

218.

$$\alpha : n \quad \text{kompl. kulma} = 90^\circ - \alpha$$

$$\alpha = 90^\circ - \alpha + 13^\circ$$

$$2\alpha = 103^\circ$$

$$\alpha = 51,5^\circ$$

$$V: 180^\circ - 51,5^\circ = 128,5^\circ$$

219.

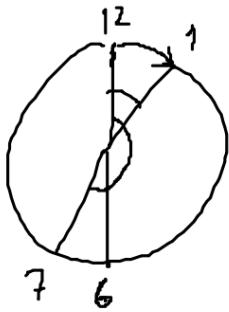


$$\alpha + \beta = 180^\circ$$

$$\frac{1}{2}\alpha + \frac{1}{2}\beta = 90^\circ \quad \square.$$

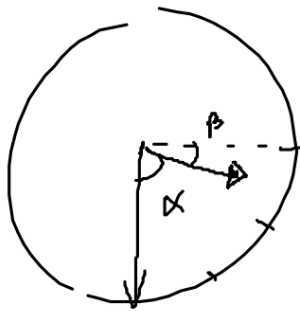
| : 2

220. a) 1h antenna =  $\frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$



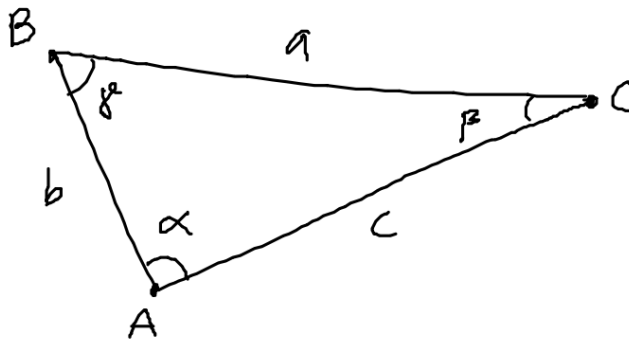
7h =  $210^\circ \rightarrow$  penemp, 150^\circ

b)



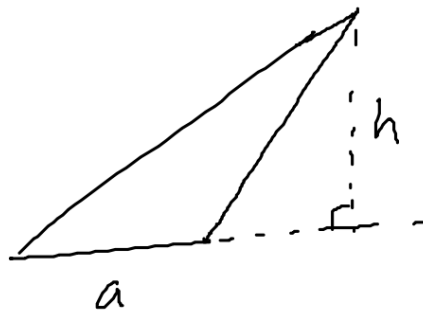
$90^\circ - \beta = 90^\circ - 15^\circ = 75^\circ$

# Kolmiot

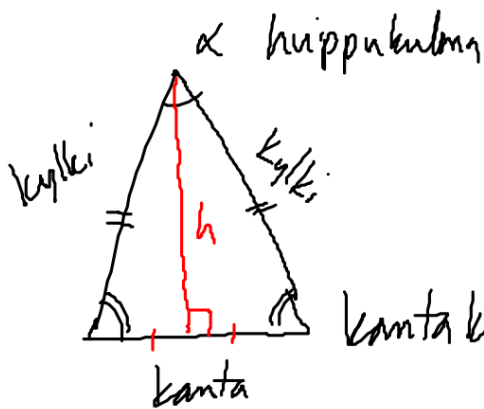


- pisin sivu  $a$  on suurinta kulmaa  $\alpha$  vastapäätä
- $a < b + c$
- kolmio nimetään yleensä kärkipisteiden mukaan: kolmio ABC tai ACB  
 $\triangle ABC$
- $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$

- kolmion ala =  $A = \frac{ah}{2}$



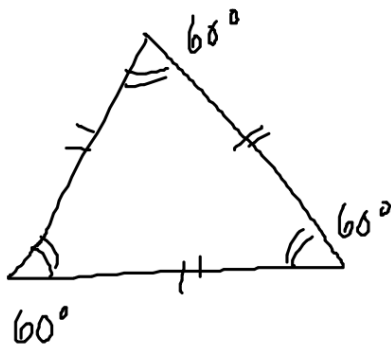
Tasakylkinen kolmio



kanta kulmat yhtäis.

