

Tasogeometrian perusteita

Pituuden ja pinta-alan yksikönmuunnokset

Pituuden yksiköiden suhdeluku on 10, ja pinta-alan yksiköiden suhdeluku on 100. Pituuden yksikönmuunnos voidaan tehdä kertomalla tai jakamalla pituuden lukuarvo suhdeluvulla 10 riittävän monta kertaa. Pinta-alan yksikönmuunnoksissa pitää puolestaan joko kertoa tai jakaa sadalla riittävän monta kertaa.

Esimerkki 1

Muunna yksiköksi, joka on annettu sulkeissa.

a) 2 500 cm (m)

b) 0,00000073 km (mm)

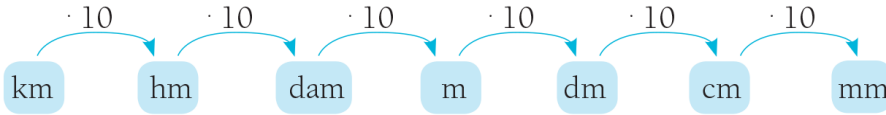
Ratkaisu

$$\text{a) } 2\,500 \text{ cm} = \frac{2\,500}{10} \text{ dm} = 250 \text{ dm}$$

$$250 \text{ dm} = \frac{250}{10} \text{ m} = 25 \text{ m}$$

b)

Kun pituuden yksikkö muutetaan isommaksi, pituuden arvo jaetaan suhdeluvulla 10 riittävän monta kertaa.



$$0,00000073 \text{ km} =$$

$$0,00000073 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \text{ mm} =$$

$$0,73 \text{ mm}$$

Kun pituuden yksikkö muutetaan pienemmäksi, pituuden arvo kerrotaan suhdeluvulla 10 riittävän monta kertaa.

Vastaus

- a) 25 m
b) 0,73 mm

Esimerkki 2

Muunna yksikkö niin, että pinta-ala on helpompi hahmottaa.

- a) $0,0000046 \text{ m}^2$
b) $980\,000\,000 \text{ cm}^2$

Ratkaisu

a)

m^2	dm^2	cm^2	mm^2
0,0000046	0,00046	0,046	4,6



$$0,0000046 \text{ m}^2 = 4,6 \text{ mm}^2$$

Kun pinta-alan yksikkö muutetaan, se joko kerrotaan tai jaetaan suhdeluvulla 100 riittävän monta kertaa.

b)

cm^2	dm^2	m^2	a	ha
980 000 000	9 800 000	98 000	980	9,8



$$980\,000\,000 \text{ cm}^2 = 9,8 \text{ ha}$$

Vastaus

a) $4,6 \text{ mm}^2$

b) $9,8 \text{ ha}$

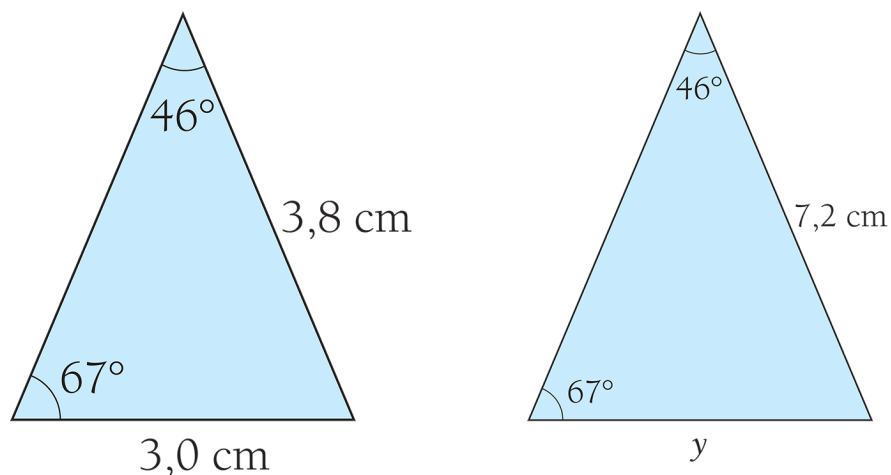
Yhdenmuotoisuus

Yhdenmuotoisissa kuvioissa vastinkulmat ovat yhtä suuret ja vastinsivujen pituuksien suhteet samat. Suhde voidaan ilmoittaa mittakaavan avulla.

