema matka $s = 855,1 \text{ m} = 860 \text{ m}$.

d) Koska auton nopeus pieneni koko ajan, auto oli hidastuvassa liikkeessä.

e) mittauksen alkuhetki $t_1 = 0$ s

mittauksen päättymishetki $t_2 = 76,5$ s

auton nopeus alkuhetkellä $v_1 = 22,22222$ m/s

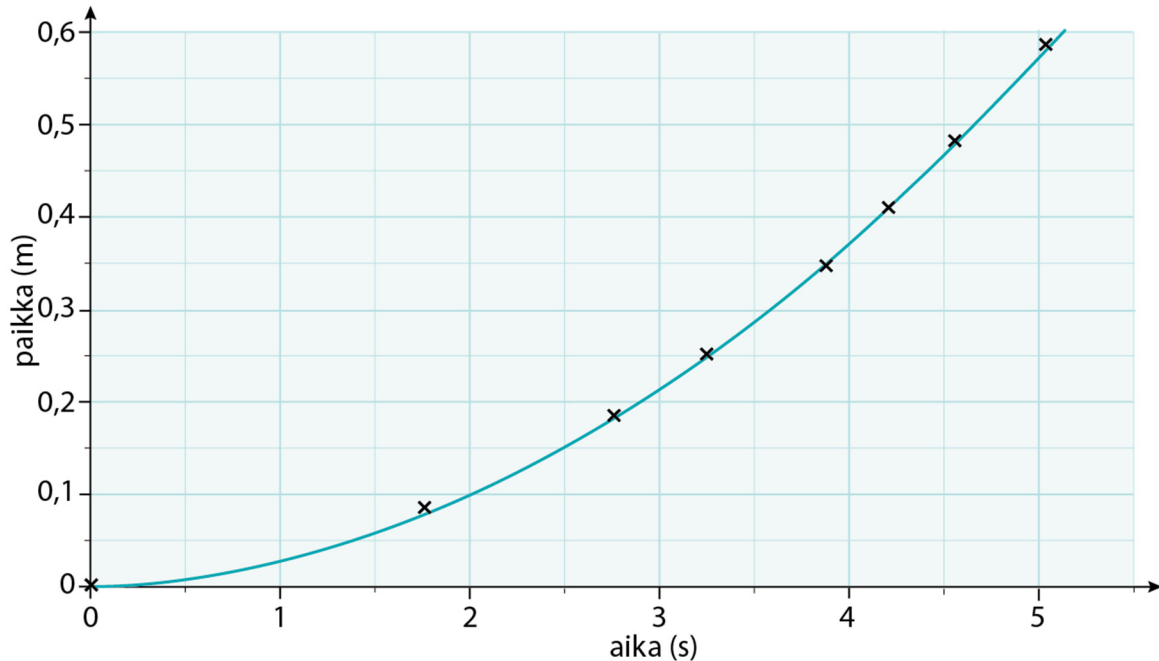
auton nopeus mittauksen lopussa $v_2 = 2,778$ m/s

Auton keskikihti

$$a_k = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{2,778 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 22,222 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{76,5 \text{ s} - 0 \text{ s}} = -0,254 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx -0,25 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Tehtävä 2.20.

