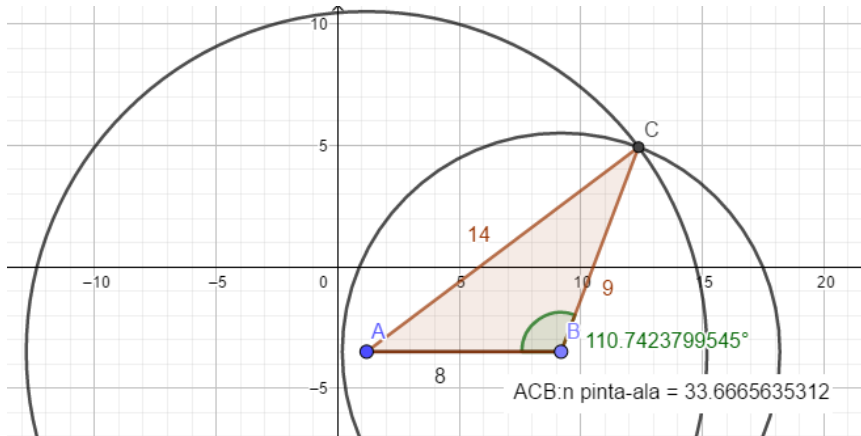


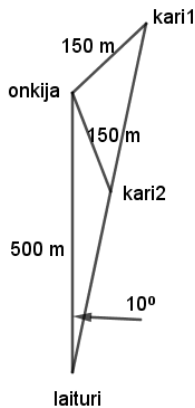
1. Kolmion sivut ovat 8, 9 ja 14 ruutua. Piirrä Geogebralla **oikean** muotoinen ja kokoinen kuvio. Määritä kyseisen kolmion pinta-ala ja suurin kulma Geogebbran työkaluilla. /6 p.



Riittävästi tarkkuutta, selkeä kuvio jossa näkyy sivujen pituudet.

- 2.

Katsellaan laiturin nokasta järvelle. Onkija istuu veneessä suoraan laiturin linjalla 500 m päässä laiturista. Pieni kari näkyy meille 10° kulmassa onkijan oikealla puolella. Tiedetään, että onkijan ja karin välimatka on 150 m. Kuinka kaukana kari on laiturista? Anna vastaus metrin tarkkuudella.



kuva 2p

Kosinilauseen mukaan saadaan

$$150^2 = 500^2 + x^2 - 2 \cdot 500 \cdot x \cdot \cos 10^\circ$$

2p

$$x^2 - 1000x \cos 10^\circ + 227500 = 0$$

3p

Josta laskimella



$$\text{solve}(x^2 - 1000 \cdot x \cdot \cos(10) + 227500 = 0, x)$$

3p

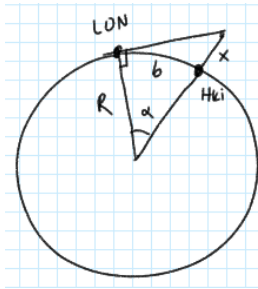
$$\{x=370.0863487, x=614.7214043\}$$

Karin etäisyys laiturista on siis 370 m tai 615 m.

2p

Kumpikin mitta oltava.

3. Kuinka korkealle tulee nousta Lontoon yläpuolella, jotta näkisi Helsingin? Lontoon ja Helsingin välinen etäisyys (käveltynä) on 1900 km. Maapallon ympärysmitta on 40000 km. /6 p.



$b = 1900 \text{ km}$
 $2\pi R = 40000 \text{ km} \rightarrow R = 6366 \text{ km}$
 $b = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot 2\pi R \rightarrow \alpha = 17,1^\circ$
 Hypotenuusa = $x+R$: $\cos \alpha = \frac{R}{x+R} \rightarrow x = \frac{R}{\cos \alpha} - R \approx 294 \text{ km}$

4.

Astia on suora ympyrälieriö, jonka pohjaympyrän halkaisija on 60 mm. Astiassa olevaan veteen pudotetaan kolme samankokoista metallipalloa, jolloin veden pinta nousee 12 mm. Laske metallipallojen säde millimetrin tarkkuudella. Vettä on astias-
sa riittävästi peittämään kaikki pallot. /6 p.

Lieriön pohjan säde = $R = 30 \text{ mm}$, pallon säde = r . Yksi pallo nostaa vedenpintaa $h = 4 \text{ mm}$. Tilavuudet lasketaan kahdella tavalla, merkataan yhtäsuuriksi ja ratkaistaan r:

$V = Ah = \pi R^2 h$ ja $V = \frac{4}{3} \pi r^3$.

$\pi R^2 h = \frac{4}{3} \pi r^3 \quad || : \frac{\pi}{3}$
 $r^3 = \frac{3R^2 h}{4}$
 $r = \sqrt[3]{\frac{3R^2 h}{4}}$

$\sqrt[3]{\frac{3 \cdot 30^2 \cdot 4}{4}} = \sqrt[3]{3 \cdot 30^2} = \sqrt[3]{2700} \approx 13,9247665008$
 Vast: n. 14 mm

5. YO s2020: 5

/6 p.

Kolmioiden yhteinen alue on viisikulmio, joka jakaantuu kahteen symmetriseen puolisuunnikkaaseen.	1
Puolisuunnikkaan leveys on $1/2$.	1
Yhdenmuotoisten kolmioiden perusteella pidemmän pystysuoran sivun pituus h toteuttaa yhtälön $h/(7/2) = 3/4$,	2
joten $h = 21/8$.	1
Vastaavasti lyhyemmän pystysuoran sivun pituus y toteuttaa yhtälön $y/3 = (21/8)/(7/2)$,	2
joten $y = 9/4$.	1
Puolisuunnikkaan ala on $\frac{1}{2}(h+y) \cdot \frac{1}{2} = 39/32$,	2
joten kysytty ala on $2 \cdot 39/32 = 39/16$.	2

