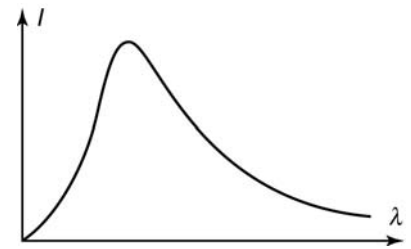
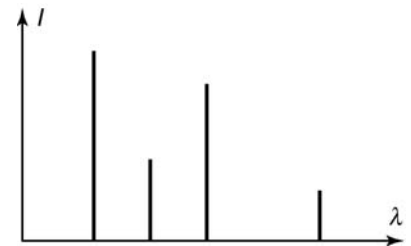


RATKAISUT: 1. Kvantittuminen muutti käsityksen luonnonilmiöistä

1. a) Spektri esittää säteilyn intensiteetin aallonpituuden tai taajuuden funktiona.
- b) Hehkulampun lanka on kiinteä, joten sen säteilyn spektri on jatkuva.



Kaasupurkausputken säteilyn spektri ei ole jatkuva, vaan se on viivaspektri tai vyöspektri.



- c) Kun aine absorboi sen läpi kulkeneesta säteilystä tietyt aallonpituudet, syntyy absorptiospektri.

2. Hilassa valo taipuu eli tapahtuu diffraktio. Punainen väri taipuu eniten ($\sin \theta = \frac{k\lambda}{d}$).

Prismassa eritaajuiset valoaallot taittuvat ilman ja prisman rajapinnassa eri tavoin, sillä useimpien aineiden taitekerroin riippuu valon taajuudesta. Prismassa violetti valo taittuu eniten.

3. a) Kuumat kappaleet emittoivat valoa. Atomin viritystilojen purkautuessa emittoituu valoa.
- b) Kaasu absorboi sen läpi menneestä valosta tiettyjä aallonpituuksia. Valo on absorboitua myös kiinteään aineeseen.
4. Auringon absorptiospektristä löytyy sekä vedyn että heliumin emissiospektrin viivoja, joten Auringossa on sekä vetyä että heliumia.
5. a) Sähkömagneettisen säteilyn vuorovaikutukset tapahtuvat ikään kuin ”säteilyhiukkaset” törmäisivät aineen hiukkasiin. Näitä ”säteilyhiukkasia” kutsutaan fotoneiksi. Sähkömagneettisen säteilyn emissiossa fotoni syntyy ja absorptiossa se häviää.
- b) Fotonilla ei ole massaa, joten se liikkuu valon nopeudella.

6. Näkyvän valon keskimääräinen aallonpituus on $\lambda = 550 \text{ nm}$

- a) Fotonin energia on

$$E = hf.$$

Aaltoliikkeen perusyhtälön mukaan

$$f = \frac{c}{\lambda}, \text{ joten}$$

$$E = \frac{hc}{\lambda}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{550 \cdot 10^{-9} \text{ m}} \\ &= 3,6118 \cdot 10^{-19} \text{ J} \approx 3,6 \cdot 10^{-19} \text{ J} \\ &= 2,2545 \text{ eV} \approx 2,3 \text{ eV}. \end{aligned}$$

- b) Fotonin liikemäärä

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{550 \cdot 10^{-9} \text{ m}} \\ &= 1,2047 \cdot 10^{-27} \frac{\text{kgm}}{\text{s}} \approx 1,2 \cdot 10^{-27} \frac{\text{kgm}}{\text{s}}. \end{aligned}$$

Vastaus:

- a) Fotonin energia on $3,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$.

- b) Fotonin liikemäärä on $1,2 \cdot 10^{-27} \frac{\text{kgm}}{\text{s}}$.

7. Tähtien pinta-lämpötila voidaan määrittää vertaamalla sen lähettämää säteilyä spektriä mustan kappaleen spektriin. Pinta-lämpötila lasketaan Wienin siirtymän avulla.
8. Musta kappale on malli, joka kuvaa sellaisen kappaleen ominaisuuksia, joka absorboi kaiken siihen osuvan säteilyn. Musta kappale myös säteilee kaikilla aallonpituuksilla.
9. Hehkulampun hehkulangan lämpötila on $T = 3000 \text{ K}$.

Lasketaan Wienin siirtymäläistä lämpötilaa 3000 K vastaavan fotonin aallonpituus.

$$T\lambda_{\text{max}} = b$$

$$\lambda_{\text{max}} = \frac{b}{T}$$

Fotonin energia on

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda} = \frac{hcT}{b}$$

$$= \frac{4,136 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 3000 \text{ K}}{2,897756 \cdot 10^{-3} \text{ mK}}$$

$$= 1,283616 \text{ eV} \approx 1,3 \text{ eV}.$$

Vastaus: Fotonin energia on 1,3 eV.

10. a) Lämpötila on $T = 2,7 \text{ K}$.

Lasketaan lämpötilaa vastaava aallonpituus Wienin siirtymälain.

$$T\lambda_{\text{max}} = b$$

$$\lambda_{\text{max}} = \frac{b}{T} = \frac{2,898 \cdot 10^{-3} \text{ mK}}{2,7 \text{ K}}$$

$$= 1,0733 \cdot 10^{-3} \text{ m} \approx 1,1 \text{ mm}$$

$$\text{b) } \lambda_{\text{max}} = \frac{b}{T} = \frac{2,898 \cdot 10^{-3} \text{ mK}}{1200 \text{ K}}$$

$$= 2,415 \cdot 10^{-6} \text{ m} \approx 2,4 \mu\text{m}$$

Vastaus:

a) Aallonpituus on 1,1 mm.

b) Aallonpituus on 2,4 μm .

11. Maan säteily noudattaa mustan kappaleen lähettämää säteilyä, joten sen pintalämpötila voidaan laskea Wienin siirtymälain $T\lambda_{\text{max}} = b$ avulla.

$$T = \frac{b}{\lambda_{\text{max}}}$$

$$= \frac{2897,756 \text{ K}\mu\text{m}}{10\,000 \text{ nm}}$$

$$= 289,7756 \text{ K} \approx 290 \text{ K} = 17^\circ\text{C}.$$

Vastaus: Maan pintalämpötila on 290 K.

12. Valon aallonpituus on 550 nm.

a) Fotonin energia on

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda}.$$

Sijoitetaan tunnetut arvot

$$E = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{550 \cdot 10^{-9} \text{ m}}$$

$$= 3,6118 \cdot 10^{-19} \text{ J} \approx 3,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$$

b) Fotonin liikemäärä on

$$p = \frac{h}{\lambda}.$$

Sijoitetaan tunnetut arvot

$$\begin{aligned} p &= \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{550 \cdot 10^{-9} \text{ m}} \\ &= 1,2047 \cdot 10^{-27} \frac{\text{kgm}}{\text{s}} \approx 1,2 \cdot 10^{-27} \frac{\text{kgm}}{\text{s}}. \end{aligned}$$

Vastaus:

a) Fotonin energia on $3,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$.

b) Fotonin liikemäärä on $1,2 \cdot 10^{-27} \frac{\text{kgm}}{\text{s}}$.

13. Fotonien energia on $E = 1,15 \text{ eV}$.

Fotonin energia on

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda}.$$

Josta voidaan katkaista aallonpituus

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{hc}{E} \\ &= \frac{4,136 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1,15 \text{ eV}} \\ &= 1,0782 \cdot 10^{-6} \text{ m} \approx 1,1 \cdot 10^{-6} \text{ m}. \end{aligned}$$

Vastaus: Aallonpituus on $1,1 \mu\text{m}$.

14. a) Comptonin sironnaksi kutsutaan ilmiötä, jossa aineeseen tulevan säteilyn aallonpituus on pienempi kuin siitä poistuvan säteilyn aallonpituus. Ilmiö on sitä voimakkaampi, mitä pienempi tulevan säteilyn aallonpituus on.

b) Klassisen fysiikan mukaan aallonpituus ei muutu sironnassa.

c) Comptonin sironnassa fotoni törmää kimmoisasti vapaaseen elektroniin. Osa fotonin energiasta muuttuu elektronin liike-energiaksi $E_k = hf_0 - hf$, jossa f_0 on tulevan säteilyn taajuus ja f sironneen säteilyn taajuus.

15 a) Valosähköilmiössä metalliin sitoutunut elektroni absorboi fotonin, jonka energia on hf ja irtoaa fotoelektronina, jonka liike-energia on $E_k = hf - W$.

b) Sidosenergia on energia, joka tarvitaan irrottamaan elektroni atomin elektroniverhosta.

c) Irrotustyö $W_{\min}$ on pienin elektronin irrottamiseen tarvittava energia.

16. Ajatusta, että sähkömagneettinen säteily on kvantittunut tukevat valosähköilmiö ja Comptonin ilmiö.

17. Kuvaajasta voidaan lukea arvot.

a) Rajataajuus on cesiumille $1,8 \cdot 10^{14}$ Hz ja natriumille $5,1 \cdot 10^{14}$ Hz.

b) Irrotustyö on cesiumille 1,8 eV ja natriumille 2,1 eV.

18. Elektronien irrotustyö alumiinista on $W_{\min} = 4,2$ eV ja monokromaattinen säteilyn aallonpituus on $\lambda = 190$ nm.

Nopeimpien fotonielektronien liike-energia on

$$\begin{aligned} E_{k\max} &= hf - W_{\min} \\ &= \frac{hc}{\lambda} - W_{\min} \\ &= \frac{4,136 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{190 \cdot 10^{-9} \text{ m}} - 4,2 \text{ eV} \\ &= 2,3262 \text{ eV} \approx 2,3 \text{ eV}. \end{aligned}$$

Vastaus: Elektronin liike-energia on 2,3 eV

19. Valon aallonpituus on $\lambda = 280$ nm ja pysäytysjännite $U = 0,90$ V.

Pysäytysjännite pysäyttää nopeimmatkin elektronit joten työperiaatteen mukaan

$$W = \Delta E_k$$

$$Q_e U = E_{k\max} - 0$$

$$E_{k\max} = e \cdot 0,90 \text{ V} = 0,90 \text{ eV}$$

$$E_{k\max} = \frac{hc}{\lambda} - W_{\min}$$

$$W_{\min} = \frac{hc}{\lambda} - E_{k\max}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{4,136 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{280 \cdot 10^{-9} \text{ m}} - 0,90 \text{ eV} \\ &= 3,5285 \text{ eV} \approx 3,5 \text{ eV}. \end{aligned}$$

Jos $\lambda = 290$ nm olisi maksimienergia,

$$E_{k\max} = \frac{hc}{\lambda} - W_{\min}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{4,136 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{290 \cdot 10^{-9} \text{ m}} - 3,5285 \text{ eV} \\ &= 0,747268 \text{ eV}. \end{aligned}$$

Ja pysäytysjännite

$$Q_e U = E_{k \max} - 0$$

$$U = \frac{E_{k \max}}{Q_e} = \frac{0,747268 \text{ eV}}{1 \text{ e}} = 0,747268 \text{ V} \approx 0,75 \text{ V}.$$

Vastaus:

- a) Maksimi liike-energia on 0,90 eV.
- b) Irrotustyö on 3,5 eV.
- c) Jännite pienenesi arvoon 0,75 V.

20. Näkyvän valon aallonpituus alue on

400 nm– 700 nm

Kaliumin irrotustyö on

$$W_{\min} = 2,25 \text{ eV}.$$

Että valosähköinen ilmiö olisi mahdollinen, on fotonin energian oltava suurempi kuin irrotustyö. Suurin energia on violetin valon aallonpituutta vastaavalla fotonilla.

$$E = \frac{hc}{\lambda}$$

$$E_{\max} = \frac{4,136 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{400 \cdot 10^{-9} \text{ m}}$$

$$= 3,0999 \text{ eV} \approx 3,1 \text{ eV}.$$

Lasketaan aallonpituus jota pienemmillä arvoilla elektroni irtoaa

$$E_{k \max} = \frac{hc}{\lambda} = W_{\min} \quad E_{k \max} = 0$$

$$\frac{hc}{\lambda} = W_{\min}$$

$$\lambda = \frac{hc}{W_{\min}}$$

$$= \frac{4,136 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2,25 \text{ eV}}$$

$$= 551,10 \text{ nm} \approx 550 \text{ nm}.$$

Vastaus: Elektroneja irtoaa jos aallonpituus on alle 550 nm

21. Lasketaan taajuudet

$$f = \frac{c}{\lambda}.$$

Elektronien maksimienergia on

$$E_{k \max} = Q_e U.$$

λ (nm)	f (10^{14} Hz)	$E_{k\max}$ (eV)
599	5,08	0,11
550	5,45	0,28
450	6,66	0,9
390	7,69	1,2
370	8,1	1,4
320	9,34	2

Kuviosta nähdään että akselin irrotustyö on suoran ja $E_{k\max}$

akselin leikkaus

$$W_{\min} = 2,0 \text{ eV}$$

$$f_{\min} = 4,6 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

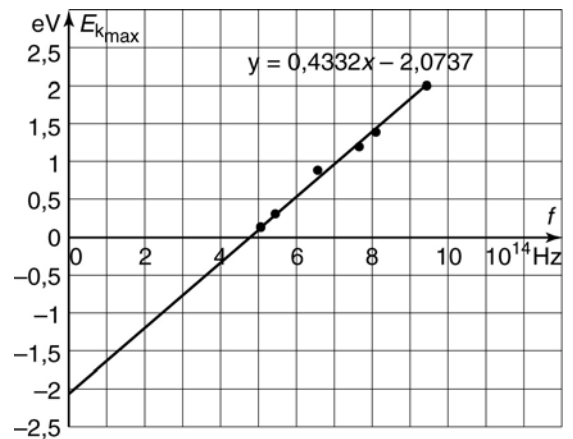
$$\lambda_r = \frac{c}{f} = 651,74 \text{ nm} \approx 650 \text{ nm}$$

h saadaan suoran kulmakertoimesta

$$h = \frac{2,0 \text{ eV}}{5,0 \cdot 10^{14} \frac{1}{s}} = 4,0 \cdot 10^{-15} \text{ eVs}.$$

Vastaus:

- a) Irrotustyö on 2,0 eV.
- b) Raja-aallonpituus on 650 nm.
- c) Planckin vakion arvo on $4,0 \cdot 10^{-15} \text{ eVs}$.



22. Fotonin energia on $E = \frac{hc}{\lambda}$.

$$E = 10 \text{ eV, joten}$$

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{hc}{E} \\ &= \frac{4,136 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{10 \text{ eV}} \\ &= 124,00 \text{ nm} \approx 120 \text{ nm} \end{aligned}$$

$$\lambda = \frac{4,136 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1000 \text{ eV}}$$

$$= 1,2400 \text{ nm} \approx 1,20 \text{ nm}.$$

Vastaus:

- a) Aallonpituus on 120 nm.
- b) Aallonpituus on 1,2 nm.

RATKAISUT: 2. Säteilyä ja ainetta kuvataan useilla malleilla

1.
 - a) Röntgensäteilyn aallonpituus on merkittävästi pienempi kuin näkyvän valon aallonpituus. Röntgensäteilyn fotonin energia on siten suurempi kuin näkyvän valon fotonin.
 - b) Röntgensäteilyä syntyy, kun suurella nopeudella metallin pintaan osuvat elektronit jarruuntuvat. Kiihtyvässä liikkeessä olevat elektronit lähettävät sähkömagneettista säteilyä. Elektronien jarruuntumisesta aiheutuva säteily, jota kutsutaan **jarrutussäteilyksi**, aiheuttaa spektrin jatkuvan osan. Spektrin piikit, eli **ominaissäteily**, syntyvät elektronisuihkun törmätessä anodimateriaalin atomeihin.
 - c) Röntgensäteilyn läpitunkevuutta hyödynnetään esimerkiksi lääketieteessä luuston kuvauksessa. Röntgenkuvaus perustuu röntgensäteilyn erilaiseen absorptioon eri kudoksissa. Luu absorboi säteilyä paremmin kuin sitä ympäröivä pehmytkudos, joten luut näkyvät röntgenkuvissa ympäristöään vaaleampina. Röntgensäteitä voidaan käyttää myös teollisuudessa rakenteiden tutkimisessa. Fysiikassa röntgensäteilyn avulla tutkitaan aineen rakennetta.
2. Röntgensäteily kulkee suoraviivaisesti sähkö- ja magneettikentissä sekä läpäisee useimmat kiinteät aineet. Se myös diffraktoituu, eli aaltorintaman muoto muuttuu, kapeassa raossa. Diffraktoituminen on tyypillistä aalloille.

3. Röntgensäteilyn aallonpituus on $\lambda = 0,19 \text{ nm}$.

Aaltoliikkeen perusyhtälön mukaan

$$c = \lambda f, \text{ joten}$$

$$f = \frac{c}{\lambda}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,19 \cdot 10^{-9} \text{ m}} \\ &= 1,5779 \cdot 10^{18} \text{ Hz} \approx 1,6 \cdot 10^{18} \text{ Hz}. \end{aligned}$$

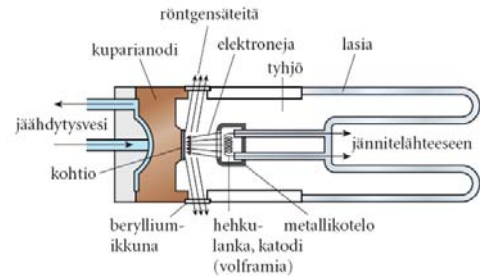
Fotonin energia on

$$\begin{aligned} E &= hf \\ &= 4,136 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 1,5779 \cdot 10^{18} \text{ Hz} \\ &= 6,5262 \cdot 10^3 \text{ eV} \approx 6,5 \text{ keV}. \end{aligned}$$

Vastaus:

- a) Fotonin taajuus on $1,6 \cdot 10^{18} \text{ Hz}$.
- b) Fotonin energia on $6,5 \text{ keV}$.

4. a) Röntgenputkessa on hehkukatodi, jota kuumennetaan sähkövirralla. Metallista irtoaa kuumennettaessa elektroneja, jotka kiihdytetään sähkökentällä suureen nopeuteen. Kun elektronit osuvat anodimetalliin, syntyy röntgensäteilyä.



- b) Vain pieni osa elektronien liike-energiasta muuttuu röntgensäteilyn energiaksi. Suurimman osan liike-energiastaan elektronit luovuttavat anodimateriaalille, jolloin anodi kuumenee merkittävästi. Nykyisissä röntgenputkissa on tästä syystä vesijäähdytys.

5. Röntgenputken jännite on $U = 19 \text{ kV}$.

Kun elektroni luovuttaa koko liike-energiansa, saadaan säteilykvantin energian suurin arvo

$$hf_0 = \Delta E_k = E_k.$$

Työperiaatteen mukaan

$$W = \Delta E_k$$

$$Q_e U = \Delta E_k, \text{ joten } hf_0 = Q_e U.$$

Koska $c = \lambda f$, saadaan

$$\frac{hc}{\lambda_0} = Q_e U, \text{ josta ratkaistaan}$$

$$\lambda_0 = \frac{hc}{Q_e U}$$

$$= \frac{4,136 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1 \text{ e} \cdot 19 \cdot 10^3 \text{ V}}$$

$$= 6,5262 \cdot 10^{-11} \text{ m} \approx 65 \text{ pm}.$$

Vastaus: Lyhin aallonpituus on 65 pm.

6. Röntgensäteilylle saadaan kiteessä **vahvistava interferenssi**, kun säteily heijastuu kiteen kahdesta eri atomitasosta siten, että matkaero on säteilyn aallonpituuden monikerta. Vahvistusehtoa kutsutaan Braggin laiksi, ($2d \sin \theta = n\lambda$). Röntgensäteilyn aallonpituus on riittävän lyhyt, jotta sen avulla voidaan ”nähdä”, kuinka atomit ovat sijoittuneet kiteeseen. Tuntemattoman kiteen rakenne voidaan määrittää mittaamalla tunnetun röntgensäteilyn diffraktiomaksimien suunnat ja intensiteetit.

7. Kun $n=1$ $\theta_1 = 17,5^\circ$

$$n=2 \quad \theta = 36,98^\circ$$

$\theta_3 = ?$ Braggin lain mukaan saadaan vahvistus, kun

$$2d \sin \theta = n\lambda$$

$$2d \sin 17,5^\circ = 1\lambda \quad \frac{\lambda}{d} = 2 \sin 17,5^\circ = 0,60141$$

$$2d \sin 36,98^\circ = 2\lambda \quad \frac{\lambda}{d} = \sin 36,98^\circ = 0,60152$$

$$2d \sin \theta_3 = 3\lambda$$

$$\sin \theta_3 = \frac{3\lambda}{2d}$$

$$\sin \theta_3 = \frac{3}{2} \cdot 0,601$$

$$\theta_3 = 64,356^\circ \approx 64^\circ$$

Vastaus: Kolmas heijastus havaitaan kulmalla 64° .

8. Suurin energiakvantti syntyy, kun elektronin röntgenputken kiihdytyksessä saama liike-energia muuttuu kokonaan röntgenkvantin energiaksi. Tätä energiaa vastaa spektrin jatkuvan osan pienin aallonpituus λ_0 .

Työperiaatteen mukaan

$$W = \Delta E_k, \text{ joten } Q_e U = E_k.$$

$$Q_e U = \frac{hc}{\lambda_{\min}}, \text{ josta ratkaistaan jännite}$$

$$U = \frac{hc}{\lambda_{\min} Q_e}.$$

Kuviosta nähdään $\lambda_{\min} = 0,112 \text{ nm}$,

joten

$$U = \frac{4,136 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,112 \cdot 10^{-9} \text{ m} \cdot 1 \text{ e}} \\ = 1,1071 \cdot 10^4 \text{ V} \approx 11,1 \text{ kV}.$$

Vastaus: Putken jännite on 11,1 kV

9. Aallonpituus on $\lambda_{\min} = 0,12 \text{ nm}$.

Työperiaatteen mukaan

$$W = \Delta E_k$$

$$Q_e U = E_k$$

$$Q_e U = \frac{hc}{\lambda_{\min}}, \text{ josta ratkaistaan jännite}$$

$$U = \frac{hc}{Q_e \lambda_{\min}}$$

$$= \frac{4,136 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1 \text{ e} \cdot 0,12 \cdot 10^{-19} \text{ m}}$$

$$= 1,0333 \cdot 10^4 \text{ V} \approx 10,3 \text{ kV}.$$

Vastaus: Jännite on 10,3 kV.

10. Kaikilla säteilyn lajeilla on sekä aalto- että hiukkasominaisuuksia. Säteilyn liikemäärälle ja energialle on voimassa

$$(1) p = \frac{h}{\lambda} \text{ ja}$$

$$(2) E = hf.$$

11. Sen osoittaa esimerkiksi elektronien diffraktoituminen kaksoisrakokokeessa. Myös elektronisirona metalleista vahvistaa käsitystä materiahiukkasten aaltoluonteesta.
12. Elektronin de Broglien aallonpituus on huomattavasti pienempi kuin näkyvän valon aallonpituus, noin tuhannesosa siitä, joten elektronimikroskoopin erotuskyky on huomattavasti parempi kuin valomikroskoopin erotuskyky.
13. Liike-energia on $E_k = 150 \text{ eV}$.