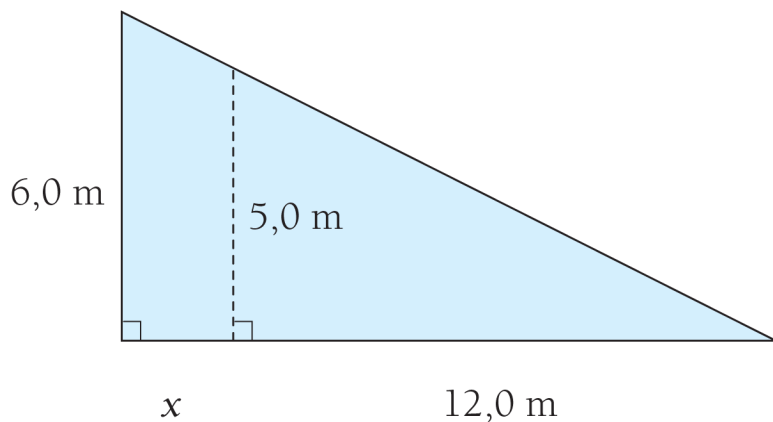
Esimerkki 3

Ratkaise y ja x .

a)



b)



Ratkaisu

a) Kolmiot ovat yhdenmuotoiset, koska niillä on kaksi yhtä suurta kulmaa. Kolmansien kulmien on oltava yhtä suuret, koska kolmion kulmien summa on 180° . Yhdenmuotoisissa kuvioissa vastinsivujen pituuksien suhde on vakio.

	Kanta (cm)	Kylki (cm)
Pieni kolmio	3,0	3,8
Iso kolmio	y	7,2

Ratkaistaan ison kolmion kannan pituus y verrannolla.

$$\frac{3,0}{y} = \frac{3,8}{7,2}$$

$$3,8y = 3,0 \cdot 7,2$$

$$3,8y = 21,6 \quad | : 3,8$$

$$y = 5,684... \approx 5,7 \text{ (cm)}$$

Ratkaisu pyöristetään lähtöarvojen mukaiseen tarkkuuteen.

b) Iso kolmio ja sen sisään piirretty pienempi kolmio ovat yhdenmuotoisia, koska niillä on kaksi yhtä suurta kulmaa: suorakulma ja yhteinen kulma.

	Kanta (cm)	Kylki (cm)
Pieni kolmio	6,0	$x + 12,0$
Iso kolmio	5,0	12,0

Ratkaistaan x verrannolla.

$$\frac{6,0}{5,0} = \frac{x + 12,0}{12,0}$$

$$5,0 \cdot (x + 12,0) = 6,0 \cdot 12,0$$

$$5x + 60 = 72$$

$$5x = 12 \quad | : 5$$

$$x = 2,4 \text{ (m)}$$

Vastaus

a) $y \approx 5,7 \text{ cm}$

b) $x = 2,4 \text{ m}$

Esimerkki 4

a) Kartan mittakaava on 1 : 20 000. Matka naapurin mökille on 2,4 km. Kuinka pitkä matka on kartalla?

b) Metsäpalstan pinta-ala kartalla on $0,5 \text{ cm}^2$. Kuinka suuri palsta on luonnossa, kun kartan mittakaava on 1 : 100 000?