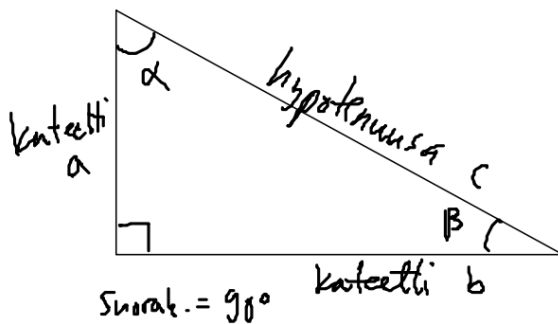
$h$  puolittaa  $\alpha$ :n  
ja kannan

## Tasasivainen kolmio



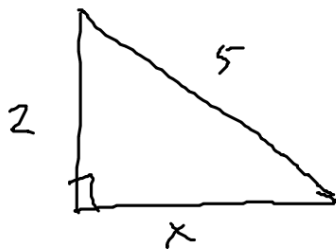
kaikki yhtäsuuria

## Suorak. kolmio ★



$$\alpha + \beta = 90^\circ$$
$$a^2 + b^2 = c^2$$

Esim. a)

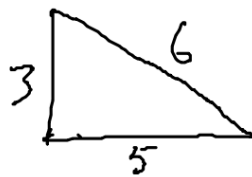


$$2^2 + x^2 = 5^2$$

$$4 + x^2 = 25 \quad || -4$$

$$x = \begin{matrix} + \\ - \end{matrix} \sqrt{25-4} = \sqrt{21}$$

b) Onko kolmio suorak? EI OLE



Pythag?

$$3^2 + 5^2 = 34$$

$$6^2 = 36$$

304.

$$\text{Kork} = h = 2a = 2\sqrt{50}$$

$$\text{Kanta} = a$$

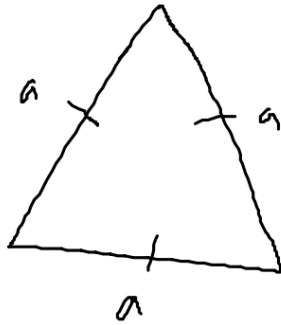
$$A = \boxed{50 = \frac{ah}{2}}$$

$$50 = \frac{a \cdot 2a}{2} = a^2$$

$$a = \sqrt{50}$$

//5

323.



$$A = 2\sqrt{3}$$

$$p_{\text{luori}} = 3a = \underline{\underline{3\sqrt{8}}}$$

MAOL :

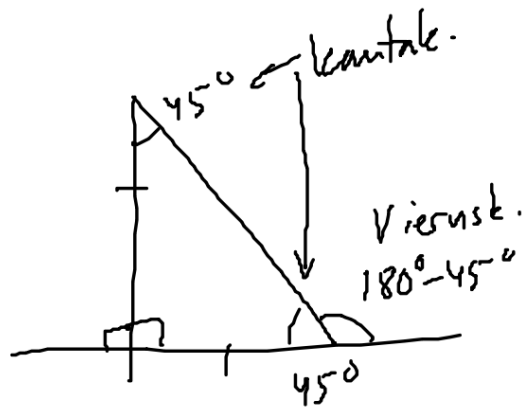
$$A = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$2\sqrt{3} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

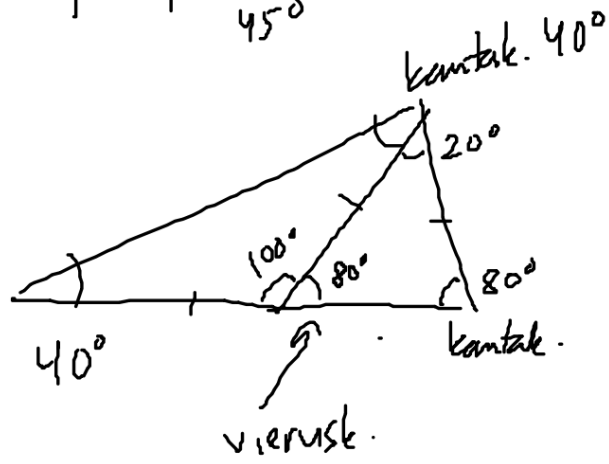
$$4 \cdot 2 = \frac{a^2}{4} \cdot 4 \quad || \cdot 4$$

$$a^2 = 8 \quad || \sqrt{\quad}$$
$$a = \sqrt{8}$$

301. a)