Fotonille $E = \frac{hc}{\lambda}$, josta voidaan ratkaista aallonpituus

$$\lambda = \frac{hc}{E}$$

$$= \frac{4,136 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{150 \text{ eV}}$$

$$= 8,2665 \cdot 10^{-9} \text{ m} \approx 8,3 \text{ nm}.$$

Käytetään liike-energian yhtälöä

$$E_k = \frac{1}{2} mv^2.$$

Ratkaistaan nopeus

$$v = \sqrt{\frac{2E_k}{m_e}}$$

$$= \sqrt{\frac{2 \cdot 150 \cdot 0,16021 \cdot 10^{-18} \text{ J}}{9,1094 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}}$$

$$= 7,2637 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Nopeus on pieni valonnopeuteen verrattuna, joten voidaan käyttää klassisen mekaniikan liike-energian lauseketta. Lasketaan aallonpituus

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

$$= \frac{6,6261 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 7,2637 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

$$= 1,0015 \cdot 10^{-10} \text{ m} \approx 1,00 \cdot 10^{-10} \text{ m}.$$

$$v = \sqrt{\frac{2E_k}{m_p}}$$

$$= \sqrt{\frac{2 \cdot 150 \cdot 0,16021 \cdot 10^{-18} \text{ J}}{1,6726 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}} = 1,6952 \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\lambda = \frac{h}{m_v}$$

$$= \frac{6,6261 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{1,6726 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot 1,6952 \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

$$= 2,33693 \cdot 10^{-12} \text{ m} \approx 2,3 \cdot 10^{-12} \text{ m}.$$

Vastaus:

- a) Fotonin aallonpituus on 8,3 nm.
- b) Elektronin aallonpituus on 0,10 nm.
- c) Protonin aallonpituus on 2,3 pm

14. Kiihdytysjännite on $U = 2,7 \text{ kV}$.

Protonin liike-energia kiihdytyksen jälkeen on

$E_k = Q_p U$. Lasketaan protonin nopeus

$$\begin{aligned}
 Q_p U &= \frac{1}{2} m_p v^2 \\
 v &= \sqrt{\frac{2Q_p U}{m_p}} \\
 \lambda &= \frac{h}{p} = \frac{h}{m_p v} \\
 &= \frac{h}{m_p \sqrt{\frac{2Q_p U}{m_p}}} \\
 &= \frac{h}{\sqrt{2Q_p U m_p}} \\
 &= \frac{6,6261 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{\sqrt{2 \cdot 1,6021 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 2,7 \cdot 10^3 \text{ V} \cdot 1,673 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}} \\
 &= 5,5077 \cdot 10^{-13} \text{ m} \approx 5,5 \cdot 10^{-13} \text{ m}.
 \end{aligned}$$

Vastaus: Protonin de Broglien aallonpituus on $5,5 \cdot 10^{-13} \text{ m}$

15. Luodin massa ja nopeus ovat $m = 25 \text{ g}$ ja $v = 650 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Luodin de Broglien aallonpituus saadaan yhtälöstä

$$\begin{aligned}
 \lambda &= \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} \\
 &= \frac{6,6261 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{25 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot 650 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \\
 &= 4,0776 \cdot 10^{-32} \text{ m} \approx 4,1 \cdot 10^{-32} \text{ m}.
 \end{aligned}$$

Vastaus: Luodin de Broglien aallonpituus on $4,1 \cdot 10^{-32} \text{ m}$.

16. Lasketaan elektronin nopeus

$$\begin{aligned}
 Q_e U &= \frac{1}{2} m_e v^2 \\
 v &= \sqrt{\frac{2Q_e U}{m_e}} \\
 \lambda &= \frac{h}{p} = \frac{h}{m_e v} = \frac{h}{\sqrt{2Q_e U m_e}} \\
 &= \frac{6,6261 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{\sqrt{2 \cdot 1,6021 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 130 \text{ V} \cdot 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}} \\
 &= 1,0757 \cdot 10^{-10} \text{ m} \approx 110 \text{ pm}.
 \end{aligned}$$

Vastaus: Aallonpituus on 110 pm.

17. Aallonpituuden on oltava 0,1 mm, jotta havainnointi onnistuisi.

$$Q_e U = \frac{1}{2} m_e v^2$$

$$\begin{cases} p = m_e v, \text{ josta} \\ p = \frac{h}{\lambda} \end{cases}$$

$$m_e v = \frac{h}{\lambda}$$

$$v = \frac{h}{m_e \lambda}$$

$$U = \frac{m_e v^2}{2Q_e} = \frac{m_e \left(\frac{h}{m_e \lambda}\right)^2}{2Q_e} = \frac{h^2}{2m_e Q_e \lambda^2}$$

$$U = \frac{(6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js})^2}{2 \cdot 9,103 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 1,6022 \cdot 10^{-19} \cdot (0,1 \cdot 10^{-9} \text{ m})^2}$$

$$= 1,5051 \cdot 10^2 \text{ V} \approx 150 \text{ V}.$$

Vastaus: Käyttöjännite on 150 V.

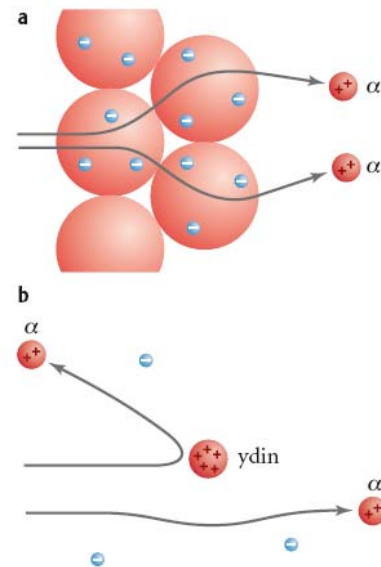
18. Fysiikan tutkimuskohteet ovat usein erittäin pieniä, erittäin suuria ja aina monimutkaisia. Tällaisten kohteiden kuvaamiseen ja tutkimiseen käytetään malleja, jotka ovat yksinkertaistuksia kohteesta. Malli sisältää kohteen keskeiset rakenteet ja ominaisuudet.
19. Mikromaailman kohteet ovat niin pieniä, että niistä ei ole mahdollista saada välittömiä havaintoja. Esimerkiksi atomin ydin ja alkeishiukkaset ovat tällaisia kohteita.
20. Hiukkanen ja aalto ovat kaksi konkreettisiin mielikuviin perustuvaa havainnollista mallia, joilla esitetään havaittuja ilmiöitä. Tietyissä ilmiöissä elektronia kuvataan hiukkasmallilla ja toisissa aaltomallilla.
21. **a)** Hiukkasmalli sopii esimerkiksi kemiallisten ominaisuuksien kuvaamiseen ja atomin virittymisen ja viritystilan purkautumisen selittämiseen.
- b)** Aaltomalli soveltuu esimerkiksi elektronisuihkun kaksoisrakokokeen ja metalleista tapahtuvan elektronisironnan selittämiseen.
22. Hiukkasmallissa elektroni kuvataan hiukkasena, jolla on mm. massa, liikemäärä, energia ja varaus. Elektronit ovat paikallisia ja erillisiä. Elektronit liikkuvat omia ratojaan, joita voidaan seurata. Elektronit voivat myös törmätä. Duaalisen mallin mukaan elektronit voidaan havaita ainoastaan sillä hetkellä ja siinä paikassa, jossa

elektronisäteily osuu kohteeseensa, esimerkiksi fluoresoivaan levyyn tai hiukkasilmaisimeen.

23. Duaalisen mallin mukaan hiukkassäteilyn aalto-ominaisuudet tulevat näkyviin vasta, kun hiukkasilmaisimeen tai fluoresoivalle levyllä osuu riittävän monta säteilyn hiukkasta. Yksittäisen fotonin tai elektronin osumapaikkaa levyllä ei voi tarkasti ennustaa. Aaltomallin aaltoliikkeessä ei voida kuvata hiukkassäteilyn interferenssiä.

RATKAISUT: 3. Atomin malli

1. a)– Thomsonin atomimalli ei tunne ydintä, positiivinen varaus on jakautunut tasaisesti atomissa.
- Elektronit ovat hyvin pieniä ja keveitä.
 - Todennäköisyys, että alfahiukkanen kohtaa elektronin on pieni.
 - Alfahiukkasen ja elektronin sähköisen vuorovaikutuksen seurauksena alfahiukkasen rata ei muutu paljon, koska alfahiukkasen massa on paljon suurempi kuin kevyen elektronin.
 - Varatun Thomsonin atomimalli mukaisen pallon sähkökenttä on niin heikko, että se ei pysty poikkeuttamaan raskasta alfahiukkasta.



- b) Rutherfordin atomimallissa ympyräradalla liikkuva elektroni olisi kiihtyvässä liikkeessä, jolloin se säteilisi energiaa.
- Energian vähetessä sen nopeus pienenesi ja elektroni kiertoradan säde lyhenisi.

- c) Klassisen mekaniikan mukaisia ovat kolme ensimmäistä:

1. Elektroni kiertää ympyrärataa positiivisesti varatun ytimen ympärillä.
2. Elektroni pysyy radallaan Coulombin lain mukaisen vetovoiman johdosta.
3. Elektronien rata voidaan määrittää elektronin liikeyhtälöstä $k \frac{Q_e^2}{r^2} = m_e \frac{v^2}{r}$.

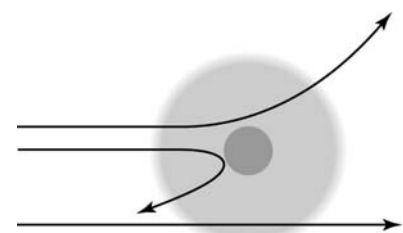
4. ja 5. oletus eivät ole klassisen mekaniikan mukaisia:

4. Tietty elektronin radat ovat pysyviä, näissä tiloissa atomi ei säteile energiaa.

Klassinen fysiikka ei tunne tilannetta, jossa ympyräradalla kiertävä elektroni ei säteilisi energiaa.

5. Tämä oletus selitti spektriviivahavainnot kvanttiteorian avulla. Kun atomi siirtyy stationäärisestä tilasta toiseen, atomi absorboi tai emittoi fotonin. Tällöin elektroni siirtyy radalta toiselle.

2. Kokeessa pommitettiin alfahiukkasilla ohutta kultakalvoa. Suurin osa alfahiukkasista läpäisi kultakalvon, osa muutti suuntaansa vain vähän, mutta muutamat alfahiukkaset kimposivat lähes suoraan takaisin.



Havaittu sironta osoitti, että suurin osa atomin tilavuudesta on tyhjää ja atomin massa on keskittynyt pieneen raskaaseen ytimeen. Ytimen varaus on positiivinen.

Sirontakokeen perusteella voidaan päätellä:

- atomin massa on keskittynyt atomin ytimeen
- ytimen varaus on Ze , missä Z on aineen kemiallinen järjestysluku (protoniluku)
- ytimen ympärillä olevassa elektroniverhossa on Z negatiivisesti varautunutta elektronia
- ytimen halkaisija on suuruusluokkaa 10^{-14}
- elektroniverho määrää atomin koon.

3. a) – Thompsonin atomimallin perusteella tunnettiin vain elektroni

- Rutherfordin koe:
 - * alfahiukkasilla pommitettiin ohutta metallikalvoa
 - * suurin osa hiukkasista läpäisi kalvon
 - * osa hiukkasista vaihtoi vähän kulkusuuntaansa, muutama kimposi takaisin lähes tulosuuntaan
- tulos tulkittiin siten, että aine koostuu atomeista, joilla on pieni, raskas ja positiivisesti varattu ydin, ja ydintä kiertävistä kevyistä elektroneista
- Bohrin mallin taustalla olivat spektrihavainnot, ja erityisesti vedyn spektriviivat ja niiden paikat selittävä Balmerin kaava
- Bohr selitti vedyn spektriviivat ja Rutherfordin esittämän ”planeettamallin” laatimansa atomimallin avulla.

b) Bohrin vetyatomimalli:

- elektronit kiertävät ydintä ympyräradoilla sähköisen vetovoiman vaikutuksesta
- elektroneilla on tietyt sallitut radat, joilla liikkuaessaan elektroni ei säteile energiaa
- sallittuun rataan liittyy kokonaisenergia: atomilla on energiatasoja
- säteilykvantti emittoituu tai absorboituu, kun elektroni siirtyy sallitulta radalta toiselle
- kvantin energia on energiatasojen erotus.

4. Vetyatomien energiatilat saadaan yhtälöstä $E_n = -\frac{13,6 \text{ eV}}{n^2}$.

a) Vetyatomien ensimmäisen viritystilän energia saadaan kokonaisluvun arvolla $n = 2$

$$E_2 = -\frac{13,6 \text{ eV}}{2^2} = -3,40 \text{ eV}.$$

b) Vetyatomin on toisessa viritystilassa, kun $n = 3$. Toisen viritystilan energia on

$$E_3 = -\frac{13,6 \text{ eV}}{3^2} = -1,511 \text{ eV} = -1,51 \text{ eV}.$$

c) Tilojen energioiden erotus on

$$\begin{aligned}\Delta E &= E_3 - E_2 \\ &= -1,51 \text{ eV} - (-3,40 \text{ eV}) \\ &= 1,89 \text{ eV} \approx 1,9 \text{ eV}.\end{aligned}$$

Vastaus:

a) Vedyn ensimmäisen viritystilan energia on $-3,40 \text{ eV}$.

b) Vedyn toisen viritystilan energia on $-1,51 \text{ eV}$.

c) Ensimmäisen ja toisen viritystilan energiaero on $1,9 \text{ eV}$.

5. Vetyatomin spektriviivojen aallonpituudet voidaan laskea yhtälöstä

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right).$$

a) Lymanin sarja vastaa siirtymää perustilaan.

Lymanin sarjan pienin aallonpituus saadaan, kun kokonaisluvut ovat $n = 1$ ja $m \rightarrow \infty$ eli

$$\frac{1}{m} \rightarrow 0. \text{ Tällöin } \frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{1^2} - 0 \right).$$

Ratkaistaan tästä aallonpituus

$$\begin{aligned}\lambda &= \frac{1}{R_H} \\ &= \frac{1}{1,0973731 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{m}}} \\ &= 9,112671 \cdot 10^{-8} \text{ m} \approx 91,1 \text{ nm}.\end{aligned}$$

b) Braketin sarja vastaa siirtymää neljännelle energiatilalle.

Braketin sarjan suurin aallonpituus saadaan, kun kokonaisluvut ovat $n = 4$ ja $m = 5$.

$$\text{Tällöin } \frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{16} - \frac{1}{25} \right) = R_H \left(\frac{9}{400} \right) \text{ ja}$$

$$\begin{aligned}\lambda &= \frac{400}{9R_H} \\ &= \frac{400}{9 \cdot 1,0973731 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{m}}} \\ &= 4,050076 \cdot 10^{-6} \text{ m} \approx 4050 \text{ nm}.\end{aligned}$$

Vastaus:

a) Pienin aallonpituus on $91,1 \text{ nm}$.

b) Suurin aallonpituus on 4050 nm .

6. Vedyn spektriviivojen aallonpituudet lasketaan yhtälöstä $\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)$.

Vihreä viiva on näkyvän valon Balmerin sarjan alueella, joten tiedetään, että $n = 2$.

Kokeilemalla saadaan, että $m = 4$ antaa kysytyn aallonpituuden tarkan arvon

$$\lambda = \frac{1}{1,0973731 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{m}} \cdot \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2} \right)} = 486,009 \text{ nm} \approx 486 \text{ nm}$$

Vastaus: Viivan aallonpituus on 486 nm.

7. a) Ei ole oikein kysyä. Stationaarisella radalla ollessaan elektroni ei säteile. Kun elektroni siirtyy ylemmältä energiatilalta alemmalle energiatilalle, atomi lähettää energiatilojen eron suuruisen säteilykvantin.
- b) Säteilyä syntyy, kun ylemmältä energiatilalta elektroni siirtyy alemmalle energiatilalle. Tällöin vapautuvan säteilyn energia on energiatilojen erotuksen suuruinen.
- c) Fotonin energian yläraja on vapaan elektronin ja perustilassa olevan elektronin energioiden erotus, jonka on 13,607 eV. Tämän säteilyn aallonpituus on elektronin lähettämän säteilyn aallonpituuden alaraja

$$E_{\text{max}} = hf_{\text{max}} = h \frac{c}{\lambda_{\text{min}}}, \text{ josta}$$

$$\begin{aligned} \lambda_{\text{min}} &= h \frac{c}{E_{\text{max}}} \\ &= \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{13,607 \text{ eV}} \\ &= 9,112 \cdot 10^{-8} \text{ m} \approx 91,1 \text{ nm}. \end{aligned}$$

Vastaus:

- c) Vetyatomin lähettämän säteilyn pienin aallonpituus on 91,1 nm.

8. a) Vetyatomin spektriviivojen aallonpituudet voidaan laskea yhtälöstä $\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)$.

Sijoitetaan lukuarvot

$$\frac{1}{\lambda} = 1,0973731 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{m}} \cdot \left(\frac{1}{108^2} - \frac{1}{109^2} \right) = 17,18358 \frac{1}{\text{m}},$$

josta aallonpituus

$$\lambda = 0,058195 \text{ m} \approx 58,2 \text{ mm}$$

Taajuus on aaltoliikkeen perusyhtälön $c = \lambda f$ mukaan

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,058195 \text{ m}}$$

$$= 5151635955 \frac{1}{\text{s}} \approx 5,2 \text{ GHz.}$$

b) Viritystilan 109 energia on $E_{109} = -\frac{13,6 \text{ eV}}{109^2} = -1,14468 \cdot 10^{-3} \text{ eV}$

Viritystilan 108 energia on $E_{108} = -\frac{13,6 \text{ eV}}{108^2} = -1,16598 \cdot 10^{-3} \text{ eV.}$

Tapa 1.

Tilojen energioiden erotus on

$$\Delta E = E_{109} - E_{108}$$

$$= -1,14468 \cdot 10^{-3} \text{ eV} - (-1,16598 \cdot 10^{-3} \text{ eV})$$

$$= 0,0213 \cdot 10^{-3} \text{ eV.}$$

Tapa 2.

Tilojen energioiden erotus emittoituvan säteilyn aallonpituuden avulla

$$E = \frac{hc}{\lambda}$$

$$= \frac{4,135669 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,058195 \text{ m}}$$

$$= 2,13055 \cdot 10^{-5} \text{ eV} \approx 0,0213 \text{ meV.}$$

c) Virittymiseen tarvittava energia

$$\Delta E = E_{109} - E_1$$

$$= -\frac{13,6 \text{ eV}}{109^2} - \left(-\frac{13,6 \text{ eV}}{1^2}\right)$$

$$= 13,5989 \text{ eV} \approx 13,6 \text{ eV.}$$

Vastaus:

a) Antenni on viritettävä ottamaan vastaan signaalia 58,2 mm:n aallonpituudella, jolloin taajuus on 5,2 GHz.

b) Energiaerotus on 0,0213 meV.

c) Virittymiseen tarvittava energia on 13,6 eV.

9. a) Perustilassa $n = 1$ ja perustilan energia on $E_1 = -\frac{13,6 \text{ eV}}{1^2} = -13,6 \text{ eV.}$

Fotonin energian $E_{\text{max}} = h \frac{c}{\lambda_{\text{min}}}$ pitää olla ainakin tämän suuruinen.

Siten säteilyn aallonpituuden pitää olla suurempi kuin

$$\begin{aligned}\lambda_{\min} &= h \frac{c}{E_{\max}} \\ &= \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{13,6 \text{ eV}} \\ &= 9,1167 \cdot 10^8 \text{ m} \approx 91,2 \text{ nm}.\end{aligned}$$

- b)** Toinen viritystila on $n = 3$ ja viritystilän energia on $E_3 = -\frac{13,6 \text{ eV}}{3^2} = -1,5111 \text{ eV}$.

$$\text{Tilojen energiaero } \Delta E = E_3 - E_1 = -\frac{13,6 \text{ eV}}{3^2} - \left(-\frac{13,6 \text{ eV}}{1^2}\right) = 12,0889 \text{ eV} \approx 12,1 \text{ eV}$$

$$\text{Fotonin energia } \Delta E = h \frac{c}{\lambda}, \text{ josta}$$

* säteilyn aallonpituus

$$\begin{aligned}\lambda &= h \frac{c}{\Delta E} \\ &= \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{12,0889 \text{ eV}} \\ &= 1,02563 \cdot 10^{-7} \text{ m} \approx 103 \text{ nm}.\end{aligned}$$

* säteilyn taajuus

$$\begin{aligned}f &= \frac{\Delta E}{h} \\ &= \frac{12,0889 \text{ eV}}{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs}} \\ &= 2,92308 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1} \approx 2,9 \text{ Pm}.\end{aligned}$$

Vastaus:

- a)** Ionisoivan säteilyn aallonpituuden pitää olla suurempi kuin 91,2 nm.
b) Virittävän säteilyn aallonpituus 103 nm ja taajuus 2,9 Pm.

10. a) Vetyatomi voi olla perustilassa tai se voi absorboida energiaa, jolloin se virittyy. Siten vetyatomin elektroni voi olla useilla sallituilla energiatiiloilla. Spektriviivat syntyvät, kun elektroni siirtyy tilasta toiseen.

b) Ionisoitumisenergia perusteella voidaan päätellä vetyatomin säde. Bohrin

$$\text{vetyatomimallin mukaan liikeyhtälöstä } k \frac{Q_e^2}{r^2} = m_e \frac{v^2}{r} \text{ saadaan elektronin nopeus. Kun}$$

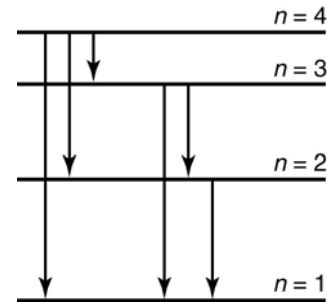
tämä sijoitetaan r -säteisellä sadalla olevan elektronin kokonaisenergian yhtälöön, voidaan atomin säde ratkaista.

- c) Elektroni on 3. viritystilalla, joten $n = 4$.

Vetyatomi voi emittoida 6 erilaista fotonia.

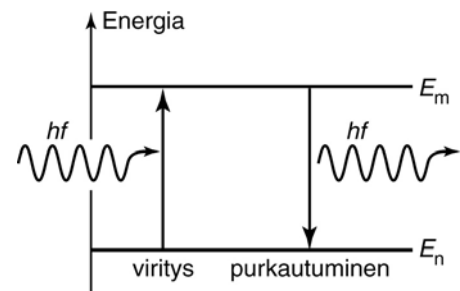
Vastaus:

- c) Vetyatomi voi emittoida 6 erilaista fotonia.



11. a) Kun elektroni siirtyy ylemmältä energiatasolta alemmalle, atomi emittoi fotonin, jonka energia on tarkalleen kyseisten energiatasojen energioiden erotus $\Delta E = hf$.

- b) Kun elektroni siirtyy alemmalta energiatasolta ylemmälle, atomi absorboi fotonin, jonka energia on tarkalleen kyseisten energiatasojen energioiden erotus $\Delta E = hf$.



- c) Vedyn emissio- ja absorptiospektrissä spektriviivat ovat kohdakkain, koska ne syntyvät elektronin siirtyessä samojen energiatilojen välillä. Atomin emissiospektrin viivat ovat kirkkaita, näkyvän valon alueella viivat nähdään erivärisinä. Absorptiospektrin viivat ovat mustia, koska näitä aallonpituuksia vastaavat fotonit ovat absorboituneet atomiin. Emissiospektrissä on yleensä enemmän viivoja kuin absorptiospektrissä, koska on melko epätodennäköistä, että foton absorboituisi virittyneeseen atomiin.

12. a) Fotonin aallonpituus saadaan laskettua joko vetyatomin spektriviivojen aallonpituuksien lausekkeesta tai vetyatomin energiatilojen erotuksen ja Planckin lain avulla.

Tapa 1:

- a) Vetyatomin virittämiseen toiselta energiatilalta viidennelle vaaditaan yhtä suuri foton, jonka atomi emittoisi, kun viritys purkautuu viidenneltä energiatasolta toiselle.

Yhtälöstä $\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)$ saadaan aallonpituus

$$\lambda = \frac{1}{R_H \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)} = \frac{1}{1,0973731 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{m}} \cdot \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{5^2} \right)} = 4,3394 \cdot 10^{-7} \text{ m} \approx 434 \text{ nm}$$

Tapa 2:

Fotonin energia

$$\begin{aligned} \Delta E &= E_5 - E_2 \\ &= -\frac{13,6 \text{ eV}}{5^2} - \left(-\frac{13,6 \text{ eV}}{2^2} \right) = 2,856 \text{ eV}. \end{aligned}$$

Planckin lain mukaan $\Delta E = \frac{hc}{\lambda}$, josta ratkaistaan aallonpituus

$$\begin{aligned}\lambda &= \frac{hc}{\Delta E} \\ &= \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2,856 \text{ eV}} \\ &= 4,3413 \cdot 10^{-7} \text{ m} \approx 434 \text{ nm}.\end{aligned}$$

- b)** Kun elektronin viritys purkautuu viidenneltä tilalta perustilalle, atomi emittoiman fotonin energia on

$$\begin{aligned}\Delta E &= E_5 - E_1 \\ &= -\frac{13,6 \text{ eV}}{5^2} - \left(-\frac{13,6 \text{ eV}}{1^2}\right) \\ &= 13,056 \text{ eV} \approx 13,1 \text{ eV}.\end{aligned}$$

Vastaus

- a)** Säteilyn aallonpituus on 434 nm.
b) Fotonin energia on 10,9 eV.

