

1. Tasainen liike

Tehtävät

Harjoittele

Tehtävä 1.1.

- a) B
- b) B
- c) B
- d) C
- e) C
- f) A
- g) B

Tehtävä 1.2.

a) väärin, yksiköt: $\frac{m}{s} \neq m \cdot s$

b) oikein, yksiköt: $m = \frac{m}{s} \cdot s$

c) väärin, yksiköt: $s \neq \frac{\frac{m}{s}}{m} = \frac{1}{s}$

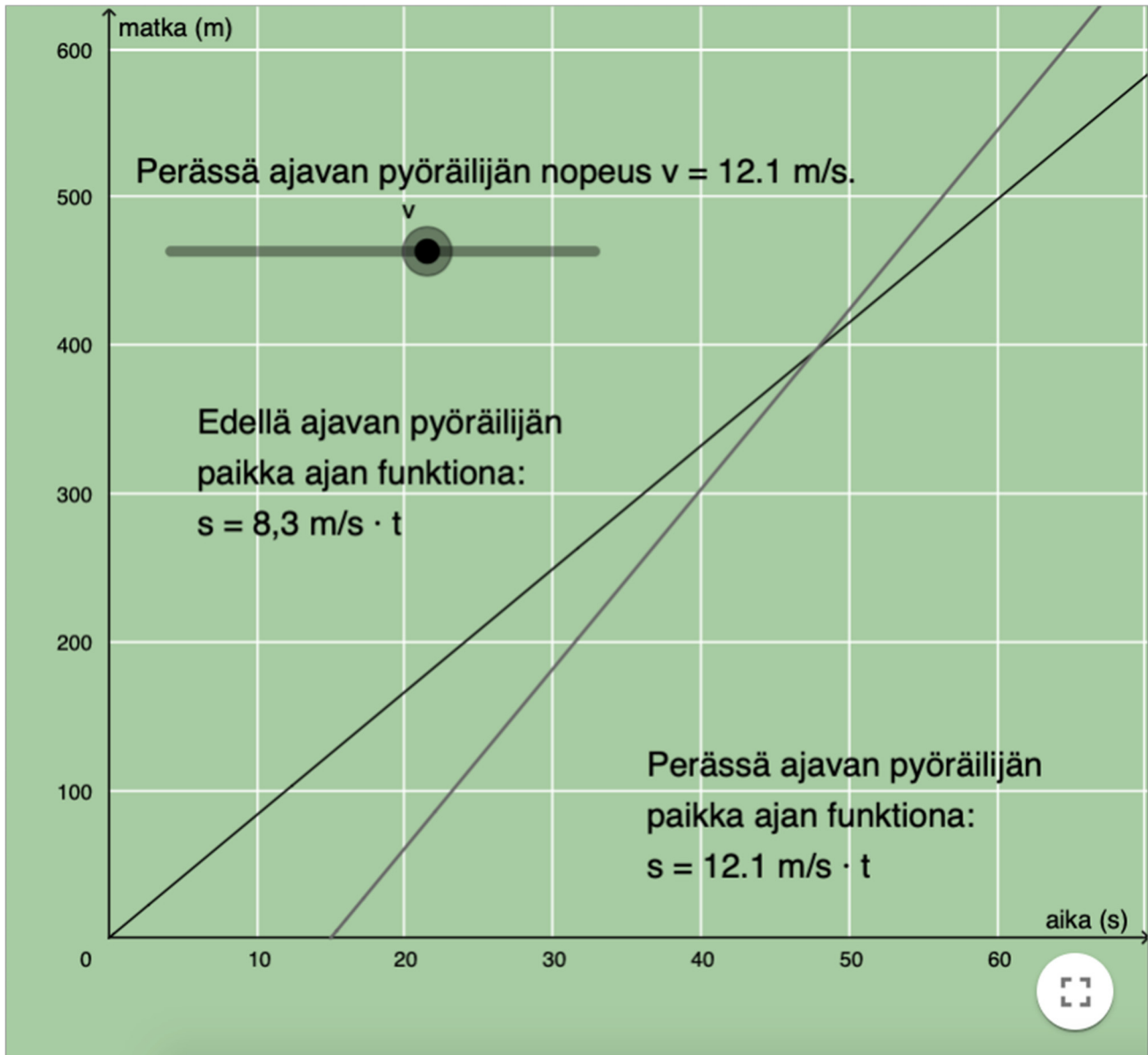
d) oikein, yksiköt: $\frac{m}{s} = \frac{m}{s}$

e) oikein, yksiköt: $s = \frac{\frac{m}{m}}{\frac{1}{s}} = \frac{1}{\frac{1}{s}} = s$

f) väärin, yksiköt: $m \neq \frac{\frac{m}{s}}{s} = \frac{m}{s^2}$

Tehtävä 1.3.

Kokeilemalla huomataan, että toisen pyöräilijän nopeuden on oltava vähintään n. 12,1 m/s.



Tehtävä 1.4.

$$\text{a) } 85 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 85 \cdot \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 23,611 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 24 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

$$\text{b) } 55 \frac{\text{mi}}{\text{h}} = 55 \cdot \frac{1,609344 \text{ km}}{\text{h}} = 88,51392 \frac{\text{km}}{\text{h}} \approx 89 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

$$\text{c) } 21 \text{ solmua} = 21 \cdot 0,5144 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 10,8024 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 11 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

$$\text{d) } 13 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 13 \cdot \frac{\frac{1}{25,40 \cdot 10^{-3}} \text{ m}}{\frac{1}{60} \text{ min}} = 30708,6 \frac{\text{in}}{\text{min}} \approx 31000 \frac{\text{in}}{\text{min}}.$$

Tehtävä 1.5.

a) Lentokoneen nopeus $v = 870 \text{ km/h}$

lentoaika

$$t = 14 \text{ min} = \frac{14}{60} \text{ h} = 0,233 \text{ h}$$

Liike on tasaista, joten kuljettu matka

$$s = vt = 870 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 0,233 \text{ h} = 202,71 \text{ km} \approx 200 \text{ km.}$$

b) Lentokoneen nopeus $v = 870 \text{ km/h}$

kuljettu matka $s = 1\,200 \text{ km}$

Ratkaistaan matkaan kulunut aika kuljetun matkan

yhtälöstä $s = vt$

$$t = \frac{s}{v} = \frac{1200 \text{ km}}{870 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = 1,379 \text{ h} \approx 1,4 \text{ h}$$

Tehtävä 1.6.

Nopeus

$$v = 79 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{79}{3,6} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 21,9444 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

reaktioaika $t = 1,1 \text{ s}$

Auton liike on tasaista ennen jarrutuksen alkamista.

Tällöin auto ehtii liikkua matkan

$$s = vt = 21,9444 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1,1 \text{ s} = 24,13884 \text{ s} \approx 24 \text{ m}$$

Tehtävä 1.7.

