

Vastaa kumpaankin tehtävään ILMAN LASKINTA. Laita laskujen välivaiheita näkyviin. Ilmoita vastaukset tarkkoina arvoina ja radiaaneina, ellei tehtävässä muuta pyydetä.

1. Derivoi lauseke

a) $\cos 2x$

b) $-2\sin^3 x + 5x$

c) $-\tan x^2$

2. Lukujono alkaa $\{1, 3, \dots\}$. Määritä jonon yleinen termi a_n ja laske sen avulla a_{10} kun jono on

a) aritmeettinen

b) geometrinen.

Vastaa neljään tehtävään. Laita laskujen välivaiheita näkyviin. Ilmoita vastaukset tarkkoina arvoina ja radiaaneina, ellei tehtävässä muuta pyydetä.

3. a) Ratkaise yhtälö $\cos \alpha = -\frac{1}{2}$.

b) Ratkaise yhtälö $2\sin^2 x + 3\cos x - 3 = 0$

yo k12:10

c) Derivoi $f(x) = \tan(x) + \cos(2x) + \sin(3x) - 4x$

4. Kuinka monta peräkkäistä paritonta luonnollista lukua on laskettava yhteen alkaen luvusta 1, jotta summa ylittäisi miljoonan?

Pyramidi 811

5. Tasakylkisen kolmion kylkien pituus on 1. Määritä kantakulman x suuruus niin, että kannan ja kannalle piirretyn korkeuden summa on mahdollisimman suuri. Anna vastaus asteen kymmenesosan tarkkuudella.

Pitkä mat. 5D:5

Ratkaisu: $f(x) = 2\cos x + \sin x$, x välillä $0.. \pi/2$.

$f'(x) = -2\sin x + \cos x = 0$, kun $\tan x = 0,5$ eli kun $x = 0,46365$ (rad). Kulkukaavioista perustelu miksi minimi, sama asteina n. 26,6.

6. Ratkaise yhtälö $\sin x + \cos x = 1$. (Vinkki: korota yhtälö puolittain toiseen potenssiin. Korotuksen takia tarkasta lopuksi vastaukset.)

Ratk. Korotetaan puolittain toiseen. Koska puolittain neliöön korotus ei välttämättä säilytä yhtäpitävyyttä on saadut juuret lopuksi tarkistettava sijoittamalla alkuperäiseen yhtälöön.

$$(\sin x + \cos x)^2 = 1 \Leftrightarrow \sin^2 x + 2\sin x \cos x + \cos^2 x = 1 \Leftrightarrow 2\sin x \cos x = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin x = 0 \text{ tai } \cos x = 0 \Leftrightarrow x = n \cdot \frac{\pi}{2}, n \in \mathbb{Z}. \text{ Tarkistetaan kaikkia neljää kehäpisteen paikkaa vastaavat}$$

ratkaisuparvet sijoittamalla ne alkuperäiseen yhtälöön $\sin x + \cos x = 1$. Piirrä kuva yksikköympyrästä ja sijoita ympyrälle nämä neljä kehäpisteen paikkaa. Tarkistuksessa saadaan seuraavat yhtälöt:

$$x = n \cdot 2\pi : 0 + 1 = 1 \text{ tosi}$$

$$x = \frac{\pi}{2} + n \cdot 2\pi : 1 + 0 = 1 \text{ tosi}$$

$$x = \pi + n \cdot 2\pi : 0 + (-1) = -1 \text{ epätosi}$$

$$x = \frac{3\pi}{2} + n \cdot 2\pi : (-1) + 0 = -1 \text{ epätosi.}$$

Näistä vain $x = n \cdot 2\pi$ ja $x = \frac{\pi}{2} + n \cdot 2\pi$ toteuttavat alkuperäisen yhtälön.

$$\text{Vastaus: } x = n \cdot 2\pi \text{ tai } x = \frac{\pi}{2} + n \cdot 2\pi, n \in \mathbb{Z}.$$

7. Millä x :n arvolla jono $\ln 2, \ln(2^x - 2), \ln(2^x + 2)$ on aritmeettinen?

yo k13:11