- 13. a)** Fotonin energia $E = hf = h \frac{c}{\lambda}$, josta aallonpituus on

$$\begin{aligned}\lambda &= h \frac{c}{E} \\ &= \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{24,6 \text{ eV}} \\ &= 5,04014 \cdot 10^{-8} \text{ m} \approx 50,4 \text{ nm}.\end{aligned}$$

- b)** Lasketaan sellaisen elektronin nopeus v , jonka liike-energia on 24,6 eV.

Liike-energia $E_k = \frac{1}{2}mv^2$. Ratkaistaan nopeus

$$\begin{aligned}v &= \sqrt{\frac{2E_k}{m}} \\ &= \sqrt{\frac{2 \cdot 24,6 \text{ eV} \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \frac{\text{J}}{\text{eV}}}{9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}} \\ &= 2941403,594 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 2,94 \frac{\text{Mm}}{\text{s}}.\end{aligned}$$

Vastaus:

- a)** Ionisoivan säteilyn aallonpituus on 50,4 nm.
b) Elektronin nopeus on 2,94 Mm/s

14. a) Energiatasokaavio

b) Fotonien energiat saadaan energiatasojen energioiden erotuksina

$$\Delta E_1 = -4,9 \text{ eV} - (-7,7 \text{ eV}) = 2,8 \text{ eV}$$

$$\Delta E_2 = -4,9 \text{ eV} - (-6,7 \text{ eV}) = 1,8 \text{ eV}$$

$$\Delta E_3 = -6,7 \text{ eV} - (-7,7 \text{ eV}) = 1,0 \text{ eV}$$

Aallonpituudet lasketaan Planckin säteilylain $E = h \frac{c}{\lambda}$ perusteella.

$$\lambda_1 = \frac{hc}{\Delta E_1}$$

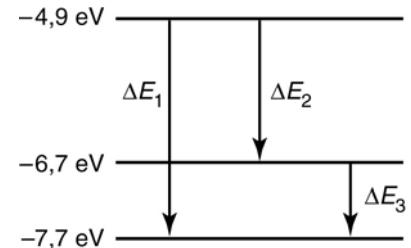
$$\begin{aligned} &= \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2,8 \text{ eV}} \\ &= 4,4281 \cdot 10^{-7} \text{ m} \approx 440 \text{ nm} \end{aligned}$$

$$\lambda_2 = \frac{hc}{\Delta E_2}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1,8 \text{ eV}} \\ &= 6,888 \cdot 10^{-7} \text{ m} \approx 690 \text{ nm} \end{aligned}$$

$$\lambda_3 = \frac{hc}{\Delta E_3}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1,0 \text{ eV}} \\ &= 1,2399 \cdot 10^{-6} \text{ m} \approx 1200 \text{ nm} \end{aligned}$$



Vastaus:

b) Fotonien energiat ovat 2,8 eV, 1,8 eV ja 1,0 eV ja aallonpituudet 440 nm, 690 nm ja 1200 nm.

15. Planckin lain mukaan natriumatomin lähettämän kvantin energia on

$$\Delta E = hf = \frac{hc}{\lambda}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{589,0 \cdot 10^{-9} \text{ m}} \\ &= 2,105049 \text{ eV} \approx 2,11 \text{ eV}. \end{aligned}$$

Tämä energia on yhtä suuri kuin viritystilan ja perustilan energioiden erotus

$$\Delta E = E_{\text{viritystila}} - E_1, \text{ josta}$$

viritystilan energiaksi saadaan

$$\begin{aligned} E_{\text{viritystila}} &= E_1 + \Delta E \\ &= -5,14 \text{ eV} + 2,11 \text{ eV} = -3,03 \text{ eV}. \end{aligned}$$

Vastaus:

Viritystilän energia on $-3,03 \text{ eV}$.

16. a) Absorboituvan valon aallonpituus on suurin, kun elektronin siirtymän vaatima viritysendergia on pienin. Tällöin elektroni siirtyy vetyatomin perustilalta $n = 1$ ensimmäiselle viritystilalle $n = 2$.

$$\text{Vetyatomin energiatasot saadaan yhtälöstä } E_n = -\frac{hcR_H}{n^2} = -\frac{13,6 \text{ eV}}{n^2}.$$

Energiatasojen erotus on

$$\begin{aligned}\Delta E &= E_2 - E_1 \\ &= -\frac{13,6 \text{ eV}}{2^2} - \left(-\frac{13,6 \text{ eV}}{1^2}\right) \\ &= -3,4 \text{ eV} - (-13,6 \text{ eV}) = 10,2 \text{ eV}.\end{aligned}$$

Siirtymää vastaava aallonpituus on

$$\begin{aligned}\lambda &= h \frac{c}{\Delta E} \\ &= \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{10,2 \text{ eV}} \\ &= 1,21556 \cdot 10^{-7} \text{ m} \approx 121,6 \text{ nm}.\end{aligned}$$

- b) Tilan $n = 3$ energia on $E_3 = -\frac{13,6 \text{ eV}}{3^2} = -1,51 \text{ eV}$.

Perustilan ja seuraavan viritystilän $n = 3$ energioiden erotus on

$$\Delta E = E_3 - E_1 = -1,51 \text{ eV} - (-13,6 \text{ eV}) = 12,09 \text{ eV}.$$

Siirtymää vastaava aallonpituus

$$\begin{aligned}\lambda &= h \frac{c}{\Delta E} \\ &= \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{12,09 \text{ eV}} \\ &= 1,0255 \cdot 10^{-7} \text{ m} \approx 102,6 \text{ nm}.\end{aligned}$$

Vastaus:

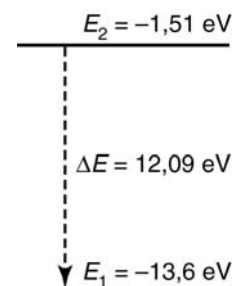
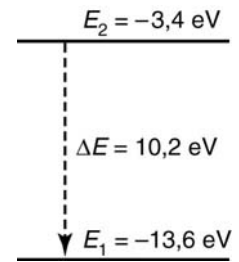
a) Aallonpituus on $121,6 \text{ nm}$.

b) Aallonpituus on $102,6 \text{ nm}$.

17. a) Bohrin vetyatomin n :s energiatila saadaan yhtälöllä $E_n = -\frac{13,6 \text{ eV}}{n^2}$.

Siten energiatilan $-0,212 \text{ eV}$ järjestysluku saadaan yhtälöstä

$$n = \sqrt{\frac{-13,6 \text{ eV}}{-0,212 \text{ eV}}} = 8,009 \approx 8.$$



Perustilan ja 8. energiatilan välissä on sallittuja tiloja 6 kappaletta.

b) Energiatilojen $n = 2$ ja $n = 1$ erotus on

$$\begin{aligned}\Delta E &= E_2 - E_1 \\ &= -\frac{13,6 \text{ eV}}{2^2} - \left(-\frac{13,6 \text{ eV}}{1^2}\right) \\ &= -3,4 \text{ eV} - (-13,6 \text{ eV}) = 10,2 \text{ eV}.\end{aligned}$$

Siirtymää vastaava fotonin taajuus Planckin lain $E = hf$ mukaan on

$$\begin{aligned}f &= \frac{E}{h} \\ &= \frac{10,2 \text{ eV}}{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs}} \\ &= 2,46635 \cdot 10^{15} \frac{1}{\text{s}} \approx 2,47 \text{ PHz}.\end{aligned}$$

Energiatasojen $n = 4$ ja $n = 2$ erotus on

$$\begin{aligned}\Delta E &= E_4 - E_2 \\ &= -\frac{13,6 \text{ eV}}{4^2} - \left(-\frac{13,6 \text{ eV}}{2^2}\right) \\ &= -0,85 \text{ eV} - (-3,4 \text{ eV}) = 2,55 \text{ eV}.\end{aligned}$$

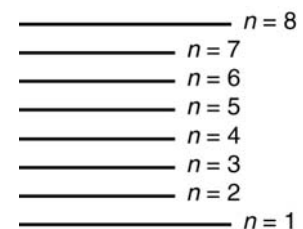
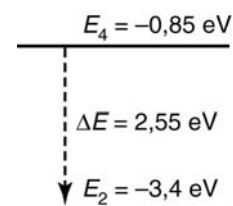
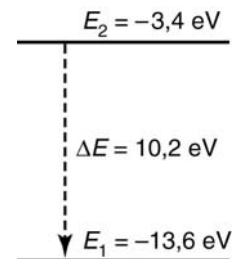
Siirtymää vastaava fotonin taajuus Planckin lain $E = hf$ mukaan on

$$f = \frac{E}{h} = \frac{2,55 \text{ eV}}{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs}} = 6,16587 \cdot 10^{14} \frac{1}{\text{s}} \approx 0,617 \text{ PHz}.$$

Vastaus:

a) Perustilan ja 8. energiatilan välissä on sallittuja tiloja 6 kappaletta.

b) Taajuudet ovat 2,47 PHz ja 0,617 PHz.



18. a) Spektriviivaa vastaava viritysenergia on absorboituvien fotonien energia

$$\begin{aligned}E &= hf = h \frac{c}{\lambda} \\ &= \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{102,5 \cdot 10^{-9} \text{ m}} \\ &= 12,09633 \text{ eV} \approx 12,10 \text{ eV}.\end{aligned}$$

$$\text{Vetyatomin perustila on } E_1 = \frac{-13,6 \text{ eV}}{1^2} = -13,6 \text{ eV}.$$

$$1. \text{ viritystilan energia on } E_2 = \frac{E_1}{2^2} = \frac{-13,6 \text{ eV}}{4} = -3,4 \text{ eV}.$$

$$2. \text{ viritystilan energia on } E_3 = \frac{E_1}{3^2} = \frac{-13,6 \text{ eV}}{9} = -1,51 \text{ eV}.$$

Perustilan ja 2. viritystilan energioiden erotus on vastaa hyvin absorptiospektrin

102,5 nm:n viivaa

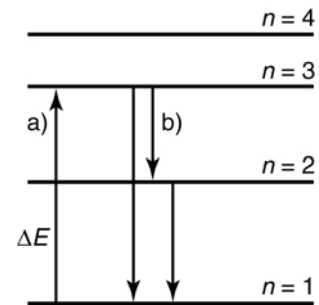
$\Delta E = -1,51 \text{ eV} - (-13,61 \text{ eV}) = 12,1 \text{ eV}$. Viiva on syntynyt niin, että vetyatomi on absorboinut energiaa niin, että perustilassa oleva vetyatomin on virittynyt toiselle viritystilalle ($n = 3$).

- b)** Aallonpituutta 102,5 nm vastaava fotoni virittää vetyatomin perustilasta tilaan $n = 3$ (2. viritystila). Toinen viritystila voi purkautua suoraan perustilaan ($n = 1$), tai välivaiheittain ensin ensimmäiselle viritystilalle ($n = 2$) ja sitten ensimmäiseltä viritystilalta perustilalle:

$$\begin{aligned}\lambda_{3 \rightarrow 1} &= \frac{hc}{E_3 - E_1} \\ &= \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{12,09 \text{ eV}} \\ &= 102,554 \cdot 10^{-9} \text{ m} \approx 102,6 \text{ nm}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\lambda_{3 \rightarrow 2} &= \frac{hc}{E_3 - E_2} \\ &= \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1,89 \text{ eV}} \\ &= 656,018 \cdot 10^{-9} \text{ m} \approx 656,0 \text{ nm}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\lambda_{2 \rightarrow 1} &= \frac{hc}{E_2 - E_1} \\ &= \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{10,20 \text{ eV}} \\ &= 121,556 \cdot 10^{-9} \text{ m} \approx 121,6 \text{ nm}\end{aligned}$$



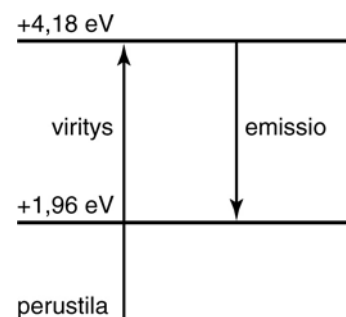
Vastaus:

- a)** Viritysenergia on 12,10 eV.
b) Havaitaan 102,6 nm, 122,6 nm ja 656,0 nm.

- 19. a)** Lasketaan aallonpituutta 558 nm vastaavan fotonin energia

$$\begin{aligned}E &= \frac{hc}{\lambda} \\ &= \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{558 \cdot 10^{-9} \text{ m}} \\ &= 2,22199 \text{ eV} \approx 2,22 \text{ eV}.\end{aligned}$$

Tämä on samalla kysytty energiatasojen välinen ero.



- b)** Protoneilla tulee olla liike-energiaa vähintään $2,22199 \text{ eV} + 1,96 \text{ eV} = 4,181996 \text{ eV}$, jotta happiatomin virittäminen olisi mahdollista.

Koska energia on niin pieni, protonien nopeuden voi laskea klassillisen fysiikan

kaavasta. $E = \frac{1}{2} m_p v^2$, joten

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{\frac{2E}{m_p}} \\ &= \sqrt{\frac{2 \cdot 4,181996 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1,67262 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}} \\ &= 28\,303,453 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 28,3 \frac{\text{km}}{\text{s}}. \end{aligned}$$

Vastaus:

- a) Energiatilojen välinen ero on 2,22 eV.
- b) Protonien nopeus on 28,3 km/s.

20. a) Sähkömagneettisen säteilyn aiheuttaman virityksen purkautuessa syntyvää säteilyä sanotaan fluoresenssisäteilyksi. Ilmiötä kutsutaan fluoresenssiksi. Fluoresenssisäteily koostuu aineen emissiospektrin viivoista. Fluoresenssisäteilyn aallonpituus on pienempi kuin virityksen aiheuttaneen sähkömagneettisen säteilyn.
- Fosforesenssi on ilmiö, jossa atomin viritystila ei purkaudu heti vaan jonkin ajan kuluttua. Sanotaan, että atomi on metastabiilissa viritystilassa. Viritystila purkautuu välivaiheiden kautta, jolloin atomi lähettää kaksi tai useampia fotoneja, joiden aallonpituus on suurempi kuin atomin virittäneen fotonin aallonpituus. Fosforesenssia voidaan sanoa viivästyneeksi fluoresenssiksi.
- b) ”Valon vahvistaminen säteilyn stimuloidun emission avulla” on suomennos sanoista, joista nimi laser muodostuu: ”*Light amplification by stimulated emission of radiation*”. Metastabiili viritystila purkautuu ulkoisen ärsykkeen (fotoni) seurauksena ja tuloksena on identtinen fotoni viritystilan laukaisseen fotonin kanssa.
- c) Laservalo on monokromaattista (yksiväristä, sisältää vain yhtä aallonpituutta), koherenttia (samanvaiheista), yhdensuuntaista, laserin valo voidaan kohdistaa hyvin pienelle alueelle, jolloin sillä on suuri teho.

21. Fotonin energia on $\Delta E = \frac{hc}{\lambda}$

Energiatasokaaviosta saadaan siirtymien energiat:

siirtymä a $\Delta E_a = 0,37 \text{ eV}$

siirtymä b $\Delta E_b = 1,97 \text{ eV}$

siirtymä c $\Delta E_c = 1,1 \text{ eV}$

Siirtymiä vastaavat aallonpituudet

$$\begin{aligned}\lambda_a &= \frac{hc}{\Delta E_a} \\ &= \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,37 \text{ eV}} \\ &= 3,3510 \cdot 10^{-6} \text{ m} \approx 3400 \text{ nm}\end{aligned}$$

Valo ei ole näkyvää.

$$\begin{aligned}\lambda_b &= \frac{hc}{\Delta E_b} \\ &= \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1,97 \text{ eV}} \\ &= 6,2938 \cdot 10^{-6} \text{ m} \approx 630 \text{ nm}\end{aligned}$$

Valo on punaista.

$$\begin{aligned}\lambda_c &= \frac{hc}{\Delta E_c} \\ &= \frac{4,1357 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1,1 \text{ eV}} \\ &= 1,1272 \cdot 10^{-6} \text{ m} \approx 1100 \text{ nm}\end{aligned}$$

Valo ei ole näkyvää.

Vastaus:

Siirtymiä vastaavat aallonpituudet ovat 3400 nm, 630 nm, 1100 nm.

Siirtymissä a ja c ei synny näkyvää valoa. Siirtymää b vastaava valo on punaista.

22. Natriumatomeja säteilytetään fotoneilla, joiden maksimienergia on 3,3 eV, jolloin perustilassa oleva natriumatomin voi virittyä tilaan, jonka energia on alle 3,3 eV + (−5,14 eV) = −1,84 eV.

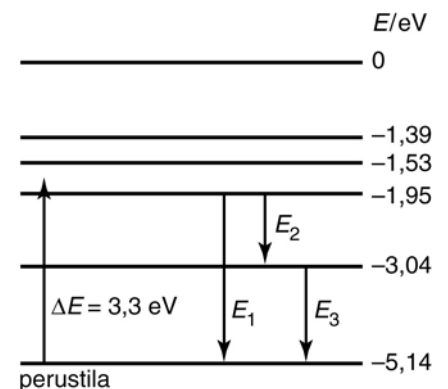
Fotonien maksimienergia riittää virittämään natriumatomin korkeintaan tilalle, jonka energia on −1,95 eV.

Tällöin voi tapahtua kolme emissiosiiirtymää, joiden energiat ovat

$$\begin{aligned}\Delta E_1 &= -1,95 \text{ eV} - (-5,14 \text{ eV}) = 3,19 \text{ eV} \\ \Delta E_2 &= -1,95 \text{ eV} - (-3,04 \text{ eV}) = 1,09 \text{ eV} \\ \Delta E_3 &= -3,04 \text{ eV} - (-5,14 \text{ eV}) = 2,10 \text{ eV} .\end{aligned}$$

Vastaavat emissiosäteilyn aallonpituudet ovat Planckin lain $E = \frac{hc}{\lambda}$

mukaan



$$\begin{aligned}\lambda_1 &= \frac{hc}{\Delta E_1} \\ &= \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{3,19 \text{ eV}} \\ &= 3,8868 \cdot 10^{-7} \text{ m} \approx 389 \text{ nm}.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\lambda_2 &= \frac{hc}{\Delta E_2} \\ &= \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1,09 \text{ eV}} \\ &= 1,1375 \cdot 10^{-6} \text{ m} \approx 1140 \text{ nm}.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\lambda_3 &= \frac{hc}{\Delta E_3} \\ &= \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2,10 \text{ eV}} \\ &= 5,9042 \cdot 10^{-7} \text{ m} \approx 590 \text{ nm}.\end{aligned}$$

Vastaus: Natriumkaasussa voi esiintyä säteilyä aallonpituuksilla 389 nm, 590 nm ja 1140 nm.

23. a) Hopean ionisoitumisenergia kuvion mukaan on 25,51 keV. Elektronin poistamiseen K-kuorelta tarvitaan tämän suuruinen energia, joten hopea-atomiin törmäävien elektronien liike-energian on oltava 25,51 keV. Vastaava kiihdytysjännite on

$$U = \frac{W}{Q} = \frac{E_k}{Q_e} = 25,51 \text{ kV}.$$

- b) Kiihdytettyjen elektronien törmätessä hopeaan syntyy röntgensäteilyä.

- * Elektronien jarruuntuessa hopeassa syntyy jarrutussäteilyä. Jarrutussäteilyn

minimiaallonpituus saadaan maksimienergiasta $E_{\max} = \frac{hc}{\lambda_{\min}} = 25,51 \text{ keV}$, jolloin

$$\begin{aligned}\lambda_{\min} &= \frac{hc}{E_{\max}} \\ &= \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{25,51 \cdot 10^3 \text{ eV}} \\ &= 4,8603 \cdot 10^{-11} \text{ m} \approx 48,6 \text{ pm}.\end{aligned}$$

Jarrutussäteilyn aallonpituus on siten $\lambda \geq 48,6 \text{ pm}$.

- * Ominaisäteilyä syntyy, kun K-kuorelle syntynyt aukko täyttyy joko L- tai M-kuorelta:

– siirros $L \rightarrow K$, jonka energia $E_{K\alpha} = 21,99 \text{ keV}$ ja aallonpituus

$$\begin{aligned}\lambda_{K\alpha} &= \frac{hc}{E_{K\alpha}} \\ &= \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{21,99 \cdot 10^3 \text{ eV}} \\ &= 5,6384 \cdot 10^{-11} \text{ m} \approx 56,4 \text{ pm}.\end{aligned}$$

– siirros $M \rightarrow K$, jonka energia $E_{K\beta} = 24,94 \text{ keV}$

$$\begin{aligned}\lambda_{K\beta} &= \frac{hc}{E_{K\beta}} \\ &= \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{24,94 \cdot 10^3 \text{ eV}} \\ &= 4,97143 \cdot 10^{-11} \text{ m} \approx 49,7 \text{ pm}.\end{aligned}$$

Jos elektroni siirtyy L-kuorelta, niin sille syntynyt aukko täyttyy myös, jolloin tapahtuu siirros $M \rightarrow L$, jonka energia $E_{L\alpha} = 2,95 \text{ keV}$.

$$\begin{aligned}\lambda_{L\alpha} &= \frac{hc}{E_{L\alpha}} \\ &= \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2,95 \cdot 10^3 \text{ eV}} \\ &= 4,20296 \cdot 10^{-10} \text{ m} \approx 420,3 \text{ pm}.\end{aligned}$$

Vastaus:

a) Kiihdytysjännite on 25,51 kV.

b) Syntyvän säteilyn aallonpituudet ovat jatkuvassa säteilyssä $\lambda \geq 48,6 \text{ pm}$ sekä ominaissäteilyn piikit 49,7 pm, 56,4 pm ja 420,3 pm.

24. Lasketaan energiatasokaaviosta mahdollisten siirtymien energiat

$$\Delta E = E_m - E_n$$

Luetaan spektristä piikkien taajuuudet ja lasketaan niitä vastaavien fotonien elektronit $E = hf$.

$$E_1 = hf_1 = 4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 6,3 \cdot 10^{18} \text{ Hz} = 26054,721 \text{ eV} \approx 26,1 \text{ keV}$$

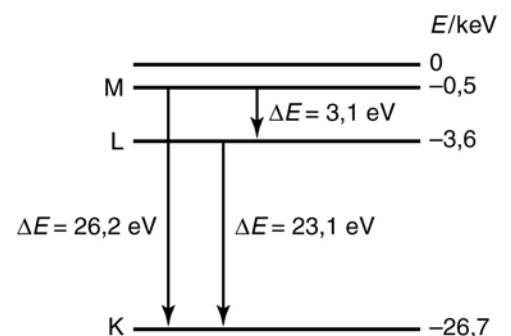
$$E_2 = hf_2 = 4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 5,6 \cdot 10^{18} \text{ Hz} = 23159,752 \text{ eV} \approx 23,2 \text{ keV}$$

$$E_3 = hf_3 = 4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 3,05 \cdot 10^{18} \text{ Hz} = 12613,7933 \text{ eV} \approx 12,6 \text{ keV}$$

$$E_4 = hf_4 = 4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,7 \cdot 10^{18} \text{ Hz} = 11166,309 \text{ eV} \approx 11,2 \text{ keV}$$

$$E_5 = hf_5 = 4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 0,75 \cdot 10^{18} \text{ Hz} = 3101,7525 \text{ eV} \approx 3,1 \text{ keV}$$

$$E_6 = hf_6 = 4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 0,50 \cdot 10^{18} \text{ Hz} = 2067,835 \text{ eV} \approx 2,1 \text{ keV}$$



Yhdistetään spektrin ja energiatasokaavion tiedot

spektrin piikki	taajuus $f / 10^{18} \text{ Hz}$	energia E / keV	mahdollinen siirtymä
1	6,3	26,1	M $\rightarrow$ K
2	5,6	23,2	L $\rightarrow$ K
3	3,05	12,6	
4	2,7	11,2	
5	0,75	3,1	M $\rightarrow$ L
6	0,50	2,1	

Vastaus: Spektriipiikit 1, 2 ja 5 ovat peräisin kadmiumista.

