

Jakoyhtälö

$$- a, b, r, q \in \mathbb{Z}$$

$$b > 0, \quad 0 \leq r < b$$

$$\frac{a}{b} = q + \frac{r}{b} \rightarrow$$

$$a = qb + r$$

Esim. $b=5$ erilaiset jakoyhtälöt

a	jakoyht.
6	$6 = 1 \cdot 5 + 1$
7	$7 = 1 \cdot 5 + 2$
8	$8 = 1 \cdot 5 + 3$
9	$9 = 1 \cdot 5 + 4$
10	$10 = 2 \cdot 5 + 0$

$$n \in \mathbb{Z} \rightarrow$$

5:llä jaettavissa

$$\left\{ \begin{array}{l} n = 5q \\ n = 5q + 1 \\ n = 5q + 2 \\ n = 5q + 3 \\ n = 5q + 4 \end{array} \right.$$

192. V: $n(n+1)(n-1)(n^2+1)$ jaoll. viidellä

Tod: $n \in \mathbb{Z}$

n	$n(n+1)(n-1)(n^2+1)$	
$5q$	<u>$5q$</u> $(5q+1)(5q-1)((5q)^2+1)$	on jaoll. viidellä
$5q+1$	$(5q+1)(5q+2)(5q+1-1)((5q+1)^2+1)$	kertolmena viisi
$5q+2$	$\dots ((5q+2)^2+1) = \dots (25q^2+20q+5) = \dots$	<u>$5(5q^2+4q+1)$</u>
$5q+3$	$\dots ((5q+3)^2+1) = \dots (25q^2+30q+10) = \dots$	<u>$5(5q^2+6q+2)$</u>
$5q+4$	$\dots (5q+4+1)\dots = \dots$	<u>$5(q+1)$</u>

Esim. ilmaise -25 kumfosen jakoyhtälönä:

$$-25 = 6 \cdot (-5) + 5$$

$$E1 \quad -25 = 6 \cdot (-4) - 1 \quad \leftarrow \text{pitää olla } \geq 0$$

194. Oletus: m, n parittomia kokonaislukuja.

V: $m^2 - n^2$ jaollinen kahdeksalla

Tod: $m = 2q + 1$, $k, q \in \mathbb{Z}$
 $n = 2k + 1$

$$m^2 - n^2 = (2q + 1)^2 - (2k + 1)^2 = \dots$$

$$= 4 \cdot \underbrace{(p - q)(p + q + 1)}_{\text{4:lla jaoll.}}$$

1. p ja q parittomia tai parillisia

$$\rightarrow p - q = \underline{2l} \rightarrow 2:lla \text{ jaoll.} \rightarrow$$

$\rightarrow$ alkup. lause $4 \cdot 2 = 8:lla$
jaoll.

$$2. \quad p = 2r, \quad q = 2s + 1 : \quad \underbrace{(p + q + 1)}_{\text{jaoll.}} = (2r + 2s + 2) = \underline{2}(\dots)$$

§. 104: 178, 180, 181 - 185