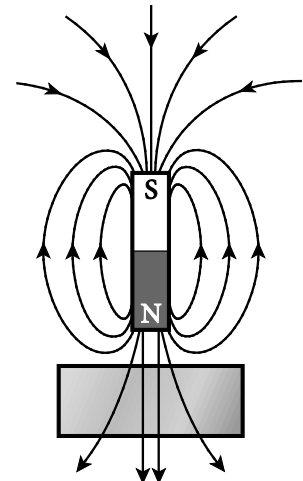


1 Magneetin ympärillä on magneettikenttä

Perustehtävät

1.

- a) Aineet voidaan luokitella magneettisiin ja ei-magneettisiin aineisiin. Osa ei-magneettisista aineista voi magnetoitua magneettikentässä, suurin osa ei. Tavallisista metalleista vain rauta magnetoituu. Magnetoituvia metalleja ovat myös koboltti ja nikkeli. Magneettisuus ja magnetoituvuus ovat varsin poikkeuksellisia ominaisuuksia. Kestomagneetti vuorovaikuttaa kestopagneettien ja magnetoituvasta aineesta valmistettujen kappaleiden kanssa.
- b) Rauta, nikkeli ja koboltti magnetoituvat. Metalleista esimerkiksi kulta, hopea, alumiini ja kupari eivät magnetoidu.
- c) Esimerkiksi: 1) Asetetaan kestopagneetti vesiastiaan puupalikan (styroksipalan) päälle kellumaan. Magneetin pohjoiskohtio kääntyy kohti pohjoista (Maan magneettista etelänapaa). 2) Kompassineulalla tai tunnetulla kestopagneetilla tutkimalla.



2.

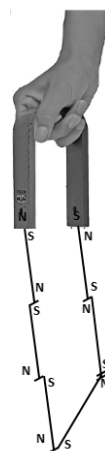
- a) Tilanteessa A.
- b) Kohdissa A ja C magneettinen eteläkohtio on rautakappaleen yläpinnalla ja pohjoiskohtio on rautakappaleen alapinnalla. Kohdissa B ja D magneettinen pohjoiskohtio on rautakappaleen yläpinnalla ja eteläkohtio rautakappaleen alapinnalla.

3.

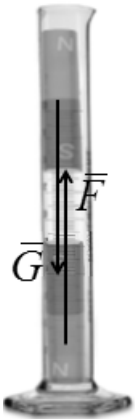
- a) Sähkövirran suunta on paperista ylöspäin (poispäin) oikean käden säännön mukaisesti.
- b) Sähkövirran suunta on johtimessa alaspäin oikean käden säännön mukaisesti.

4.

- a) Naulat ovat rautanauvoja, joten ne magnetoituvat koskettaessaan U-magneettiin ja toisiinsa. Sekä U-magneetin että rautanauvojen pohjois- ja eteläkohtiot vetävät toisiaan puoleensa. Ne tarttuvat toisiinsa kiinni. Rautanaulat roikkuvat, koska nauloihin vaikuttaa myös niihin kohdistuva painovoima.



- b) Ylempään sauvamagneettiin vaikuttaa painovoima $\vec{G}$ ja magneettien samannimiset kohtioiden hylkimisvoima $\vec{F}$. Ylempi kestmagneetti leijuu, kun voimat ovat yhtä suuret.



5.

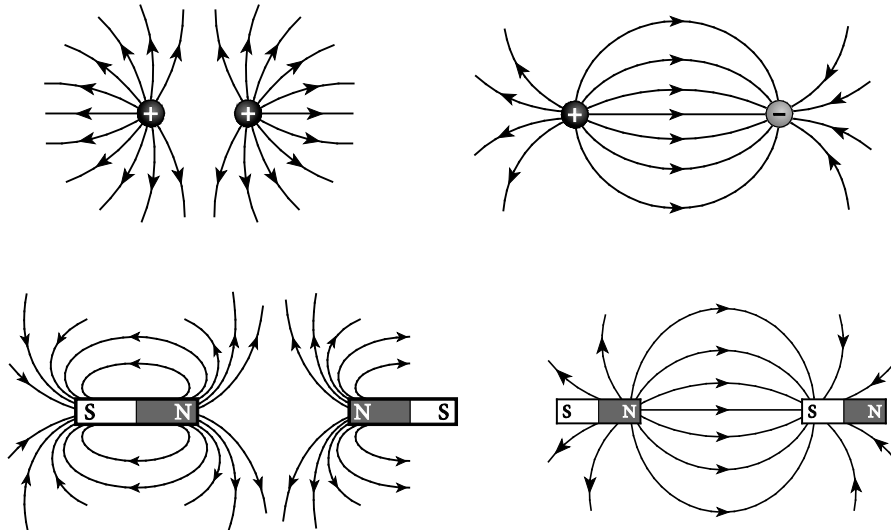
- Periaatteessa positiivisesti varattu lasisauva ei käännä kompassineulaa. Pelkkä paikallaan oleva sähkövaraus ei synnytä magneettikenttää, magneettikentän syntyminen edellyttää varauksen liikettä.
- Jos kompassineula on johtavaa materiaalia, niin siinä tapahtuu sähköinen influenssi, kun varattu lasisauva suodaan neulan lähelle. Eli kompassineulaan syntyy varausjakauma. Sähköinen vetovoima kääntää kompassineulan.
- Sähköiset ja magneettiset ilmiöt ovat eri asioita.

6.

- Kupari ei ole havaittavasti magneettisessa vuorovaikutuksessa kummankaan muun sauvan kanssa. Se on helppo tunnistaa.
- Magneetin tunnistaa paikantamalla sen navat. Magneetin napojen välistä löytyy kohta, johon rautasauva ei tartu.
- Rautasauva tarttuu magneetin napoihin mistä kohdasta tahansa.

7.