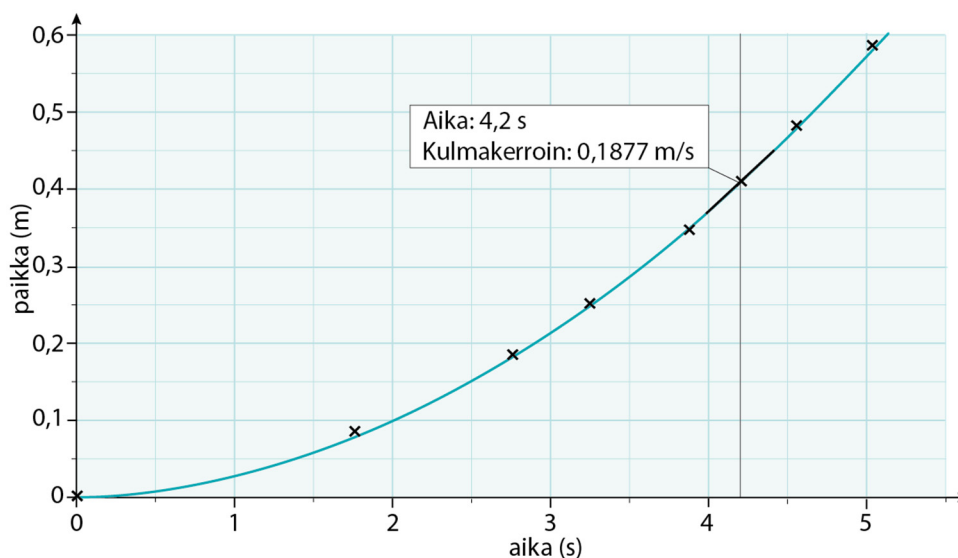
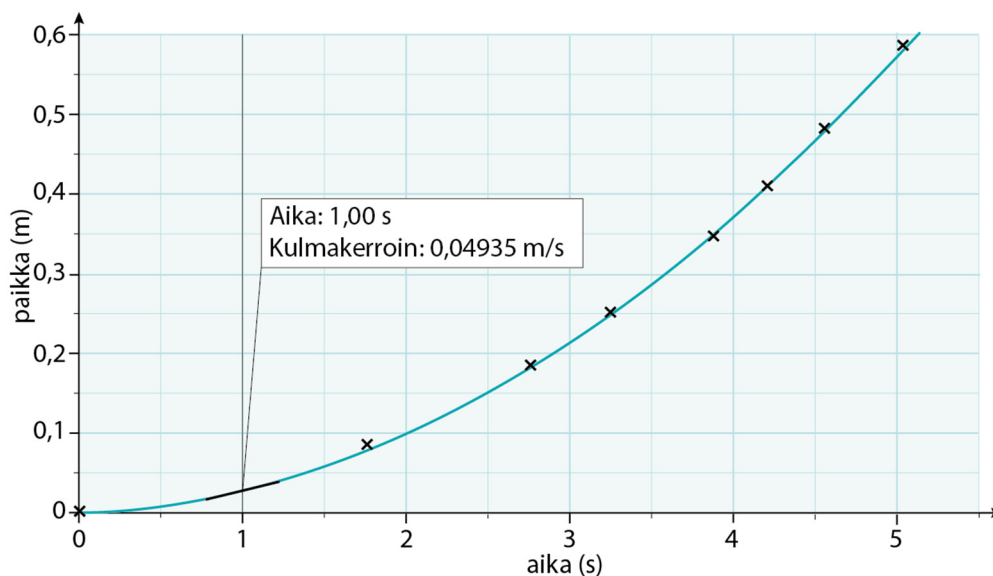
a)



b) Määritetään kuulan paikka kuvaajasta interpoloimalla ajanhetkillä 1,0 s ja 4,2 s. Kuulan keskinopeus aikavälillä 1,0 s ja 4,2 s ja määritetään keskinopeus

$$v_k = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0,408 \text{ m} - 0,0294 \text{ m}}{4,2 \text{ s} - 1,0 \text{ s}} = 0,1183 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 12 \frac{\text{cm}}{\text{s}}.$$

c) Kuulan hetkellinen nopeus saadaan ajanhetkille 1,0 s ja 4,2 s määritettyjen tangenttien fysikaalisista kulmakertoimista. Määritetään tangentit ja hetkelliset nopeudet



Hetkelliset nopeudet

$$v_{t=1,0s} = 0,04935 \text{ m/s} \approx 4,9 \text{ cm/s}$$

$$v_{t=4,2s} = 0,1877 \text{ m/s} \approx 19 \text{ cm/s}.$$

Syvennä

Tehtävä 2.21.

- a) Autojen ultraäänimittalaitteet mittaavat etäisyyksiä auton lähellä oleviin esteisiin. Ultraäänimittalaitteita käytetään myös sikiöiden voinnin ja kasvun tutkimiseen.
- b) Pietzosähköisessä ilmiössä puristus tai jännitys aiheuttaa materiaaleihin sähköisen jännitteen. Toisaalta jos pietzosähköiseen materiaaliin kytketään jännite, materiaali voi puristua kokoon tai venyä. Vaihtojännitteen suuruus muuttuu jaksoissa. Tämä aiheuttaa pietzosähköiseen materiaaliin jaksottaista puristumista ja venymistä eli värähtelyä. Värähtelyn seurauksena voi syntyä ultraääni.

c) Ultraäänimittalaitteen toiminta perustuu piezosähköisen kiteen värähtelyssä syntyvään ultraääneen ja ultraäänien heijastumiseen tutkittavasta kohteesta. Mittalaite lähettää ultraäänipulsseja, jotka etenevät tutkimuskohteen väliaineessa tietyllä nopeudella ja heijastuvat osuessaan aineen rajapintaan. Sama piezosähköinen kide myös rekisteröi kaiun. Kun heijastunut ultraäänipulssi osuu kiteeseen, kide alkaa värähdellä ja syntyy jännite. Mittalaitteessa oleva anturi rekisteröi lähtevän ja tulevan ultraäänipulssin välisen aikaeron, jonka perusteella laite laskee etäisyyden tai piirtää tilanteesta kuvan.

d) Etäisyyden määrittämisessä tapahtuva virhe voi johtua siitä, että ultraääniäalto etenee eri nopeudella kesällä kuin talvella. Esineen etäisyys d voidaan määrittää yhtälöllä

$$d = \frac{v_{\text{ääni}} t_{\text{viive}}}{2},$$

jossa $v_{\text{ääni}}$ on äänen nopeus tietyssä lämpötilassa

ja t_{viive} kuvaa signaalin lähettämisen ja vastaanottamisen välistä aikaeroa. Koska ääniaallon kulkema matka on kaksinkertainen etäisyyteen verrattuna, kaavassa on nimittäjä 2.

