

Lausekkeiden sieventäminen

Yhteen-, vähennys- ja kertolasku

Kirjainlausekkeilla laskettaessa vastaukseksi ei saada yleensä lukuarvoa. Lauseke muokataan tällöin mahdollisimman yksinkertaiseen muotoon. Tätä menettelyä kutsutaan lausekkeen sieventämiseksi.

Esimerkki 1

Muodosta ja sievennä kuvan suorakulmion a) piirin, b) pinta-alan lauseke.

Ratkaisu

a) Piiri on

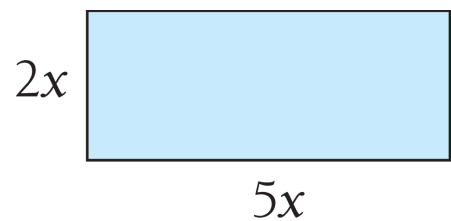
$$p = 2x + 5x + 2x + 5x = 14x.$$

b) Pinta-ala on

$$A = 2x \cdot 5x = 10x^2.$$

Vastaus

a) $14x$



b) $10x^2$

Esimerkki 2

Sievennä.

a) $4a + (-2b) - 8a$

b) $5x^3 - (-7x^2)$

c) $4x^3 \cdot (-3x^5)$

d) $(6y)^3$

Ratkaisu

a) $4a + (-2b) - 8a = 4a - 2b - 8a = -4a - 2b$

b) $5x^3 - (-7x^2) = 5x^3 + 7x^2$

c) $4x^3 \cdot (-3x^5) = 4 \cdot (-3) \cdot x^3 \cdot x^5 = -12x^8$

d) $(6y)^3 = 6y \cdot 6y \cdot 6y = 216y^3$

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Vastaus

a) $-4a - 2b$

b) $5x^3 + 7x^2$

c) $-12x^8$

d) $216y^3$

Esimerkki 3

Sievennä.

a) $5(4x - 1)$

b) $x(x^2 + 7)$

c) $5x - 3(x - 8)$

Ratkaisu

a) $5(4x - 1) = 20x - 5$

**Molemmat termit kerrotaan
luvulla 5.**

$$b) x(x^2 + 7) = x^3 + 7x$$

$$c) 5x - 3(x - 8) = 5x - 3x + 24 = 2x + 24$$

Vastaus

$$a) 20x - 5$$

$$b) x^3 + 7x$$

$$c) 2x + 24$$

Esimerkki 4

Muodosta ja sievennä polynomien $x - 2$ ja $x^2 - 3x + 4$

a) summa

b) erotus

c) tulo.

Ratkaisu

Merkitään kussakin laskussa polynomit ensin sulkeisiin.

$$a) (x - 2) + (x^2 - 3x + 4) =$$

$$x - 2 + x^2 - 3x + 4 =$$

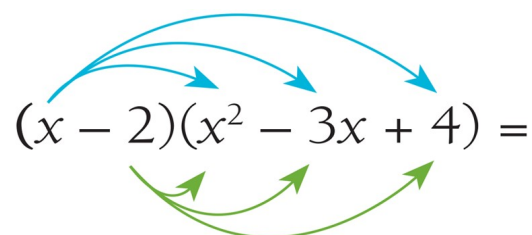
$$x^2 - 2x + 2$$

$$b) (x - 2) - (x^2 - 3x + 4) =$$

$$x - 2 - x^2 + 3x - 4 =$$

$$-x^2 + 4x - 6$$

c)

$$(x - 2)(x^2 - 3x + 4) =$$


$$x^3 - 3x^2 + 4x - 2x^2 + 6x - 8 =$$

Lauseke $x - 8$ kerrotaan luvulla -3 .

Miinusmerkki muuttaa jälkimmäisen polynomin kaikkien termien etumerkit.