25. Luetaan spektristä piikkien taajuudet ja lasketaan piikkejä vastaavat energiat $E = hf$.

Kun saatuja energia-arvoja verrataan tehtävän arvoihin, saadaan selville, mitä alkuaineita näyte sisälsi.

$$E_1 = hf_1 = 4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 1,9 \cdot 10^{18} \text{ Hz} = 7857,77 \text{ eV} \approx 7,9 \text{ keV}$$

$$E_2 = hf_2 = 4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,1 \cdot 10^{18} \text{ Hz} = 8684,91 \text{ eV} \approx 8,7 \text{ keV}$$

$$E_3 = hf_3 = 4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 3,6 \cdot 10^{18} \text{ Hz} = 14888,41 \text{ eV} \approx 14,9 \text{ keV}$$

$$E_4 = hf_4 = 4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 4,0 \cdot 10^{18} \text{ Hz} = 16542,68 \text{ eV} \approx 16,5 \text{ keV}$$

$$E_5 = hf_5 = 4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 7,7 \cdot 10^{18} \text{ Hz} = 31844,66 \text{ eV} \approx 31,8 \text{ keV}$$

$$E_6 = hf_6 = 4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 8,7 \cdot 10^{18} \text{ Hz} = 35980,33 \text{ eV} \approx 36,0 \text{ keV}$$

$f / 10^{18} \text{ Hz}$	$E = hf / \text{keV}$	aine
1,9	7,9	Cu, K_α -piikki
2,1	8,7	Cu, K_β -piikki
3,6	14,9	Y, K_α -piikki
4,0	16,5	Y, K_β -piikki
7,7	31,8	Ba, K_α -piikki
8,7	36,0	Ba, K_β -piikki

Vastaus: Analyysin mukaan suprajohde sisältää ainakin kuparia, yttriumia ja bariumia.

26. a) Röntgensäteilyn spektri koostuu tavallisesti jatkuvasta osasta ja karakteristisen säteilyn piikeistä. Jatkuva osa on seurausta jarrutussäteilystä, kun kiihdytetyt elektronit hidastuvat anodimateriaalin atomien sähkökentässä. Karakteristiset piikit ovat anodimateriaalille ominaisia, karakteristisia. Ne aiheutuvat siitä, kun kiihdytetyt elektronit törmäävät anodimateriaalin ja irrottavat elektroneita kohtioatomin sisäkuorilta. Syntyneeseen aukkoon siirtyy elektroni ulommalta kuorelta, K- tai L-

kuorelta, jolloin tuloksena on röntgenfotoni. Fotonien energiat ovat kullekin aineelle ominaiset.

- b)** Oletetaan, että elektroni hidastuessaan säteilee röntgenfotonin, jonka energia on yhtä suuri kuin elektronin kineettinen energia. Elektronin kineettinen energia voidaan lausua

$$\text{Schusterin kaavan avulla } Q_e U = \frac{1}{2} m v^2 .$$

Jos tämä energia siirtyy kvantille kokonaisuudessaan, saadaan

$$E = hf = h \frac{c}{\lambda} = Q_e U .$$

Tästä saadaan ratkaistua kiihdytysjännite

$$\begin{aligned} U &= \frac{hc}{\lambda Q_e} \\ &= \frac{6,6261 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,1 \cdot 10^{-9} \text{ m} \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}} \\ &= 12400,15 \text{ V} \approx 12,4 \text{ kV}. \end{aligned}$$

Vastaus

- b)** Kiihdytysjännitteen pitää olla 12,4 kV.

- 27. a)** K_α -säteilyn energia on energiatasojen välinen erotus

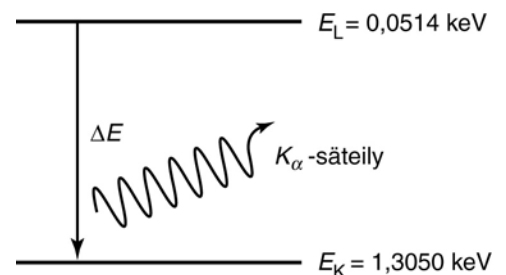
$$\begin{aligned} \Delta E &= E_K - E_L \\ &= 1,3050 \text{ keV} - 0,0514 \text{ keV} \\ &= 1,2536 \text{ keV} \end{aligned}$$

Fotonin energia Planckin säteilylain perusteella on

$$E = hf = h \frac{c}{\lambda} .$$

Ratkaistaan aallonpituus

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{hc}{\Delta E} \\ &= \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1,2536 \cdot 10^3 \text{ eV}} \\ &= 9,890506 \cdot 10^{-10} \text{ m} \approx 0,989 \text{ nm}. \end{aligned}$$



- b)** Kiihdytystyö sähkökentässä lasketaan yhtälöllä $W = Q_e U$.

Elektronien nopeuden pitää olla niin suuri, että ne pystyvät irrottamaan elektronin K-kuorelta, siis saamaan aikaiseksi K-ionisaation $E_{K\text{-ionis}} = Q_e U$, josta

$$\begin{aligned} U &= \frac{E_{K\text{-ionis}}}{Q_e} \\ &= \frac{1,3050 \text{ keV}}{1 \text{ e}} = 1,3050 \text{ kV}. \end{aligned}$$

c) Elektronien nopeus saadaan yhtälöstä $Q_e U = \frac{1}{2} m_e v^2$.

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{\frac{2Q_e U}{m_e}} \\ &= \sqrt{\frac{2 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1305,0 \text{ V}}{9,1094 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}} \\ &= 0,21424 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 21\,400 \frac{\text{km}}{\text{s}}. \end{aligned}$$

Vastaus:

- a) Röntgensäteilyn energia on 1,2536 keV ja aallonpituus on 0,989 nm.
- b) Pienin kiihdytysjännite on 1,3050 kV.
- c) Elektroninen nopeus on 21 400 km/s.

Ratkaisut: 4. Atomin ydin

1. a) Ba-137-ytimen järjestysluku $Z = 56$. $N = A - Z = 137 - 56 = 81$.

Siten merkintä on ${}^{137}_{56}\text{X}_{81}$.

- b) Ra-226-ytimen järjestysluku $Z = 88$. $N = A - Z = 226 - 88 = 138$.

Siten merkintä on ${}^{226}_{88}\text{X}_{138}$.

Vastaus: a) ${}^{137}_{56}\text{X}_{81}$ b) ${}^{226}_{88}\text{X}_{138}$

2. a) $A = 44$ ja $Z = 20$, joten $N = A - Z = 44 - 20 = 24$. Merkintä on ${}^{44}_{20}\text{X}_{24}$.

- b) $A = 112$ ja $Z = 50$, joten $N = A - Z = 112 - 50 = 62$. Merkintä on ${}^{112}_{50}\text{X}_{62}$.

Vastaus: a) ${}^{44}_{20}\text{X}_{24}$ b) ${}^{112}_{50}\text{X}_{62}$.

3. Ytimen tilavuus on $V = \frac{4}{3}\pi r_0^3 A$, joten ytimen tiheys on

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{A}{\frac{4}{3}\pi r_0^3 A} = \frac{1}{\frac{4}{3}\pi r_0^3} = \text{vakio. Siten kaikkien ytimien tiheys on sama.}$$

Vastaus: Yhtä suuret.

4. Ytimen tilavuus on $V = \frac{4}{3}\pi r_0^3 A$, joten ytimen tiheys on

$$\begin{aligned}\rho &= \frac{m}{V} = \frac{A}{\frac{4}{3}\pi r_0^3 A} \\ &= \frac{1}{\frac{4}{3}\pi r_0^3} \\ &= \frac{1,6605655 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}{\frac{4}{3}\pi (1,4 \cdot 10^{-15} \text{ m})^3} \\ &= 1,4447 \cdot 10^{17} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.\end{aligned}$$

Vastaus: $1,4447 \cdot 10^{17} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

5. a) Sähköinen voima saadaan Coulombin laista

$$\begin{aligned} F &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \\ &= 8,98755 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \frac{(1,602 \cdot 10^{-19} \text{C})^2}{(2 \cdot 10^{-15} \text{m})^2} \\ &= 57,6642 \text{ N} \approx 60 \text{ N}. \end{aligned}$$

b) Gravitaatiovoima on

$$\begin{aligned} F &= \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2} \\ &= 6,6742 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \frac{(1,673 \cdot 10^{-27} \text{kg})^2}{(2 \cdot 10^{-15} \text{m})^2} \\ &= 4,6702 \cdot 10^{-35} \text{ N} \approx 5 \cdot 10^{-35} \text{ N}. \end{aligned}$$

Vastaus: a) 60 N b) $5 \cdot 10^{-35}$ N.

6. Atomimassayksikkö u on määritelty siten, että hiilen yleisimmän isotoopin ^{12}C atomin massaksi on sovittu tasan 12 u, siis $m_{\text{C}} = 12 \text{ u}$.

Moolin määritelmän mukaan 12 g hiili ^{12}C :tä sisältää moolin eli Avogadron luvun $N_{\text{A}} = 6,0221367 \cdot 10^{23}$ ilmoittaman määrän hiiliatomeja. Siten yhden hiiliatomin

massa on $m_{\text{C}} = \frac{12 \text{ g}}{N_{\text{A}}}$. Edellisistä hiiliatomin massan m_{C} lausekkeista saadaan yhtälö

$$12 \text{ u} = \frac{12 \text{ g}}{N_{\text{A}}}. \text{ Tästä saadaan}$$

$$\begin{aligned} 1 \text{ u} &= \frac{1}{12} \cdot \frac{12 \text{ g}}{N_{\text{A}}} \\ &= \frac{1}{12} \cdot \frac{12 \text{ g}}{6,0221367 \cdot 10^{23}} \\ &= 1,6605402 \cdot 10^{-27} \text{ kg}. \end{aligned}$$

7. Saman alkuaineen atomin ytimessä on aina sama määrä protoneja, mutta ytimen neutronimäärä voi vaihdella. Näitä neutroniluvultaan toisistaan poikkeavia saman alkuaineen atomeja kutsutaan kyseisen alkuaineen **isotoopeiksi**.

8. Koska happi, järjestysluku $Z = 8$.

Isotooppi $A = 16$

$$A = N + Z, N = A - Z = 16 - 8 = 8.$$

Isotooppi $A = 17$

$$A = N + Z, N = A - Z = 17 - 8 = 9.$$

Isotooppi $A = 18$

$$A = N + Z, N = A - Z = 18 - 8 = 10.$$

Vastaus: 8 ja 8; 8 ja 9; 8 ja 10

9. a) Koska kyseessä lyijy, järjestysluku on 82.

b) Neutronilukua ei voi päätellä.

c) Massalukua ei voi päätellä.

10. Massavaje on

$$\Delta m = m_{\text{H}} + m_{\text{n}} - m_{\text{D}}$$

$$= 1,0078250 \text{ u} + 1,0086650 \text{ u} - 2,0141018 \text{ u} = 2,3882 \cdot 10^{-3} \text{ u}.$$

Vastaus: Massavaje on $2,3882 \cdot 10^{-3} \text{ u}$.

11. a) Massavaje on $\Delta m = Zm_{\text{p}} + Nm_{\text{n}} + Zm_{\text{e}} - m_{\text{atomi}}$.

Happi-16, joten $A = 16$, $Z = 8$. $N = A - Z = 8$.

$$\begin{aligned} \Delta m &= 8 \cdot 1,0072765 \text{ u} + 8 \cdot 1,0086650 \text{ u} + 8 \cdot 5,4857990 \cdot 10^{-4} \text{ u} - 15,9949146 \text{ u} \\ &= 0,1370060392 \text{ u} \end{aligned}$$

b) Lyijy-208, joten $A = 208$, $Z = 82$. $N = A - Z = 126$.

$$\begin{aligned} \Delta m &= 82 \cdot 1,0072765 \text{ u} + 126 \cdot 1,0086650 \text{ u} + 82 \cdot 5,4857990 \cdot 10^{-4} \text{ u} - 207,976627 \text{ u} \\ &= 1,7568195518 \text{ u} \end{aligned}$$

Vastaus:

a) Massavaje on $0,1370060392 \text{ u}$.

b) Massavaje on $1,7568195518 \text{ u}$.

12. Teho $P = \frac{E}{t}$ ja $E = mc^2$, joten $P = \frac{mc^2}{t}$. Ratkaistaan aika $t = \frac{mc^2}{P}$.

Sijoitetaan lukuarvot

$$\begin{aligned} t &= \frac{0,150 \text{ kg} \cdot (2,9979 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{10000 \text{ W}} \\ &= 1,34811 \cdot 10^{12} \text{ s} = 43000 \text{ vuotta.} \end{aligned}$$

Vastaus: $1,3 \cdot 10^{12} \text{ s}$ eli noin 43000 vuotta.

13. Järjestys on ${}^{232}_{90}\text{Th}$, ${}^{184}_{74}\text{W}$, ${}^{31}_{15}\text{P}$, ${}^{59}_{27}\text{Co}$.

14. a) Ytimen sidosenergia E_B on energia, joka tarvittaisiin hajottamaan ydin protoneiksi ja neutroneiksi. Sama energia vapautuu, kun ydin muodostuu nukleoneistaan.

b) Sidososuus b on ytimen sidosenergia yhtä nukleonia kohden eli $b = \frac{E_B}{A}$.

15. Sidososuus $b = \frac{E_B}{A} = \frac{160,64 \text{ MeV}}{20} = 8,032 \text{ MeV}$.

Vastaus: Sidososuus on 8,032 MeV.

16. a) Nikkelin järjestysluku $Z = 28$, ja neutroniluku $N = A - Z = 60 - 28 = 32$.

Taulukkokirjan mukaan nikkeliatomin massa on 59,930788 u.

Nikkelin sidosenergia on

$$\begin{aligned} E &= (Zm_p + Zm_e + Nm_n - m_{\text{atomi}})c^2 \\ &= (28 \cdot 1,0072765 \text{ u} + 28 \cdot 5,4857990 \cdot 10^{-4} \text{ u} + 32 \cdot 1,0086650 \text{ u} - 59,930788 \text{ u})c^2 \\ &= 0,5655942372 \text{ u} \cdot c^2 \\ &= 0,5655942372 \cdot 931,5 \text{ MeV} \\ &= 526,851031952 \text{ MeV} \approx 527 \text{ MeV}. \end{aligned}$$

b) Sidososuus $b = \frac{E_B}{A} = \frac{526,8510 \text{ MeV}}{60} = 8,78085 \text{ MeV}$.

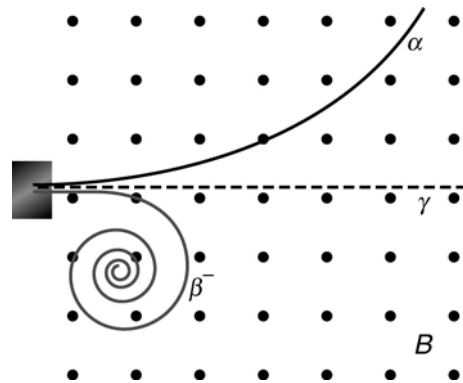
Vastaus:

a) Nikkelin sidosenergia on 527 MeV.

b) Sidososuus on 8,78085 MeV.

5. Radioaktiivisuus

1. a) Alfa- ja beetahiukkaset ovat varattuja hiukkasia, niiden rata kaartuu magneettikentässä oikeankäden säännön mukaisesti.
 b) Gammasäteily on sähkömagneettista säteilyä, joten sen suunta ei muutu magneettikentässä.
 c) Radioaktiivisessa hajoamisessa vapautuu energiaa. α - ja β -hiukkaset lähtevät emoytimeistä hajoamisen jälkeen suurella nopeudella, ja näiden hiukkasten liike-energia absorboituu törmäyksissä aineen sisäenergiaksi, jolloin aine lämpenee. γ -säteilyä absorboituu myös aineeseen, jolloin aine lämpenee.
 d) Maassa olevien radioaktiivisten aineiden hajoaminen pitää yllä Maan sisäosien kuumuutta.



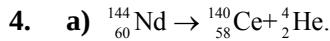
2. a) ${}_{85}^{214}\text{At} \rightarrow {}_{83}^{210}\text{Bi} + {}_2^4\text{He}$
 b) ${}_{60}^{144}\text{Nd} \rightarrow {}_{58}^{140}\text{Ce} + {}_2^4\text{He}$
 c) ${}_{64}^{148}\text{Gd} \rightarrow {}_{62}^{144}\text{Sm} + {}_2^4\text{He}$
 d) ${}_{90}^{229}\text{Th} \rightarrow {}_{88}^{225}\text{Ra} + {}_2^4\text{He}$
3. a) ${}_{88}^{226}\text{Ra} \rightarrow {}_{86}^{222}\text{Rn} + {}_2^4\text{He}$
 b) ${}_{86}^{222}\text{Rn} \rightarrow {}_{84}^{218}\text{Po} + {}_2^4\text{He}$
 c) Etsitään taulukosta ${}^{265}_{108}\text{Hs}$ -isotoopin järjestysluku $Z = 108$: ${}^{265}_{108}\text{Hs}$.

Koska α -hajoamisessa järjestysluku pienenee kahdella ja massaluku neljällä, hassiumisotoopista syntyy isotooppi, jonka
 – järjestysluku on $Z = 108 - 2 = 106$ ja
 – massaluku on $A = 265 - 4 = 261$.

Syntynyt ydin on nobeliumydin ${}_{106}^{261}\text{No}$.

Vastaus:

- c) Syntynyt ydin on nobeliumydin ${}_{106}^{261}\text{No}$.



b) Massan muutos on

$$\begin{aligned}\Delta m &= m_{\text{Nd-ydin}} - m_{\text{Ce-ydin}} - m_{\alpha} \\ &= m_{\text{Nd-atomi}} - 60m_e - [m_{\text{Ce-atomi}} - 58m_e + m_{\text{He-atomi}} - 2m_e] \\ &= m_{\text{Nd-atomi}} - m_{\text{Ce-atomi}} - m_{\text{He-atomi}} \\ &= 143,910083 \text{ u} - 139,905433 \text{ u} - 4,0026033 \text{ u} \\ &= 2,0467 \cdot 10^{-3} \text{ u} \approx 2,047 \cdot 10^{-3} \text{ u}.\end{aligned}$$

c) Reaktioenergia on

$$Q = 2,0467 \cdot 10^{-3} \text{ u} \cdot 931,5 \frac{\text{MeV}}{\text{u}} = 1,906501 \text{ MeV} \approx 1,907 \text{ MeV}.$$

d) Radioaktiivisessa hajoamisessa säilyy sekä energia että liikemäärä. Hajoamistuotteet liikkuvat vastakkaisiin suuntiin liikemäärän säilymisen vuoksi

$$Q = \frac{1}{2} m_{\text{Ce}} v_{\text{Ce}}^2 + \frac{1}{2} m_{\alpha} v_{\alpha}^2$$

$$0 = m_{\text{Ce}} v_{\text{Ce}} - m_{\alpha} v_{\alpha}.$$

Ratkaistaan liikemäärän säilymislaista $v_{\text{Ce}} = \frac{m_{\alpha} v_{\alpha}}{m_{\text{Ce}}}$ ja sijoitetaan

tämä energiayhtälöön

$$Q = \frac{1}{2} m_{\text{Ce}} \left(\frac{m_{\alpha} v_{\alpha}}{m_{\text{Ce}}} \right)^2 + \frac{1}{2} m_{\alpha} v_{\alpha}^2$$

$$Q = \frac{1}{2} m_{\alpha} v_{\alpha}^2 \cdot \left(\frac{m_{\alpha}}{m_{\text{Ce}}} + 1 \right) = E_{\alpha} \left(\frac{m_{\alpha}}{m_{\text{Ce}}} + 1 \right).$$

Ratkaistaan α -hiukkasen liike-energia

$$E_{\alpha} = \frac{Q}{\left(\frac{m_{\alpha}}{m_{\text{Ce}}} + 1 \right)} = \left(\frac{m_{\text{Ce}}}{m_{\text{Ce}} + m_{\alpha}} \right) Q$$

$$\begin{aligned}E_{\alpha} &= \left(\frac{139,905433 \text{ u}}{139,905433 \text{ u} + 4,001507 \text{ u}} \right) \cdot 1,906501 \text{ MeV} \\ &= 1,853488 \text{ MeV} \approx 1,853 \text{ MeV}.\end{aligned}$$

Ja tytärtimen liike-energia

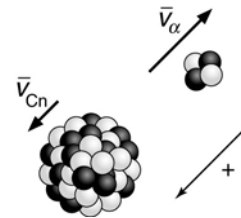
$$\begin{aligned}E_{\text{Ce}} &= Q - E_{\alpha} = 1,906501 \text{ MeV} - 1,853488 \text{ MeV} \\ &= 0,053013 \text{ MeV} \approx 0,05301 \text{ MeV}.\end{aligned}$$

Vastaus:

b) Reaktion massan muutos on $2,047 \cdot 10^{-3} \text{ u}$

c) Reaktioenergia on 1,907 MeV

d) α - hiukkasen liike-energia on 1,854 MeV ja tytärtimen 0,05301 MeV



5. a) Reaktio yhtälö ${}^{238}_{92}\text{U} \rightarrow {}^{234}_{90}\text{Th} + {}^4_2\text{He}$.

b) Reaktiossa tapahtuva massan muutos

$$\begin{aligned}\Delta m &= m_{\text{U-ydin}} - m_{\text{Th-ydin}} - m_{\alpha} \\ &= m_{\text{U-atomi}} - 92m_e - [m_{\text{Th-atomi}} - 90m_e + m_{\text{He-atomi}} - 2m_e] \\ &= m_{\text{U-atomi}} - m_{\text{Th-atomi}} - m_{\text{He-atomi}} \\ &= 238,050784 \text{ u} - 234,043593 \text{ u} - 4,002603 \text{ u} \\ &= 0,004588 \text{ u}.\end{aligned}$$

c) Hajoamisen reaktioenergia $Q = \Delta mc^2$ on

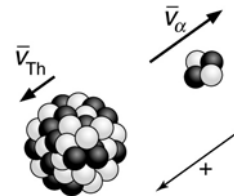
$$Q = 0,004588 \text{ u} \cdot 931,5 \text{ MeV/u} = 4,27372 \text{ MeV} \approx 4,274 \text{ MeV}.$$

d) Radioaktiivisessa hajoamisessa liikemäärä säilyy. Hajoamistuotteet liikkuvat vastakkaisiin suuntiin liikemäärän säilymisen vuoksi.

e) Hajoamisreaktiossa säilyy sekä energia että liikemäärä

$$Q = \frac{1}{2} m_{\text{Th}} v_{\text{Th}}^2 + \frac{1}{2} m_{\alpha} v_{\alpha}^2$$

$$0 = m_{\text{Th}} v_{\text{Th}} - m_{\alpha} v_{\alpha}.$$



Ratkaistaan liikemäärän säilymisestä $v_{\text{Th}} = \frac{m_{\alpha} v_{\alpha}}{m_{\text{Th}}}$ ja sijoitetaan tämä energiayhtälöön

$$Q = \frac{1}{2} m_{\text{Th}} \left(\frac{m_{\alpha} v_{\alpha}}{m_{\text{Th}}} \right)^2 + \frac{1}{2} m_{\alpha} v_{\alpha}^2$$

$$Q = \frac{1}{2} m_{\alpha} v_{\alpha}^2 \cdot \left(\frac{m_{\alpha}}{m_{\text{Th}}} + 1 \right).$$

Ratkaistaan α – hiukkasen liike-energia

$$\frac{1}{2} m_{\alpha} v_{\alpha}^2 = \frac{Q}{\left(\frac{m_{\alpha}}{m_{\text{Th}}} + 1 \right)} = \left(\frac{m_{\text{Th}}}{m_{\text{Th}} + m_{\alpha}} \right) Q$$

$$\begin{aligned}\frac{1}{2} m_{\alpha} v_{\alpha}^2 &= \left(\frac{234,043593 \text{ u}}{234,043593 \text{ u} + 4,001507 \text{ u}} \right) \cdot 4,27372 \text{ MeV} \\ &= 4,201879 \text{ MeV} \approx 4,202 \text{ MeV}.\end{aligned}$$

Lasketaan α – hiukkasen nopeus. Muutetaan energiayksikkö eV jouleiksi ja atomimassayksiköt kilogrammoiksi.

$$\frac{1}{2} m_{\alpha} v_{\alpha}^2 = 4,201879 \text{ MeV}$$

$$v_{\alpha} = \sqrt{\frac{2 \cdot 4,201879 \cdot 10^6 \cdot 1,602177 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{4,001507 \text{ u} \cdot 1,660566 \cdot 10^{-27} \frac{\text{kg}}{\text{u}}}} = 14234825,71 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 1,423 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

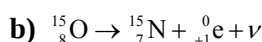
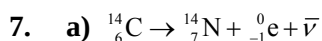
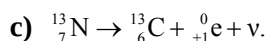
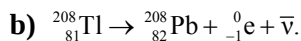
Vastaus:

b) Massanmuutos on 0,004588 u

c) Reaktioenergia on 4,274 MeV

e) α – hiukkasen liike-energia on 4,202 MeV ja nopeus $1,423 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

6. a) Beetahajoamisessa ytimestä poistuu joko elektroni (β^-) tai positroni (β^+). Reaktiossa tytärtymen massaluku on sama kuin lähtöytimen. Hajoamisen yhteydessä emoytimestä poistuu myös neutriino tai sen antihiukkanen.