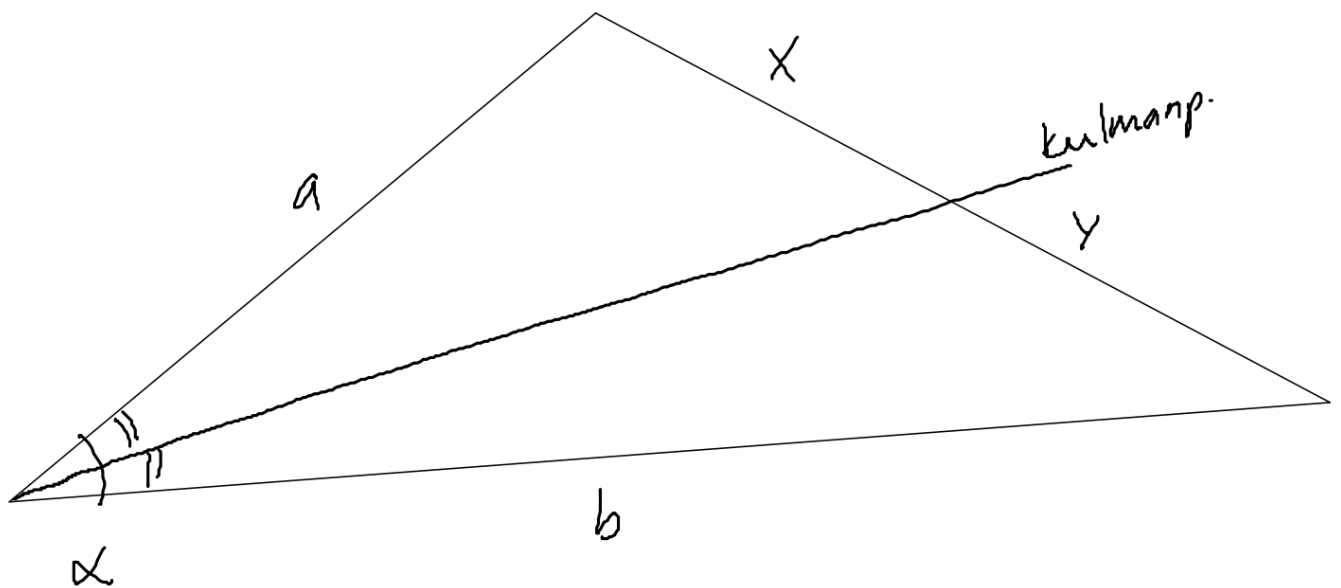


b)