Kummallakin ensimmäisen polynomin termillä kerrotaan kaikki jälkimmäisen polynomin termit.

$$x^3 - 5x^2 + 10x - 8$$

Vastaus

a) $x^2 - 2x + 2$

b) $-x^2 + 4x - 6$

c) $x^3 - 5x^2 + 10x - 8$

Esimerkki 5

Sievennä.

a) $(4y + 5)^2$

b) $x^2 - (x - 1)(x + 4)$

Ratkaisu

a)

$$(4y + 5)^2 = (4y + 5)(4y + 5) =$$

$$16y^2 + 20y + 20y + 25 = 16y^2 + 40y + 25$$

b)

$$x^2 - (x - 1)(x + 4) =$$

**Kertolaskun vastaus
sijoitetaan sulkeisiin.**

$$x^2 - (x^2 + 4x - x - 4) =$$

$$x^2 - (x^2 + 3x - 4) =$$

$$x^2 - x^2 - 3x + 4 =$$

$$-3x + 4$$

Vastaus

a) $16y^2 + 40y + 25$

b) $-3x + 4$

$$\text{Esimerkki 7} \quad \frac{3 \times 4}{5 \times 7} = \frac{6x^2}{49x} = 2x \frac{1}{4a}$$

Sievennän murtolukujen laskusääntöjä.

Vastaus Inlausekkeissa esiintyy jakolaskuja, tarvitaan

usein murtolukujen

a) $\frac{3x+7}{7}$
laskusääntöjä.

$$b) \frac{16a^4 5}{92a^4 a}$$

$$c) 2x$$

$$e) \frac{x^2+8}{x^2+8x}$$

Ratkaisu

$$a) \frac{8a-20}{4} = \frac{8a}{4} - \frac{20}{4} = 2a-5$$

$$b) \frac{16a^4}{12a} = \frac{4a^3}{3}$$

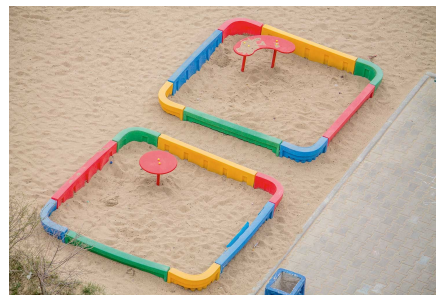
$$c) \frac{x+5}{x^2+5x} = \frac{\cancel{x+5}}{x(\cancel{x+5})} = \frac{1}{x}$$

Vastaus

$$a) 2a-5$$

$$b) \frac{4a^3}{3}$$

$$c) \frac{1}{x}$$



Jaetaan molemmat termit erikseen.

Jaettavan ja jakajan kertolaskusta voidaan supistaa yhteisiä tekijöitä.

Polynomien termejä ei saa supistaa yksittäin.
Kirjoitetaan nimittäjä ensin kertolaskuksi yhteisen tekijän avulla.

TEORIAYHTEENVETO

Polynomit

- Polynomi on luvuilla kerrotuista muuttujan potensseista muodostettu

Laskutoimitukset

- Lausekkeen muokkaamista mahdollisimman yksinkertaiseen

- summalauseke, jossa muuttujan potenssit ovat luonnollisia lukuja (0, 1, 2, ...).
- Polynomin yhteenlaskettavia kutsutaan polynomin termeiksi. Esimerkiksi polynomin $3x^4 + 8x - 1$ termit ovat $3x^4$, $8x$ ja -1 .
 - Polynomin asteluku on sen korkein muuttujan potenssi. Esimerkiksi polynomin $3x^4 + 8x - 1$ asteluku on 4 ja polynomin $-16y + 100$ asteluku on 1.
 - Polynomia voidaan merkitä isolla kirjaimella, esimerkiksi $P(x)$. Merkintä $P(2)$ tarkoittaa polynomin arvoa, kun $x = 2$.

- muotoon kutsutaan sieventämiseksi.
- Yhteen- ja vähennyslaskussa voidaan yhdistää vain termejä, joilla on sama kirjainosa. Esimerkiksi $6x^5 - 4x^5 = 2x^5$, mutta $7x^4 - 6x^3$ ei sievene.
 - Kertolaskussa jokaisella ensimmäisen lausekkeen termillä kerrotaan jokainen jälkimmäisen lausekkeen termi. Lopuksi yhdistetään termit, joilla on sama kirjainosa.
 - Jos lausekkeissa esiintyy nimittäjiä, käytetään murtolukujen laskusääntöjä. Vastaus esitetään supistetussa muodossa.

LASKIMET JA LASKENTAOHJELMAT

- Kokeen B-osassa tehtävien välivaiheissa esiintyvät lausekkeet voidaan sieventää laskentaohjelman avulla.
- Kertolaskumuotoisten lausekkeiden sieventämiseen tarvitaan joissain ohjelmissa komentoa Laajenna (*Expand*).
- Jos tehtävässä pyydetään perustelemaan lausekkeen sievennyksen oikeellisuus, pelkkä ohjelmasta otettu vastaus ei yleensä ole riittävä.