8. a) Hajoamisreaktio on ${}^{213}_{83}\text{Bi} \rightarrow {}^{213}_{84}\text{Po} + {}^0_{-1}\text{e} + \bar{\nu}$

Vismutti-213-isotoopin β^- -hajoamisessa tapahtuva massan muutos on

$$\begin{aligned}\Delta m &= m_{\text{Bi-ydin}} - m_{\text{Po-ydin}} - m_e \\ &= m_{\text{Bi-atomi}} - 83m_e - [m_{\text{Po-ydin}} - 84m_e] - m_e \\ &= m_{\text{Bi-atomi}} - m_{\text{Po-atomi}} \\ &= 212,994359 \text{ u} - 212,992833 \text{ u} \\ &= 1,526 \cdot 10^{-3} \text{ u}\end{aligned}$$

sekä reaktioenergia on

$$\begin{aligned}Q &= 1,526 \cdot 10^{-3} \text{ u} \cdot 931,5 \frac{\text{MeV}}{\text{u}} \\ &= 1,42147 \text{ MeV} \approx 1,421 \text{ MeV}.\end{aligned}$$

b) Hajoamisreaktio on ${}^{39}_{20}\text{Ca} \rightarrow {}^{39}_{19}\text{K} + {}^0_{+1}\text{e} + \nu$

Kalsium-isotoopin β^+ -hajoamisen massan muutos on

$$\begin{aligned}\Delta m &= m_{\text{Ca-ydin}} - m_{\text{K-ydin}} - m_e \\ &= m_{\text{Ca-atomi}} - 20m_e - [m_{\text{K-atomi}} - 19m_e] - m_e \\ &= m_{\text{Ca-atomi}} - m_{\text{K-atomi}} - 2m_e \\ &= 38,970718 \text{ u} - 38,963707 \text{ u} - 2 \cdot 0,0005485799 \text{ u} \\ &= 0,005913840 \text{ u} \approx 0,005914 \text{ u}\end{aligned}$$

ja reaktioenergia on

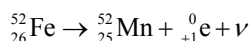
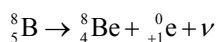
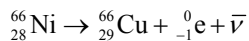
$$\begin{aligned}Q &= 0,00591384 \text{ u} \cdot 931,5 \frac{\text{MeV}}{\text{u}} \\ &= 5,50874196 \text{ MeV} \approx 5,509 \text{ MeV}.\end{aligned}$$

Vastaus:

a) Vismutti-isotoopin β^- -hajoamisessa tapahtuva massan muutos on $1,526 \cdot 10^{-3} \text{ u}$ ja reaktioenergia 1,421 MeV.

- b) Kalsium-isotopin β^+ -hajoamisen massan muutos on $5,914 \cdot 10^{-3}$ u ja reaktioenergia on 5,509 MeV.

9. a) Reaktioyhtälöt



- b) Reaktioyhtälö on ${}^{206}_{84}\text{Po} \rightarrow {}^{202}_{82}\text{Pb} + {}^4_2\text{He}$.

Massan muutos on

$$\begin{aligned}\Delta m &= m_{\text{Po-ydin}} - m_{\text{Pb-ydin}} - m_{\alpha} \\ &= m_{\text{Po-atomi}} - m_{\text{Pb-atomi}} - m_{\text{He-atomi}}\end{aligned}$$

Hajoamisreaktion reaktioenergia

$$\begin{aligned}Q &= \Delta mc^2 \\ &= (m_{\text{Po-ydin}} - m_{\text{Pb-ydin}} - m_{\alpha})c^2 \\ &= (m_{\text{Po-atomi}} - m_{\text{Pb-atomi}} - m_{\text{He-atomi}})c^2\end{aligned}$$

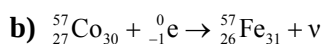
Ratkaistaan tästä Pb-atomin massa, kun $1 \text{ u} = 931,5 \frac{\text{MeV}}{c^2}$

$$\begin{aligned}m_{\text{Pb-atomi}} &= m_{\text{Po-atomi}} - m_{\text{He-atomi}} - \frac{Q}{c^2} \\ &= 205,980472 \text{ u} - 4,0026033 \text{ u} - \frac{5,327 \text{ MeV}}{c^2 \cdot 931,5 \frac{\text{MeV}}{c^2}} \text{ u} \\ &= 201,97215 \text{ u}.\end{aligned}$$

Vastaus:

- b) Pb-atomin massa on 201,97215 u.

10. a) Elektronisieppauksessa ydin sieppaa elektronin atomin sisimmiltä kuorilta, jolloin elektroniverhoon jää aukko. Kun tämä aukko täyttyy ylemmästä energiatilasta tulevalle elektronilla, syntyy röntgensäteilyä. Elektronisieppauksessa ytimeen siirtynyt elektroni ja ytimen protoni muodostavat neutronin ja neutriinin.



Massan muutos reaktiossa

$$\begin{aligned}\Delta m &= m_{\text{Co-ydin}} + m_e - m_{\text{Fe-ydin}} \\ &= m_{\text{Co-atomi}} - 27m_e + m_e - [m_{\text{Fe-atomi}} - 26m_e] \\ &= m_{\text{Co-atomi}} - m_{\text{Fe-atomi}} \\ &= 56,936294 \text{ u} - 56,935396 \text{ u} \\ &= 8,98 \cdot 10^{-4} \text{ u}\end{aligned}$$

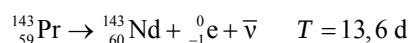
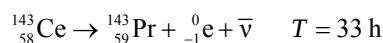
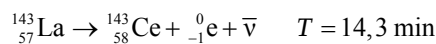
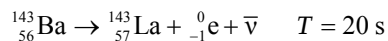
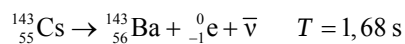
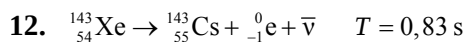
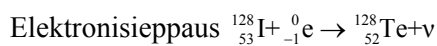
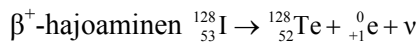
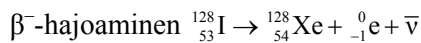
ja hajoamisen reaktioenergia

$$\begin{aligned}Q &= 8,98 \cdot 10^{-4} \text{ u} \cdot 931,5 \frac{\text{MeV}}{\text{u}} \\ &= 0,836487 \text{ MeV} \approx 0,8365 \text{ MeV}.\end{aligned}$$

Vastaus:

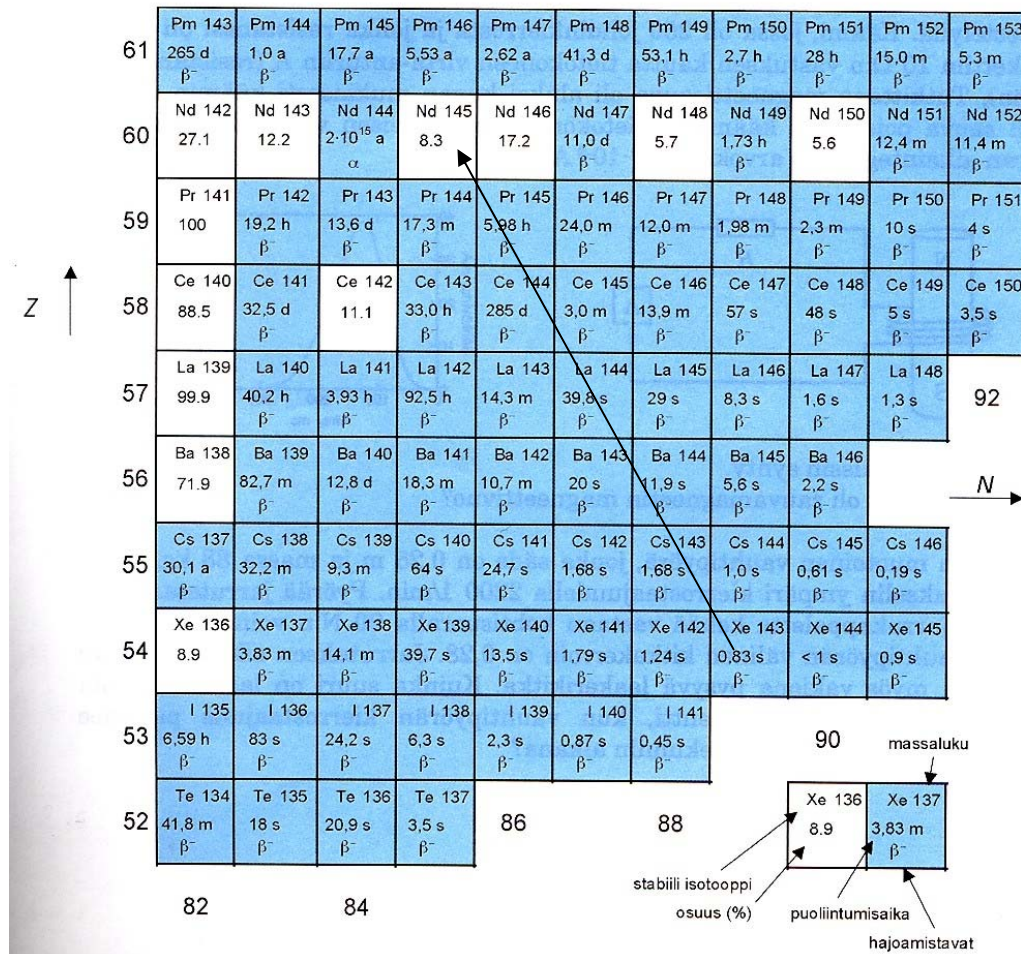
b) Hajoamisen reaktioenergia on 0,8365 MeV.

11. ^{128}I -isotoopin hajoaminen voi tapahtua kolmella tavalla:



Neodyymi $^{143}_{60}\text{Nd}$ on stabiili.

Seuraavalla sivulla prosessi nuklidikartalla.



Vastaus

Ksenon muuttuu stabiiliksi neodyymi $^{143}_{60}\text{Nd}$ -isotoopiksi.

13. a) Kun ytimeistä lähtee gammasäteilyä, ei tapahdu ydinmuutosta. Siten ydin ei hajoa.

b) Gammafotonin energia on

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda}$$

$$= \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{8,67 \cdot 10^{-12} \text{ m}}$$

$$= 143007,37 \text{ eV}.$$

Energian ja massan ekvivalenssin $E = \Delta mc^2$ perusteella ytimen massa pienenee

$$\Delta m = \frac{E}{c^2} = \frac{0,14300737 \text{ MeV}}{c^2 \cdot 931,5 \frac{\text{MeV}}{\text{u}}} \text{ u}$$

$$= 1,535237 \cdot 10^{-4} \text{ u} \approx 1,54 \cdot 10^{-4} \text{ u}.$$

c) Fotoni emittoituu, koska hajoamisprosessissa ydin on jäänyt viritettyyn tilaan.

Viritystila purkautuu gammafotonin emissiolla.

Vastaus:

b) Ytimen massa pienenee $1,54 \cdot 10^{-4} \text{ u}$.

14. a) Elektronin ja positronin annihilaatio $e + \bar{e} \rightarrow 2\gamma$.

Annihilaatiossa syntyneiden fotonien yhteinen energia on

$$E_{2\gamma} = m_e + m_{\bar{e}} = 2m_e$$

$$= 2 \cdot 5,485799 \cdot 10^{-4} \text{ u} \cdot 931,5 \frac{\text{MeV}}{\text{u}}$$

$$= 1,022004 \text{ MeV} \approx 1,022 \text{ MeV}$$

Yhden gammafotonin energia on $E_\gamma = \frac{1,022004 \text{ MeV}}{2} = 0,511002 \text{ MeV} \approx 0,5110 \text{ MeV}$

b) Protonin ja antiprotonin annihilaatio $p + \bar{p} \rightarrow 2\gamma$.

$$E_{2\gamma} = m_p + m_{\bar{p}} = 2m_p$$

$$= 2 \cdot 1,00728 \text{ u} \cdot 931,5 \frac{\text{MeV}}{\text{u}}$$

$$= 1876,56264 \text{ MeV}$$

Yhden gammafotonin energia on

$$E_\gamma = \frac{1876,56264 \text{ MeV}}{2}$$

$$= 938,28132 \text{ MeV} \approx 938,3 \text{ MeV}.$$

Vastaus:

a) Gammakvantin energia on $0,5110 \text{ MeV}$.

b) Gammakvantin energia on $938,3 \text{ MeV}$.

15. Gammafotonin energia on

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda}$$

$$= \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,37 \cdot 10^{-12} \text{ m}}$$

$$= 335\,110,499 \text{ eV} \approx 3,35 \text{ MeV}.$$

Elektroni-positroniparin massaa vastaava energia on

$$E_{2\gamma} = m_e + m_{\bar{e}} = 2m_e$$

$$= 2 \cdot 5,485799 \cdot 10^{-4} \text{ u} \cdot 931,5 \frac{\text{MeV}}{\text{u}}$$

$$= 1,022004 \text{ MeV} \approx 1,022 \text{ MeV}.$$

Elektroni-positroniparin yhteinen kineettinen energia on

$$3,35110 \text{ MeV} - 1,022004 \text{ MeV} = 2,329096 \text{ MeV} \approx 2,329 \text{ MeV}$$

Vastaus: Elektroni-positroniparin kineettinen energia on 2,329 MeV.

16. a) Hiiliatomi on keveä, $Z = 6$: Gammafotoni absorboituu hiileen Comptonin ilmiön kautta.

Thorium on raskas, $Z = 90$: Pienienergiset gammafotonit absorboituvat valosähköisen ilmiön kautta, 1-10 MeV:n gammafotoneilla tapahtuu Comptonin sironta ja tätä suurienergisemmät fotoneilla tapahtuu parinmuodostus.

b) Gammasäteily vuorovaikuttaa pääasiassa atomien elektronien kanssa. Joten gammasäteily vaimenee parhaiten raskaissa alkuaineissa, koska niissä on paljon elektroneita.

c) Lasketaan gammafotonin energia

$$E_{\gamma} = hf = \frac{hc}{\lambda}$$

$$= \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,12 \cdot 10^{-12} \text{ m}}$$

$$= 10,3323 \cdot 10^6 \text{ eV} \approx 10,3 \text{ MeV}.$$

Fotonit absorboituvat lyijyyn parinmuodostuksen kautta.

17. a) Ydinten määrä alkuhetkellä on N_0 .

Puoliintumisaikana ydinten määrää puoliintuu.

Viiden puoliintumisajan jälkeen $\left(\frac{1}{2}\right)^5 \cdot N_0 = \frac{1}{32} N_0$. Eli $\frac{1}{32}$ -osaan alkuperäisestä.

b) Radonin aktiivisuus pienen $\frac{1}{4}$ -osaan kahden puoliintumisajan kuluessa. Aikaa on kulunut 8 vuorokautta.

c) Hajoamisvakio

$$\begin{aligned}\lambda &= \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \\ &= \frac{\ln 2}{3,82 \text{ d}} \\ &= \frac{\ln 2}{3,82 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s}} \\ &= 2,10014 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{s}} \approx 2,10 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{s}}\end{aligned}$$

Vastaus:

a) Ytimien määrä on pienentynyt 1/32-osaan.

b) Kahdeksan vuorokauden kuluttua.

c) Hajoamisvakio on $2,10 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{s}}$

18. Aktiivisuus määritellään $A = A_0 e^{-\lambda t} = A_0 e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t} = A_0 e^{-\ln 2 \cdot \frac{t}{T_{1/2}}} = A_0 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}}$

a) Ratkaistaan aika, joka kuluu aktiivisuuden pienenemiseen $\frac{1}{3}$ -osaan

$$\frac{A}{A_0} = 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} = \frac{1}{3}, \text{ josta}$$

$$-\frac{t}{T_{1/2}} \cdot \ln 2 = -\ln 3$$

ja

$$t = \frac{\ln 3}{\ln 2} \cdot T_{1/2} = \frac{\ln 3}{\ln 2} \cdot 8,02 \text{ d} = 12,7114 \text{ d} \approx 12,7 \text{ d}$$

b) Ratkaistaan aika, joka kuluu aktiivisuuden pienenemiseen $\frac{1}{100}$ -osaan

$$\frac{A}{A_0} = 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} = \frac{1}{100}, \text{ josta}$$

$$t = \frac{\ln 100}{\ln 2} \cdot T_{1/2} = \frac{\ln 100}{\ln 2} \cdot 8,02 \text{ d} = 53,2837 \text{ d} = 53,3 \text{ d}$$

Vastaus:

a) Aktiivisuus pienenee kolmasosaan 12,7 päivässä.

b) Aktiivisuus pienenee sadasosaan 53,3 päivässä.

19. Hajoamislaki $A = A_0 e^{-\lambda t} = A_0 e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t}$, josta

$$\ln \frac{A}{A_0} = \ln e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t} = -\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t.$$

Puoliintumisaika on

$$T_{1/2} = -\frac{\ln 2}{\ln \frac{A}{A_0}} t = -\frac{\ln 2}{\ln \frac{349 \text{ kBq}}{425 \text{ kBq}}} \cdot 2 \text{ d} = 7,0364 \text{ d} \approx 7,04 \text{ d}$$

Vastaus: Näytteen puoliintumisaika on 7,04 d.

20. a) Hajoamisen reaktioyhtälö $^{226}_{88}\text{Ra} \rightarrow ^{222}_{86}\text{Rn} + ^4_2\text{He}$

Hajoamisvakio on

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \\ &= \frac{\ln 2}{1600 \text{ a}} = \frac{\ln 2}{1600 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s}} = \frac{\ln 2}{5,046 \cdot 10^{10} \text{ s}} \\ &= 1,374 \cdot 10^{-11} \frac{1}{\text{s}} \approx 1,4 \cdot 10^{-11} \frac{1}{\text{s}} \end{aligned}$$

b) Ydinten lukumäärä $N = nN_A = \frac{m}{M} N_A$.

Ajassa Δt hajoavien ydinten lukumäärä saadaan yhtälöstä $\Delta N = -\lambda N \Delta t$, josta

$$\begin{aligned} \Delta N &= -\lambda \frac{m}{M} N_A \Delta t \\ &= -1,374 \cdot 10^{-11} \frac{1}{\text{s}} \cdot \frac{5,0 \text{ g}}{226,025 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}} \cdot 10,0 \text{ s} \\ &= -1,82977 \cdot 10^{12} \approx -1,8 \cdot 10^{12}. \end{aligned}$$

c) Aktiivisuus $A = \left| \frac{\Delta N}{\Delta t} \right| = \left| \frac{-\lambda N \Delta t}{\Delta t} \right| = \lambda N$

Aktiivisuus alussa on c)-kohdan perusteella $A_0 = \frac{1,82977 \cdot 10^{12}}{10 \text{ s}} = 1,82977 \cdot 10^{11} \text{ Bq} \approx 1,8 \cdot 10^{11} \text{ Bq}$.

d) Kun ytimiä on hajonnut 75 %, jäljellä on 25 % alkuperäisistä radioaktiivisista ytimistä eli $N = 0,25 N_0$

Aktiivisuus

$$\begin{aligned} A &= \lambda N \\ &= 0,25 \cdot \lambda N_0 \\ &= 0,25 \cdot A_0 \\ &= 0,25 \cdot 1,82977 \cdot 10^{11} \text{ Bq} \\ &= 4,57443 \cdot 10^{10} \text{ Bq} \approx 4,6 \cdot 10^{10} \text{ Bq} \end{aligned}$$

Vastaus:

a) Hajoamisvakio on $1,4 \cdot 10^{-11} \frac{1}{\text{s}}$.

b) Hajoavien ytimien lukumäärä on $1,8 \cdot 10^{12}$.

c) Näytteen aktiivisuus alussa on $1,8 \cdot 10^{11} \text{ Bq}$.

d) Näytteen aktiivisuus lopussa on $4,6 \cdot 10^{10}$ Bq.

21. a) Aktiivisuus

$$\begin{aligned} A &= \lambda \cdot N = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot N \\ &= \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot \frac{m}{M} \cdot N_A \\ &= \frac{\ln 2}{25,0 \cdot 60 \text{ s}} \cdot \frac{3,0 \cdot 10^{-9} \text{ g}}{128 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \cdot 6,022 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}} \\ &= 6,5221 \cdot 10^9 \text{ Bq} \approx 6,5 \text{ GBq} \end{aligned}$$

b) Hoitojakson pituus 2 h 45 min = 165 min.

Aktiivisuus tällöin

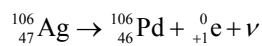
$$\begin{aligned} A &= A_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} \\ &= 6,5221 \cdot 10^9 \text{ Bq} \cdot 2^{-\frac{165 \text{ min}}{25,0 \text{ min}}} \\ &= 6,7234 \cdot 10^7 \text{ Bq} = 0,067 \text{ GBq} \end{aligned}$$

Vastaus:

a) Näytteen aktiivisuus alussa 6,5 GBq.

b) Näytteen aktiivisuus lopussa 0,067 GBq.

22. a) Hopeaisotoopin hajoamisreaktio



Tytärytimenä syntyy palladiumisotooppi.

b) Hajoamislaki $N = N_0 e^{-\lambda t} = N_0 e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t}$, josta

$$\frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t}.$$

Ottamalla logaritmi puolittain saadaan

$$\ln \frac{N}{N_0} = -\lambda t$$

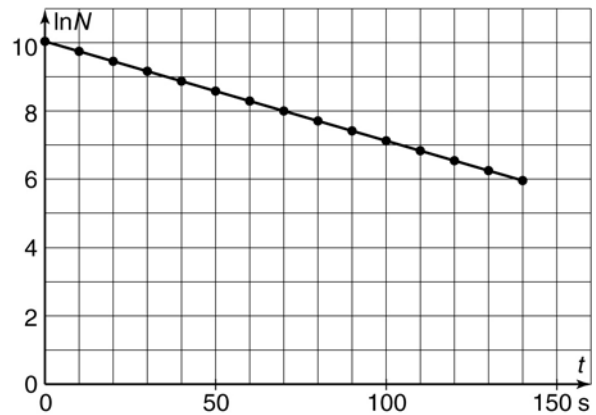
ja

$$\ln N - \ln N_0 = -\lambda t$$

$$\ln N = -\lambda t + \ln N_0.$$

Tämä vastaa suoran yhtälöä $y = kx + b$, jossa $y = \ln N$ ja hajoamisvakion vastaluku on suoran fysikaalinen kulmakerroin. Piirretään $t, \ln N$ -kuvaaja.

aika (s)	N	$\ln N$
0	22436	10,024
10	16808	9,729
20	12591	9,441
30	9433	9,152
40	7066	8,863
50	5294	8,574
60	3966	8,286
70	2971	7,997
80	2225	7,708
90	1667	7,419
100	1249	7,130
110	935	6,841
120	701	6,553
130	525	6,263
140	393	5,974



Havaitaan, että pisteet asettuvat samalle suoralle.

Lasketaan suoran fysikaalinen kulmakerroin $k = \frac{\Delta(\ln N)}{\Delta t}$.

Suoran kulmakertoimen vastaluku on hajoamisvakio

$$\lambda = -\frac{\Delta(\ln N)}{\Delta t} = -\frac{5,9 - 10,0}{(140 - 0) \cdot 60 \text{ s}} = 4,916 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\text{s}}.$$

Hopea-106:n puoliintumisaika on

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{\ln 2}{4,916 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\text{s}}} = 1409,98 \text{ s} = 23,4997 \text{ min} \approx 23,5 \text{ min}$$

Vastaus:

b) Puoliintumisaika on 23,5 min.