Ratkaisu

a)

	Mittakaava	Etäisyys (km)
Kartta	1	x
Luonto	20 000	2,4

Muodostetaan verranto, ja ratkaistaan se laskentaohjelmalla.

$$\frac{1}{20\,000} = \frac{x}{2,4}$$

$$x = 0,00012 \text{ (km)}$$

$$0,00012 \text{ km} = 12 \text{ cm}$$

b) Pinta-alojen suhde on mittakaavan neliö: $\frac{A_2}{A_1} = \left(\frac{m}{n}\right)^2$.

Tapa 1 Suoraan yhtälöllä

Muodostetaan yhtälö, ja ratkaistaan se laskentaohjelmalla.

$$\frac{0,5}{x} = \left(\frac{1}{100\,000}\right)^2$$

$$x = 5\,000\,000\,000 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Tapa 2 Taulukon avulla

	Mittakaava	Mittakaavan neliö	Pinta-ala (cm ²)
Kartta	1	1 ²	0,5
Luonto	100 000	100 000 ²	x

Muodostetaan verranto, ja ratkaistaan se laskentaohjelmalla.

$$\frac{1^2}{100\,000^2} = \frac{0,5}{x}$$

$$x = 5\,000\,000\,000 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$5\,000\,000\,000 \text{ cm}^2 = 50 \text{ ha}$$

Vastaus

a) 12 cm

b) 50 ha

TEORIAYHTEENVETO

Yksikönmuunnokset

- Pituuden yksiköiden suhdeluku on 10.

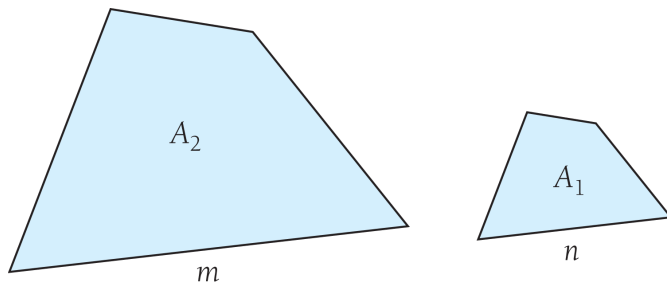
mm	cm	dm	m	dam	hm	km
----	----	----	---	-----	----	----

- Pinta-alan yksiköiden suhdeluku on 100.

mm ²	cm ²	dm ²	m ²	a	ha	km ²
-----------------	-----------------	-----------------	----------------	---	----	-----------------

Yhdenmuotoisuus

- Yhdenmuotoisissa kuvioissa vastinsivujen pituuksien suhde on sama ja vastinkulmat ovat yhtä suuret.
- Kaksi kolmiota ovat yhdenmuotoiset, kun niissä on kaksi yhtä suurta kulmaa.
- Yhdenmuotoisten kuvioiden pinta-alojen suhde on mittakaavan neliö $\frac{A_2}{A_1} = \left(\frac{m}{n}\right)^2$.



LASKIMET JA LASKENTAOHJELMAT

- Kokeen A-osassa tasogeometrian tehtävien mallikuvat voidaan piirtää joko toimisto-ohjelmiston piirto-ohjelmalla (Draw) tai jollain muulla piirto-ohjelmalla.
- Kokeen B-osassa kuvien piirtämiseen voidaan käyttää A-osan ohjelmien lisäksi geometriaohjelmaa. Geometriaohjelmassa pystyy myös esimerkiksi mittaamaan kulmien suuruuksia ja sivujen pituuksia. Tätä ominaisuutta voidaan käyttää apuna laskun vastauksen tarkistamiseen. Myös muissa B-osan laskentaohjelmissa on geometriatoimintoja, joilla voi sekä piirtää että mitata.
- Geometriaohjelmalla voidaan peilata, kiertää tai venyttää piirrettyä kuviota, jolloin saatu kuvio on yhdenmuotoinen alkuperäisen kanssa.
- Joillain B-osan laskentaohjelmilla pystyy tekemään yksikönmuunnoksia.