- a) Sähkökentän kenttäviivat alkavat positiivisesti varatuista hiukkasista ja päättyvät negatiivisesti varattuihin hiukkasiin. Magneettikentän kenttäviivat ovat suljettuja käyriä.



b)

- Magneettikenttä on kenttäviivan tangentin suuntainen.
- Kenttäviivojen tiheys on verrannollinen magneettikentän voimakkuuteen.
- Magneettikentän kenttäviivat tulevat aina ulos pohjoiskohtiosta ja menevät sisälle eteläkohtiosta.
- Magneettikentän kenttäviivat ovat suljettuja käyriä.
- Kenttäviivat lähtevät aina kohtisuoraan kappaleen pintaan nähden.

8.

- a) Rautanaula voidaan magnetoida asettamalla se magneettikenttään. Esimerkiksi kytkemällä tasavirta käämiin saadaan käämin sisään homogeeninen magneettikenttä, jonne rautanaula voidaan panna magnetoitumaan. Naula magnetoituu myös Maan magneettikentässä. Rautanaula magnetoituu myös, kun sitä sivellään yhdensuuntaisin vedoin kestopagneetilla.
- b) Magneettisuus voidaan poistaa esimerkiksi takomalla naulaa tai kuumentamalla sitä riittävän kuumaksi.

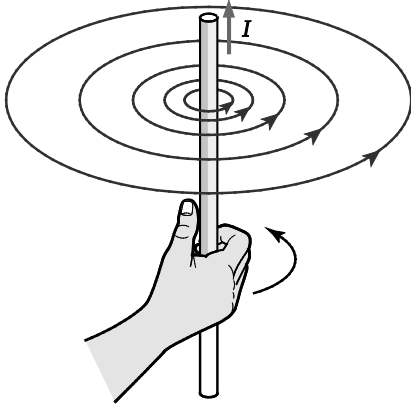
Soveltavat tehtävät

9.

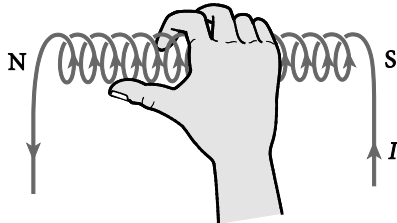
Oikean käden säännön mukaisesti kohta F.

10.

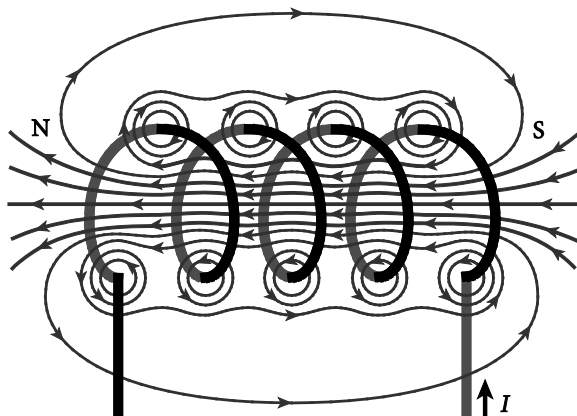
a) Suoran virtajohtimen magneettikentän suunta voidaan päätellä oikean käden säännön avulla.



b) Käämin magneettisen pohjoiskohtion sijainti voidaan päätellä käämin oikean käden säännön avulla. Käämin säännössä peukalo osoittaa pohjoiskohtion suunnan.

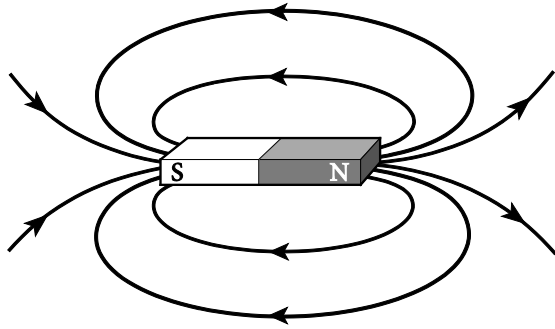


c) Piirretään yksittäisiin johtimiin suoran virtajohtimen säännön mukaisia magneettikenttään kuvaavia kenttäviivaympyröitä. Käämin sisällä jokaisen johdinsilmukan kenttä vahvistaa toisiaan.

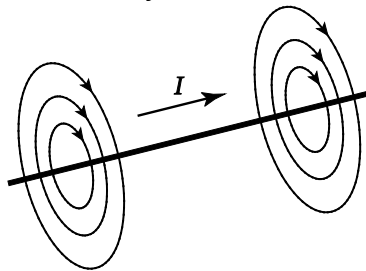


11.

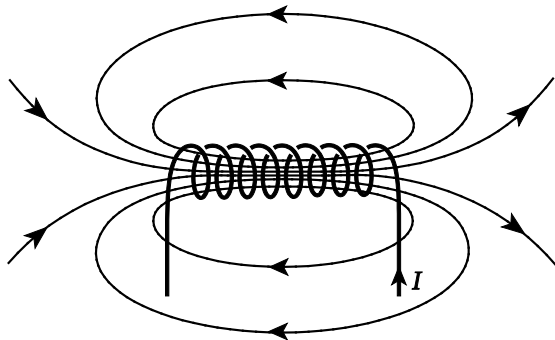
a) sauvamagneetti



b) suora virtajohdin



c) käämi

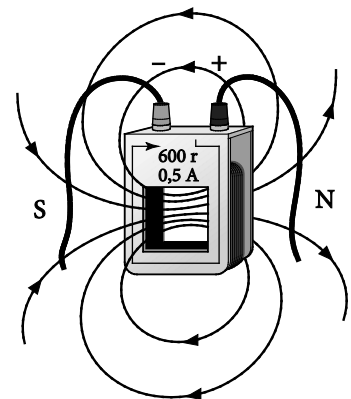


12.

a) Käämin oikean käden säännön avulla. Käämin sähkövirta on tässä tapauksessa kiertosuuntaa kuvaavan nuolen suuntainen.

b)

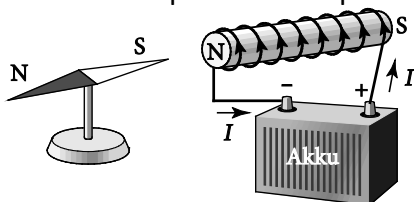
- käämissä olevan sähkövirran suuruus
- käämin johdinkierrosten lukumäärä N
- käämin sisälle laitettu rautakappale



13.

