

Funktio

Funktion ja muuttujan arvon laskeminen

Funktio on kahden luvun riippuvuuden ilmaiseva sääntö, joka annetaan usein laskulausekkeena.

Esimerkki 1

Tarkastele funktiota $f(x) = -3x + 17$.

- Laske funktion arvo, kun $x = 4$.
- Millä muuttujan x arvolla funktio saa arvon 25?

Ratkaisu

a) $f(4) = -3 \cdot 4 + 17 = 5$

b) Selvitetään kysytty arvo yhtälön avulla.

$$\begin{aligned} -3x + 17 &= 25 \\ -3x &= 8 \quad | :(-3) \\ x &= -\frac{8}{3} = -2\frac{2}{3} \end{aligned}$$

Vastaus

a) $f(4) = 5$

b) $x = -2\frac{2}{3}$

Esimerkki 2

Määritä funktion $g(x) = -x^2 + 7x - 6$ a) arvo kohdassa -1

b) nollakohdat.

Ratkaisu

a) Arvo kohdassa -1 tarkoittaa funktion arvoa, kun $x = -1$.

$$g(-1) = -(-1)^2 + 7 \cdot (-1) - 6 = -14$$

b) Nollakohdissa $g(x) = 0$. Selvitetään nollakohdat yhtälön avulla.

$$-x^2 + 7x - 6 = 0$$

$$a = -1, b = 7 \text{ ja } c = -6$$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-6)}}{2 \cdot (-1)} = \frac{-7 \pm \sqrt{25}}{-2} = \frac{-7 \pm 5}{-2}$$

$$x = \frac{-7+5}{-2} = 1 \text{ tai } x = \frac{-7-5}{-2} = 6$$

Vastaus

a) $g(-1) = -14$

b) nollakohdat ovat $x = 1$ ja $x = 6$

Funktion kuvaaja

Koordinaatistoon piirrettyssä funktion kuvaajassa funktion arvo on kuvaajan pisteen y -koordinaatti.

Esimerkki 3

Vastaa kysymyksiin kuvaajan perusteella.

- a) Määritä kuvaajasta $f(1)$.
 b) Millä muuttujan x arvoilla $f(x) = 2$?
 c) Määritä funktion $f(x)$ nollakohdat.

Ratkaisu

- a) $f(1) = 5$
 b) $f(x) = 2$, kun $x = -3$ tai $x = 4$
 c) $x = -4$ ja $x = 5$

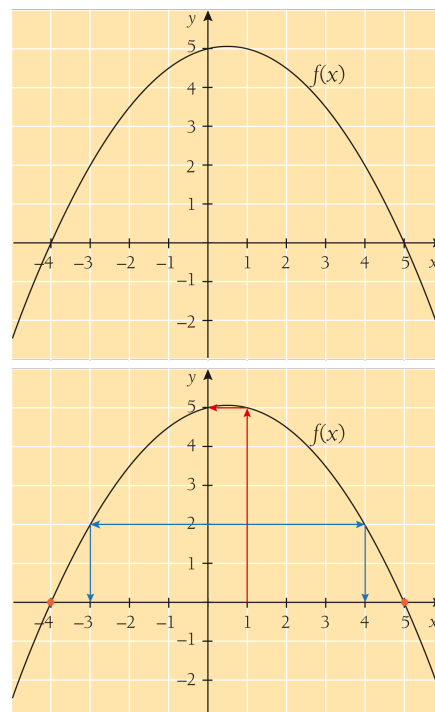
Esimerkki 4

Onko funktion kuvaaja nouseva suora, laskeva suora, ylöspäin aukeava paraabeli tai alaspäin aukeava paraabeli?

- a) $f(x) = -8x + 5$
 b) $g(x) = 3x^2 - 4x - 9$
 c) $h(x) = x - x^2$
 d) $r(x) = x^3 + x^2 - 4x + 1$

Ratkaisu

- a) Funktio on ensimmäisen asteen polynomifunktio, joten sen kuvaaja on suora. Koska kulmakerroin -8 on negatiivinen, suora on laskeva.
- b) Funktio on toisen asteen polynomifunktio, joten sen kuvaaja on paraabeli. Koska toisen asteen termin kerroin 3 on positiivinen, paraabeli aukeaa ylöspäin.
- c) Funktio on toisen asteen polynomifunktio, joten sen kuvaaja on paraabeli. Funktion lausekkeen termien järjestyksen voi vaihtaa: $x - x^2 = -x^2 + x$. Koska toisen asteen termin kerroin -1 on negatiivinen, paraabeli aukeaa



alaspäin.

d) Funktio on kolmannen asteen polynomifunktio. Sen kuvaaja ei ole suora eikä paraabeli.

Vastaus

- a) laskeva suora
- b) ylöspäin aukeava paraabeli
- c) alaspäin aukeava paraabeli
- d) ei suora eikä paraabeli

Esimerkki 5

Piirrä funktioiden $f(x) = x^3$ ja $g(x) = 50 \cdot 0,8^x$ kuvaajat samaan koordinaatistoon. Selvitä kuvaajien avulla ainoa muuttujan x arvo, jolla funktiot saavat saman arvon. Anna vastaus kolmen desimaalin tarkkuudella.

