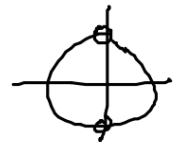


549. Väite: $1 + \tan x \tan 2x = \frac{1}{\cos 2x}$



Todistus: määr.joukko oikealla puolella $\cos 2x \neq 0$
 $2x \neq \frac{\pi}{2} + n\pi \quad || :2$
 $x \neq \frac{\pi}{4} + n\frac{\pi}{2}$

Varemm. $x \neq \frac{\pi}{2} + n\pi$ ja

$$2x \neq \frac{\pi}{2} + n\pi \quad || :2$$

$x \neq \frac{\pi}{4} + n\frac{\pi}{2}$

Suora todistus:

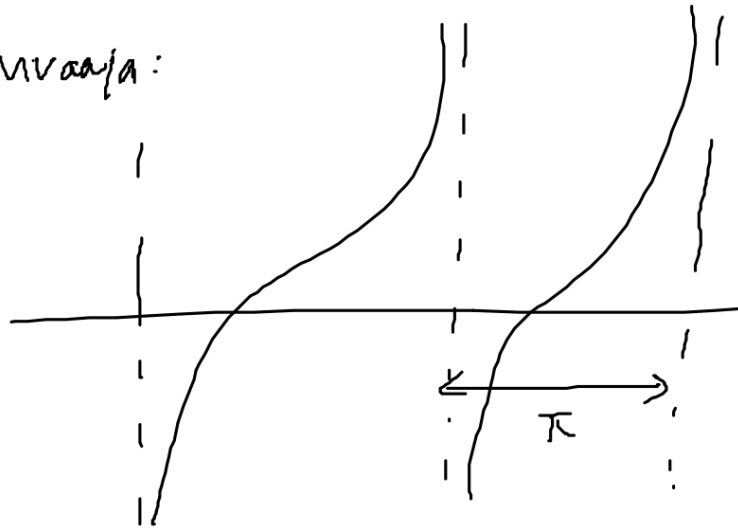
vasen puoli = $1 + \tan x \cdot \tan 2x =$

$$\begin{aligned} 1 + \frac{\sin x}{\cos x} \cdot \frac{\sin 2x}{\cos 2x} &= 1 + \frac{\sin x}{\cos x} \cdot \frac{2 \sin x \cos x}{\cos 2x} \\ &= 1 + \frac{2 \sin^2 x}{\cos 2x} = \frac{\cos 2x + 2 \sin^2 x}{\cos 2x} = \frac{1 - 2 \sin^2 x + 2 \sin^2 x}{\cos 2x} \\ &= \frac{1}{\cos 2x} = \text{oikea puoli} \end{aligned}$$

Tan - funktio

- $f(x) = \tan x$, x radiaaneina

- kuvaaja:



• $M_f : x \neq \frac{\pi}{2} + n\pi$

• $A_f : \mathbb{R}$

• jatkuva ja deriv.
määrittelyjoukossaan

• jaksona π

Tan-derivaatta

$$- D \tan x = D \frac{\sin x}{\cos x} = \boxed{\frac{1}{\cos^2 x}} = \boxed{1 + \tan^2 x}$$

! Määr. joukko $x \neq \frac{\pi}{2} + n\pi$!

$$614. \quad f(x) = x^3 + \tan x, \quad -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$$

$$f'(x) = \underbrace{3x^2}_{\geq 0} + \underbrace{1}_{>0} + \underbrace{\tan^2 x}_{\geq 0} \geq 0$$

$\tan x$ määritetty
tuoilla välillä.

Väite todistettu.

6/6. $f(x) = \sqrt{3} \tan^2 x - 2 \tan x$, $-\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{6}$

$$= \sqrt{3} \cdot (\tan x)^2 - 2 \tan x$$

$$\begin{aligned} &D \quad g(f(x)) = \\ &g'(f(x)) \cdot f'(x) \end{aligned}$$

$\uparrow$
 yhd. funktio: ulko f. = x^2
 sisä f. = $\tan x$

$$f'(x) = \sqrt{3} \cdot 2 \cdot \tan x \cdot (1 + \tan^2 x) - 2(1 + \tan^2 x) = 0$$

$$2 \cdot (1 + \tan^2 x) \cdot (\sqrt{3} \tan x - 1) = 0$$

$\swarrow$ tuton nollas. $\searrow$

$$1 + \tan^2 x = 0 \quad \text{tai}$$

$$\tan^2 x = -1$$

ei ratkeakaan.

$$\sqrt{3} \tan x - 1 = 0$$

$$\tan x = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\tan x = \tan \frac{\pi}{6}$$

$$x = \frac{\pi}{6} + n\pi$$

ainoastaan $\frac{\pi}{6}$ on tutk. välillä

$$f\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{3} \cdot \left(\tan\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)^2 - 2 \tan\left(-\frac{\pi}{4}\right)$$

$$= \sqrt{3} \left(-\underbrace{\tan \frac{\pi}{4}}_{=1}\right)^2 + 2 \underbrace{\tan \frac{\pi}{4}}_{=1}$$

$$= \underline{\underline{\sqrt{3} + 2}} \quad \text{suurin}$$

$$f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3} \cdot \left(\underbrace{\tan \frac{\pi}{6}}_{=\frac{1}{\sqrt{3}}}\right)^2 - 2 \tan \frac{\pi}{6}$$

$$= \sqrt{3} \cdot \frac{1}{3} - 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{2}{\sqrt{3}} = \underline{\underline{-\frac{1}{\sqrt{3}}}}$$

pienin

- Yleensä $f(x) = \tan x$ derivaatan merkkikaavio tehdään välille $-\frac{\pi}{2} \dots \frac{\pi}{2}$
- MUISTA M_f !