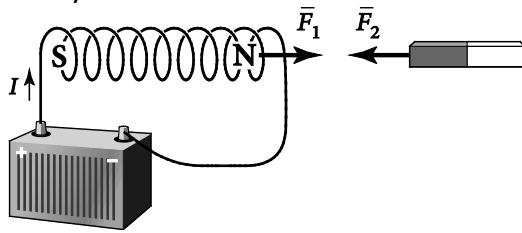
a) Sähkövirta on vastapäivään.

b) Akun oikeanpuoleinen napa on positiivinen.

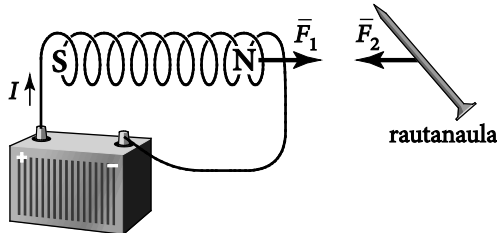


14.

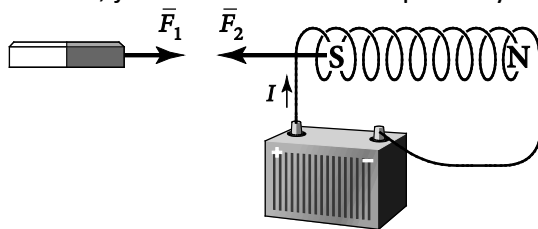
- a) Ei ole mahdollinen, koska sekä käämin että sauvamagneetin pohjoiskohtiot ovat vastakkain. Ne hylkivät toisiaan.



- b) On mahdollinen. Rautanaula magnetoituu ja käämi vetää sitä puoleensa.



- c) Ei ole mahdollinen. Napaisuuksiensa puolesta nuolet ovat oikeisiin suuntiin, sauvamagneetti ja sähkömagneetti vetävät toisiaan puoleensa. Molempiin kohdistuu kuitenkin yhtä suuret voimat, joten voimanuolet on piirretty väärin.

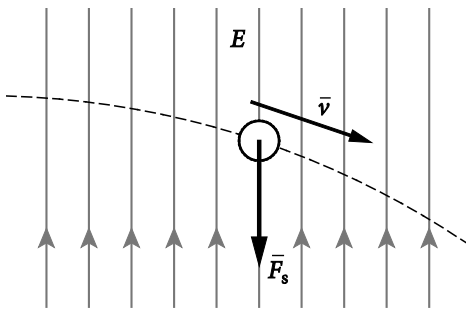


2 Varattu hiukkanen sähkökentässä

Perustehtävät

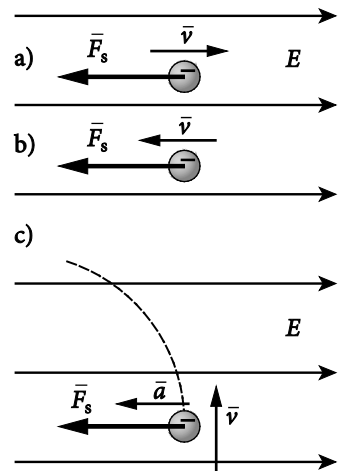
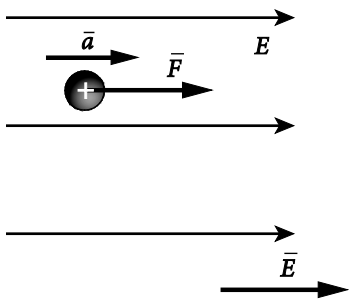
15.

Hiukkanen on elektroni, koska siihen kohdistuu sähkökentän suunnalle vastakkainen voima.



16.

Sähkökentän suunta on oikealle. Positiivisesti varattuun hiukkaseen kohdistuva sähkökentän suuntainen voima aiheuttaa kiihtyvyyden.



17.

Elektronin massa on pieni, joten paino on suuruudeltaan merkityksetön sähköiseen voimaan verrattuna. Myös vastusvoimat ovat merkityksettömiä.

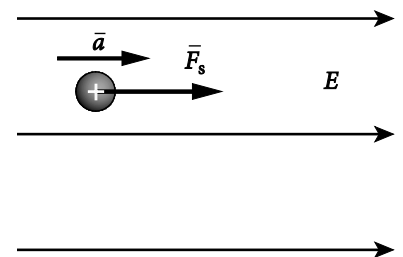
- Elektroniin vaikuttava voima on liikkeen suunnalle vastakkainen ja suuruudeltaan vakio, joten liike on tasaisesti hidastuvaa.
- Elektroniin vaikuttava voima on liikkeen suuntainen ja suuruudeltaan vakio, joten liike on tasaisesti kiihtyvää.
- Voima on aluksi kohtisuorassa liikettä vastaan. Elektroni joutuu liikkeeseen, joka muistuttaa vinoa heittoliikettä. Nopeus sähkökenttää vastaan kohtisuorassa suunnassa on vakio ja sähkökentän suunnassa tasaisesti kiihtyvää.

18. $E = 3,5 \text{ kN/C}$, $Q_p = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $m_p = 1,673 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, $a = ?$

Protonin massa on pieni, joten paino on suuruudeltaan merkityksetön sähköiseen voimaan verrattuna. Myös vastusvoimat ovat merkityksettömiä.

Protonin kiihtyvyys on sähkökentän voimakkuuden suuntainen.

Dynamiikan peruslain mukaan protonin liikeyhtälö on



$$\Sigma \vec{F} = m_p \vec{a}.$$

Kirjoitetaan liikeyhtälö skalaarimuodossa

$$F_s = m_p a$$

$$Q_p E = m_p a.$$

Ratkaistaan kiihtyvyys

$$a = \frac{Q_p E}{m_p}$$

$$= \frac{1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 3,5 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{C}}}{1,673 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}$$

$$= 3,3515 \cdot 10^{11} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx 3,4 \cdot 10^{11} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Vastaus: Kiihtyvyys on $3,4 \cdot 10^{11} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ sähkökentän suuntaan.

