

Kuvioita

Ympyrä

Ympyrän kehän pituuden ja pinta-alan laskukaavoissa esiintyy luku π , jonka kaksidesimaalinen likiarvo on 3,14. Ympyrän sektorin kaaren pituus ja pinta-ala saadaan koko ympyrän vastaavista mitoista sektorin keskuskulman avulla.

Esimerkki 1

Pyöreän pöydän halkaisija on 1,8 m. Laske pöydän ympärysmitta ja 60 asteen keskuskulmaa vastaava kaaren pituus.

Ratkaisu

Lasketaan ympyrän kehän pituus p .

$$p = \pi \cdot 1,8 = 5,654\dots \approx 5,7 \text{ (m)}$$

Lasketaan sektorin kaaren pituus b .

$$b = \frac{60^\circ}{360^\circ} \cdot \pi \cdot 1,8 = 0,9424\dots \approx 0,94 \text{ (m)}$$

Kaaren pituus on pyöristetty merkitsevien numeroiden

$$p = 2\pi r = \pi d$$

$$b = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot \pi d$$

mukaan. Myös mittayksikön mukainen pyöristys 0,9 m on mahdollinen.

Vastaus

Ympärysmitta on 5,7 m ja 60 asteen keskuskulmaa vastaavan kaaren pituus 0,94 m.

Esimerkki 2

Laske sellaisen ympyrän pinta-ala, jonka kehän pituus on 12 m. Kuinka suuri on ympyrän 64 asteen keskuskulmaa vastaavan sektorin pinta-ala?

Ratkaisu

Lasketaan ympyrän säde.

$$2\pi r = 12 \quad | : 2\pi$$

$$r = \frac{12}{2\pi} = 1,90985\dots \approx 1,910 \text{ (m)}$$

Lasketaan ympyrän pinta-ala.

$$A = \pi \cdot 1,910^2 = 11,460\dots \approx 11 \text{ (m}^2\text{)}$$

Sektorin pinta-ala lasketaan ympyrän pinta-alan avulla.

$$A_s = \frac{64^\circ}{360^\circ} \cdot \pi \cdot 1,910^2 = 2,037\dots \approx 2,0 \text{ (m}^2\text{)}$$

Vastaus

Ympyrän pinta-ala on 11 m² ja sektorin 2,0 m².

Esimerkki 3

Chicagossa, melkein Michigan-järven rannassa, sijaitsee 344 metrin korkuinen Hancock Tower. Kuinka kaukaa Michigan-järveltä Hancock Towerin huippu on mahdollista nähdä? Maapallon ympärysmitta on 40 000 km.

Välituloksen pitää olla riittävän tarkka.

$$A = \pi r^2$$

$$A_s = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot \pi r^2$$

Monikulmiot

Piirretään tilanteesta mallikuva.
Suunnikkaas on nelikulmio, jossa vastakkaiset sivut ovat yhdensuuntaiset ja yhtä pitkät. Puolisuunnikkaas on nelikulmio, jossa on kaksi keskenään yhdensuuntaista sivua. Ratkaistaan maapallon säde laskentaohjelmalla.

$$R = 6\,366.19772\dots \approx 6\,366,198 \text{ (km)}$$

Esimerkki 4

Maapallon sivukuvassa näkölinja kulkee ympyrän a) Suunnikkaan sivujen pituudet ovat 2,3 cm ja 3,8 cm tangenttia pitkin. Ympyrän tangentti ja säde ovat toisiaan vastaan kohtisuorassa. Sivujen välinen kulma on 37° . Laske suunnikkaan pinta-ala.

b) Pisteet $A = (1, 2)$, $B = (1, 8)$, $C = (-2, 9)$ ja $D = (-2, -2)$ rajoittavat koordinaatistossa puolisuunnikkaan. Määritä puolisuunnikkaan pinta-ala laskentaohjelmalla. Perustelee kolmion hypotenuusan pituus on vastauksesi laskemalla.

$$6\,366.198 + 0,344 = 6\,366,542 \text{ (km)}.$$

Ratkaisu

$$\cos \alpha = \frac{6\,366,198}{6\,366,542}$$

a) Piirretään mallikuva.

$$\alpha = 0,595616\dots^\circ \approx 0,5956^\circ$$

Ratkaistaan suunnikkaan korkeus h suorakulmaisesta kolmiosta.