- a) Molemmat uimarit etenevät likipitään tasaisesti koko tarkastelujakson ajan (kuvaajat ovat suorita). Uimari 1 etenee suuremmalla nopeudella kuin uimari 2 (uimarin 1 paikan kuvaajan kulmakerroin on suurempi). Uimari 1 oli tarkastelun alussa origossa (sovitussa nollakohdassa) ja uimari 2 oli 0,8 metriä edellä. Uimari 1 ohittaa uimarin 2 ajanhetkellä 0,85 s.

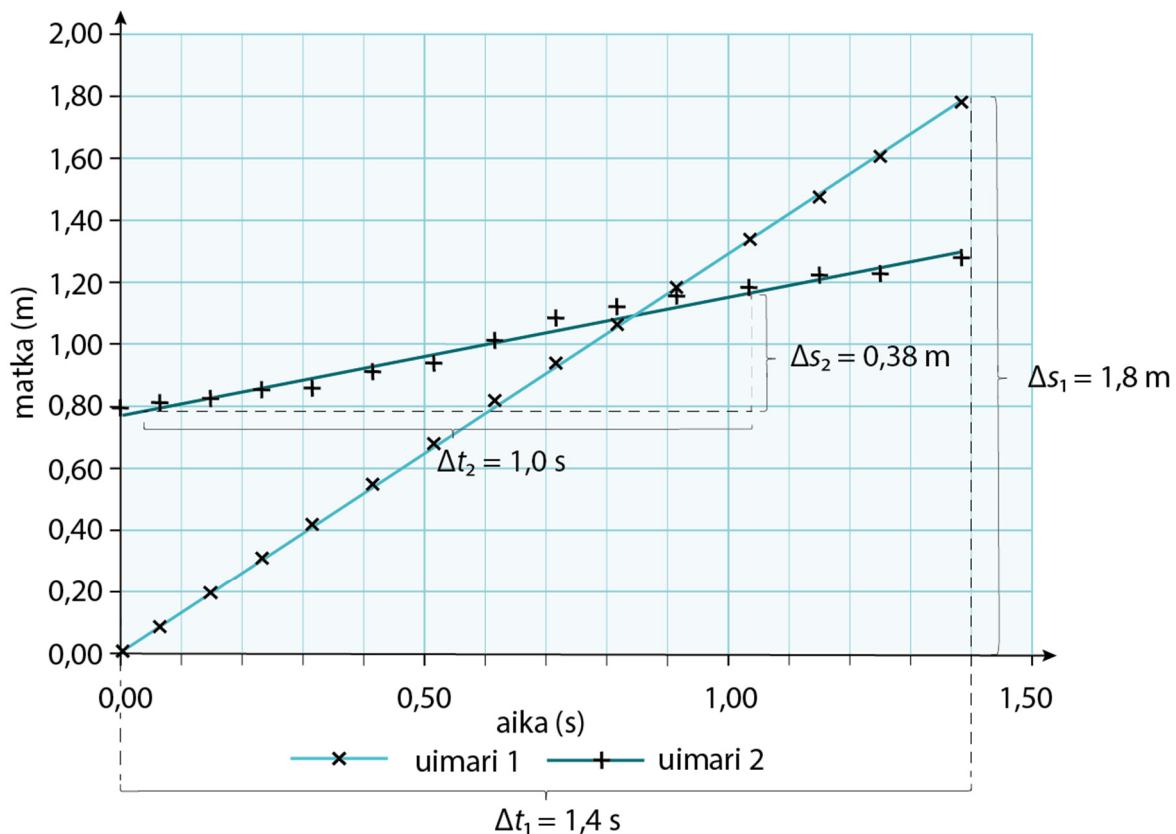
b) Uimarien nopeudet voidaan lukea kuvaajasuorien fysikaalisista kulmakertoimista:

uimari 1:

$$v_1 = \frac{\Delta s_1}{\Delta t_1} = \frac{1,80 \text{ m} - 0 \text{ m}}{1,40 \text{ s} - 0 \text{ s}} \approx 1,3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

uimari 2:

$$v_2 = \frac{\Delta s_2}{\Delta t_2} = \frac{1,14 \text{ m} - 0,76 \text{ m}}{1,0 \text{ s} - 0 \text{ s}} = \frac{0,38 \text{ m}}{1,0 \text{ s}} = 0,38 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



Sovella

Tehtävä 1.8.

Peilien välinen etäisyys $s = 35,3855 \text{ km}$

valon matkaan käyttämä aika $t = 0,23674 \text{ ms}$

Valo kulki toiselta peililtä toiselle ja takaisin, jolloin valon kulkema matka mittauksessa oli $2s$

Valon nopeus:

$$v = \frac{2s}{t} = \frac{2 \cdot 35,3855 \cdot 10^3 \text{ m}}{0,23674 \cdot 10^{-3} \text{ s}} = 298939765 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 2,9894 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Tehtävä 1.9.

a) Veneen nopeus $v = 4,7$ solmua

$$1 \text{ solmu} = 1,852 \text{ km/h}$$

Lisäksi muunnetaan kilometrit maileiksi

$$1 \text{ km} = \frac{1}{1,609344} \text{ mi.}$$

Tällöin nopeus

$$\begin{aligned} v &= 4,7 \cdot 1,852 \frac{\text{km}}{\text{h}} \\ &= 4,7 \cdot 1,852 \frac{1}{\text{h}} \cdot \frac{1}{1,609344} \text{ mi} \\ &= 5,40866 \frac{\text{mi}}{\text{h}} \\ &\approx 5,4 \frac{\text{mi}}{\text{h}}. \end{aligned}$$

b) Veneen kulkema matka

$$s = 12,3 \text{ mpk} = 12,3 \cdot 1,852 \text{ km} = 22,7796 \text{ km} \\ = 14,154587 \text{ mi}$$

Vene on tasaisessa liikkeessä, jolloin $s = vt$.

Veneen nopeus a-kohdan mukaan on

$$v = 5,40866 \frac{\text{mi}}{\text{h}}.$$

Veneen purjehdusaika

$$t = \frac{s}{v} = \frac{14,154587 \text{ mi}}{5,40866 \frac{\text{mi}}{\text{h}}} = 2,617 \text{ h} \approx 2,6 \text{ h}.$$

Tehtävä 1.10.

Junan nopeus $v = 85 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

tunnelin pituus $s = 2,6 \text{ km}$

junan pituus $l = 140 \text{ m} = 0,140 \text{ km}$

Junan on kokonaan tunnelissa matka

$$s_1 = s - l = 2,6 \text{ km} - 0,140 \text{ km} = 2,46 \text{ km}$$

Juna on tasaisessa liikkeessä, jolloin $s = vt$. Juna on kokonaan tunnelissa ajan

$$t = \frac{s_1}{v} = \frac{s - l}{v} = \frac{2,6 \text{ km} - 0,140 \text{ km}}{85 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = 0,028941 \text{ h} \approx 104 \text{ s.}$$

Tehtävä 1.11.