19.

Esimerkiksi tyhjiöputkessa pieneen varattuun hiukkaseen vaikuttavat vastusvoimat ovat merkityksettömiä. Myös paino on merkityksetön. Tällöin sähkökentässä olevan varatun hiukkasen liike-energia muuttuu sähköisen voiman tekemän työn verran, $\Delta E_k = W$.

Sähköisen voiman suuruus on $F = QE$, jossa Q on hiukkasen varaus ja E on sähkökentän suuruus.

20. $v_0 = 0 \text{ m/s}$, $U = 1\,300 \text{ V}$, $Q_e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $m_e = 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, $v = ?$

Röntgenputki on tyhjiöputki, joten elektroniin ei vaikuta vastusvoimia. Myös paino on merkityksetön. Työperiaatteen mukaan, elektronin liike-energia muuttuu sähköisen voiman tekemän työn verran

$$\Delta E = W = Q_e U$$

$$\frac{1}{2} m_e v^2 - \frac{1}{2} m_e v_0^2 = Q_e U.$$

Koska elektronit lähtevät levosta, niin

$$\frac{1}{2} m_e v^2 = Q_e U.$$

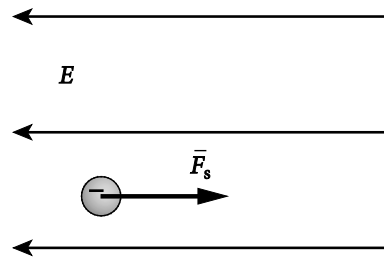
Ratkaistaan törmäysnopeus

$$v^2 = \frac{2 \cdot Q_e U}{m_e}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot Q_e U}{m_e}}$$

$$= \sqrt{\frac{2 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1\,300 \text{ V}}{9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}} = 21,3837 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 21 \text{ M} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Vastaus: Elektronien nopeuden suuruus on 21 Mm/s .



21. $v_0 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $v = 0,050 \text{ c}$, $Q_p = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $m_p = 1,673 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, $Q_e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$,
 $m_e = 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, $U = ?$

Tyhjiöputkessa varattuun hiukkaseen ei vaikuta vastusvoimia. Myös paino on merkityksetön. Työperiaatteen mukaan liike-energian muutos on yhtä suuri kuin sähköisen voiman tekemä työ $\Delta E = W = QU$.

a) Työperiaate protonille $\frac{1}{2} m_p v^2 - \frac{1}{2} m_p v_0^2 = Q_p U$.

Koska protonit lähtevät levosta, niin $\frac{1}{2} m_p v^2 = Q_p U$.

Ratkaistaan kiihdytysjännite

$$U = \frac{m_p v^2}{2Q_p}$$

$$= \frac{1,673 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot (0,050 \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{2 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}}$$

$$= 1,173 \cdot 10^6 \text{ V} \approx 1,2 \text{ MV}$$

b) Työperiaate elektronille $\frac{1}{2} m_e v^2 - \frac{1}{2} m_e v_0^2 = Q_e U$

Ratkaistaan kiihdytysjännite, kun elektroni lähtee levosta

$$U = \frac{m_e v^2}{2Q_e}$$

$$= \frac{9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot (0,050 \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{2 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}}$$

$$= 6,388 \cdot 10^2 \text{ V} \approx 640 \text{ V}.$$

Vastaus:

a) Protonille tarvitaan 1,2 MV jännite.

b) Elektronille tarvitaan 640 V jännite.

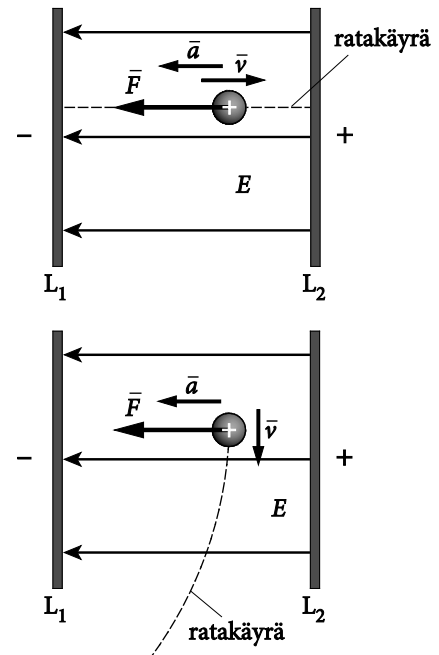
Soveltavat tehtävät

22.

- a) Protonin massa on hyvin pieni, joten paino on merkityksettömän pieni sähkömagneettisiin voimiin verrattuna. Oletetaan lisäksi, että levyjen välissä on tyhjiö. Protoniin vaikuttava sähköinen voima on suuruudeltaan vakio $F = Q_p E$, joten sen kiihtyvyys on vakio. Voiman suunta on liikkeen suunnalle vastakkainen, joten protonin liike on tasaisesti hidastuvaa.

Jos protonin suunta muuttuu ennen osumista levyyn L_2 , se joutuu kiihtyvään liikkeeseen kohti levyä L_1 .

- b) Protoniin vaikuttava voima on suuruudeltaan vakio. Kiihtyvyys on sähkökentän voimakkuuden suuntainen ja vakio. Protoni joutuu paraabeliradalle, sillä sen liike on kenttää vastaan tasaista ja kentän suuntaan sillä on vakiokiihtyvyys.



23. $v_0 = 1,15 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $d = 3,5 \text{ cm}$, $l = 16,6 \text{ cm}$, $E = 2,4 \frac{\text{kN}}{\text{C}}$

Paino on pieni verrattuna protoniin vaikuttavaan sähköiseen voimaan.

Protonin liike on tasaista sähkökentän voimakkuutta vastaan kohtisuorassa suunnassa ja tasaisesti kiihtyvää sähkökentän voimakkuuden suunnassa.