Paikkojen etäisyydet maapallolla mitataan maan pintaa pitkin, joten kysytty etäisyys on keskuskulmaa $0,5956^\circ$

vastava ympyrän kaaren pituus.

$$b = \frac{0,5956^\circ}{360^\circ} \cdot 2,3 \cdot \sin 37^\circ \cdot 40\,000 = 66,17\dots \approx 66 \text{ (km)}$$

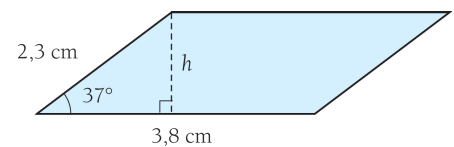
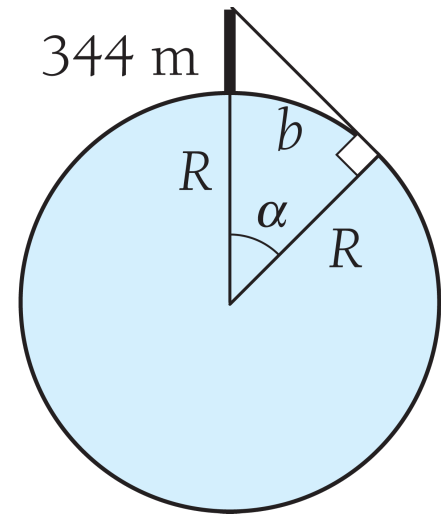
Välitöksen pitää olla riittävän tarkka.

Lasketaan suunnikkaan pinta-ala.

$$A = 1,384 \cdot 3,8 = 5,259\dots \approx 5,3 \text{ (cm}^2\text{)}$$

b) Piirretään puolisuunnikkaas geometriaohjelmalla ja määritetään sen pinta-ala.

Puolisuunnikkaan $ABCD$ pinta-ala saadaan ohjelmalla



$$A = ah$$

25,5.

Puolisuunnikkaan yhdensuuntaisten sivujen pituudet ovat 6 ja 11. Puolisuunnikkaan korkeus on 3.

Lasketaan puolisuunnikkaan pinta-ala.

$$A = \frac{6 + 11}{2} \cdot 3 = 25,5$$

$$A = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

Vastaus

Pinta-ala on

a) $5,3 \text{ cm}^2$

b) 25,5.

Esimerkki 5

Neljäkäs on suunnikas, jonka kaikki sivut ovat yhtä pitkiä. Laske neljäkkään sivun pituus, kun neljäkkään lävistäjien pituudet ovat 5,6 cm ja 2,4 cm.

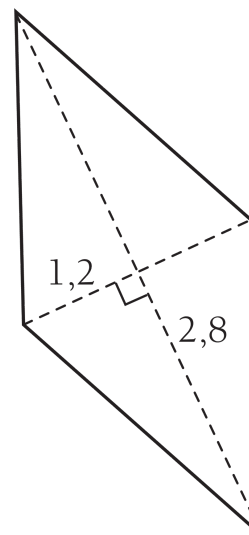
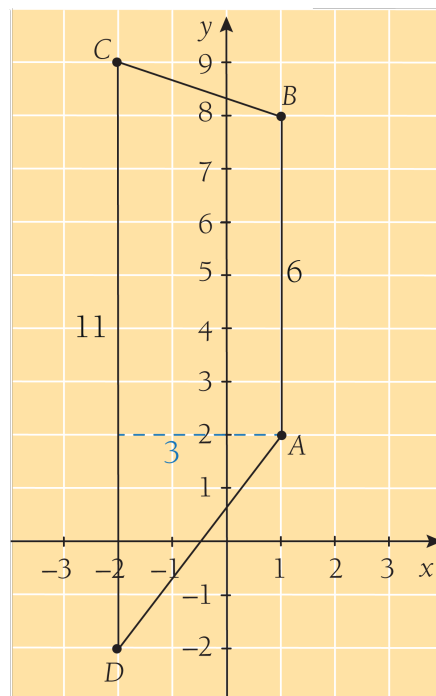
Ratkaisu

Piirretään mallikuva.

Neljäkkään lävistäjät puolittavat toisensa ja ovat lisäksi toisiaan vastaan kohtisuorassa. Lävistäjät jakavat neljäkkään neljäksi yhteneväksi suorakulmaiseksi kolmioksi. Kolmioiden kateetteina ovat lävistäjien puolikkaat.

$$\frac{5,6}{2} = 2,8 \quad \frac{2,4}{2} = 1,2$$

Muodostetaan yhtälö Pythagoraan lauseella, ja ratkaistaan se laskentaohjelmalla.



