

Vastaa viiteen tehtävään. Laita laskujen välivaiheita näkyviin ja ilmoita vastaus sopivalla tarkkuudella yksiköineen.

1. Olkoon $f(x) = \begin{cases} 3x - 1, & \text{kun } x \leq 2 \\ x + 3, & \text{kun } x > 2 \end{cases}$.

a) Onko funktio jatkuva? b) Onko funktio derivoituva kaikilla x :n arvoilla? c) Piirrä funktio.

2. Määritä ykköstehtävän funktion se integraalifunktio, joka kulkee pisteen $(-1, 5)$ kautta.

3. a) Osoita, että funktiolla $f(x) = (x^2 + 1)e^{-x}$ on käänteisfunktio.

b) Määritä $(f^{-1})'(1)$.

c) Missä kohdissa käänteisfunktio f^{-1} ei ole derivoituva?

4. a) Osoita, että yhtälöllä $\sqrt{x^2 + 4} = 2^x$ on ainakin yksi juuri. (Vinkki: Bolzano)

b) Määritä se muuttujan x arvo, jossa funktiolla $f(x) = \int_0^x (t^2 - 3t + 2)dt$ on paikallinen minimi.

5. Määritä integraali $\int_2^5 \frac{5}{\sqrt{3x-6}} dx$.

6. Millä x :n arvoilla sarja $\sum_{n=0}^{\infty} (1 - 2\cos x)^n$ suppenee? (Vinkki: geometrinen sarja)

7. a) Mitä raja-arvoa funktion $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$ arvot lähenevät, kun muuttujan arvot suurenevat ja pienenevät rajatta?

b) Missä funktio f on kasvava ja missä vähenevä? Onko funktiolla ääriarvoja?

c) Hahmottele funktion kuvaaja. Piirrä samaan kuvioon myös kuvaajan mahdollinen pystysuora ja vaakasuora asymptootti.