23. a) ^{137}Cs :n aktiivisuus päästöhetkellä

$$\begin{aligned} A = \lambda N &= \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \frac{m}{M_{^{137}\text{Cs}}} \\ &= \frac{\ln 2 \cdot 0,13 \cdot 100 \text{ kg}}{30,2 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s} \cdot 136,907 \cdot 1,661 \cdot 10^{-27} \text{ kg}} \\ &= 4,1606 \cdot 10^{16} \frac{1}{\text{s}} \approx 4,2 \cdot 10^{16} \text{ Bq.} \end{aligned}$$

^{134}Cs :n aktiivisuus päästöhetkellä

$$A = \lambda N = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \frac{m}{M_{^{134}\text{Cs}}}$$

$$= \frac{\ln 2 \cdot 0,13 \cdot 5 \text{ kg}}{2,1 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s} \cdot 133,907 \cdot 1,661 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}$$

$$= 3,0587 \cdot 10^{16} \frac{1}{\text{s}} \approx 3,1 \cdot 10^{16} \text{ Bq.}$$

b) Aktiivisuudet nyt 26.4.2007 (21 a)

$$^{137}\text{Cs}: A = A_0 e^{-\lambda t} = A_0 e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t} = 4,161 \cdot 10^{16} \text{ Bq} \cdot e^{-\frac{\ln 2}{30,2 \text{ a}} \cdot 21 \text{ a}} = 2,5694 \cdot 10^{16} \text{ Bq} \approx 2,6 \cdot 10^{16} \text{ Bq}$$

$$^{134}\text{Cs}: A = A_0 e^{-\lambda t} = A_0 e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t} = 3,0587 \cdot 10^{16} \text{ Bq} \cdot e^{-\frac{\ln 2}{2,1 \text{ a}} \cdot 21 \text{ a}} = 2,9870 \cdot 10^{13} \text{ Bq} \approx 0,0030 \cdot 10^{13} \text{ Bq}$$

Vastaus:

a) Aktiivisuudet päästöhetkellä olivat $4,2 \cdot 10^{16} \text{ Bq}$ ja $3,1 \cdot 10^{16} \text{ Bq}$.

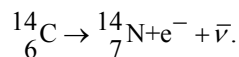
b) Aktiivisuudet 26.4.2007 olivat $2,6 \cdot 10^{16} \text{ Bq}$ ja $0,0030 \cdot 10^{13} \text{ Bq}$.

24. a) Kosminen säteilyn vaikutuksesta ilmakehän tyydestä syntyy radioaktiivista

^{14}C -isotooppia yhtälön $^{14}_7\text{N} + ^1_0\text{n} \rightarrow ^{14}_6\text{C} + ^1_1\text{p}$ mukaisesti. ^{14}C -isotoopin puoliintumisaika

on 5730 a. ^{14}C -isotoopin määrä pysyy vakiona ilman hiilidioksidissa ja elollisessa luonnossa.

Eliön kuoltua ^{14}C -isotooppi hajoaa beetahajoamisen kautta



Kuolleen näytteen aktiivisuus vähenee hajoamislain mukaisesti. Eleperäisen näytteen ikä saadaan selville mittaamalla näytteen ^{14}C -määrä mahdollisimman tarkasti.

b) Radiohiilen puoliintumisaika on 5 730 a.

$$\text{Hajoamislaki } A = A_0 e^{-\lambda t} = A_0 e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t},$$

$$\text{josta saadaan } \frac{A}{A_0} = e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t}.$$

Ottamalla logaritmi puolittain saadaan

$$\ln \frac{A}{A_0} = -\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t.$$

Ratkaistaan puoliintumisaika

$$t = -\frac{T_{1/2}}{\ln 2} \cdot \ln \frac{A}{A_0}$$

$$= -\frac{5\,730 \text{ a}}{\ln 2} \cdot \ln \frac{7\,525 \text{ Bq}}{20\,200 \text{ Bq}}$$

$$= 8\,162,911 \text{ a} \approx 8\,200 \text{ a.}$$

Vastaus: b) Näytteen ikä oli 8 200 a.

- 25. a)** Oikein. Muun muassa maaperässä on radioaktiivisia aineita (esimerkiksi uraani), jotka lähettävät säteilyä, toisaalta avaruudesta saapuu ionisoivaa kosmista säteilyä. Radioaktiiviset aineet kiertävät luonnossa, esimerkiksi maaperästä vapautuva radioaktiivinen radon-kaasu kulkeutuu ilmaan sekä liukenee pohjaveteen. Kosminen säteily tuottaa mm. isotooppia hiili-14, jota kerääntyy kaikkeen elävään orgaaniseen ainekseen.
- b)** Oikein. Röntgensäteily on lyhytaaltoista sähkömagneettista säteilyä ja läpäisee helposti kevyitä aineita, mutta absorboituu voimakkaasti raskaisiin alkuaineisiin, kuten lyijyyn. (Lisäksi lyijy on tähän käyttöön halpaa ja helposti muotoiltavaa.)
- c)** Väärin. Alfahiukkaset ovat raskaita positiivisia ioneja, ilmassa ne törmäilevät tiheästi ilmamolekyyleihin ionisoiden niitä ja menettävät liike-energiansa jo lyhyellä matkalla. (Alfahiukkanen on helium-ioni; kun se sieppaa ympäristöstään kaksi elektronia, muodostuu heliumatomi, joka tietysti kulkeutuu tuulen mukana.)
- d)** Väärin. Säteily vaimenee kallioperässä jo muutamien metrien matkalla. Ydinjäte sijoitetaan vakaaseen kallioperään siksi, että se pysyisi turvassa eikä leviäisi ympäristöön luonnonmullistuksissa tai muissa onnettomuuksissa (tai terroristihyökkäyksissä).
- 26. a)** Ionisoiva säteily ionisoi aineen atomeja, irrottaa elektroneja atomin elektroniverhosta. Ionisoivaa säteilyä on ydinsäteily (α -, β -, γ -säteily), röntgensäteily ja lyhytaaltainen UV-säteily.
- b)** Sisäilman radon
- maaperästä tihkuva radioaktiivinen kaasu, kerääntyy huoneisiin, jos tuuletusta ei ole järjestetty
 - α -aktiivinen, hengitettynä vaarallista
- Lääketieteellinen käyttö
- sädehoito, röntgentutkimukset, gammakuvaukset, isotooppitutkimukset
- Ulkoisen säteily maaperästä
- maaperässä ja rakennusmateriaaleissa oleva β -aktiivinen ^{40}K -isotooppi
 - maaperän U-, Ra, Th, yms. synnyttävät gammasäteilyä
- Ulkoisen säteily avaruudesta
- suurenergisistä hiukkasista muodostuva kosminen säteily, synnyttää ilmakehässä uusia hiukkasia
 - aurinkotuulen hiukkaset, protonit ja elektronit
- Luonnon radioaktiiviset aineet
- maaperässä oleva β -aktiivinen ^{40}K -isotooppi
 - veteen liuenneet Rn-, U-, Ra, Th-radioisotoopit

Tšernobyl

– Tšernobylistä tapahtui 26.4.1986 ydinvoimalaonnettomuus, jonka seurauksena mm.

Suomeen levisi radioaktiivinen laskeuma. Jäljellä on enää β -aktiivista ^{137}Cs -isotooppia.

Tätä voi joutua elimistöön mm. sienistä tai kaloista valmistetussa ruuassa.

27. a) Aktiivisuus määritellään $A = \left| \frac{\Delta N}{\Delta t} \right| = \lambda N$ ja hajoamisvakion ja puoliintumisaian yhteys

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}, \text{ josta}$$

$$A = \lambda N = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} N.$$

Aktiivisuus on kääntäen verrannollinen puoliintumisaikaan $A \sim \frac{1}{T_{1/2}}$.

Näytteen aktiivisuus massayksikköä kohti on sitä suurempi, mitä pidempi isotoopin puoliintumisaika on. Kun ainemäärä on sama, pitkäikäisten isotooppien säteily on vähäisempää kuin lyhytikäisten isotooppien. Käsitys ei ole oikea.

Pitkä puoliintumisaika on ongelmallinen, jos

– näytteen ainemäärä on suuri, jolloin sen aktiivisuus voi olla suuri. Ongelma syntyy tällöin, miten näyte varastoidaan.

– sellaisia radioisotooppeja, jotka eivät poistu elimistöstä kemiallisten tai biologisten prosessien kautta, joutuu elimistöön. Esimerkiksi fissiossa syntyvä ^{90}Sr ja radonin pitkäikäiset hajoamistuotteet ovat tällaisia.

b) Aktiivisuus

$$\begin{aligned} A &= \lambda N = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \frac{m}{M} N_A \\ &= \frac{\ln 2 \cdot 0,010 \text{ g} \cdot 6,022 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}}}{4,47 \cdot 10^9 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s} \cdot 238 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \\ &= 124,4157 \frac{1}{\text{s}} \approx 120 \text{ Bq}. \end{aligned}$$

Vastaus:

b) Ilman ^{238}U -aktiivisuus oli 120 Bq.

28. a) Taustasäteily aiheutuu mm. maaperän ja ilman radioaktiivisuudesta sekä kosmisesta säteilystä. Alueellisesti taustasäteilyn arvoa nostavat hieman ydinkokeet, mahdolliset reaktoreiden päästöt ja radioaktiivinen jäte sekä teknisissä ja lääketieteellisissä sovelluksissa käytettävät säteilylähteet.

b) Hajoamislaista $N = N_0 e^{-\lambda t} = N_0 e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t}$ saadaan $\frac{N}{N_0} = e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t}$.

Ottamalla logaritmi puolittain saadaan

$$\ln \frac{N}{N_0} = -\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t.$$

Ratkaistaan puoliintumisaika

$$T_{1/2} = -\frac{\ln 2}{\ln \frac{N}{N_0}} t.$$

Näytteen laskentataajuudet saadaan, kun mitatuista taajuuksista vähennetään taustasäteilyn aiheuttamat taajuudet

$$N_{0\text{näyte}} = N_0 - N_{\text{tausta}} = 825 \frac{1}{\text{min}} - 110 \frac{1}{\text{min}} = 715 \frac{1}{\text{min}}$$

$$N_{\text{näyte}} = N - N_{\text{tausta}} = 520 \frac{1}{\text{min}} - 110 \frac{1}{\text{min}} = 410 \frac{1}{\text{min}}$$

$$T_{1/2} = -\frac{\ln 2}{\ln \frac{410}{715}} \cdot 20 \text{ min} = 24,928 \text{ min} \approx 25 \text{ min}$$

Vastaus:

b) Isotoopin puoliintumisaika on 25 min.

29. a) 1 Bq = 1 hajoaminen/sekunti. Becquerel ilmoittaa hajoamisten määrän sekunnissa.

b) 1 Sv mittaa sitä energiaa, joka absorboituu aineeseen massayksikköä kohti. Sievert ottaa huomioon myös eri säteilylajien biologisten vaikutusten eron.

c) Hajoamislaki

$$\begin{aligned} A &= A_0 e^{-\lambda t} \\ &= 8,65 \frac{\text{kBq}}{\text{l}} \cdot e^{-\frac{\ln 2}{8,02 \text{ d}} \cdot 14 \text{ d}} \\ &= 2,5794 \frac{\text{kBq}}{\text{l}}. \end{aligned}$$

Maidon aktiivisuus on edelleen suurempi kuin hylkäysraja. Maitoa ei voida käyttää.

Kahdessa viikossa maito kyllä huononee muutenkin, jos sitä ei säilytetä erityisen huolella.

Vastaus

c) Maidon aktiivisuus on 2,6 kBq/l. Maitoa ei voida käyttää.

30. a) Lyijy on paras gammasäteilyn absorboija.

Heikentyminen on eksponentiaalista ja sitä kuvataan heikennyslailla $I = I_0 e^{-\mu x}$.

Säteilyn intensiteetin pitää pienentyä 90 %, jolloin läpi pääsee 10 %

$$0,1I_0 = I_0 e^{-\mu x}$$

$$0,1 = e^{-\mu x}$$

$$\ln 0,1 = \ln(e^{-\mu x})$$

$$\ln 0,1 = -\mu x$$

$$x = -\frac{\ln 0,1}{\mu} = -\frac{\ln 0,1}{1015 \frac{1}{\text{m}}} = 0,0023 \text{ m} \approx 2,3 \text{ mm}$$

- b)** Lasketaan lyijykerroksen paksuus siinä tapauksessa, että läpi pääsee vain 0,1 % saapuvasta säteilystä. a)-kohdan perusteella

$$x = -\frac{\ln 0,001}{\mu} = -\frac{\ln 0,001}{1015 \frac{1}{\text{m}}} = 0,0068 \text{ m} \approx 6,8 \text{ mm}.$$

Vastaus:

- a)** Lyijysuojan paksuus on 2,3 mm.
b) Lyijysuojan paksuus on 6,8 mm.

RATKAISUT: 6. Ydinreaktiot

- Ydinten yhteenliittymistä kutsutaan fuusioksi.
 - Ytimien spontaania hajoamista kutsutaan fissioksi.
- Silloin vapautuu energiaa.
- Ketjureaktiossa fissioituvista ytimistä vapautuvat neutronit laukaisevat uusia fissioita. Fissioituvaa materiaa tulee olla riittävän paljon, yli ns. kriittisen massan.
- Ydinreaktion massan muutos on lähtöhiukkasten ja syntyvien hiukkasten massojen erotus. Ydinreaktiossa vapautuva tai sitoutuva energia, reaktioenergia, saadaan selville, kun lasketaan reaktion massan muutosta vastaava energia lausekkeen $E = mc^2$ avulla.

Reaktion $X + a \rightarrow b + Y$ reaktioenergia on

$Q = (m_X + m_a - m_b - m_Y)c^2$, jossa m_X on ytimen X massa, m_a on hiukkasen a massa, m_b on hiukkasen b massa, m_Y on ytimen Y massa ja c on valonnopeus.

- Esimerkin 3 mukaan deuteriumin ja tritiumin ytimien fuusioreaktiossa vapautuu energiaa $E = 17,6$ MeV.

Koivuhalkojen polttoarvo on $18 \cdot 10^6 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$.

Koivua tarvitaan

$$\frac{17,6 \cdot 10^6 \text{ MeV}}{18 \cdot 10^6 \frac{\text{J}}{\text{kg}}} = \frac{17,6 \cdot 10^6 \cdot 0,16021773 \cdot 10^{-18} \text{ J}}{18 \cdot 10^6 \frac{\text{J}}{\text{kg}}} = 1,56657336 \cdot 10^{-19} \text{ kg}.$$

Vastaus: Koivua tarvitaan $1,57 \cdot 10^{-19} \text{ kg}$.

- ${}^{235}_{92}\text{U} + {}^1_0\text{n} \rightarrow {}^{92}_{38}\text{Sr} + {}^{140}_{54}\text{X} + 3 {}^1_0\text{n}$, fissio
 - ${}^1_0\text{n} + {}^1_1\text{p} \rightarrow {}^2_1\text{He} + \gamma$, fuusio

- Reaktioenergia on

$$\begin{aligned} Q &= (238,050784 \text{ u} - 144,921643 \text{ u} - 89,931015 \text{ u} - 3 \cdot 1,0086650 \text{ u})c^2 \\ &= 0,172131 \cdot 931,5 \text{ MeV} \\ &= 160,3400265 \text{ MeV} \approx 160 \text{ MeV}. \end{aligned}$$

Vastaus: Reaktioenergia on 160 MeV.

9. a) Polttoaine-elementtien välissä on hidastinainetta, joka hidastaa fissioreaktiossa syntyvät nopeat neutronit riittävän hitaiksi. Hitaat neutronit reagoivat uraaniydinten kanssa todennäköisemmin kuin nopeat.
- b) Fissioreaktoreissa uraani-235 on uraanidioksiditabletteina polttoainesauvoissa. Nämä sauvat on koottu 60–100 sauvan nippuihin polttoaine-elementeiksi, jotka asetetaan reaktoriin. Yhteensä sauvoja on muutamia kymmeniä tuhansia.
- c) Polttoaine-elementtien välissä on lämpöenergiaa kuljettavaa jäähdytettä. Kevyt- ja raskasvesireaktoreissa vesi toimii sekä hidastimena että jäähdyttimenä.
10. Painevesireaktorin reaktorisydämen läpi kulkeva vesi ja turpiinille menevä höyry muodostavat omat suljetut piirinsä.

11. Yhden uraaniytimen massa on $m_U = 235 \text{ u} = 235 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$. Jos uraanin massa on m ja siinä on n kappaletta ytimiä, on $m = nm_U$. Siten $n = \frac{m}{m_U}$. n kappaleesta fissioita vapautuu energiaa $E = nE_U$, jossa E_U on yhdestä fissiosta vapautuva energia.

$$E = nE_U = \frac{m}{m_U} E_U$$

Yhdestä kilogrammasta vapautuu silloin energiaa

$$W = \frac{1 \text{ kg}}{235 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}} \cdot 200 \cdot 10^6 \cdot 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 8,203 \cdot 10^{13} \text{ J}.$$

Kilogrammasta poltettua kivihiiltä vapautuu taulukkokirjan mukaan energiaa $32 \cdot 10^6 \text{ J}$.

Energioiden suhde on

$$\frac{8,2 \cdot 10^{13} \text{ J}}{32 \cdot 10^6 \text{ J}} \approx 2,6 \cdot 10^6 \text{ eli hiiltä pitää polttaa } 2,6 \cdot 10^6 \text{ kg}.$$

Vastaus: $2,6 \cdot 10^6 \text{ kg}$

12. Veden luovuttama lämpömäärä on $Q = cm\Delta\theta$.

Teho

$$P = \frac{Q}{t} = \frac{cm\Delta\theta}{t}.$$

Ratkaistaan massa m

$$m = \frac{Pt}{c\Delta\theta} = \frac{5,6 \cdot 10^9 \text{ W} \cdot 1 \text{ s}}{4420 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot (287 - 216) ^\circ\text{C}} = 17,8446 \cdot 10^3 \text{ kg}$$

Vastaus: $17,8 \cdot 10^3 \text{ kg}$

13. Jos ytimiä hajoaa n kappaletta, energiaa vapautuu $E = nE_U$, jossa E_U on yhdestä ytimen hajoamisesta vapautuva energia.

Vapautuva teho on $P = \frac{E}{t}$.

Hyötyteho on $P_h = \eta P = \eta \frac{E}{t} = \eta \frac{nE_U}{t}$.

Ratkaistaan n

$$n = \frac{P_h t}{\eta E_U} = \frac{8,0 \cdot 10^8 \text{ W} \cdot 1 \text{ a}}{0,25 \cdot 2,0 \cdot 10^2 \text{ MeV}} = \frac{8,0 \cdot 10^8 \text{ W} \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s}}{0,25 \cdot 2,0 \cdot 10^2 \cdot 10^6 \cdot 1,6021773 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 3,1493 \cdot 10^{27}.$$

Uraani-235 ytimen massa on $m_U = 235 \cdot 1,6605 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

Kokonaismassa on

$$m = nm_U = 3,1493 \cdot 10^{27} \cdot 235 \cdot 1,6605 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 1228,9120 \text{ kg} \approx 1200 \text{ kg}.$$

Vastaus: Uraania kuluu vuodessa 1200 kg

14. Ydinreaktion teho on

$$P_U = \frac{E}{t} = \frac{nE_U}{t}, \text{ jossa } n \text{ on hajoavien ydinten lukumäärä ja } E_U \text{ yhdestä ydin fissiosta}$$

vapautuva energia. Voimalan hyötyteho $P_h = \eta P_U = \eta \frac{nE_U}{t}$.

Ratkaistaan n

$$n = \frac{P_h t}{\eta E_U} = \frac{400 \cdot 10^6 \text{ W} \cdot 1 \text{ a}}{0,30 \cdot 200 \text{ MeV}} = \frac{400 \cdot 10^6 \text{ W} \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s}}{0,30 \cdot 200 \cdot 10^6 \cdot 1,6021773 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 1,3122 \cdot 10^{27} \approx 1,3 \cdot 10^{27}.$$

Vastaus: Uraania kuluu $1,3 \cdot 10^{27}$ ydintä.

16. Energian ja massa välillä on yhteys $E = mc^2$. Teho $P = \frac{E}{t} = \frac{mc^2}{t}$.

Sijoitetaan lukuarvot

$$P = \frac{4 \cdot 10^9 \text{ kg} \cdot (3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{1 \text{ s}} = 3,6 \cdot 10^{26} \text{ W}.$$

17. Auringon kokonaisteho on $3,6 \cdot 10^{26} \text{ W}$, joten vuodessa se tuottaa energiaa $3,6 \cdot 10^{26} \text{ W} \cdot 1 \text{ a}$.

Energioiden suhde on

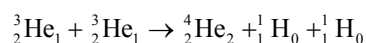
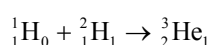
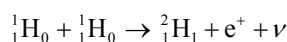
$$\frac{E_A}{E_O} = \frac{3,6 \cdot 10^{26} \text{ W} \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s}}{13 \cdot 10^{12} \text{ W} \cdot 3600 \text{ s}} = 2,4258 \cdot 10^{17}.$$

Vastaus: Auringon energian tuotanto $2,4 \cdot 10^{17}$ kertaa Olkiluodon energian tuotanto.

- 18.** Maapallolla esiintyy lähes sata erilaista alkuainetta, jotka kaikki ovat peräisin tähtien avaruuteen sirottelemasta aineesta. Tähdet toimivat alkuaineiden tuottajina ja niiden avaruuteen jakajina.

Energian tuottamisen ohella fuusiolla on tärkeä merkitys vetyä raskaampien alkuaineiden tuottajana. Rautaa kevyemmät alkuaineet syntyvät fuusiossa Auringon kaltaisissa tähdissä. Helium syntyy vety-ydinten fuusiossa ja heliumin fuusioreaktiot synnyttävät edelleen raskaampia alkuaineita.

Aurinko tuottaa energiansa fuusioimalla vetyä heliumiksi. Vedyn muuttuminen heliumiksi voi tapahtua useita reittejä, joista tärkein on Auringossa tapahtuva niin sanottu protoni–protoniketju:



Auringossa vetyä riittää noin kymmeneksi miljardiksi vuodeksi, vaikka Auringossa fuusioituu 600 miljoonaa tonnia vetyä sekunnissa 596 miljoonaksi tonniksi heliumia. Massasta neljä miljoonaa tonnia sekunnissa muuttuu energiaksi, joten yhtälön $E = mc^2$ mukaan Auringon kokonaisteho on noin $3,9 \cdot 10^{26}$ W.

Heliumia raskaammat alkuaineet aina rautaan saakka syntyvät erilaisten fuusioreaktioiden kautta.

Lämpötila tähtien ytimessä kasvaa tähden kehityksen myötä. (Tähtien kehitystä on kuvattu lyhyesti kirjassa Physica 1.) Jotta tähti kävisi läpi kaikki fuusioprosessit, tähden massan on oltava yli 15 kertaa Auringon massa. Kevyemmissä tähdissä lämpötila ei nouse riittävän korkeaksi, jotta piin Si fuusio onnistuisi.

Lämpötila tähden keskellä (MK)	Prosessi	Fuusiotuote
10–20	vedyn fuusio	helium
100–200	heliumin fuusio	hiili, happi
500	hiilen fuusio	neon, natrium, magnesium
1000	hapen fuusio	pii, rikki, fosfori
2000–4000	piin fuusio	rauta, nikkeli

Koska rautaa raskaampien alkuaineiden fuusio ei voi tapahtua spontaanisti, niiden syntyyn tarvitaan ulkopuolista energiaa. Riittävän korkeassa lämpötilassa neutroneilla on riittävästi liike-energiaa, jotta ne voivat yhtyä ytimiin. Rautaa raskaammat alkuaineet syntyvätkin supernovissa, joissa on sopivat olosuhteet raskaampien ytimien muodostumiseen.

19. Tokamak-laitteissa plasma muodostaa suljetun renkaan sylinterimäisessä magneettikammiossa. Fuusioreaktoreissa plasma pidetäänkin koossa magneettikentän avulla.

20. <http://www.iter.org/>

RATKAISUT: 7. Hiukkasfysiikka

1. Protoni on nukleoni, myoni on leptoni, positroni on antihhiukkanen, ja lumo on kvarkki.
2. a) Hiukkasreaktioihin liittyy muutamia eri säilymlakeja. Reaktioissa säilyy hiukkasten liikemäärä. Myös energia säilyy hiukkasreaktioissa, mutta energian säilymisessä on otettava huomioon massan energia. (Massa ei hiukkasreaktioissa tyypillisesti säily.) Syntyvien hiukkasten yhteenlaskettu varaus on sama kuin lähtöhiukkasten kokonaisvaraus (varauksen säilymlaki). Näiden lisäksi hiukkasreaktioissa tyypillisesti säilyvät eräät kvanttiluvut (...).

