Voimakuvion piirtämisestä

© Kari Eloranta 2021

Jyväskylän Lyseon lukio

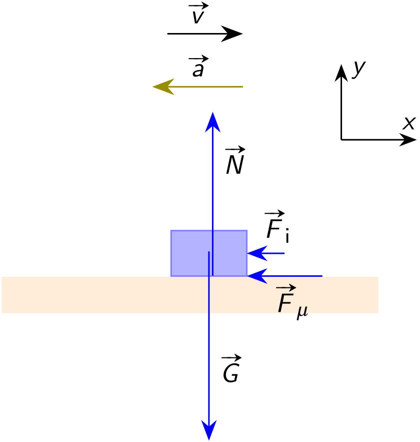
Voimakuvion piirtämisen periaatteet

- Kappaleen voimakuviolla tarkoitetaan piirrosta, johon on merkitty kaikki kappaleeseen kohdistuvat ulkoiset voimat.
- Voimakuvio piirretään Geogebralla siten, että kappaletta kuvataan yleensä joko laatikolla tai pallolla. Jos kappaleessa on pyörät, ne täytyy piirtää erikseen, jotta pyöriin kohdistuvat voimat voidaan kuvata oikein.
- Voimavektori piirretään alkamaan voiman vaikutuspisteestä niin, että vektorin pituus kuvaa sen suuruutta muihin voimavektoreihin nähden. Poikkeuksena ovat ilmanvastus ja vierimisvastus, jotka piirretään päättymään kappaleeseen.
- Voimakuvioon tulee liittää sanallinen selvitys siitä, mitä voimaa kukin vektori kuvaa.

Yleisimpiä voimia ja niiden tunnuksia

Voima	**Symboli**	**Yhtälöitä**
paino	$\vec{G}$	$G = mg$
painovoima	$\vec{G}$	$G = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}$
pinnan tukivoima	$\vec{N}$	
liukukitka	$\vec{F}_\mu$	$F_\mu = \mu N$
lepokitka	$\vec{F}_{\mu_0}$	
jousivoima	$\vec{F}$	$\vec{F} = -k\vec{x}$
langan jännitysvoima	$\vec{T}$	
noste	$\vec{N}$	$N = \rho g V$
sähköinen voima	$\vec{F}_\mathrm{s}$	$F_\mathrm{s} = k \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$
magneettinen voima	$\vec{F}_\mathrm{m}$	$\vec{F}_\mathrm{m} = q\vec{v} \times \vec{B}$, $\vec{F}_\mathrm{m} = q\vec{l} \times \vec{B}$
ilmanvastus	$\vec{F}_\mathrm{ilma}$	
vierimisvastus	$\vec{F}_\mathrm{vier}$	

Esimerkki 1. Kappale liukuu vaakasuoralla pinnalla



$\vec{G} =$ paino

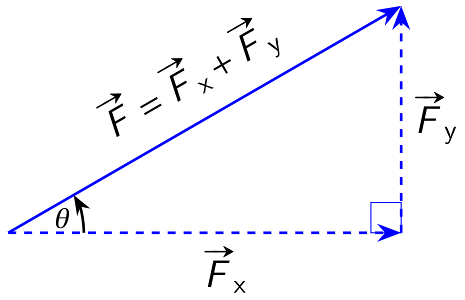
$\vec{N} =$ pinnan tukivoima

$\vec{F}_{\mu} =$ liukukitka

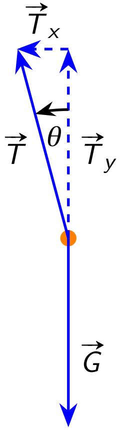
$\vec{F}_{\mathrm{i}} =$ ilmanvastus

Kappale liukuu positiiviseen suuntaan oikealle ja kiihtyvyysvektori osoittaa negatiiviseen suuntaan vasemmalle.

Voiman jakaminen komponentteihin



$$\begin{cases} \sin\theta = \frac{F_y}{F} \\ \cos\theta = \frac{F_x}{F} \end{cases} \iff \begin{cases} F_y = F\sin\theta \\ F_x = F\cos\theta \end{cases}, \quad \theta = \arctan\left(\frac{F_y}{F_x}\right)$$



Newtonin toisen lain mukaan kokonaisvoima on

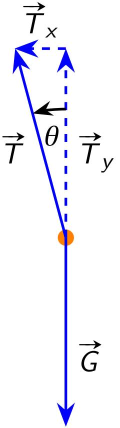
$$\sum \vec{F} = \vec{T} + \vec{G} = m\vec{a}. \tag{1}$$

Langan jännitysvoiman pystysuora komponentti kumoaa painon vaikutuksen

$$\vec{T}_y + \vec{G} = \vec{0} \iff T\sin\theta - mg = 0. \tag{2}$$

Jännitysvoiman vaakasuora komponentti aiheuttaa kiihtyvyyden kohti radan keskipistettä siten, että

$$\vec{T}_x = m\vec{a}_x \iff T\cos\theta = m\frac{v^2}{r}. \tag{3}$$



Saadaan yhtälöpari

$$\begin{cases} T\cos\theta = mg \\ T\sin\theta = m\frac{v^2}{r}. \end{cases}$$

Jaetaan jälkimmäinen yhtälö ylemmällä ja ratkaistaan kulma θ

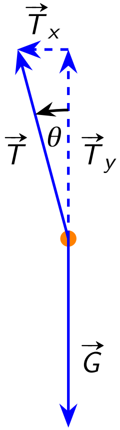
$$\frac{\cancel{T}\sin\theta}{\cancel{T}\cos\theta} = \frac{\cancel{m}\frac{v^2}{r}}{\cancel{m}g}$$

$$\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{v^2}{rg}\right)$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{(3{,}3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2})^2}{4{,}1\,\mathrm{m}\cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}\right) \approx 15^\circ.$$

Kirjan esimerkki 3 sivulla 20 (jatkuu)



Kun kulma tunnetaan, voidaan jännitysvoiman suuruus ratkaista yhtälöstä $T\cos\theta = mg$.

$$T\cos\theta = mg$$

$$T = \frac{mg}{\cos\theta}$$

$$T = \frac{22\,\mathrm{kg}\cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}{\cos(15{,}15°)} \quad T \approx 220\,\mathrm{N}$$

Vastaus: jännitysvoiman suuruus on noin 220 N ja se muodostaa kuvan mukaisesti noin 15° kulman pystysuoran suunnan kanssa.