Kiekon nopeus $v_1 = 27 \text{ m/s}$

kiekon kulkema matka $s_1 = 14,3 \text{ m}$

äänen kulkema matka $s_2 = 14,3 \text{ m}$

äänen nopeus $v_2 = 340 \text{ m/s}$

Kokonaisaika, joka kuluu heittohetkestä äänen kuulumiseen, on kiekon lentoajan ja äänen kulkeman matkan summa

$$t = t_1 + t_2$$

Kiekko ja ääni liikkuvat tasaisella nopeudella, joten $v = \frac{s}{t}$,

josta $t = \frac{s}{v}$.

Kokonaisaika on $t = \frac{s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2} = \frac{14,3 \text{ m}}{27 \frac{\text{m}}{\text{s}}} + \frac{14,3 \text{ m}}{340 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 0,57169 \text{ s} \approx 0,57 \text{ s}$.

Tehtävä 1.12.

Auton A nopeus $v_A = 65 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

auton B nopeus $v_B = 78 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

Auton A kulkema aika ennen kuin auto B lähti liikkeelle

$$t_A = 5,7 \text{ min} = \frac{5,7}{60} \text{ h.}$$

a) Auto A oli kulkenut ennen auton B lähtöä matkan

$$s_A = v_A t_A = 65 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{5,7}{60} \text{ h} = 6,175 \text{ km} \approx 6,2 \text{ km.}$$

b) Autot ovat tasaisessa liikkeessä ja auto A oli kulkenut matkan s_A ennen auton B lähtemistä. Autot kulkevat auton B lähtemisen jälkeen ajan t , jolloin autot ovat samassa paikassa, joten $s_A + x_A = x_B$. Tällöin

$$s_A + v_A t = v_B t$$

$$s_A = v_B t - v_A t$$

$$s_A = (v_B - v_A) t$$

$$\begin{aligned} t &= \frac{s_A}{(v_B - v_A)} \\ &= \frac{6,175 \text{ km}}{\left(78 \frac{\text{km}}{\text{h}} - 65 \frac{\text{km}}{\text{h}}\right)} \\ &= 0,475 \text{ h} \\ &= 28,5 \text{ min} \approx 29 \text{ min.} \end{aligned}$$

c) Auton B paikka saavuttamisajanhetkellä on

$$x_B = v_B t = 78 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 0,475 \text{ h} = 37,05 \text{ km} \approx 37 \text{ km.}$$

Tehtävä 1.13.

- a) Aikavälillä 0 s ... 6 s kävelijän liike oli tasaista, sillä paikan kuvaaja on nouseva suora. Aikavälillä 6 s...11 s kävelijä oli paikoillaan, sillä paikka ei muutu. Aikavälillä 11 s...14 s kävelijä palasi kohti lähtöpistettä kohti tasaisella nopeudella, sillä paikka lopussa on nolla ja paikan kuvaaja on laskeva suora. Paluumatkalla nopeus on ollut suurempi kuin alussa, koska suora kulkee jyrkemmin.
- b) Kävelijä oli kauimpana, kun paikkakoordinaatti oli suurin. Kävelijä kävi 4,0 metrin päässä.
- c) Kävelijä kulki 4,0 metrin päähän ja takaisin, joten kävelijän kulkema matka oli $s = 4,0 \text{ m} + 4,0 \text{ m} = 8,0 \text{ m}$.
- d) Kävelijän nopeus aikavälillä 1,0 s... 5,4 s on $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$.

Määritetään kuvaajasta kävelijän paikat kahdella eri ajanhetkellä:

Kun $t_1 = 1,0 \text{ s}$, niin $x_1 = 0,70 \text{ m}$.

Kun $t_2 = 5,4 \text{ s}$, niin $x_2 = 3,6 \text{ m}$.

Kävelijän nopeus on

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{3,6 \text{ m} - 0,70 \text{ m}}{5,4 \text{ s} - 1,0 \text{ s}} = 0,659 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 0,66 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Tehtävä 1.14.

a) Pyöräilyaika alussa $t_1 = 4,5$ min

pyöräilynopeus alussa $v_1 = 21$ km/h

pyöräilyaika lopussa $t_2 = 11$ min

pyöräilynopeus lopussa $v_2 = 17,8$ km/h

Pyöräilijä kulki alunopeudella matkan

$$s_1 = v_1 t_1 (= 21 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{4,5}{60} \text{ h} = 1,575 \text{ km}).$$

Pyöräilijä kulki lopussa olevalla nopeudella matkan

$$s_2 = v_2 t_2 (= 17,8 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{11}{60} \text{ h} = 3,2633 \text{ m}).$$