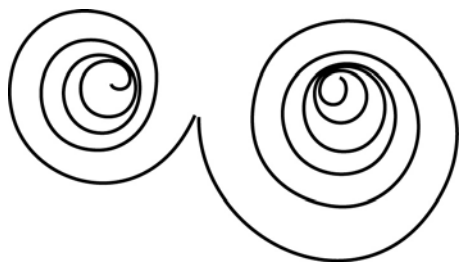
3. Taulukkokirjassa hiukkasten massat on ilmaistu yksiköissä MeV/c^2 . Hiukkasten järjestys keveimmästä massiivisimpaan on:

Hiukkanen	Massa (MeV/c^2)
välibosoni Z^0	91 200
neutroni	939,57
protoni	938,27
pioni	134,96 ja 139,57
myoni	105,66
elektroni	0,511,
fotoni	0

4. a) Hadronit ovat hiukkasia, jotka koostuvat kvarkeista.
b) Hadronit jakautuvat kahteen ryhmään: mesoneihin ja baryoneihin.
c) Mesoni on kvarkin ja antikvarkin yhdistelmä, kun taas baryoni on kolmen kvarkin tai kolmen antikvarkin muodostama hiukkanen. Mesonien spinkvanttiluku on kokonaisluku, kun taas baryonien spinkvanttiluku on puoliluku.
5. a) Perusvuorovaikutukset ovat: Gravitaatiovuorovaikutus, sähkömagneettinen vuorovaikutus, vahva vuorovaikutus ja heikko vuorovaikutus.
b) a)-kohdassa mainittuja vuorovaikutuksia sanotaan perusvuorovaikutuksiksi, koska niiden avulla voidaan selittää kaikki maailmankaikkeudessa tunnetut vuorovaikutukset.
c) Nykyisen mallin mukaan kaikki perusvuorovaikutukset selitetään siten, että vuorovaikutus tapahtuu niin sanottuja välittäjähiukkasia vaihtelemalla. Muiden paitsi gravitaation välittäjähiukkaset on kokeellisesti todennettu.

6. a) Kuplakammio on magneettikentässä, joten kaikki varatut hiukkaset etenevät siellä pitkin käyräviivaista rataa.
- b) Hiukkasenvarauksen etumerkki voidaan selvittää, kun tiedetään magneettikentän suunta. Jos halutaan selvittää hiukkasen varauksen suuruus, on lisäksi tiedettävä hiukkasen massa ja magnetiikentän magneettivuon tiheys.
- c) Hiukkasten ratojen säde pienenee, koska hiukkanen menettää käyräviivaisella radalla energiaa lähettämällä sähkömagneettista säteilyä. Energian pienentyessä hiukkasen vauhti pienenee, ja ratakäyrän säde pienenee.

7.



8. a) Vain varattuja hiukkasia voidaan kiihdyttää hiukkaskiihdytimissä, koska kiihdytys tapahtuu sähkökentän avulla. Varatut hiukkaset myös lähettävät sähkömagneettista säteilyä silloin, kun ne ovat kiihtyvässä liikkeessä. Niin ollen käyräviivaisella radalla hiukkanen menettää koko ajan energiaa. Suurella nopeudella kehäkiihdytimessä etenevien hiukkasten normaalikiihtyvyyks on hyvin suuri, joten suuri osa hiukkasten kiihdytyksessä saamasta energiasta menetetään säteilynä. Lineaarikiihdytimessä hiukkasilla ei ole normaalikiihtyvyyttä, joten tätä hävikkiä ei ole.
- b) Lineaarikiihdyttimillä hiukkasta voidaan kiihdyttää vain kiihdyttimen pituuden mittainen matka. Kehäkiihdytimillä hiukkasen kiihdytysmatka voi periaatteessa olla rajattoman pitkä. Siksi kehäkiihdytimillä hiukkasille saadaan suurempia energioita kuin lineaarikiihdytimillä.
9. LHC:n tutkimuskohteita voi alkaa selvittää esimerkiksi CERN:in sivulta <http://public.web.cern.ch/Public/Content/Chapters/AboutCERN/CERNFuture/WhyLHC/WhyLHC-en.html>
10. Hiukkas tutkimuskeskusten internetsivuja:
CERN: <http://public.web.cern.ch/Public/Welcome.html>
SLAC: <http://www.slac.stanford.edu/>
Fermilab: <http://www.fnal.gov/>
DESY: <http://www.desy.de/html/home/index.html>
Brookhaven: <http://www.bnl.gov/world/>

KEK: <http://www.kek.jp/intra-e/>

INFN: <http://www.lngs.infn.it/>

- 11.** Kahden pisteen välille mitattu etäisyys on pituuskontraktion vuoksi suurin aina siinä koordinaatistossa, jossa nämä pisteet ovat levossa. Myonien syntykohdan ja hajoamiskohdan välinen etäisyys on siten Maan koordinaatistossa mitattuna suurempi kuin myonien mukana liikkuvassa koordinaatistossa mitattuna. Matka, joka myonien on liikuttava omassa koordinaatistossaan, ennen kuin ne saavuttavat maanpinnan, on niin lyhyt, että ne ehtivät edetä sen elinaikanaan alle valonnopeudella.

- 12.** Liikkuva havaitsijan koordinaatistossa tangon pituus on $l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$, missä l_0 on tangon pituus sen lepokoordinaatistossa.

a) Havaittu tangon pituus on $l = \frac{l_0}{4}$. Silloin

$$\frac{l_0}{4} = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}.$$

Ratkaistaan tästä kysytty nopeus v :

$$\frac{l_0}{4} = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$\frac{1}{4} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$\frac{1}{16} = 1 - \frac{v^2}{c^2}$$

$$\frac{v^2}{c^2} = 1 - \frac{1}{16}$$

$$\frac{v^2}{c^2} = \frac{15}{16}$$

$$v^2 = \frac{15}{16} c^2$$

$$v = \sqrt{\frac{15}{16}} c = 0,9682 c \approx 0,97 c (= 2,90 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}})$$

b) Nyt havaittu tangon pituus on $l = \frac{3l_0}{4}$. Jolloin

$$\frac{3l_0}{4} = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$\frac{3}{4} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$\frac{9}{16} = 1 - \frac{v^2}{c^2}$$

$$\frac{v^2}{c^2} = 1 - \frac{9}{16}$$

$$\frac{v^2}{c^2} = \frac{7}{16}$$

$$v^2 = \frac{7}{16} c^2$$

$$v = \sqrt{\frac{7}{16}} c = 0,6614 c \approx 0,66 c (= 1,98 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}})$$

Vastaus: a) 0,97 c, b) 0,66 c.

13. Avaruusaluksen nopeus on $v = 250\,000\,000 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Maassa sattuvan tapahtuman itseisaika Δt on Maassa mitattu tapahtuman kesto.

Avaruusaluksessa mitattu aika on

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1,00 \text{ s}}{\sqrt{1 - \left(\frac{250\,000\,000 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{299\,792\,458 \frac{\text{m}}{\text{s}}}\right)^2}} = 1,8119 \text{ s} \approx 1,8 \text{ s}$$

Vastaus: Avaruusaluksessa mitattu aika on 1,8 s.

Huom! Kirjan ensimmäisessä painoksessa on väärä tulos.

14. Kun koordinaatistojen suhteellinen nopeus on 0,10 c, ei-lepokoordinaatistossa aikaväli on

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - (0,10 c)^2}} = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - 0,10^2}} = 1,0050378 \Delta t_0.$$

Mitattu aikaväli on siten 0,50 % suurempi kuin tapahtuman itseisaika.

Vastaus: Mitattu aikaväli on 0,50 % suurempi.

15. Liikkuvan havaitsijan havaitsema aikaväli on $\Delta t = 1,010 \Delta t_0$. Siten

$$1,010 \Delta t_0 = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} . \text{ Ratkaistaan tästä havaitsijan nopeus}$$

$$1,010 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{1}{1,010}$$

$$1 - \frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{1,010^2}$$

$$\frac{v^2}{c^2} = 1 - \frac{1}{1,010^2}$$

$$v^2 = \left(1 - \frac{1}{1,010^2} \right) c^2$$

Nopeus on siten

$$v = \sqrt{1 - \frac{1}{1,010^2}} c = 0,14037 c \approx 0,14 c$$

Vastaus: Havaitsijan nopeuden on oltava $0,14 c$.

16. Liikkuvan havaitsijan mittaama Kuun ja Maan välinen etäisyys on

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}, \text{ jossa } l_0 = 384\,400 \text{ km} .$$

Ratkaistaan tästä liikkuvan havaitsijan nopeus Maan suhteen

$$\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{l}{l_0}$$

$$1 - \frac{v^2}{c^2} = \frac{l^2}{l_0^2}$$

$$\frac{v^2}{c^2} = 1 - \frac{l^2}{l_0^2}$$

$$v^2 = \left(1 - \frac{l^2}{l_0^2} \right) c^2$$

$$v = \sqrt{1 - \frac{l^2}{l_0^2}} c$$

Nopeus on siten

$$v = \sqrt{1 - \frac{(300\,000 \text{ km})^2}{(384\,400 \text{ km})^2}} c = 0,62523 c \approx 0,63 c .$$

Vastaus: Havaitsijan nopeus on $0,63 c$.

RATKAISUT: Kertaustehtävät

Luku 1

1. Aallonpituus alue on $250 \text{ nm} < \lambda < 450 \text{ nm}$. Irrotustyö cesiumissa on $1,8 \text{ eV}$.

Fotonien energiat ovat väliltä

Lasketaan suurin liike-energia

$$\begin{aligned} E_{\text{kmax}} &= E_{\text{fmax}} - W_{\text{min}} \\ &= 4,9597 \text{ eV} - 1,8 \text{ eV} \\ &= 3,1597 \text{ eV} \approx 3,2 \text{ eV}. \end{aligned}$$

Vastaus: Elektronien liike-energiat ovat välillä $3,2 \text{ eV} \dots 0 \text{ eV}$.

2. Sähkömagneettisen säteilyn energia on $1,3 \text{ keV}$.

a) Fotonien energia on

$E = hf$, josta saadaan taajuus

$$\begin{aligned} f &= \frac{E}{h} = \frac{1,3 \cdot 10^3 \text{ eV}}{4,136 \cdot 10^{-15} \text{ eVs}} \\ &= 3,1431 \cdot 10^{17} \text{ Hz} \approx 3,1 \cdot 10^{17} \text{ Hz}. \end{aligned}$$

b) Aaltoliikkeen perusyhtälön mukaan

$$f = \frac{c}{\lambda}.$$

Fotonin energia on siten

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda}, \text{ josta ratkaistaan aallonpituus}$$

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{hc}{E} \\ &= \frac{4,136 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,9979 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1,3 \cdot 10^3 \text{ eV}} \\ &= 9,5379 \cdot 10^{-10} \text{ m} \approx 0,95 \text{ nm}. \end{aligned}$$

Vastaus:

a) Fotonin taajuus on $3,1 \cdot 10^{17} \text{ Hz}$.

b) Fotonin aallonpituus on $0,95 \text{ nm}$.

3. Tähten pintalämpötila on 6500 K .

a) Tähten säteily noudattaa mustan kappaleen lähettämää säteilyä, joten sen pintalämpötila voidaan laskea Wienin siirtymälain $T\lambda_{\text{max}} = b$ avulla.

b) Aaltoliikkeen perusyhtälön mukaan

$$f = \frac{c}{\lambda}.$$

Fotonin energia on siten

$$\begin{aligned} E &= hf = \frac{hc}{\lambda} \\ &= \frac{4,136 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,9979 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{4,4581 \cdot 10^{-7} \text{ m}} \\ &= 2,7813 \text{ eV} \approx 2,8 \text{ eV}. \end{aligned}$$

Vastaus:

a) Tähti on sininen.

b) Fotonin energia on 2,8 eV.

4. Planckin vakio voidaan määrittää valosähköilmiön avulla.

Laitteistolla on kaksi elektrodia, katodi ja anodi on asetettu lasiputkeen, josta on poistettu ilma. Katodia valaistaan valolla, jonka aallonpituutta voidaan muuttaa. Kun katodia valaistaan, havaitaan, että tyhjiöputkessa on sähkövirta.

Fotoelektroneja irtoaa vain, kun valon taajuus on suurempi kuin **rajataajuus** $f_{\min}$.

Rajataajuuden $f_{\min}$ arvo riippuu siitä, mitä metallia katodi on.

Jos fotonin energia on suurempi kuin irrotustyö $W_{\min}$, niin jäljelle jäänyt energia ilmenee elektronin liike-energiana. Koska elektroneilla on erisuuria sidosenergioita, niiden irrottamiseen tarvitaan erisuuri työ W . Tästä syystä elektroneilla on erilaisia liike-energioita $E_k = hf - W$.

Fotoelektronit saavat suurimman liike-energian $E_{k\max}$,

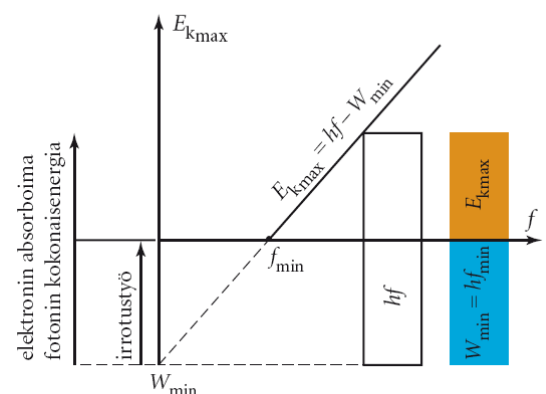
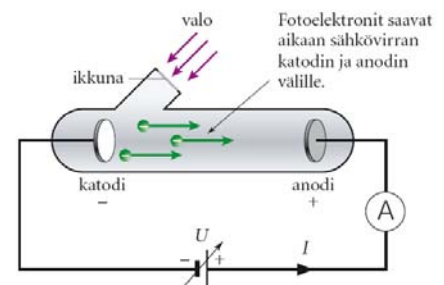
kun niiden irrottamiseen tarvittava energia on pienin eli irrotustyön $W_{\min}$ suuruinen.

$$E_{k\max} = hf - W_{\min} \text{ eli}$$

$$E_{k\max} = hf - hf_{\min}.$$

Kokeellisesti määritetystä suoran $E_{k\max} = hf - W_{\min}$ kuvaajasta saadaan määritettyä Planckin vakio h .

$E_{k\max} = hf - W_{\min}$ yhtälössä h on suoran fysikaalinen kulmakerroin.



Luku 2

5. Kiihdytysjännite on 1,75 kV.

Lasketaan elektronien nopeus. Työperiaatteen $W = \Delta E_k$ mukaan

$$Q_e U = \frac{1}{2} m v^2, \text{ josta saadaan}$$

$$v = \sqrt{\frac{2Q_e U}{m_e}}.$$

Elektronin liikemäärä voidaan lausua kahdella tavalla

$$p = \frac{h}{\lambda} \text{ ja}$$

$$p = m_e v,$$

jossa m_e on elektronin massa, v on sen nopeus ja λ on aallonpituus. Tästä saadaan

$$m_e v = \frac{h}{\lambda} \text{ ja tästä aallonpituus}$$

$$\lambda = \frac{h}{m_e v}.$$

$$\lambda = \frac{h}{m_e \sqrt{\frac{2Q_e U}{m_e}}} = \frac{h}{\sqrt{2Q_e U m_e}}.$$

Sijoitetaan tunnetut arvot

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{\sqrt{2 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1,75 \cdot 10^3 \text{ V} \cdot 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}} \\ &= 2,9319 \cdot 10^{-11} \text{ m} \approx 2,9 \cdot 10^{-11} \text{ m}. \end{aligned}$$

Vastaus: Elektronien de Broglien aallonpituus on 29 pm.

6. Aallonpituuden alaraja on 65 pm.

Kun elektroni luovuttaa koko liike-energiansa säteilykvanttina, saadaan säteilykvantin suurin mahdollinen arvo

$$hf_0 = E_k, \text{ josta}$$

$$\frac{hc}{\lambda_0} = E_k.$$

Sähkökentän tekemä työ kasvattaa elektronin liike-energiaa, joten työperiaatteen mukaan (elektroni lähtee levosta)

$$E_k = Q_e U.$$

Yhtälöt yhdistämällä saadaan

$$\frac{hc}{\lambda_0} = Q_e U, \text{ josta ratkaistaan}$$

$$U = \frac{hc}{Q_e \lambda_0}$$

$$= \frac{4,136 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1 \text{ e} \cdot 65 \cdot 10^{-12} \text{ m}}$$

$$= 1,9077 \cdot 10^4 \text{ V} \approx 1,9 \text{ kV}.$$

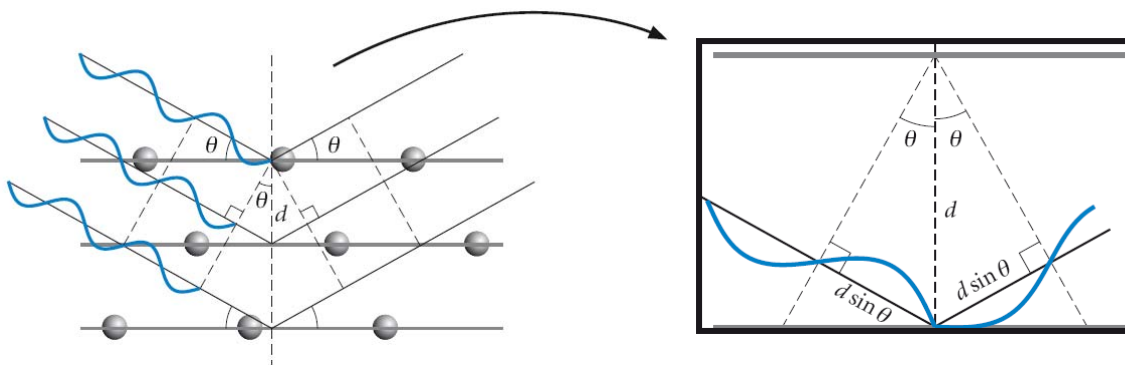
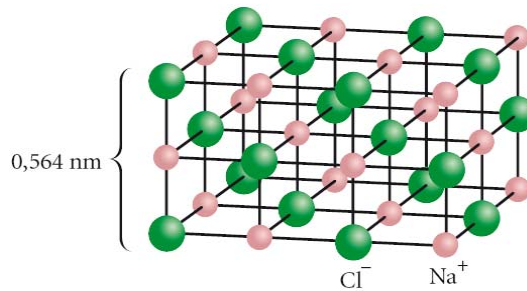
Vastaus: Kiihdytysjännite on 1,9 kV.

7. Suolakiteen rakenne on kiderakenne, jossa aineen atomit tai molekyylit ovat järjestyneet säännöllisiksi atomitasoiksi.

Röntgensäteilyn aallonpituus on samaa suuruusluokkaa kuin atomien välimatkat kiteissä. Kiteessä aineen atomit tai molekyylit

ovat järjestyneet säännölliseksi rakennelmaksi, jota sanotaan **hilaksi**. Kiteen atomitasot toimivat heijastavina **hilatasoina** röntgensäteilylle. Röntgensäteilylle saadaan **vahvistava interferenssi**, kun säteily heijastuu kiteen kahdesta eri atomitasosta siten, että matkaero on säteilyn aallonpituuden monikerta

$$2d \sin \theta = n\lambda.$$



8. Röntgenputken kiihdytysjännite on 35 kV.

Lasketaan raja-aallonpituus λ_0 . Kun elektroni luovuttaa koko liike-energiansa säteilykvanttina, saadaan säteilykvantin suurin mahdollinen arvo

$$hf_0 = E_k, \text{ josta}$$

$$\frac{hc}{\lambda_0} = E_k.$$

Sähkökentän tekemä työ kasvattaa elektronin liike-energiaa, joten työperiaatteen mukaan

$$E_k = Q_e U.$$

Yhtälöt yhdistämällä saadaan

$$\frac{hc}{\lambda_0} = Q_e U, \text{ josta ratkaistaan}$$

$$\lambda_0 = \frac{hc}{Q_e U}$$

$$= \frac{4,136 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1 \text{ e} \cdot 35 \cdot 10^3 \text{ V}}$$

$$= 3,5428 \cdot 10^{-11} \text{ m} \approx 35 \text{ pm}.$$

Vastaus: Säteilyssä on aallonpituutta 35 pm pidempiä aallonpituuksia.

Luku 3

9. a) Emissiospektri syntyy, kun elektroni putoaa atomissa ylemmältä viritystilalta alemmalle.

Absorptiospektri syntyy, kun atomi absorboi säteilystä tietyt aallonpituudet ja siirtyy perustilasta viritystilalle

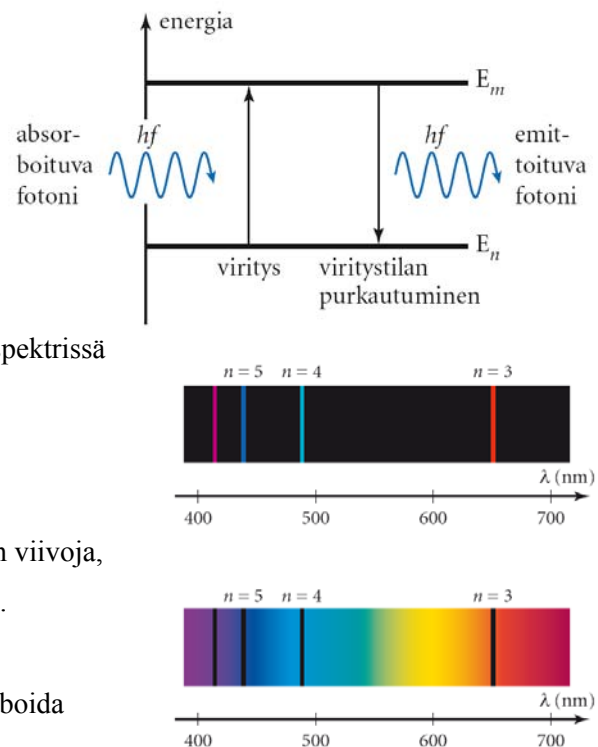
Atomin emissiospektrin kirkkaat viivat ja

mahdolliset absorptiospektrin mustat viivat ovat spektrissä kohdakkain,

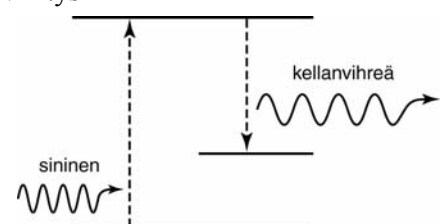
koska ne syntyvät elektronin siirtyessä samojen energiatilojen välillä.

Absorptiospektrissä ei ole kaikkia emissiospektrin viivoja, koska atomi absorboi fotonin yleensä perustilassa.

Viritystilojen elinaika on lyhyt, ja on erittäin epätodennäköistä, että virittynyt atomi ehtii absorboida fotonin.



b) Sinisen valon fotonit saavat aikaiseksi virittymisen sinkkisulfidissa. Viritys purkautuu viipeellä välivaiheiden kautta, jolloin sinkkisulfidilevystä emittoituu kellanvihreää valoa. Punaisen valon aallonpituus on pitempi kuin sinisen, joten sen fotonien energia on pienempi. Punaisen valon fotonit eivät pysty virittämään sinkkisulfidi atomeja. Tästä kohtaa levy on musta.



10. Katsotaan taulukosta punaisen, vihreän ja sinisen valon aallonpituudet

punainen	630 nm – 700 nm
vihreä	490 nm – 560 nm
sininen	450 nm – 490 nm.

Lasketaan näitä aallonpituuksia vastaavien fotonien energiat, esimerkiksi punaisen alaraja

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda}$$

$$= \frac{4,136 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{630 \cdot 10^{-9} \text{ m}}$$

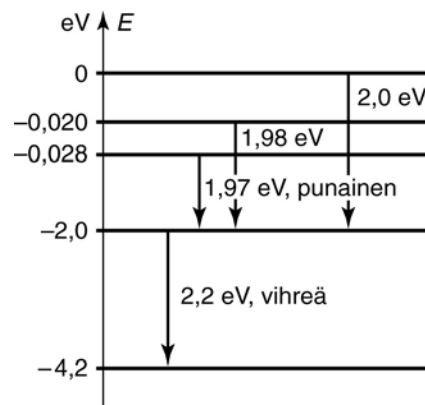
$$= 1,9682 \text{ eV} \approx 1,97 \text{ eV}.$$

Ohessa aallonpituuksia vastaavat energiat

punainen	630 nm – 700 nm	1,97 eV – 1,77 eV
vihreä	490 nm – 560 nm	2,53 eV – 2,21 eV
sininen	450 nm – 490 nm	2,76 eV – 2,53 eV

Mahdolliset siirtymät on merkitty kuvaan.

Vastaus: Hapesta peräisin ovat punainen ja vihreä valo.



11. a) Kaavion perusteella elektronien energian on oltava vähintään 5,14 eV.

- b)** Natriumatomeja säteilytetään fotoneilla, joiden maksimienergia on 3,3 eV, jolloin perustilassa oleva natriumatomin voi virittyä tilaan, jonka energia on alle 3,3 eV + (-5,14 eV) = -1,84 eV.