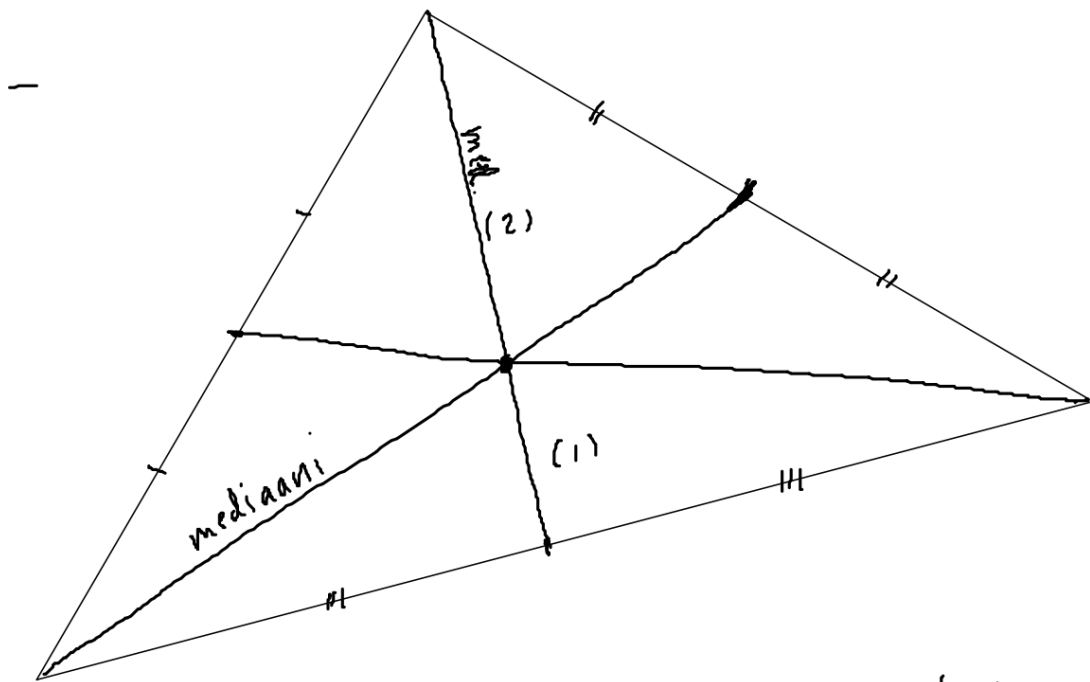


## Kulmanpuolittaja - ja mediaanilause

- kaikille  $\Delta$ :lle:



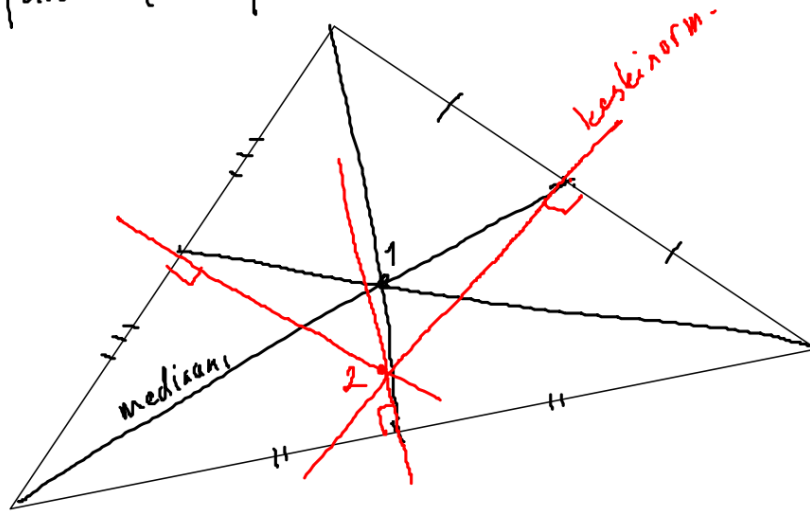
kulmanp. lause :  $\frac{x}{y} = \frac{a}{b}$



Mediaanilause: mediaanien leikk.piste  
jakaa mediaanin 2:1  
kärjestä lukiin

# $\triangle$ :n merkittävät pisteet

- medianit leikkaavat samassa pisteessä = piste 1
- keskinormaalit \_\_\_\_\_ // \_\_\_\_\_ = piste 2
- kulman puolittajat \_\_\_\_\_ // \_\_\_\_\_ = piste 3
- kork. janoat (tai jathet) \_\_\_\_\_ // \_\_\_\_\_ = piste 4





## Trigonometriset funktiot

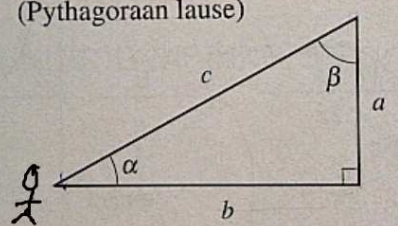
- toimivat vain suorak. kolmiossa
- käytä laskinta  $\rightarrow$  likiarvo
- trig. funktiolla lasketaan suorak. kolmion kateetteja / hypot. / kulmia (likiarvot)
- MAA:ssa arvoistetaan tarkkoja arvoja  $\rightarrow$  käytä Pythag. jos mahdollista

- MAOL :