Pyöräilijän kulkema kokonaismatka

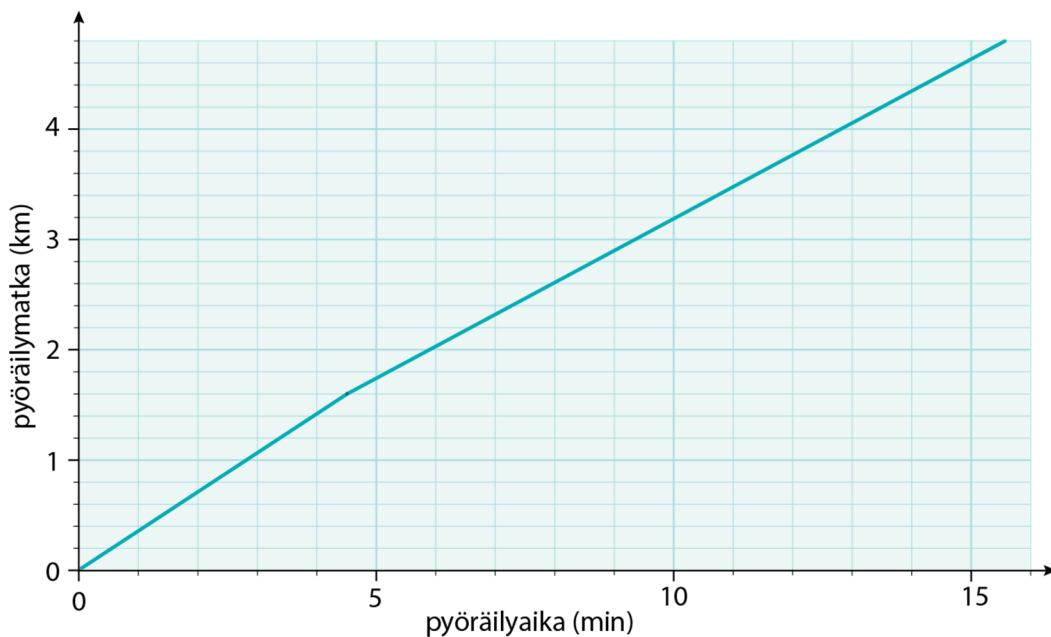
$$s = s_1 + s_2$$

$$= v_1 t_1 + v_2 t_2$$

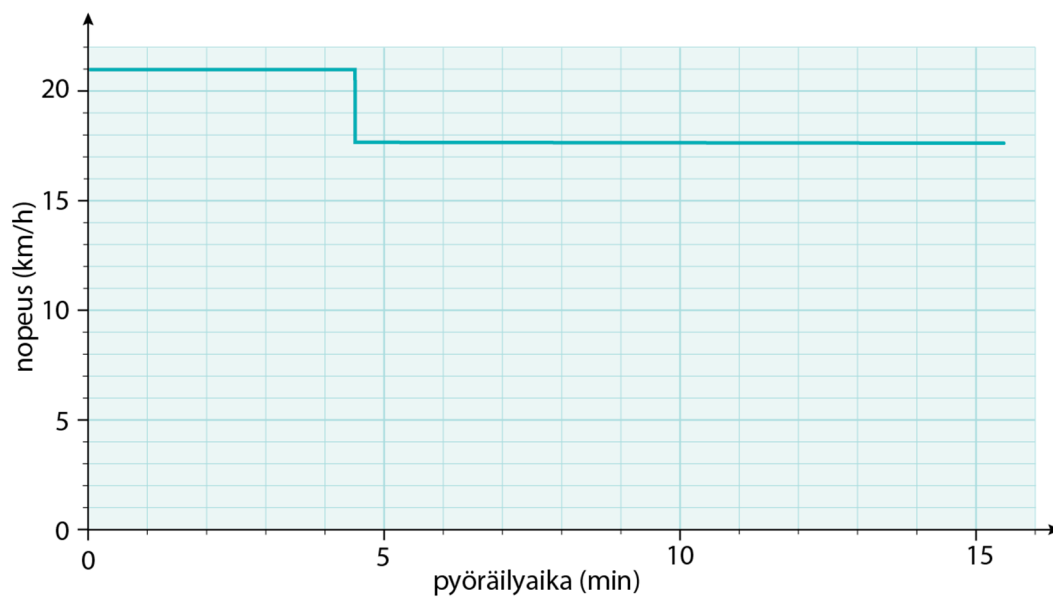
$$= 21 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{4,5}{60} \text{ h} + 17,8 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{11}{60} \text{ h}$$

$$= 4,8383 \text{ km} \approx 4,8 \text{ km}.$$

b) Hyödynnetään a-kohdan tuloksia ja esitetään pyöräilijän paikka ajan funktiona.

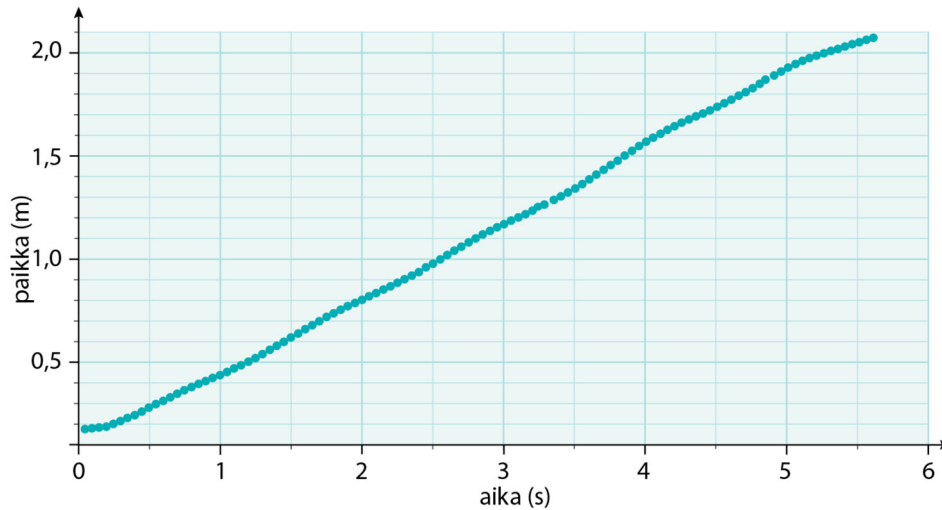


c) Esitetään pyöräilijän nopeus pyöräilyajan funktiona



Tehtävä 1.15.

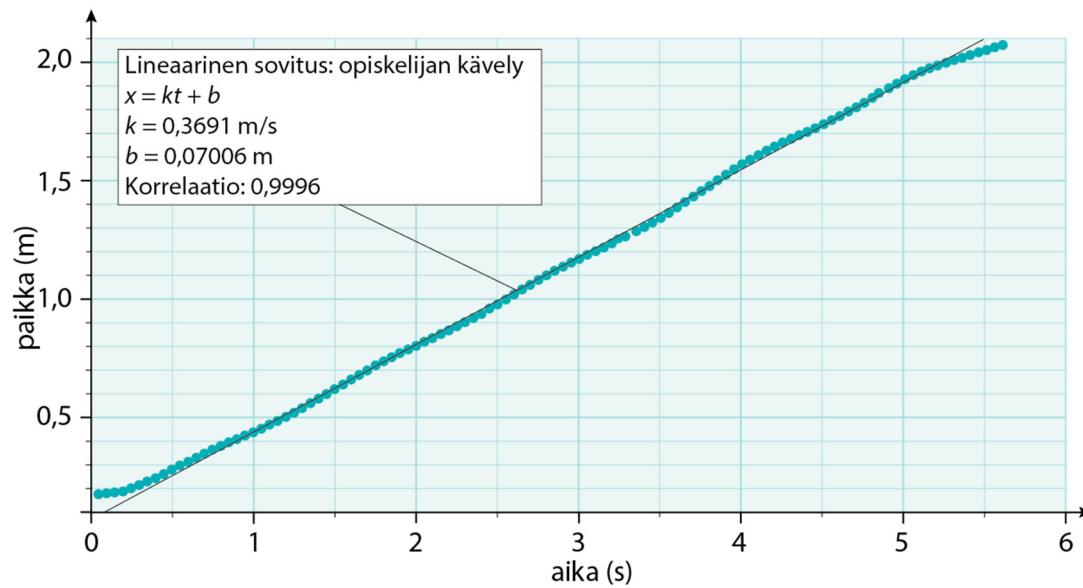
a) Esitetään opiskelijan paikka ajan funktiona



b) Kuvaajan perusteella liike oli likimain tasaista, sillä opiskelijan paikka muuttui joka sekunti yhtä paljon. Kävely ei kuitenkaan ollut ihan tasaista, mikä näkyy kuvaajassa pieninä epätasaisuuksina.

c) Kuvaajasta interpoloituna opiskelijan paikka 3,5 sekunnin kohdalla oli 1,35 m.