Dynamiikan peruslain mukaan

$$\sum \vec{F} = m_p \vec{a}$$

$$F_s = Q_p E = m_p a_y$$

$$a_y = \frac{Q_p E}{m_p}$$

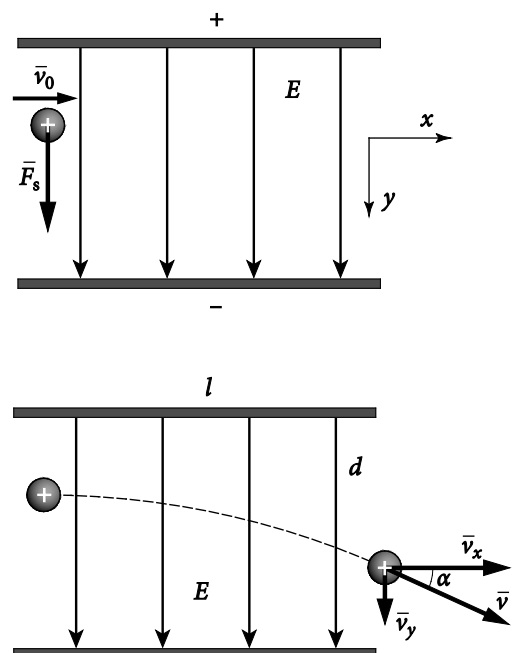
Lasketaan aika, jonka protoni on levyjen välissä.

$$l = v_x t = v_0 t$$

$$t = \frac{l}{v_0}$$

- a) $\alpha = ?$

Suunnan muutos saadaan nopeuden komponenttien avulla.



$$\begin{cases} v_x = v_0 \\ v_y = a_y t \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_x = 1,15 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ v_y = \frac{Q_p E}{m_p} \cdot \frac{l}{v_0} = \frac{1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 2,4 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{C}}}{1,673 \cdot 10^{-27} \text{ kg}} \cdot \frac{0,166 \text{ m}}{1,15 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 3,317 \cdot 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{cases}$$

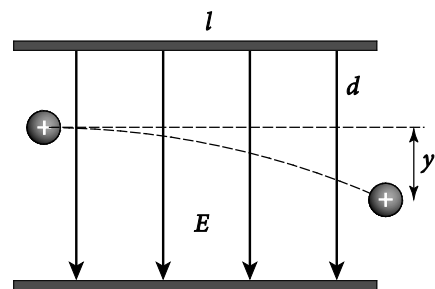
$$\tan \alpha = \frac{v_y}{v_x} = \frac{3,317 \cdot 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1,15 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

$$\alpha = 1,652^\circ \approx 1,7^\circ$$

b) $y = ?$

Suihkun poikkeama tasaisesti kiihtyvän liikkeen mallin avulla on

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2} a t^2 \\ &= \frac{1}{2} \frac{Q_p E}{m_p} \cdot \left(\frac{l}{v_0} \right)^2 \\ &= \frac{1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 2,4 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{C}} \cdot (0,166 \text{ m})^2}{2 \cdot 1,673 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot (1,15 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2} \\ &= 2,394 \cdot 10^{-3} \text{ m} \approx 2,4 \text{ mm} \end{aligned}$$



Vastaus:

a) Suunnan muutos on $1,7^\circ$.

b) Poikkeama on 2,4 mm.

24. $U = 28 \text{ kV}$, $d = 0,25 \text{ m}$, $a = ?$

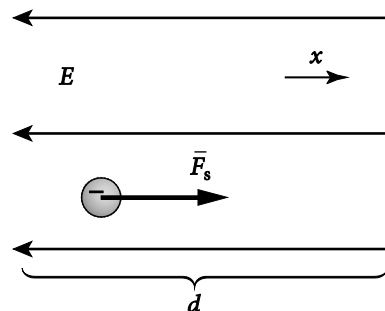
Paino ja vastusvoimat ovat pieniä sähköiseen voimaan verrattuna.

Dynamiikan peruslain mukaan elektronin liikeyhtälö on

$$\sum \vec{F} = m_e \vec{a}.$$

Kirjoitetaan liikeyhtälö skalaarimuodossa $F_s = m_e a$ ja sijoitetaan sähköisen voiman lauseke

$F_s = Q_e E$ ja sähkökentän lauseke $E = \frac{U}{d}$. Saadaan



$$Q_e E = m_e a$$

$$\frac{Q_e U}{d} = m_e a$$

$$a = \frac{Q_e U}{m_e d}$$

$$= \frac{1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 28 \cdot 10^3 \text{ V}}{9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 0,25 \text{ m}}$$

$$= 1,9697 \cdot 10^{16} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx 2,0 \cdot 10^{16} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Vastaus: Kiihtyvyys on $2,0 \cdot 10^{16} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

25. $v_0 = 1,15 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $v = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $E = 250 \frac{\text{kV}}{\text{m}}$, $Q_e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $m_e = 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, $x = ?$

Ainoa sähkökentässä olevaan elektroniin kohdistuva merkittävä voima on sähköinen voima $\vec{F}_s$.

Koska sähkökenttä on homogeeninen, työperiaatteen mukaan tehty työ on

$$\Delta E = W = Q_e U.$$

Jännite sähkökentässä on $U = Ex$, joten

$$\frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = -F_s x = -Q_e E x.$$

Etäisimmässä kohdassa elektronin nopeus on hetkellisesti nolla.

Yhtälö saa siten muodon

$$-\frac{1}{2} m v_0^2 = -Q_e E x,$$

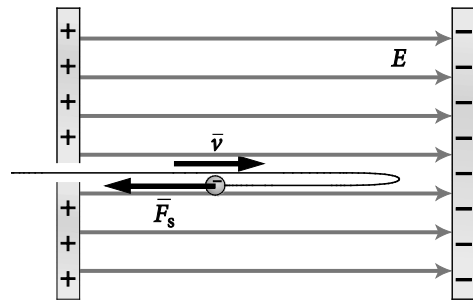
josta sähkökentässä kuljettu matka on

$$x = \frac{m v_0^2}{2 Q_e E}$$

$$= \frac{9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot (1,15 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{2 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 250 \cdot 10^3 \frac{\text{V}}{\text{m}}}$$

$$= 1,504 \cdot 10^{-5} \text{ m} \approx 1,5 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

Vastaus: Elektroni tunkeutuu sähkökenttään matkan $1,5 \cdot 10^{-5} \text{ m}$.

