

Tehtävät 303–333

Perustehtäviä

303 Laske lukujonon
 $a_n = 5 + \frac{6}{n}$
ensimmäinen, toinen ja
kahdeksas jäsen.

LÄKSY

♦ Vihreällä merkityn tehtävän ratkaisemiseen saa käyttää vain peruslaskinta, ei laskimia tai ohjelmia, joissa on symbolisen laskennan ja kuvaajan piirtämisen toimintoja.

304 a) Määritä aritmeettisen lukujonon 20, 29, 38, ... viidestoista jäsen.
b) Määritä geometrisen lukujonon 800, 400, 200, ... kymmenes jäsen.

LÄKSY

♦ Sinisellä merkityt tehtävät voit laskea haluamallasi tavalla.

- 305 a) Laske aritmeettinen summa $\frac{5+9+13+\dots+49}{12 \text{ kpl}}$.
- b) Laske geometrisen lukujonon 15, 30, 60, ... kuudentoista ensimmäisen jäsenen summa.
- 306 Onko väite oikein vai väärin?
- a) Lukujono 101, 1 001, 10 001, ... voi olla geometrinen.
- b) Lukujono 101, -101, 101, -101, ... voi olla geometrinen.
- c) Aritmeettinen lukujono 1, 2, 3, 4, ... ja rekursiivinen lukujono $a_1 = 1, a_n = a_{n-1} + 1$, kun $n \geq 2$, ovat sama lukujono.
- d) Aritmeettisen lukujonon 20 ensimmäisen jäsenen summa lasketaan kertomalla ensimmäisen ja viimeisen yhteenlaskettavan keskiarvo luvulla 20.
- e) Matti lukee tenttiin joka päivä 15 sivua enemmän kuin edellisenä päivänä. Luettujen sivujen kokonaismäärä saadaan selville aritmeettisen summalausekkeen avulla.
- f) Geometrasta summaa laskettaessa pitää tietää viimeisen yhteenlaskettavan suuruus.

Sarja 1

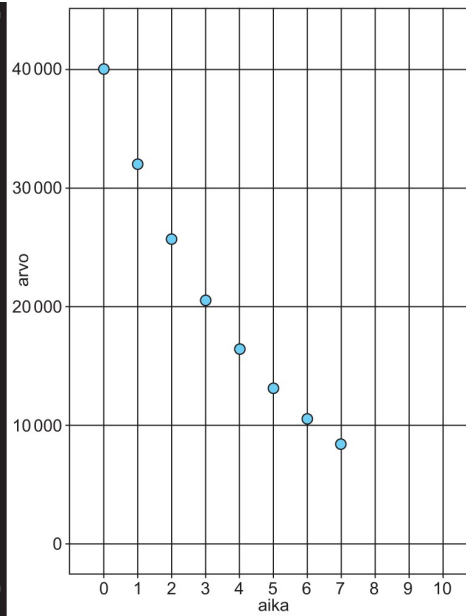
- | | | | | | |
|-----|--|-------|-----|--|-------|
| 307 | Lukujonon kaksi ensimmäistä jäsentä ovat $a_1 = 7$ ja $a_2 = 14$. Mikä on jonon | LÄKSY | 313 | Piirrä koordinaatistoon a) aritmeettisen lukujonon $a_n = 250 - 30n$ kuvaaja $n:n$ | LÄKSY |
|-----|--|-------|-----|--|-------|