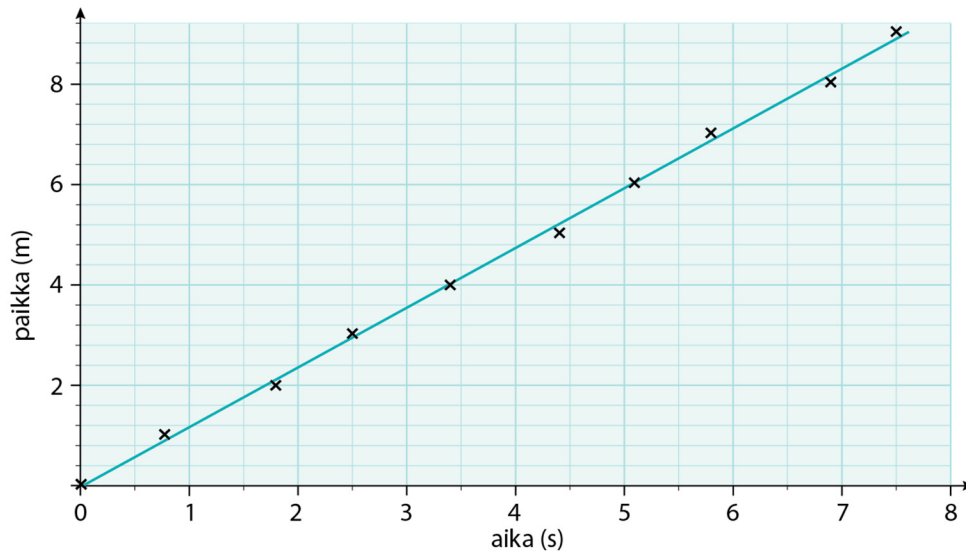
d) Opiskelijan kävelynopeus saadaan (t, x) -koordinaatiston kuvaajan fysikaalisesta kulmakertoimesta. Sovitetaan mittaustuloksiin suora ja määritetään suoran kulmakerroin



$$v = 0,3691 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 0,37 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

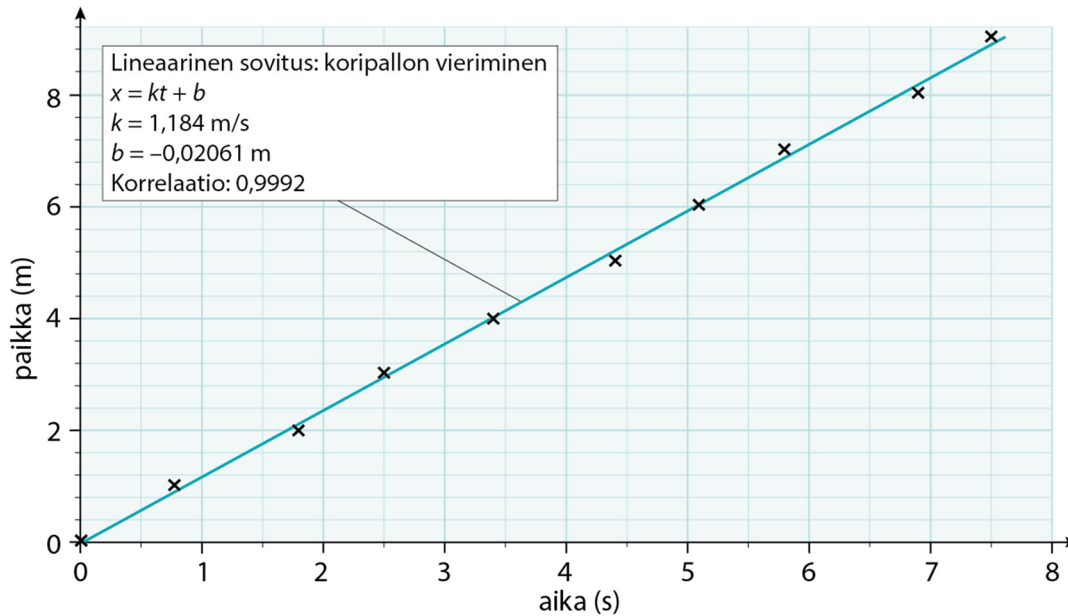
Tehtävä 1.16.

a)



b) Kuvaajasta interpoloimalla koripallon paikka 4,0 sekunnin kohdalla oli $x = 4,7$ m.

c) Koripallon paikkaa kuvaa yhtälö $x = vt$, joten vierimisnopeus saadaan paikan kuvaajaan piirretyn suoran fysikaalisesta kulmakertoimesta. Sovitetaan mittauspisteisiin suora ja määritetään suoran fysikaalinen kulmakerroin.

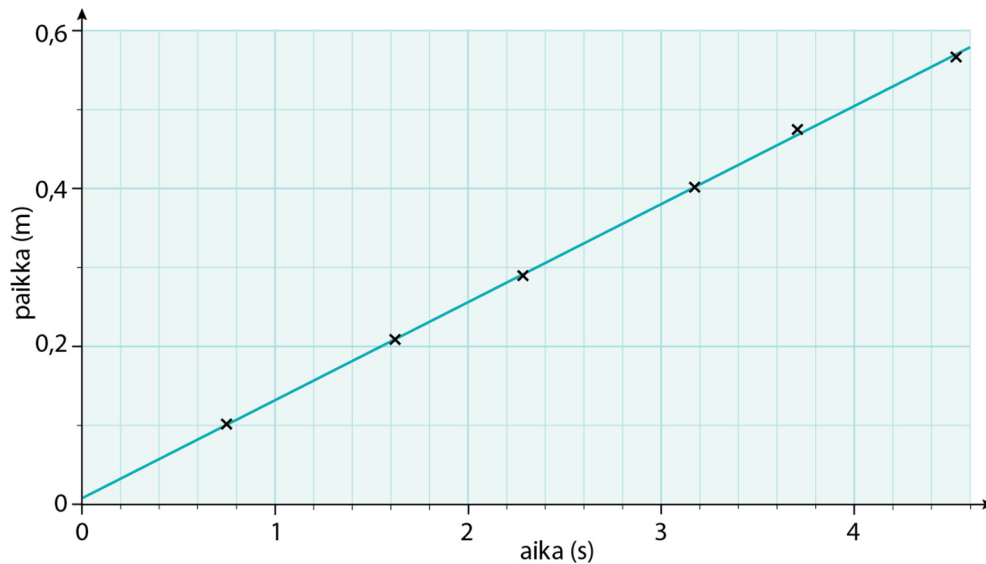


Koripallon nopeus on $v = 1,184 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 1,2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

d) Koska suoran kulmakerroin kuvaa pallon vierimisnopeutta, suora kulkisi koordinaatistossa jyrkemmin, jos koripallon nopeus olisi ollut suurempi.