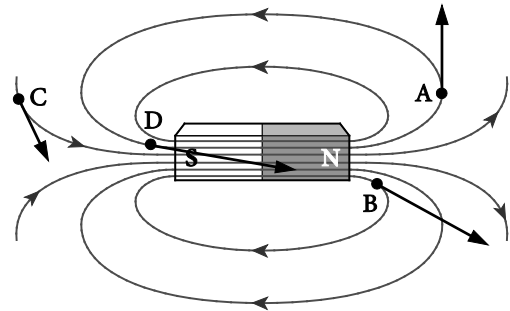


3 Magneettikentän voimavaikutuksia ja varattu hiukkanen magneettikentässä

Perustehtävät

26.

Magneettivuontiheyttä kuvaava vektori on magneettikentän kenttäviivan tangentin suuntainen. Vektorin pituus on suurin sauvamagneetin napojen läheisyydessä ja pienenee etäisyyden kasvaessa.



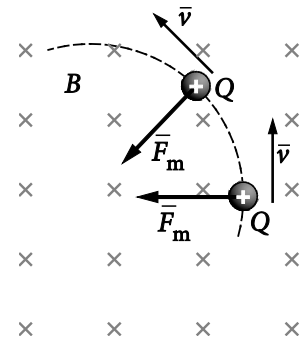
27. $B = 2,12 \text{ mT}$, $Q = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $v = 120 \text{ km/s}$, $F_m = ?$

a) Magneettisen voiman suuruus saadaan lausekkeesta

$$F_m = QvB.$$

Sijoitetaan annetut lukuarvot

$$\begin{aligned} F_m &= 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 120000 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 2,12 \cdot 10^{-3} \text{ T} \\ &= 4,0755 \cdot 10^{-17} \text{ N} \\ &\approx 4,1 \cdot 10^{-17} \text{ N} \end{aligned}$$



b) Magneettikenttä, hiukkasen nopeus ja hiukkaseen vaikuttava voima ovat kaikki kohtisuorassa toisiaan vastaan. Hiukkanen liikkuu pitkin ympyrärataa.

Vastaus: Magneettisen voiman suuruus on $4,1 \cdot 10^{-17} \text{ N}$.

28.

a) D. Hiukkanen ei liiku, vaan pysyy paikoillaan.

b) H. Hiukkaseen ei vaikuta voimaa.

29. $F_m = 2,1 \cdot 10^{-19} \text{ N}$, $Q = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $v = 170 \text{ km/s}$, $B = ?$

Elektronin massa on pieni, joten paino on suuruudeltaan merkityksetön magneettiseen voimaan verrattuna. Myös vastusvoimat ovat merkityksettömiä.

Ratkaistaan magneettivuon tiheyden suuruus magneettisen voiman lausekkeesta

$$F_m = QvB$$

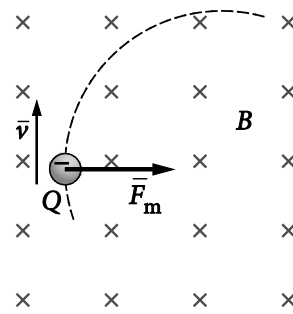
$$\text{joten } B = \frac{F_m}{Qv}.$$

Sijoitetaan lukuarvot

$$B = \frac{2,1 \cdot 10^{-19} \text{ N}}{1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 170000 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

$$= 7,711 \cdot 10^{-6} \text{ T}$$

$$\approx 7,7 \cdot 10^{-6} = 7,7 \mu\text{T}$$

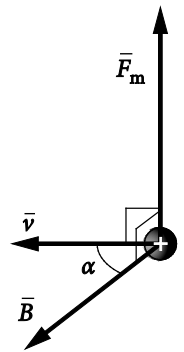


Vastaus: Magneettivuon tiheyden suuruus on $7,7 \mu\text{T}$.

30.

Vastaus saadaan oikean käden säännöllä.

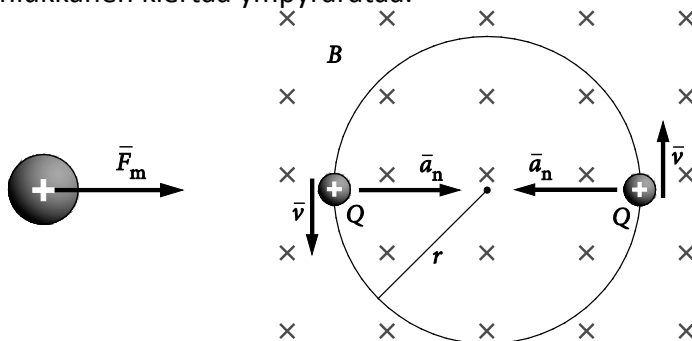
- a) E
- b) G
- c) B (hiukkasen varaus on negatiivinen)



31. $Q_\alpha = 3,204 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $m_\alpha = 6,645 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, $v = 2,11 \cdot 10^7 \text{ m/s}$, $B = 1,35 \text{ T}$, $r = ?$

Alfahiukkasen paino ja hiukkaseen vaikuttavat vastusvoimat ovat merkityksettömiä.

Alfahiukkaseen vaikuttaa magneettikentässä oleellisesti vain magneettinen voima, jonka suuruus on $F_m = Q_\alpha v B$. Voiman suunta on koko ajan kohtisuorassa alfahiukkasen liikesuuntaa vastaan, joten sen vauhti ei muutu. Koska alfahiukkasen vauhti ei muutu, voiman suuruus pysyy samana ja alfahiukkanen kiertää ympyrärataa.