Kun ilman lämpötila on $20\text{ }^{\circ}\text{C}$, $d = \frac{343 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0,050 \text{ s}}{2} = 8,575 \text{ m}.$

Kun ilman lämpötila on $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$, $d = \frac{319 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0,050 \text{ s}}{2} = 7,975 \text{ m}.$

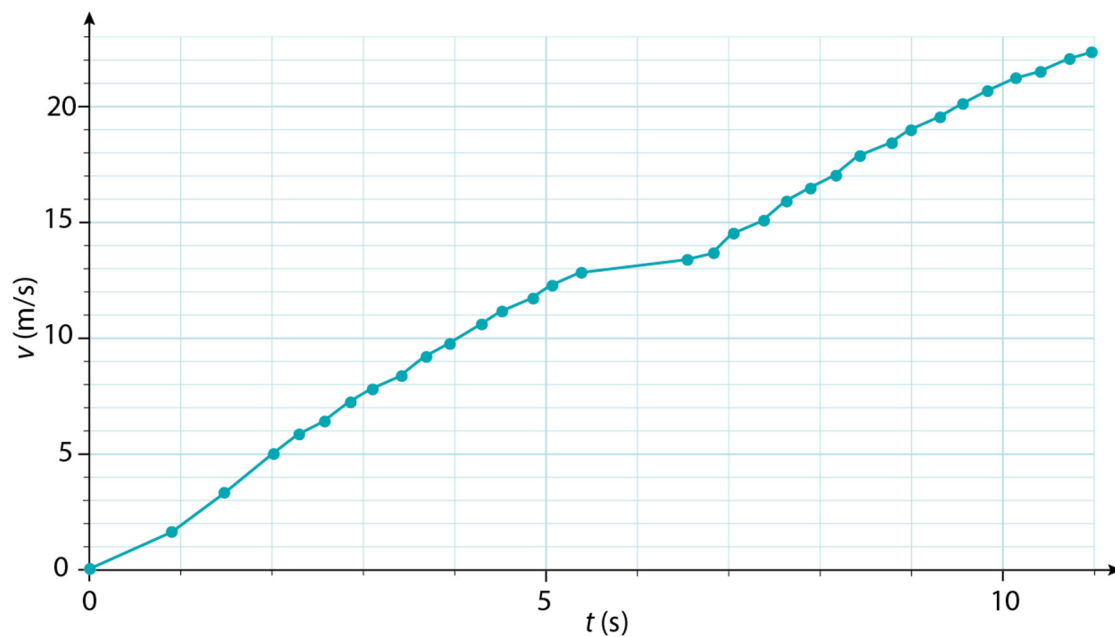
Lämpötilan aiheuttama muutos mittaustuloksessa on $8,575 \text{ m} - 7,975 \text{ m} = 0,600 \text{ m} \approx 0,60 \text{ m}.$

Se tarkoittaa prosentteina

$$\frac{8,575 \text{ m} - 7,975 \text{ m}}{8,575 \text{ m}} = 0,06997 \approx 7,0\% \text{ eroa}.$$

Tehtävä 2.22.

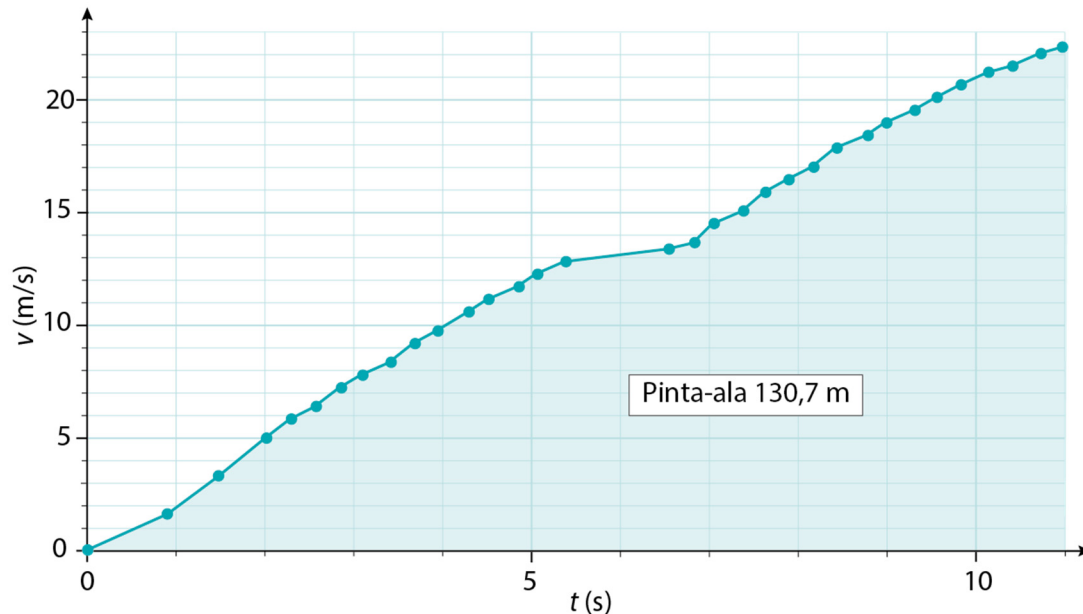
a)