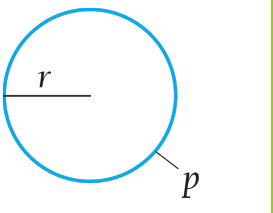

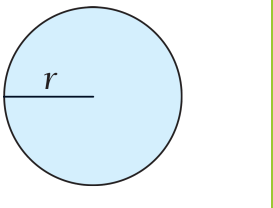

$$x^2 = 2,8^2 + 1,2^2$$

$$x = 3,046... \approx 3,0 \text{ (cm)}$$

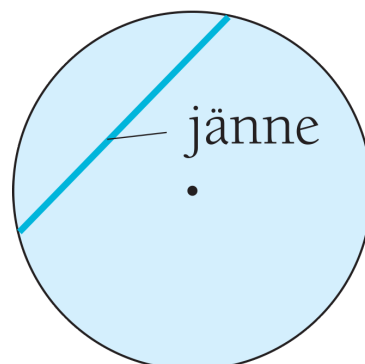
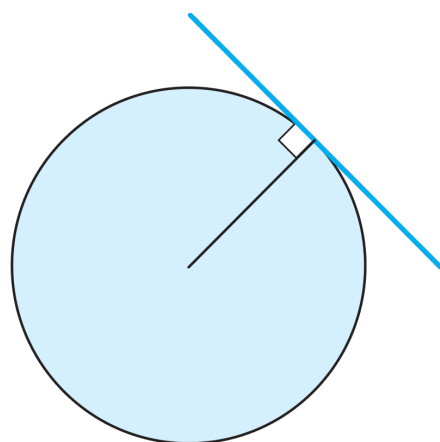
Vastaus

Sivun pituus on 3,0 cm.

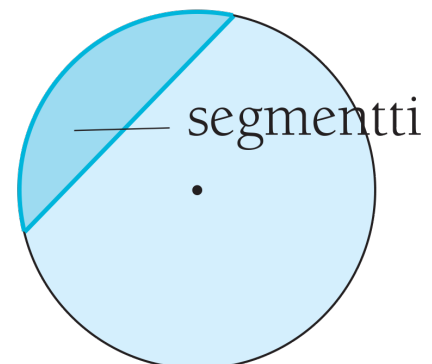
TEORIAYHTEENVETO

Ympyrän kehän pituus	$p = 2\pi r$, missä r on ympyrän säde		Sektorin kaaren pituus	$b = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot 2\pi r$, missä r on ympyrän säde ja α keskuskulma	
Ympyrän pinta-ala	$A = \pi r^2$, missä r on ympyrän säde		Sektorin pinta-ala	$A_S = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot \pi r^2$, missä r on ympyrän säde ja α keskuskulma	

Avaa appletti →



Jänne on kahta ympyrän kehän pistettä yhdistävä jana.

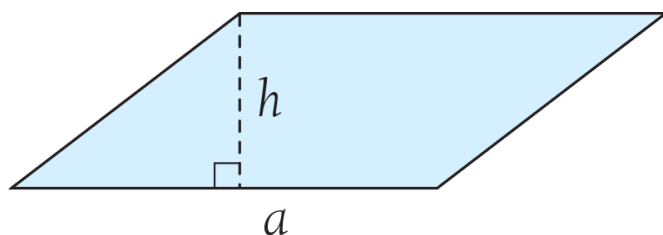


Segmentti on jänteen ja ympyrän kaaren rajaama alue.

Ympyrän tangentti on suora,
joka sivuaa ympyrän kehää.
Tangentin ja sen
sivumiskohtaan piirretyn
ympyrän säteen välinen kulma
on suora.

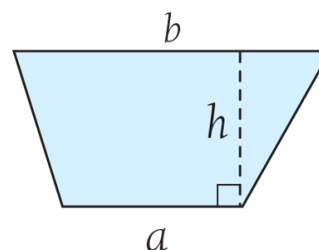
Suunnikas ja puolisuunnikas

Suunnikkaan pinta-ala



$A = ah$, missä a on suunnikkaan kannan pituus ja h sitä vastaan kohtisuorasti mitattu korkeus

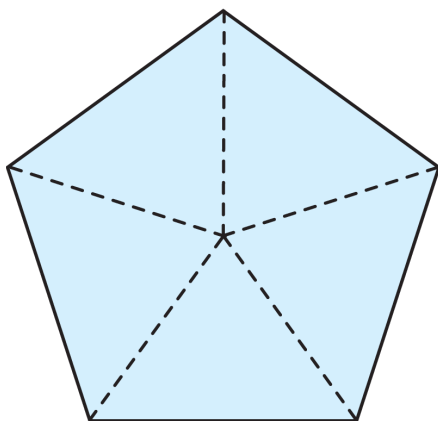
Puolisuunnikkaan pinta-ala



$$A = \frac{a + b}{2} \cdot h,$$

missä a ja b ovat puolisuunnikkaan yhdensuuntaisten sivujen pituudet ja h niiden välinen etäisyys (korkeus)

Säännöllinen monikulmio



Säännöllisen monikulmion sivut ovat yhtä pitkät ja kulmat yhtä suuret. Säännöllisen monikulmion pinta-ala voidaan laskea jakamalla ensin monikulmio yhteneviksi tasakylkiseksi kolmioiksi.



LASKIMET JA LASKENTAOHJELMAT

- Kokeen B-osassa kuvion pinta-ala voidaan tarkistaa geometriaohjelmalla. Monikulmion pinta-alaa määritettäessä kuvio täytyy olla piirretty monikulmio-toiminnolla. Säännöllisille monikulmioille on oma erillinen piirtotoimintonsa.
- Tietyn kokoisen ympyrän sektorin saa piirrettyä geometriaohjelmalla, kun ensin piirtää halutun kokoisen kulman ja sen päälle sektorin.