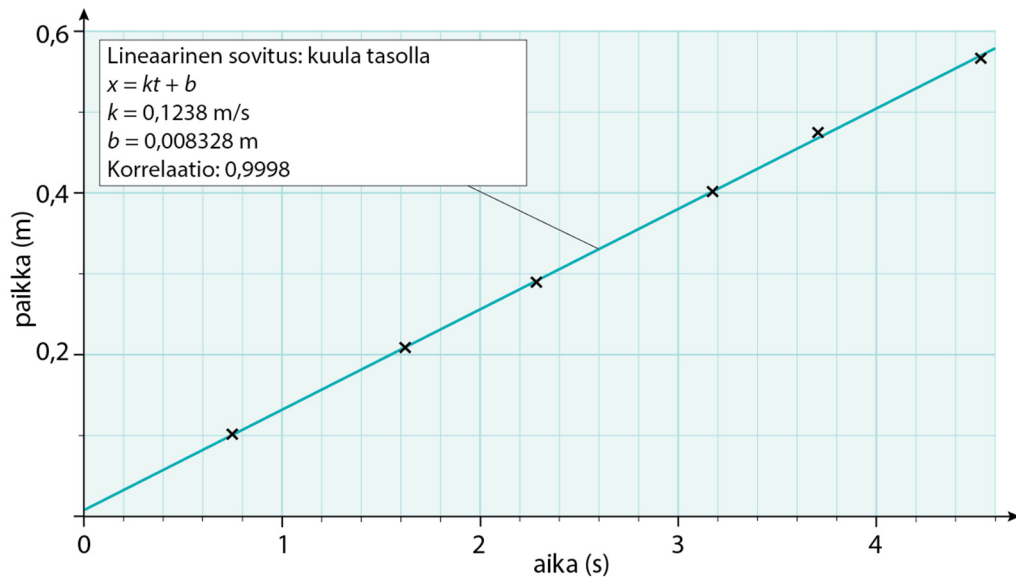
Tehtävä 1.17.

a)



b) Koska kuulan paikka muuttuu joka sekunti yhtä paljon eli (t, x) -koordinaatiston kuvaajana on nouseva suora, kuulan liike on tasaista liikettä.

c) Kuulan nopeus saadaan (t, x) -koordinaatistoon sovitetun suoran fysikaalisesta kulmakertoimesta. Määritetään suoran fysikaalinen kulmakerroin.



Kuulan vierimisnopeus on $v = 0,1238 \text{ m/s} \approx 0,12 \text{ m/s}$.

Tehtävä 1.18.

a) Skootterin alkupaikka $x_0 = 35 \text{ m}$

Skootterin nopeus

$$v = 41,4 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{41,4 \text{ km}}{3,6 \text{ h}} = 11,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Skootterin paikkaa ajanhetkellä t kuvaava yhtälö on

$$x(t) = 35 \text{ m} + 11,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} t.$$

b) Skootterin paikka ajanhetkellä t on $x = 370 \text{ m}$

Skootteri alkupaikka $x_0 = 35 \text{ m}$

Skootterin nopeus $v = 11,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

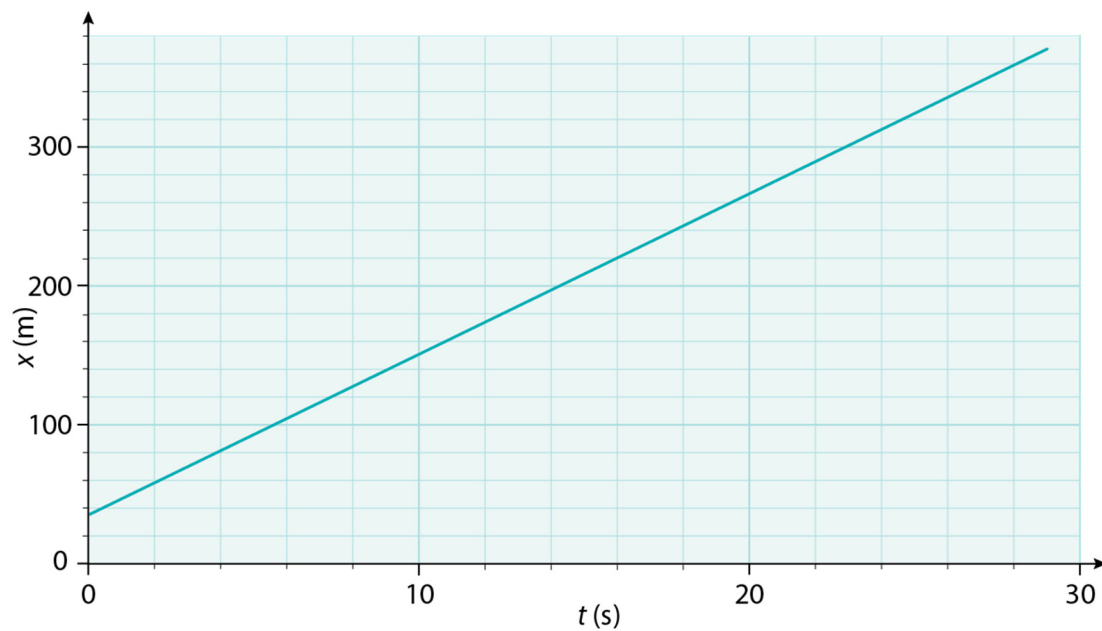
$$x = x_0 + vt$$

$$x - x_0 = vt$$

$$t = \frac{x - x_0}{v} = \frac{370 \text{ m} - 35 \text{ m}}{11,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 29,13 \text{ s} \approx 29 \text{ s}.$$

c) Esitetään yhtälö $x(t) = 35 \text{ m} + 11,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} t$

(t, x) -koordinaatistossa

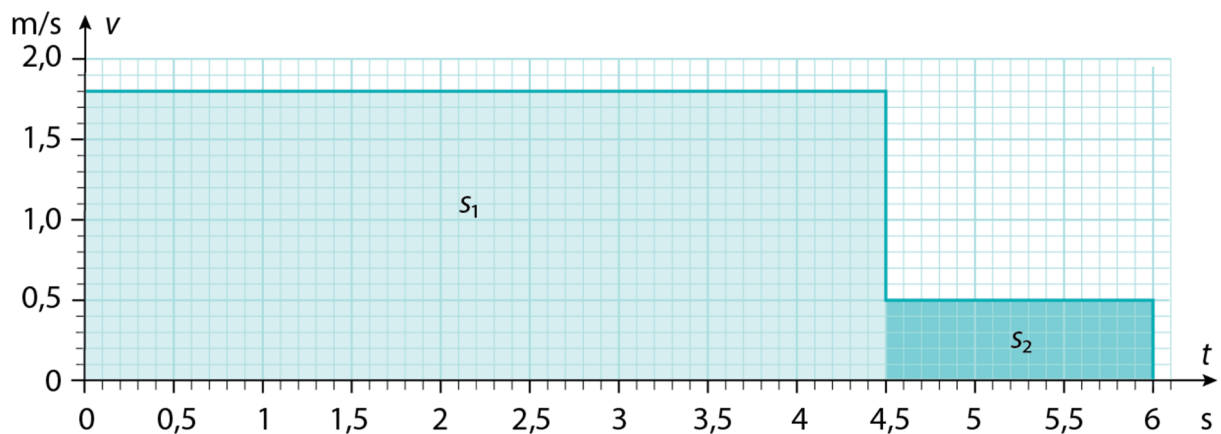


Tehtävä 1.21.