(uudet arvot 1 p, akselit oikein päin 1 p, mittapisteet näkyvä kuvassa 1 p)

b) Auton kulkema matka saadaan (t, v) -koordinaatiston ja akselien rajoittamasta fysikaalisesta pinta-alasta (graafisella integroinnilla). (1 p)

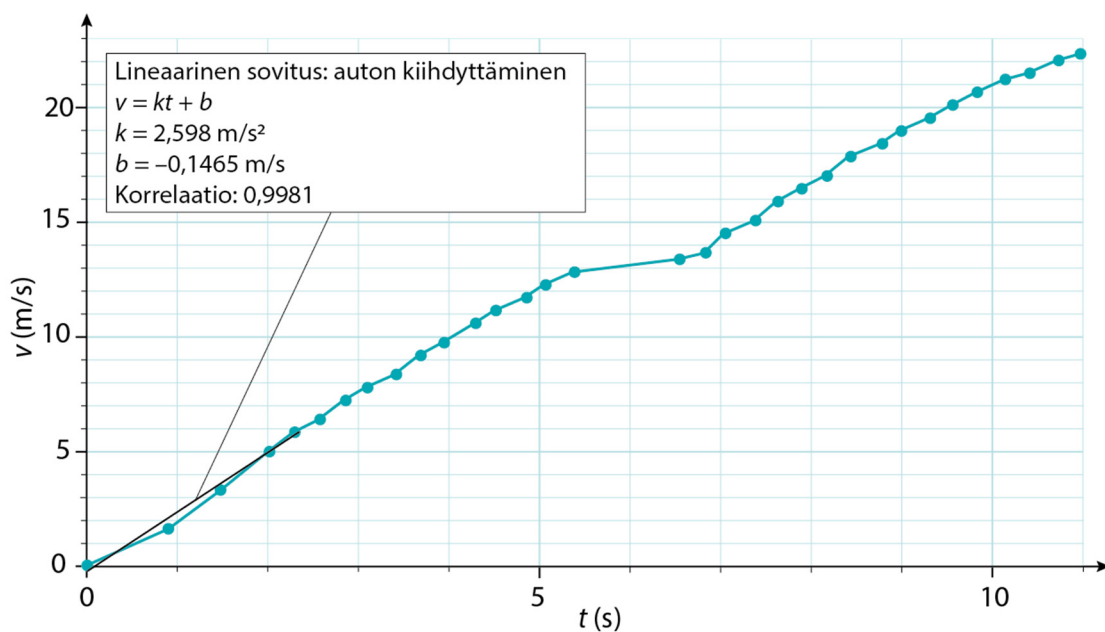
Määritetään kuvaajan fysikaalinen pinta-ala.



Auto kulki tutkimuksen aikana matkan
 $s = 130,7 \text{ m} \approx 130 \text{ m}$.

(pinta-alan määrittäminen 2 p, vastaus matkan tunnusta s käyttämällä 1 p)

- c) Hetkellinen kiihtyvyys saadaan (t, v) -koordinaatistoon määritetyn tangentin fysikaalisesta kulmakertoimesta. (1 p) Auton kiihtyvyys on suurin hetkellä, jolla kuvaaja nousee jyrkimmin. Tämä on heti kiihdytyksen alussa. (1 p) Sovitetaan mittausaineiston tähän kohtaan tangentti ja määritetään tangentin fysikaalinen kulmakerroin.



(tangentin tekeminen ja kiihtyvyysarvon määrittäminen
2 p)

Auton suurin kiihtyvyys on $a = 2,598 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx 2,6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. (1 p)

d) Vaihtenvaihdon jälkeinen keskimääräinen kiihtyvyys saadaan määrittämällä kuvaajasta nopeuden muutos ja siihen kulunut aika

$$a_k = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{22,22 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 13,33 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{10,94 \text{ s} - 6,51 \text{ s}} = 2,00677 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx 2,0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}. \quad (3 \text{ p})$$