Fotonien maksimienergia riittää virittämään natriumatomin korkeintaan tilalle, jonka energia on -1,95 eV.

Tällöin voi tapahtua kolme emissiosiiirtymää, joiden energiat ovat

$$\Delta E_1 = -1,95 \text{ eV} - (-5,14 \text{ eV}) = 3,19 \text{ eV}$$

$$\Delta E_2 = -1,95 \text{ eV} - (-3,04 \text{ eV}) = 1,09 \text{ eV}$$

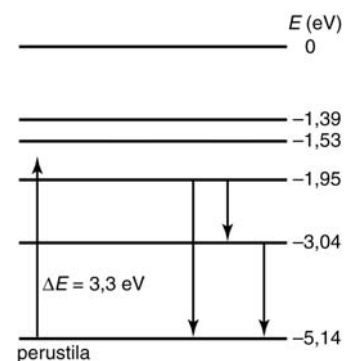
$$\Delta E_3 = -3,04 \text{ eV} - (-5,14 \text{ eV}) = 2,10 \text{ eV}$$

c) Keltaisen valon fotonin energia

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{4,1357 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{589 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 2,1051 \text{ eV} \approx 2,10 \text{ eV}.$$

Vastaus:

- a)** Elektronien energian on oltava vähintään 5,14 eV.
b) Putkesta tulevassa säteilyssä voi esiintyä 3,19 eV:n, 1,09 eV:n ja 2,10 eV:n fotoneja.
c) Keltainen valo tulee 1. viritystilan ja perustilan välisestä siirtymästä.



12. Elektronit joutuvat voimakkaasti hidastuvaan liikkeeseen, kun ne osuvat kuparianodiin.

Kiihtyvässä liikkeessä oleva varattu hiukkanen lähettää sähkömagneettista säteilyä ja tällöin syntyy röntgenspektrin jatkuva osa.

Jatkuvalla spektrillä on minimiaallonpituus $\lambda_{\min}$ joka saadaan, kun koko elektronin liike-energia (kiihdytystyö) muuttuu röntgenfotonin energiaksi

$$Q_e U = hf = h \frac{c}{\lambda_{\min}}$$

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{Q_e U}$$

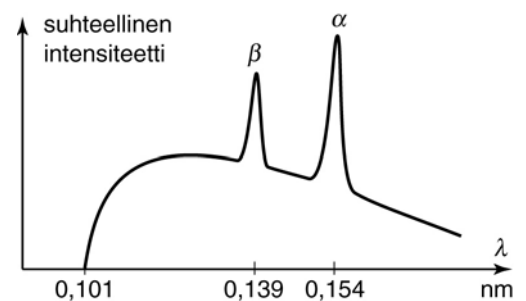
$$\begin{aligned} &= \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1 \text{ e} \cdot 12\,300 \text{ V}} \\ &= 1,00803 \cdot 10^{-10} \text{ m} \approx 0,101 \text{ nm} \end{aligned}$$

Tehtävässä on annettu kuparin ominaissaateilyn piikkien paikat.

Hahmotellaan röntgenspektri.

Suuremman aallonpituuden α -piikki on voimakkaampi kuin β -piikki.

Vastaus: Minimiaallonpituus on 101 nm.



13. Vedyn energiatilat saadaan yhtälöstä $E_n = -\frac{13,6 \text{ eV}}{n^2}$.

Lasketaan, kuinka korkealle vetyatomi virittyy 13,0 eV:n säteilyllä.

Jos $n = 5$, niin energiatason energia on $E_5 = -\frac{13,6 \text{ eV}}{5^2} = -0,544 \text{ eV}$.

Ero perustilaan on $-0,54 \text{ eV} - (-13,6 \text{ eV}) = 13,06 \text{ eV}$.

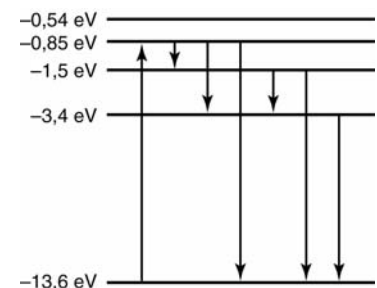
Elektronien energia ei riitä virittämään tätä tasoa.

Jos $n = 4$, niin energiatason energia on $E_4 = -\frac{13,6 \text{ eV}}{4^2} = -0,85 \text{ eV}$.

Ero perustilaan on $-0,85 \text{ eV} - (-13,6 \text{ eV}) = 12,75 \text{ eV}$.

Tasolle $n = 4$ sen virittymisiä tapahtuu.

Energiasokuvaan on piirretty kaikki mahdolliset siirtymät, joita vastaavat aallonpituudet havaitaan emissiospektrissä.



Lasketaan havaittavat aallonpituudet

Siirtymä $4 \rightarrow 3$, $\Delta E = 0,65 \text{ eV}$

$$\lambda = \frac{hc}{\Delta E} = \frac{4,1357 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,65 \text{ eV}} = 1,9075 \cdot 10^{-6} \text{ m} \approx 1,91 \mu\text{m}.$$

Ei ole näkyvää valoa, on infrapunavaloa.

Siirtymä $3 \rightarrow 2$, $\Delta E = 1,9 \text{ eV}$

$$\lambda = \frac{hc}{E} = \frac{4,1357 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1,9 \text{ eV}} = 652,5699 \cdot 10^{-9} \text{ m} \approx 653 \text{ nm}.$$

On näkyvää valoa.

Siirtymä $4 \rightarrow 2$, $\Delta E = 2,55 \text{ eV}$

$$\lambda = \frac{hc}{E} = \frac{4,1357 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2,55 \text{ eV}} = 486,2286 \cdot 10^{-9} \text{ m} \approx 486 \text{ nm}.$$

On näkyvää valoa.

Loput siirtymistä johtavat perustilaan ja ovat ultraviolettialueen säteilyä.

Vastaus: Näkyvän alueen emissioviivoja ovat 653 nm ja 486 nm.

Luku 4

14. Massavaje on $\Delta m = Zm_p + Nm_n + Zm_e - m_{\text{atomi}}.$

Typpi- 15, joten $A = 15$, $Z = 7$. $N = A - Z = 8$.

$$\begin{aligned} \Delta m &= 7 \cdot 1,0072765 \text{ u} + 8 \cdot 1,0086650 \text{ u} + 7 \cdot 5,4857990 \cdot 10^{-4} \text{ u} - 15,000108 \text{ u} \\ &= 0,1239875593 \text{ u} \end{aligned}$$

Vastaus: Massavaje on 0,1239875593 u.

16. a) Radonin järjestysluku $Z = 88$, ja neutroniluku $N = A - Z = 226 - 88 = 138$.

Taulukkokirjan mukaan radium-226 atomin massa on 226,025402 u.

Radonin sidosenergia on

$$\begin{aligned} E &= (Zm_p + Zm_e + Nm_n - m_{\text{atomi}})c^2 \\ &= (88 \cdot 1,0072765 \text{ u} + 88 \cdot 5,4857990 \cdot 10^{-4} \text{ u} + 138 \cdot 1,0086650 \text{ u} - 226,025402 \text{ u})c^2 \\ &= 1,8589750312 \text{ u} \cdot c^2 \\ &= 1,8589750312 \cdot 931,5 \text{ MeV} \\ &= 1731,6352 \text{ MeV} \approx 1732 \text{ MeV}. \end{aligned}$$

$$\text{b) Sidososuus } b = \frac{E_B}{A} = \frac{1731,6352 \text{ MeV}}{226} = 7,6621 \text{ MeV} \approx 7,7 \text{ MeV}.$$

Vastaus: Sidosenergia on 1732 MeV ja sidososuus 7,7 MeV.

17. Koska tyyppi, järjestysluku $Z = 7$.

Isotooppi $A = 14$

$$A = N + Z, N = A - Z = 14 - 7 = 7.$$

Isotooppi $A = 15$

$$A = N + Z, N = A - Z = 15 - 7 = 8.$$

Vastaus: 7 ja 7 sekä 7 ja 8

Luku 5

18. a) Yhtäläisyyksiä: Sekä alfa- että beetasäteily ovat atomiytimen lähettämää ionisoivaa hiukkassäteilyä.

Eroja: alfahiukkaset ovat heliumytimiä ja beetahiukkaset joko elektroneja tai positroneja. Beetahiukkasilla pitempi kantama ja alfahiukkaset ovat voimakkaampia ionisoimaan.

b) Yhtäläisyyksiä ja eroja:

Hekkulampun valo on ionisoimatonta ja peräisin atomin elektroniverhosta.

Hekkulampun valo sisältää suuren joukon eri aallonpituuksia.

Gammasäteily ovat ionisoivaa, läpitunkevaa sähkömagneettista säteilyä. Gammasäteily on peräisin ytimen energiatilojen muutoksista.

19. Puoliintumisaika $T_{1/2} = 87,2$ d, aktiivisuus alussa A_0 ja aktiivisuus lopussa $A = 0,1A_0$.

Hajoamisvakio saadaan puoliintumisajasta

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{\ln 2}{87,2 \text{ d}} = 0,0079489 \frac{1}{\text{d}} \approx 7,95 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{d}}.$$

Näytteen aktiivisuus on suoraan verrannollinen radioaktiivisten ytimien lukumäärään.

$$A = A_0 e^{-\lambda t}$$

$$\frac{A}{A_0} = e^{-\lambda t}$$

$$\frac{0,1A_0}{A_0} = e^{-\lambda t}$$

$$\ln \frac{A_0}{0,1A_0} = \lambda t$$

$$t = \frac{\ln \frac{A_0}{0,1A_0}}{\lambda} = \frac{\ln \frac{A_0}{0,1A_0}}{\frac{\ln 2}{T_{1/2}}} = \frac{87,2 \text{ d}}{\ln 2} \cdot \ln \frac{1}{0,1} = 289,672 \text{ d} \approx 289,7 \text{ d}$$

Vastaus: Hajoamisvakio on $7,95 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{d}}$ ja aktiivisuus on pienentynyt

kymmenesosaan 289,7 päivässä.

- 20.** Luonnossa uraani-isotooppien ^{238}U ja ^{235}U suhteelliset runsaudet ovat 99,3 % ja 0,7 % ja puoliintumisaikat $T_{238} = 4,468 \cdot 10^9 \text{ a}$ ja $T_{235} = 7,038 \cdot 10^8 \text{ a}$.

$$\text{Hajoamislaki } N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}.$$

Jos uraani-isotooppien runsaudet lasketaan yhteen, saadaan noin 100 %.

Siis muita uraani-isotooppeja on luonnossa erittäin vähän.

Jos uraaniydinten kokonaismäärää tällä hetkellä on N_{yht} , niin kummankin isotoopin ytimien lukumäärä saadaan suhteellisen runsauden perusteella

$$N_{238} = 0,993 N_{\text{yht}}$$

$$N_{235} = 0,007 N_{\text{yht}}.$$

Molempia isotooppeja oli alun perin yhtä paljon $N_{\text{yht},0}$ kappaletta eli puolet isotooppia 238 ja puolet isotooppia 235.

$$N_{238,0} = \frac{1}{2} N_{\text{yht},0}$$

$$N_{235,0} = \frac{1}{2} N_{\text{yht},0}$$

Molemmat ovat hajonneet hajoamislain mukaisesti, joten

$$N_{238} = \frac{1}{2} N_{\text{yht},0} \cdot e^{-\lambda_{238} \cdot t}$$

$$N_{235} = \frac{1}{2} N_{\text{yht},0} \cdot e^{-\lambda_{235} \cdot t}.$$

Suhteelle $\frac{N_{238}}{N_{235}}$ saadaan nyt kaksi lauseketta

$$\frac{N_{238}}{N_{235}} = \frac{0,993 N_{\text{yht}}}{0,007 N_{\text{yht}}} = \frac{\frac{1}{2} N_{\text{yht},0} \cdot e^{-\lambda_{238} \cdot t}}{\frac{1}{2} N_{\text{yht},0} \cdot e^{-\lambda_{235} \cdot t}}$$

Niistä N_{yht} ja $N_{\text{yht},0}$ supistuvat pois, jolloin saadaan

$$\frac{0,993}{0,007} = \frac{e^{-\lambda_{238} \cdot t}}{e^{-\lambda_{235} \cdot t}}.$$

Tästä voidaan ratkaista kysytty aika

$$\begin{aligned} t &= \frac{\ln\left(\frac{0,993}{0,007}\right)}{\frac{\ln 2}{T_{235}} - \frac{\ln 2}{T_{238}}} \\ &= \frac{\ln\left(\frac{0,993}{0,007}\right)}{\frac{\ln 2}{7,038 \cdot 10^8 \text{ a}} - \frac{\ln 2}{4,468 \cdot 10^9 \text{ a}}} \\ &= 5,97162 \cdot 10^9 \text{ a} \approx 5,97 \cdot 10^9 \text{ a} \end{aligned}$$

Tulos on varsin järkevä.

Vastaus: Supernovaräjähdyksestä on kulunut laskun mukaan $5,97 \cdot 10^9$ a .

21. a) $^{226}_{88}\text{Ra}$:n hajoamisreaktio on $^{226}_{88}\text{Ra} \rightarrow ^{222}_{86}\text{Rn} + ^4_2\text{He}$

Reaktiossa syntynyt radonkaasu on α -aktiivista. Radonkaasu leviää helposti huoneilmaan ja on vaarallista hengitettynä.

b) Lasketaan ensin reaktiossa vapautuva energia

$$\begin{aligned} Q &= \Delta mc^2 \\ &= (m_{\text{Ra-ydin}} - m_{\text{Rn-ydin}} - m_{\text{He-ydin}})c^2 \\ &= (226,025402 \text{ u} - 222,017570 \text{ u} - 4,0026033 \text{ u})c^2 \\ &= (0,0052287 \text{ u})c^2 \\ &= 0,0052287 \text{ u} \cdot c^2 \cdot 931,5 \frac{\text{MeV}}{c^2} \\ &= 4,870534 \text{ MeV} \approx 4,8705 \text{ MeV} \end{aligned}$$

Reaktiossa vapautuva energia muuttuu α -hiukkasen ja radiumytimen liike-energiaksi, koska gammasäteilyä ei vapaudu

$$Q = \frac{1}{2} m_{\text{Rn}} v_{\text{Rn}}^2 + \frac{1}{2} m_{\alpha} v_{\alpha}^2.$$

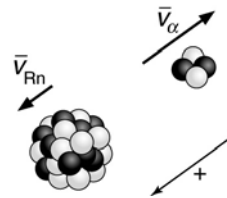
Koska liikemäärä säilyy, hiukkaset lähtevät vastakkaisiin suuntiin

$$m_{\text{Rn}} \bar{v}_{\text{Rn}} + m_{\alpha} \bar{v}_{\alpha} = \bar{0}$$

$$m_{\text{Rn}} v_{\text{Rn}} - m_{\alpha} v_{\alpha} = 0$$

Ratkaistaan radiumytimen nopeus

$$v_{\text{Rn}} = \frac{m_{\alpha} v_{\alpha}}{m_{\text{Rn}}}$$



Ja sijoitetaan energian lausekkeeseen

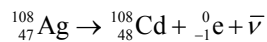
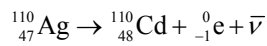
$$\begin{aligned} Q &= \frac{1}{2} m_{\text{Rn}} \left(\frac{m_{\alpha} v_{\alpha}}{m_{\text{Rn}}} \right)^2 + \frac{1}{2} m_{\alpha} v_{\alpha}^2 \\ &= \frac{1}{2} m_{\alpha} v_{\alpha}^2 \frac{m_{\alpha}}{m_{\text{Rn}}} + \frac{1}{2} m_{\alpha} v_{\alpha}^2 \\ &= \frac{1}{2} m_{\alpha} v_{\alpha}^2 \left(\frac{m_{\alpha}}{m_{\text{Rn}}} + 1 \right) \end{aligned}$$

josta α -hiukkasen nopeus

$$\begin{aligned} v_{\alpha} &= \sqrt{\frac{2Qm_{\text{Rn}}}{m_{\alpha}(m_{\alpha} + m_{\text{Rn}})}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 4,870534 \cdot 10^6 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J} \cdot 222,017570 \text{ u}}{4,001507 \text{ u} \cdot 1,660566 \cdot 10^{-27} \frac{\text{kg}}{\text{u}} \cdot (4,001507 \text{ u} + 222,017570 \text{ u})}} \\ &= 15,188532 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 15,2 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \end{aligned}$$

Vastaus: b) α -hiukkasen nopeus on $15,2 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

22. a) Hopeaisotooppien hajoamisreaktiot ovat



Tytärytimenä molemmissa hajoamisissa syntyy kadmiumisotooppi $^{108}_{48}\text{Cd}$.

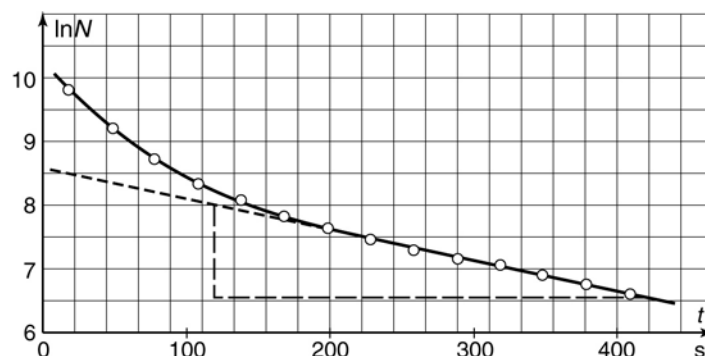
b) Hajoamislaki $N = N_0 e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}}t}$, josta saadaan ottamalla logaritmi $\ln \frac{N}{N_0} = -\lambda t$ ja

$$\ln N - \ln N_0 = -\lambda t$$

$$\ln N = -\lambda t + \ln N_0$$

Piirretään $t, \ln N$ -kuvaaja. Kuvaajan kulmakerroin on hajoamisvakio.

t / s	ln N
20	9,8
50	9,2
80	8,71
110	8,32
140	8,06
170	7,82
200	7,63
230	7,45
260	7,28
290	7,15
320	7,03
350	6,87
380	6,74
410	6,58



Havaitaan, että vasta loppuosan pisteet asettuvat samalle suoralle. Ajanhetkestä 200 s lähtien on jäljellä vain pitkäikäisimpiä hopeaisotooppeja. Lasketaan tämän osan fysikaalinen kulmakerroin.

Suoran kulmakertoimen vastaluku on hajoamisvakio

$$\lambda = \frac{\Delta(\ln N)}{\Delta t} = \frac{8,0 - 6,53}{300 \text{ s}} = 4,90 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{s}}.$$

Ja hopea-108:n puoliintumisaika

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{\ln 2}{4,90 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{s}}} = 141,4586 \text{ s} = 2,3576 \text{ min} \approx 2,4 \text{ min}$$

Vastaus: ^{108}Ag :n puoliintumisaika on 2,4 min.

Luku 6

24. Reaktioenergia on

$$\begin{aligned} Q &= (235,043925 \text{ u} - 89,91929 \text{ u} - 141,91646 \text{ u} - 3 \cdot 1,0086650 \text{ u})c^2 \\ &= 0,18218 \cdot 931,5 \text{ MeV} \\ &= 169,70067 \text{ MeV} \approx 169,7 \text{ MeV}. \end{aligned}$$

Vastaus: 169,7 MeV.

26. Vuorokaudessa vapautuva lämpöenergia on

$$W = Pt = 2500 \cdot 10^6 \text{ W} \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s} = 216 \cdot 10^{12} \text{ J}.$$

Koska yhdessä fissioreaktiossa vapautuva energia on $Q = 200 \text{ MeV}$, fissioiden lukumäärä vuorokaudessa on

$$N = \frac{W}{Q} = \frac{216 \cdot 10^{12} \text{ J}}{200 \cdot 10^6 \text{ eV} \cdot 1,60 \cdot 10^{-19} \frac{\text{J}}{\text{eV}}} = 6,75 \cdot 10^{24}.$$

Halkeavin ydinten yhteismassa on

$$m = N \cdot m_{\text{U}} = 6,75 \cdot 10^{24} \cdot 235 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 2,6332 \text{ kg} \approx 2,6 \text{ kg}.$$

Vastaus: 2,6 kg.

Luku 7

27. a) Perushiukkasia on kaksitoista:

Kvarkit: Ylös (u), alas (d), lumo (c), outo (s), huippu (t) ja pohja (b)

Leptonit: elektroni (e), elektronin neutriino (e_{ν}), myoni (μ), myonin neutriino (μ_{ν}), tau (τ), taun neutriino (τ_{ν}).

b) Perushiukkaset luokitellaan sekä kvarkkeihin ja leptoneihin että kolmeen perheeseen (elektronin, myonin ja taun perhe).

28. a) Elektronin kokee sähkömagneettisen ja gravitaatiovuorovaikutuksen.

b) Protoni kokee vahvan, sähkömagneettisen ja gravitaatiovuorovaikutuksen.

c) Neutriino kokee heikon vuorovaikutuksen - ja mahdollisesti gravitaatiovuorovaikutuksen.

29. Yksi nykyfysiikan keskeisistä tutkimusalueista on hiukkasfysiikka. Uutta tietoa hiukkasista hankitaan aiheuttamalla hiukkasreaktioita niin, että hiukkassuihkujen annetaan törmätä toisiinsa. Reaktioiden aikaansaamiseksi tarvitaan usein hyvin suuria energioita, joka saadaan hiukkasten liike-energiasta törmäyksessä. Hiukkasille saadaan suuri liike-energia kiihdyttämällä ne hiukkaskiihdyttimillä suuriin nopeuksiin.

- 30.** Maan ja Kuun välinen keskietäisyys on $l_0 = 384\,400$ km ja liikkuvasta avaruusaluksesta mitattu etäisyys on $l = 190\,000$ km.
Suppean suhteellisuusteorian mukaan liikkuvasta aluksesta mitattu etäisyys on

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}},$$

josta voidaan ratkaista aluksen nopeus

$$\frac{l}{l_0} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$\frac{l^2}{l_0^2} = 1 - \frac{v^2}{c^2}$$

$$\frac{v^2}{c^2} = 1 - \frac{l^2}{l_0^2}$$

$$v^2 = \left(1 - \frac{l^2}{l_0^2}\right) c^2$$

$$v = \sqrt{1 - \frac{l^2}{l_0^2}} c$$

Sijoittamalla annetut lukuarvot saadaan

$$v = \sqrt{1 - \frac{(190\,000 \text{ km})^2}{(384\,400 \text{ km})^2}} c = 0,869305 c \approx 0,87 c$$

Vastaus: Avaruusaluksen nopeuden on oltava on $0,87 c$.

- 31.** Sähkövarauksettomia neutroneita ei voi kiihdyttää hiukkaskiihdyttimellä, koska hiukkaskiihdyttimessä kiihdyttämiseen käytetään sähkökenttää, jossa kiihdyttävä voima kohdistuu vain varauksellisiin hiukkasiin.

Jos kyseessä olisivat protonit, kysytyssä ajassa kierrettyjen kierrosten lukumäärä saataisiin seuraavasti:

Yhden kierroksen pituus kiihdyttimen koordinaatistossa on $s_{10} = \pi d$, jossa $d =$

$21\,000$ m, ja neutronien keskimääräinen elinaika on $\tau = 896$ s.

Suppean suhteellisuusteorian mukaan yhden kierroksen pituus protonien koordinaatistossa olisi

$$\begin{aligned} s_1 &= s_{10} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \pi d \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \\ &= \pi \cdot 21\,000 \text{ m} \sqrt{1 - \frac{(0,92 c)^2}{c^2}} = 25\,856 \text{ m} \end{aligned}$$

Neutronien puoliintumisaika on

$$T_{\frac{1}{2}} = \ln 2 \cdot \tau = \ln 2 \cdot 896 \text{ s} = 621,06 \text{ s}.$$

Hiukkasten koordinaatistossa tässä ajassa niiden kulkema matka olisi

$$s = vt = 0,920 \cdot 299\,792\,458 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 621,06 \text{ s} = 1,7129 \cdot 10^{11} \text{ m}.$$

Hiukkasten tekemien kierrosten lukumäärä olisi siten

$$N = \frac{s}{s} = \frac{1,7129 \cdot 10^{11} \text{ m}}{25\,856 \text{ m}} = 6\,624\,867 \approx 6,6 \cdot 10^6$$

Vastaus: Varaukselliset hiukkaset kiertäisivät hiukkaskiihdyttimessä 6,6 miljoonaa kierrosta.