Alfahiukkasen liikeyhtälö on $\sum \vec{F} = m\vec{a}$. Alfahiukkanen liikkuu magneettikentässä pitkin ympyrärataa, joten normaalikiikhtyvyys $a = a_n = \frac{v^2}{r}$. Siten

$$F_m = m a_n$$

$$Q_\alpha v B = m a_n$$

$$Q_\alpha v B = m \frac{v^2}{r}$$

Ratkaistaan ympyräradan säde

$$r = \frac{mv}{Q_\alpha B}$$

Sijoitetaan tunnetut arvot

$$r = \frac{6,645 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot 2,11 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{3,204 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1,35 \text{ T}}$$
$$= 0,32415 \text{ m} \approx 0,324 \text{ m}.$$

Vastaus: Radan säde on 32,4 cm.

Soveltavat tehtävät

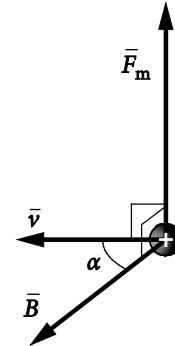
32.

Paikoillaan olevan varatun hiukkasen ja kestopagneetin välillä ei ole vuorovaikutusta. Voima on nolla jokaisessa kohdassa.

33.

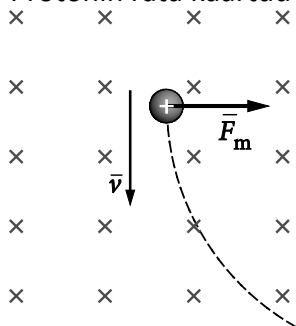
Vastaus saadaan oikean käden säännöllä.

- a) E
- b) E
- c) G



34.

- a) Protoniin vaikuttavan voiman suunta saadaan oikean käden säännön avulla. Voima on piirretty kuvaan.
- b) Protonin rata kaartuu oikealle. Ratakäyrä on ympyrä kaaren osa.



35.

Varattu hiukkanen liikkuu magneettikentässä pitkin ympyrärataa.

Normaaliakiihtyvyys $a = a_n = \frac{v^2}{r}$.

Newtonin II lain mukaan kokonaisvoima on

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$$

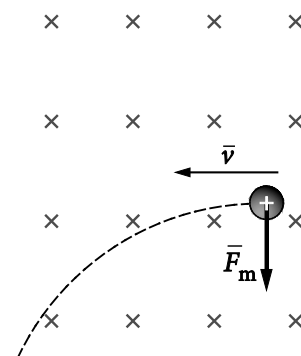
$$QvB = m \frac{v^2}{r}$$

Varattu hiukkanen joutuu siis ympyräradalle, jonka säde on

$$r = \frac{mv}{QB}$$

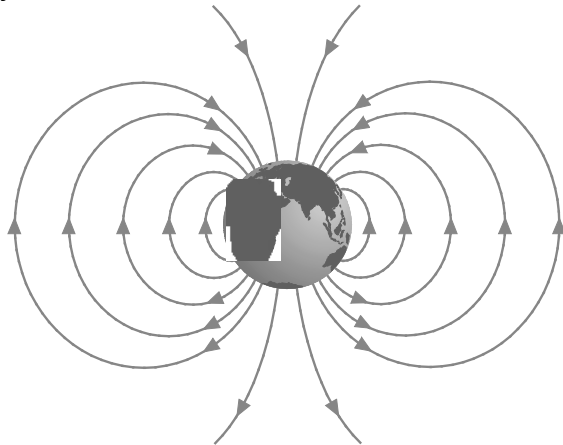
Siten

- a) mitä suurempi massa hiukkasella on, sitä suurempi on sen radan säde r , koska massa on lausekkeen osoittajassa.
- b) mitä suurempi hiukkasen nopeus on, sitä suurempi sen radan säde on, koska nopeus on lausekkeen osoittajassa.
- c) mitä suurempi varaus hiukkasella on, sitä pienempi sen radan säde on, koska varaus on lausekkeen osoittajassa.

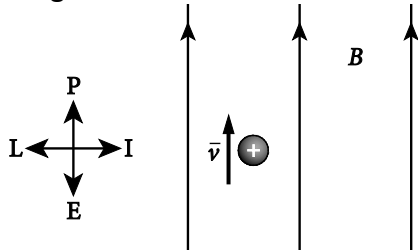


36.

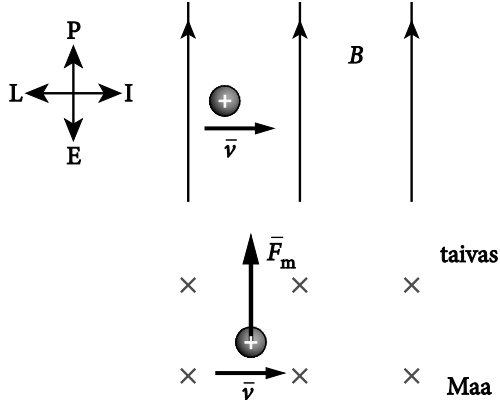
Maan magneettikenttä on päiväntasaajalla maanpinnan suuntainen. Sen suunta on etelästä pohjoiseen.



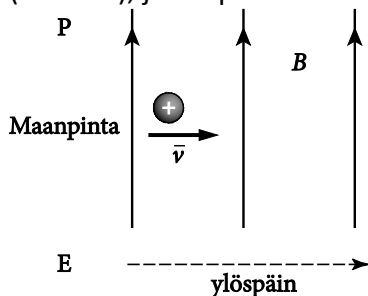
- a) Protoni lentää magneettivuontiheys viivojen suuntaan, joten siihen ei vaikuta magneettikentästä aiheutuvaa voimaa.



- b) Protoni lentää kohtisuoraan magneettivuontiheys viivoja vastaan. Voima suuntautuu kohtisuoraan maanpinnasta ylöspäin.



