

7. a) Ratkaise yhtälö

$$\lg x + \lg(x+30) = 3,$$

missä $\lg$ on 10-kantainen logaritmi.

b) Tutki, onko funktio

$$f(x) = \ln(x+1) - \ln x, \quad x > 0$$

monotoninen.

8. Osoita, että funktiolla $f(x) = x^2 + 1$, missä $x \geq 0$, on käänteisfunktio. Mikä on käänteisfunktion f^{-1} määrittelyjoukko? Määritä vielä käänteisfunktion lauseke.

9. Hyperboliset funktiot $\sinh x$ (hyperbolinen sini), $\cosh x$ (hyperbolinen kosini) ja $\tanh x$ (hyperbolinen tangentti) määritellään eksponenttifunktion avulla:

$$\sinh x = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x}) \quad \text{ja} \quad \cosh x = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x}).$$

Funktioilla $\sinh x$, $\cosh x$ ja $\tanh x$ on sama geometrinen merkitys ns hyperbolisessa geometriassa kuin funktioilla $\sin x$, $\cos x$ ja $\tan x$ tavallisessa geometriassa. Hyperbolinen geometria on epäeuklidinen geometria, jolla on samat peruskäsitteet (pisteet, kulmat ja suorat) kuin tavallisella geometrialla ja näillä käsitteillä muuten samat ominaisuudet paitsi epäeuklidessa geometriassa yhdensuuntaiset suorat saattavat leikata toisensa. Niinpä funktioilla $\sinh x$, $\cosh x$ ja $\tanh x$ on monia samantyyppisiä ominaisuuksia kuin funktioilla $\sin x$, $\cos x$ ja $\tan x$. Osoita niistä seuraavat:

- a) $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$
- b) $D \sinh x = \cosh x$