	viides jäsen, jos jono on a) aritmeettinen, b) geometrinen?			arvoilla 1...10. b) geometrisen lukujonon b_n $= 140 \cdot 1,25^n$ kuvaaja $n:n$ arvoilla 1...8.	
308	Tutki lukujonoa $b_n = \frac{2n + 1}{5}.$ a) Määritä jonon sadas jäsen b_{100} . b) Onko luku 8,2 jonon jäsen? Jos on, niin kuinka mones?	LÄKSY	314	Muodosta ja sievennä aritmeettisen lukujonon 5, 8, 11, ... yleisen jäsenen a_n lauseke. Kuinka moni lukujonon jäsenistä on pienempi kuin 1 000?	LÄKSY
309	Aritmeettisen lukujonon ensimmäinen jäsen on 98 ja viides jäsen 46. Määritä a) peräkkäisten jäsenten erotus d b) jonon viidestoista jäsen.	LÄKSY	315	Laske sadan ensimmäisen neljällä jaollisen positiivisen kokonaisluvun summa.	LÄKSY
310	$a_1 = 6$ ja $a_4 = 384$ ovat geometrisen lukujonon jäseniä. Määritä peräkkäisten jäsenten suhde q ja jonon jäsen a_6 .	LÄKSY	316	Milla lähettää viestin kahdelle ystävälleen. Heistä kumpikin lähettää viestin eteenpäin kahdelle ystävälleen, jotka lähettävät viestin edelleen kahdelle ystävälleen ja niin edelleen. Kuinka moni henkilö on vastaanottanut viestin 20 lähetysvaiheen jälkeen, jos kukaan ei ole saanut viestiä useampaan kertaan?	LÄKSY
311	Lukujonon ensimmäinen jäsen on $a_1 = 2$ ja yleinen jäsen on $a_n = 3a_{n-1} - 5$, kun $n \geq 2$. Määritä jonon jäsenet a_2, a_3 ja a_4 .	LÄKSY	317	Lukujonossa (a_n) on $a_1 = 2$ ja $a_2 = \frac{12}{5}$. Määritä jonon sadan ensimmäisen termin summa, kun jono on a) aritmeettinen b) geometrinen. Anna tämän kohdan vastaus miljoonan tarkkuudella. (YO kevät 2013/11)	LÄKSY
312	a) Laske aritmeettisen lukujonon 30, 38, 46, ... viidentoista ensimmäisen jäsenen summa. b) Laske geometrisen lukujonon 2, 6, 18, ... kahdentoista ensimmäisen jäsenen summa.	LÄKSY			

Sarja 2

- 318 Tutki, onko luku lukujonon jäsen. Jos luku on jonon jäsen, kuinka mones jäsen se on? LÄKSY
a) luku 2 862, lukujono $n^2 - n$
b) luku 7, lukujono $\frac{2n + 30}{n + 1}$
- 319 Voiko lukujono LÄKSY
a) 11, 23, 36, ... olla aritmeettinen
b) $1, \frac{2}{3}, \frac{4}{9}, \dots$ olla geometrinen?
- 320 Laske kuudentoista ensimmäisen jäsenen summa LÄKSY
a) aritmeettisessa lukujonossa 21, 13, 5, ...
b) geometrisessa lukujonossa 3, -6, 12, ...
- 321 Piirrä samaan koordinaatistoon lukujonojen $a_n = 1,5n$ ja $b_n = 1,5^n$ kuvaajat arvoilla $1 \leq n \leq 10$. LÄKSY
- 322 Kuinka moni jonon alkupään jäsenistä on pienempi kuin 100 000 LÄKSY
a) aritmeettisessa lukujonossa 14, 19, 24, ...
b) geometrisessa jonossa $5, 6, 7\frac{1}{5}, \dots$?
- 323 Rekursiivinen lukujono on määritelty seuraavasti: $a_1 = 100, a_2 = 4$ ja LÄKSY
$$a_n = \frac{a_{n-1}}{a_{n-2}} \cdot (-1)^n, \text{ kun } n \geq 3. \text{ Määritä lukujonon kolmas, neljäs ja viides jäsen.}$$
- 324 Geometrisen lukujonon ensimmäinen jäsen on 3 ja kolmas jäsen 12. Määritä jonon LÄKSY
kuudes jäsen.
- 325 Iiris on löytänyt uuden autonsa arvon alenemista kuvaavan taulukon. Hän syöttää tiedot LÄKSY
ohjelmaan, joka piirtää auton arvoa kuvaavat pisteet ajan funktiona yhden vuoden välein. Auton ostaminen tapahtuu taulukossa vuonna 0.