34 MATEMATIIKKA

### Suorakulmaisen kolmion trigonometria

1.  $a^2 + b^2 = c^2$  (Pythagoraan lause)
2.  $A = \frac{1}{2}ab$
3.  $\beta = 90^\circ - \alpha$
4.  $\sin \alpha = \frac{a}{c}$
5.  $\cos \alpha = \frac{b}{c}$
6.  $\tan \alpha = \frac{a}{b}$
7.  $\cot \alpha = \frac{b}{a}$



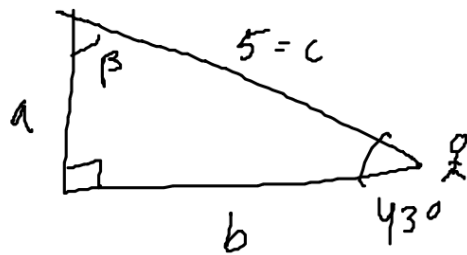
← et tarvitse ikinä

$\sin$  /  $\cos$  /  $\tan$  :lla lasket sivun pituuden

$\sin^{-1}$  /  $\cos^{-1}$  /  $\tan^{-1}$  :lla —||— kulman

- kaikissa trig. funktioissa kolme muuttujaa:  
kaksi tiedettävää jotta kolmannen voi ratkaista

[Sim. a)



- $\beta + 43^\circ = 90^\circ$   
 $\beta = 47^\circ$

- Ratk. a : käytetään sin:iä

$$\sin 43^\circ = \frac{a}{5}$$

lasku



$$0,691998 = \frac{a}{5} \quad || \cdot 5$$

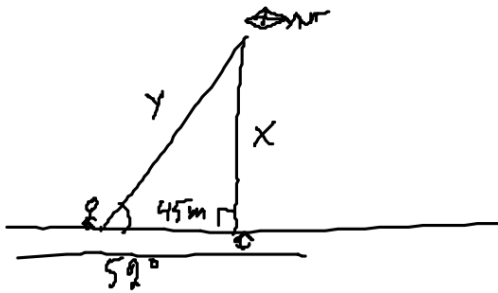
$$5 \cdot 0,691998 = a$$

- Ratk. b :

$$\cos 43^\circ = \frac{b}{5} \quad || \cdot 5 \rightarrow b = 5 \cdot \cos 43^\circ \approx \underline{\underline{3,66}}$$

$a \approx \underline{\underline{3,41}}$

313.



•  $x$  vert. kat., 45 m vier.

$$\tan 52^\circ = \frac{x}{45} \quad \parallel \cdot 45$$

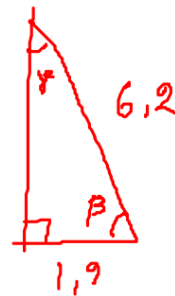
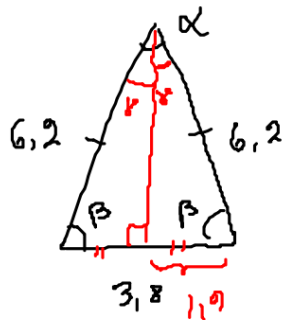
$$x = 45 \cdot \tan 52^\circ \approx 57,6$$

V: n. 58 m

•  $y$  hypot., 45 m vier.

$$\cos 52^\circ = \frac{45}{y} \rightarrow 45 = y \cdot \cos 52^\circ \quad \parallel : \cos 52^\circ$$
$$\frac{45}{\cos 52^\circ} = y \approx 73,1 \quad \text{V: n. 73 m.}$$

314.



•  $\beta$  :  $1,9 = \text{vertrauer Kathete}$   
 $6,2 = \text{hyp.}$

•  $\gamma = 90^\circ - 72,155^\circ$   
 $= 17,845^\circ$

•  $\alpha = 2 \cdot 17,845^\circ$   
 $= 35,690^\circ$

V:n.  $\alpha$   $37^\circ$

$$\cos \beta = \frac{1,9}{6,2}$$

$$\cos \beta = 0,30645$$

$$\beta = \cos^{-1}(0,30645) \approx 72,155$$

V:n.  $72^\circ$