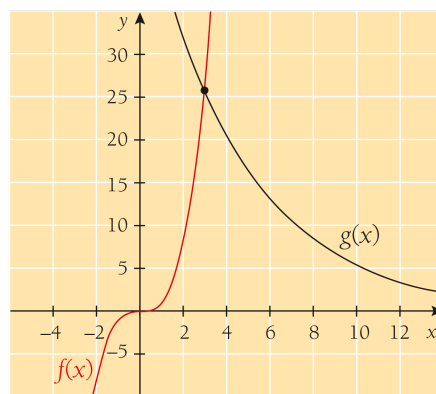
Ratkaisu

Piirretään kuvaajat geometria- tai laskentaohjelmalla.

Funktion $g(x)$ kuvaaja ei välttämättä näy ohjelman piirtotilan perusasetuksilla, jolloin koordinaattiakselien asteikkoja täytyy ensin muuttaa.

Funktiot saavat saman arvon sillä muuttujan x arvolla, jolla kuvaajat leikkaavat. Määritetään ohjelman avulla kuvaajien leikkauspiste. Tarvittaessa muutetaan pyöristysasetuksia riittävän tarkkuuden saamiseksi. Leikkauspisteen x -koordinaatiksi saadaan

$x \approx 2,957$, joten $f(x) = g(x)$, kun $x \approx 2,957$.



TEORIAYHTEENVETO

LASKIMET JA LASKENTAOHJELMAT

Funktion arvon laskeminen

• Kokeen B-osassa funktioiden arvoja voidaan laskea laskentaohjelmilla. Tästä on erityistä hyötyä silloin, kun pitää laskea useita saman funktion arvoja.

• Kun ohjelmaan syöttää funktion lausekkeen, esimerkiksi

$f(x) = 4 - x^2$, $f(3)$ laskee funktion arvon, kun $x = 3$. Joissain ohjelmissa voi käyttää myös ns. sijoitusviivaa: $4 - x^2 \mid x = 3$.

• Kun funktion arvo lasketaan laskentaohjelmalla, sijoituksen välivaiheiden ei tarvitse näkyä. Ohjelmasta on hyvä tällöin ottaa kuvakaappaus, jossa näkyvät sekä laskettu arvo että funktion lauseke.

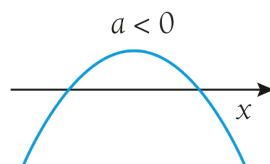
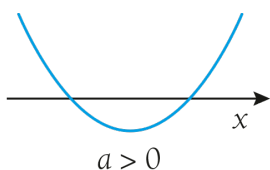
Funktion kuvaajan piirtäminen ja analysoiminen

• Kokeen B-osassa funktion kuvaaja voidaan piirtää geometria- tai laskentaohjelmalla.

• Ohjelmilla pystyy usein analysoimaan kuvaajaa. Taulukossa on yleisiä toimintoja ja niiden mahdollisia nimiä ohjelmissa.

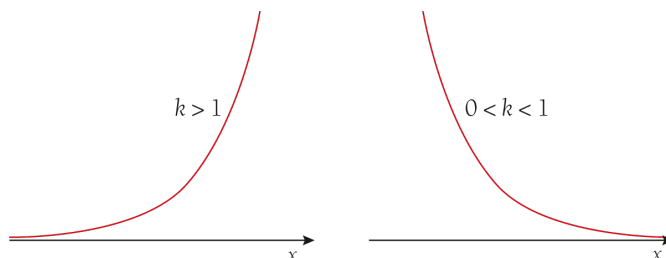
• Kuvaajaa voidaan tutkia ohjelman mukaan myös esimerkiksi liikuttamalla kuvaajalla olevaa pistettä tai käyttämällä toimintoa *Jäljitys (Trace)*. Kuvaajalle saa sijoitettua pisteen joissakin ohjelmissa esimerkiksi toiminnolla *Piste objektilla*.

kun $a < 0$.



Avaa appletti →

- Eksponenttifunktion $f(x) = k^x$ ($k > 0$ ja $k \neq 1$) kuvaaja on kaareva käyrä. Käyrä on nouseva, kun $k > 1$ ja laskeva, kun $0 < k < 1$.



Avaa appletti →

- Funktion lausekkeen kertominen positiivisella vakiolla säilyttää kuvaajan perusmuodon.

Toiminto	Nimi
Nollakohtien määrittäminen	Juuret (<i>Roots</i>), Nollakohta (<i>Zero</i>)
Kahden kuvaajan leikkauspiste	Leikkauspiste (<i>Intersect</i>)
Suurin arvo tai pienin arvo	Ääriarvot (<i>Turning Point</i>), Minimipiste/Maksimipiste (<i>Minimum/Maximum</i>)