- a) Kuvaajasta interpoloituina kävelijän nopeus 5,0 sekunnin kohdalla oli $v = 0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.
- b) Kävelijän kulkema matka saadaan (t, s) -koordinaatiston ja kuvaajan rajoittamasta fysikaalisesta pinta-alasta. Määritetään pinta-alat eri aikaväleillä:

Aikavälillä 0 s ... 4,5 s kuljettu matka $s_1 = 8,1$ m.

Aikavälillä 4,5 s ... 6,0 s kuljettu matka $s_2 = 0,75$ m.

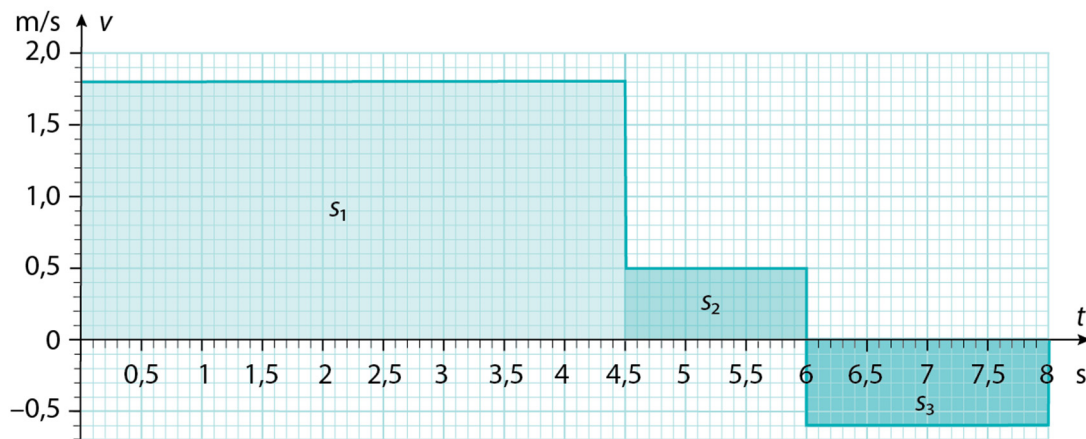


Kävelijä oli kulkenut 6,0 sekunnin aikana matkan

$$s = s_1 + s_2 = 8,1 \text{ m} + 0,75 \text{ m} = 8,85 \text{ m} \approx 8,9 \text{ m}.$$

- c) Kuvaajan negatiivinen nopeus tarkoittaa, että kävelijä palaa kohti lähtöpaikkaansa.

d) b-kohdan mukaan kävelijän kulkema matka aikavälillä 0 s ... 6,0 s on $s = 8,85$ m. Määritetään kävelijän matka s_3 kuvaajan fysikaalisesta pinta-alasta. Koska pinta-ala on t -akselin alapuolella, kävelijä palaa kohti lähtöpaikkaansa matkan $s_3 = 1,2$ m.



Kävelijän paikka kävelyn lopussa on

$$x = s - s_3 = 8,85 \text{ m} - 1,2 \text{ m} = 7,65 \text{ m} \approx 7,7 \text{ m}.$$

Syvennä

Tehtävä 1.22.

- a) Koska renkaat ovat yhtä kaukana uimarista ja uimarin nopeus veden suhteen on sama molempiin suuntiin, on uintiaika molemmille renkaille sama, joten on yhdentekevää kumman renkaan luo uimari ui.

Tasaisessa liikkeessä $s = vt$, ja nyt

uitava matka $s = 5,0 \text{ m}$

uintinopeus $v = 0,65 \text{ m/s}$

Uintiaika on

$$t = \frac{s}{v} = \frac{5,0 \text{ m}}{0,65 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 7,6923 \text{ s} \approx 7,7 \text{ s}.$$

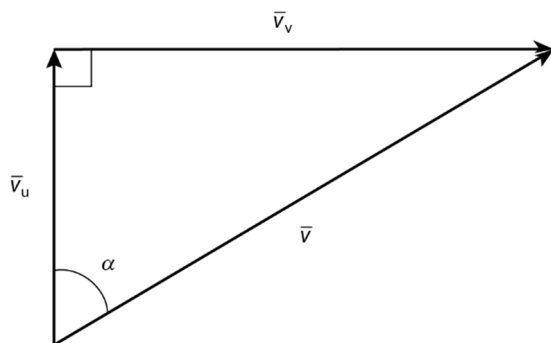
- b) Uintinopeus veden suhteen, kun uidaan vastavirtaan
 $v_u = -0,65 \text{ m/s}$

virtauksen nopeus $v_v = 1,1 \text{ m/s}$

Uimarin nopeus rantaan nähden on

$$v = v_u + v_v = -0,65 \text{ m/s} + 1,1 \text{ m/s} = 0,45 \text{ m/s}.$$

c) Koska uimari ui koko ajan kohtisuorasti virtaukseen nähden, uimarin nopeus ja veden nopeus muodostavat suorakulmaisen kolmion. Kateetteina ovat uimarin nopeus veden suhteen ja virtauksen nopeus rannan suhteen. Hypotenuusa on uimarin kokonaisnopeus rannan suhteen.



$$v^2 = v_u^2 + v_v^2$$

$$v = \sqrt{v_u^2 + v_v^2} = \sqrt{\left(0,65 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + \left(1,1 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2} = 1,27769 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 1,3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Nopeuden suunta

$$\tan \alpha = \frac{v_v}{v_u} = \frac{1,1 \text{ m/s}}{0,65 \text{ m/s}}$$

$$\alpha = 59,42^\circ \approx 59^\circ$$

Uimarin nopeus rannan suhteen on 1,3 m/s ja nopeuden suunta on kuvan mukaisesti 59°.

d) Uitava matka $s = 32 \text{ m}$

uimari ui koko ajan kohtisuorassa suunnassa joen rantaan nähden nopeudella $v_u = 0,65 \text{ m/s}$