	A aika	B arvo	C	D	E	F
=						
1	0	40000				
2	1	32000				
3	2	25600				
4	3	20480				
5	4	16384				
6	5	13107.2				
7	6	10485.8				
8	7	8388.61				
9						
10						
11						
12						
13						
14						
15						
16						
17						
18						
19						
20						
21						
C9						



- a) Selitä sanallisesti, millä tavalla auton arvo näyttää alenevan ajan funktiona.
b) Muodosta kaava, joka kuvaa sitä, miten taulukon lukuarvot on laskettu. Voit käyttää muotoa $a_n = f(n)$ olevaa lukujonoa, kun a_n on auton arvo vuonna n .
c) Kuinka monen vuoden jälkeen auton ostamisesta sen arvo on kaavasi mukaan laskenut alle 2 000 euron?
(YO kevät 2018/10)

- 326 Pallo pudotetaan 1,5 metrin korkeudelta ja jokaisen pompun jälkeen sen nousukorkeus on 75 % pudotuskorkeudesta. Kuinka pitkän matkan pallo on liikkunut pystysuunnassa edestakaisin yhteensä, kun se osuu maahan kymmenennen kerran? LÄKSY
- 327 Aritmeettisen lukujonon kuudes termi on $a_6 = 60$ ja viidestoista termi $a_{15} = 177$. Määritä jonon ensimmäinen termi a_1 ja yleinen termi a_n . LÄKSY
- 328 Iida lukee yliopiston pääsykoekirjaa, jossa on 568 sivua. Hän lukee kirjaa päivittäin ja joka päivä 5 % suuremman sivumäärän kuin edellisenä päivänä.
a) Kuinka monessa päivässä Iida lukee kirjan viiteen kertaan läpi, jos hän lukee ensimmäisenä päivänä kaksi sivua?
b) Kuinka monta sivua lidan olisi luettava ensimmäisenä päivänä, jotta hän saisi kirjan luettua läpi viisi kertaa neljässä viikossa? LÄKSY
- 329 Aritmeettisen lukujonon ensimmäinen jäsen on 76 ja neljäkymmenen ensimmäisen jäsenen summa 16 300. Mikä on jonon toinen jäsen? LÄKSY
- 330 Tuhannesta laatikosta kootaan rakennelma, jonka ylimmässä kerroksessa on yksi laatikko, toiseksi ylimmässä kaksi laatikkoa ja sen alapuolella olevassa kerroksessa LÄKSY

kolme ja niin edelleen. Kuinka monta laatikkoa tulee alimpaan kerrokseen ja kuinka monta laatikkoa jää yli?

- 331 Kirjoita aritmeettinen summa summamerkin avulla. LÄKSY
a) $1 + 2 + 3 + \dots + 20 + 21$
b) $2 + 4 + 6 + \dots + 20 + 22$
c) $1 + 3 + 5 + \dots + 29 + 31$
- 332 Eräs menetelmä luvun $\sqrt[3]{a}$ likiarvojen laskemiseksi perustuu kaavaan LÄKSY
$$x_{n+1} = \frac{1}{3} \left(2x_n + \frac{a}{x_n^2} \right),$$
 kun $n = 1, 2, \dots$ ja $x_1 = 1$. Tarkastellaan kyseistä jonoa (x_1, x_2, x_3, \dots) , kun $a = 9$. Millä indeksin n arvolla näin lasketut likiarvot toteuttavat ensimmäisen kerran seuraavan ehdon: lukujen x_n ja x_{n+1} seitsemän ensimmäistä desimaalia ovat samat? (YO kevät 2014/11)
- 333 Aritmeettisen lukujonon ensimmäiset jäsenet ovat $a_1 = 5$ ja $a_2 = 8$. Geometrisen lukujonon ensimmäiset jäsenet ovat $b_1 = 1\,000$ ja $b_2 = 990$. Mistä n :n arvosta alkaen $a_n \geq b_n$? LÄKSY

Katso vastaukset →

Merkitse suoritettut tehtävät tai palauta tehtäviä →