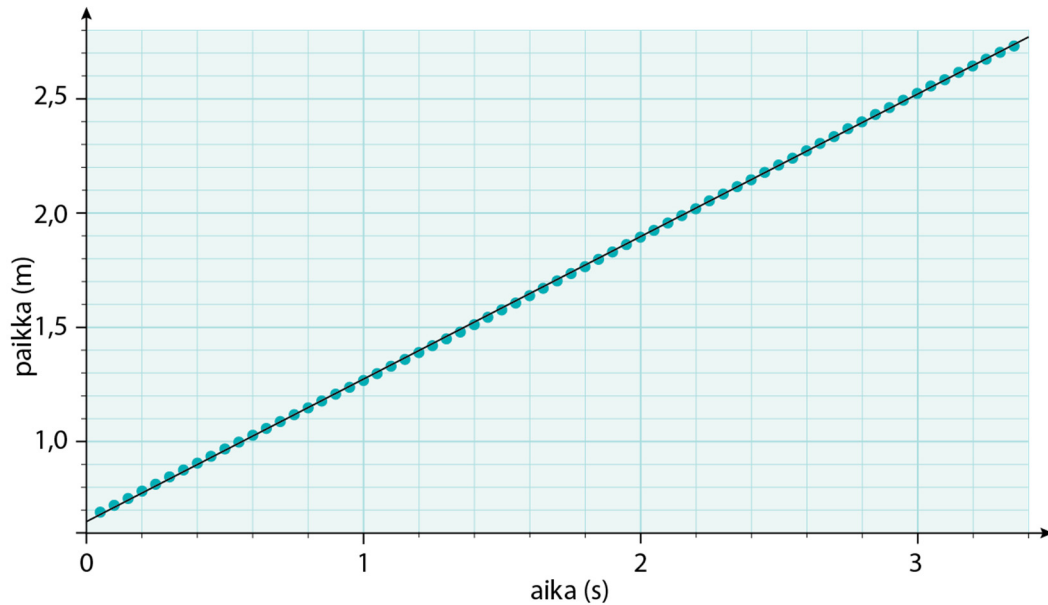
$$s = vt$$

$$t = \frac{s}{v} = \frac{32 \text{ m}}{0,65 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 49,23 \text{ s} \approx 49 \text{ s}$$

Uinti rantaan kestää 49 sekuntia.

Tehtävä 1.23.

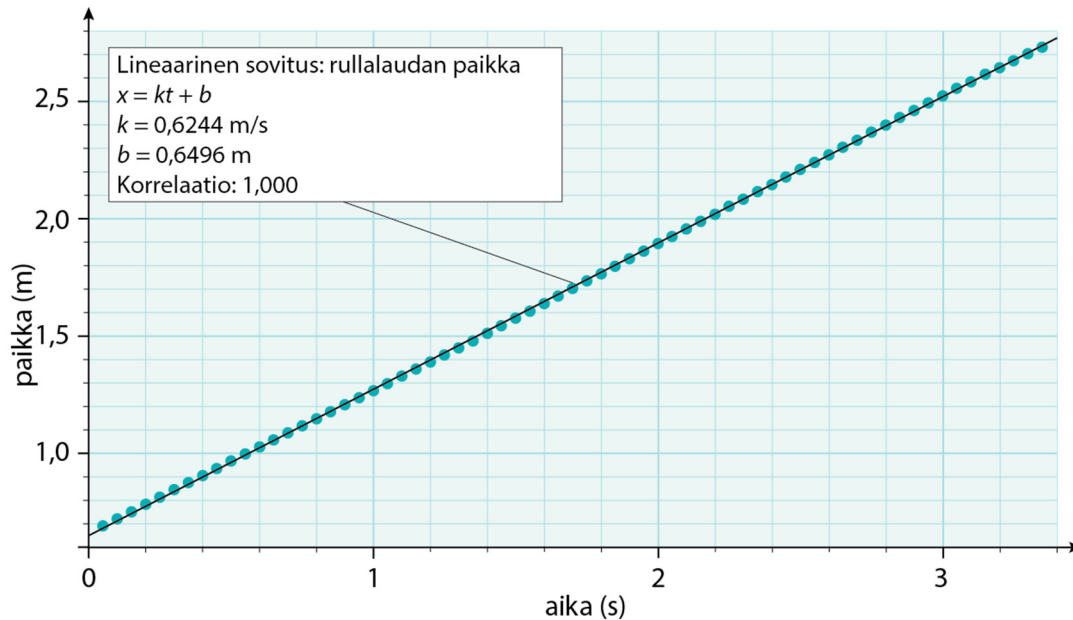
a) Rullalaudan paikan riippuvuus ajasta



Akselit on oikein päin (1 p), mittauspisteet ovat näkyvillä (1 p), mittauspisteisiin on sovitettu suora (1 p)

b) Rullalaudan paikka muuttuu (t, x) -koordinaatistossa lineaarisesti (1 p), joten rullalaudan liike oli tasaista. (1 p)

c) Rullalaudan paikka tasaisessa liikkeessä $x = vt$, joten nopeus saadaan (t, x) -koordinaatiston fysikaalisesta kulmakertoimesta. (1 p) Määritetään kulmakerroin.



Nopeus on

$$v = 0,6244 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 0,62 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \quad (2 \text{ p})$$

d) Muunnetaan rullalaudan nopeus yksikköön tuumaa/ minuutti. matka 1 in = 0,02540 m, joten

$$1 \text{ m} = \frac{1}{0,02540} \text{ in}$$

$$\text{Aika } 1 \text{ min} = 60 \text{ s, joten } 1 \text{ s} = \frac{1}{60} \text{ min}$$

$$v = 0,6244 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 0,6244 \cdot \frac{\frac{1}{0,02540} \text{ in}}{\frac{1}{60} \text{ min}} = 1474,96 \frac{\text{in}}{\text{min}} \approx 1500 \frac{\text{in}}{\text{min}}. (2 \text{ p})$$

e) matka $s = 14,3$ jaardia = $14,3 \cdot 0,9144 \text{ m} = 13,07592 \text{ m}$.

Rullalaudan nopeus on c-kohdan mukaan $v = 0,6244 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

(matka ja viittaus aiempaan nopeuteen 1 p)

Tasaisessa liikkeessä kuljettu matka $s = vt$, joten matkaan käytetty aika

$$t = \frac{s}{v} = \frac{13,07592 \text{ m}}{0,6244 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 20,9415759 \text{ s} \approx 20,9 \text{ s}. (2 \text{ p})$$

f) Koska nopeus saadaan (t, x) -koordinaatiston suoran fysikaalisesta kulmakertoimesta (1 p), kuvaaja kulkisi jyrkemmin, jos rullalauta olisi liikkunut nopeammin. (1 p)