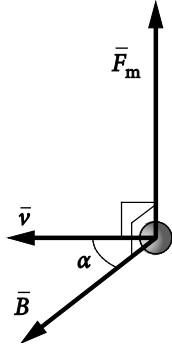
- c) Kuvaan on merkitty pohjoinen ja etelä. Länsi on paperin pinnasta ylös ja itä paperin sisään. Varattu hiukkanen lentää ylöspäin (paperissa oikealle). Siten voiman suunta on paperista ylös (länteen), joten protoni kaartaa länteen. Voiman suunta on länteen.



37.

Oikean käden säännön mukaisesti varattuun hiukkaseen vaikutta magneettinen voima, jos hiukkanen liikkuu kohtisuorassa magneettikenttää vastaan.

- Hiukkasella A ei ole varausta, koska sen rata ei kaarru.
- Hiukkasilla B, C ja D varaukset ovat positiiviset, koska ne kaikki kaartuvat vastapäivään.



38.

a) Kentän käsitettä käytetään fysiikassa etävuorovaikutuksen kuvaamiseen. Kentällä kuvataan kahden toisistaan erillään olevan kappaleen välistä vuorovaikutusta. Kappale synnyttää ympärilleen kentän. Kentän ominaisuudet määräytyvät kappaleen ominaisuuksista, kuten massasta ja varauksesta. Kun tämän kappaleen kenttään sijoitetaan toinen kappale, kenttä aiheuttaa siihen voiman, jota voidaan tarkastella kentän ja kappaleen vuorovaikutuksena. Siis kahden kappaleen välinen vuorovaikutus ajatellaan kaksivaiheiseksi:

- kappale A synnyttää ympärilleen kentän
- kenttä aiheuttaa voiman siinä olevaan kappaleeseen B.

b)

- Sähkökentän aiheuttaa sähkövaraus.
- Magneettikentän voi synnyttää liikkuva sähkövaraus tai magneettinen aine.

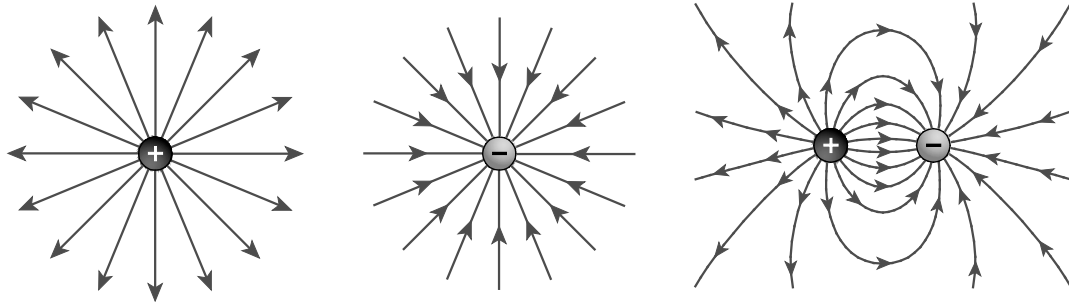
c)

- Sähkökenttää kuvaa suure on sähkökentän voimakkuus $\vec{E}$. Sähkökenttä kohdistaa varattuun hiukkaseen voiman, jonka suuruus on $F = QE$. Hiukkasen varauksen suuruus on Q .
- Magneettikenttää kuvaa suure magneettivuontiheys $\vec{B}$. Magneettikentän liikkuvaan varaukseen (nopeus $\vec{v}$, varauksen suuruus on Q) kohdistama voiman suuruus on $F = QvB$. Suunta saadaan oikean käden säännöllä.

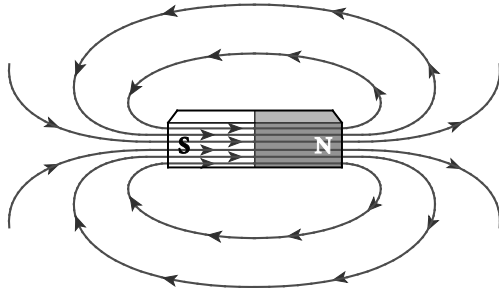
d)

Kenttäviivat ovat suunnattuja viivoja. Kenttäviivojen tiheys kuvaa kentän voimakkuutta. Sähkökentän kenttäviivat alkavat positiivisesta varauksesta ja päättyvät negatiiviseen. Magneettikentän kenttäviivat ovat sulkeutuvia käyriä.

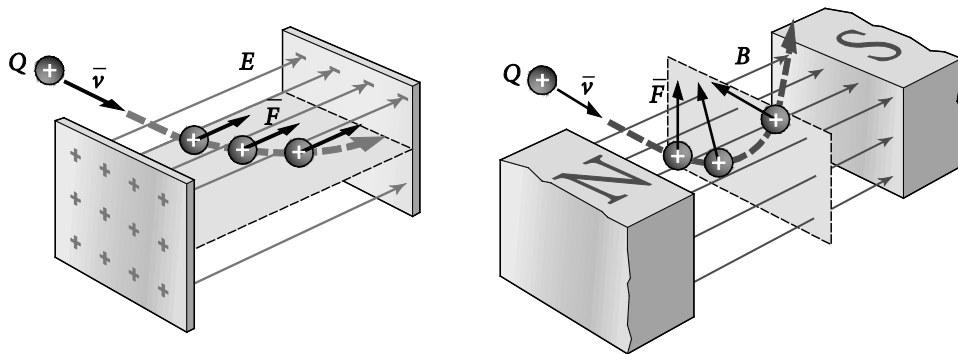
Sähkökenttä



Magneettikenttä



39.



- Sähkökentässä olevaan varattuun hiukkaseen vaikuttaa aina sähköinen voima. Magneettikentässä olevaan varattuun hiukkaseen vaikuttaa magneettinen voima vain jos hiukkanen liikkuu.
- Molemmat kentät voivat muuttaa varatun hiukkasen liikkeen suuntaa.
 - Sähkökentässä varattu hiukkanen liikkuu pitkin paraabelirataa, koska sähköisen voiman suunta pysyy samana.
 - Magneettikentässä varattu hiukkanen liikkuu pitkin ympyrärataa, koska magneettisen voiman suunta muuttuu nopeuden suunnan muuttuessa. Magneettinen voima on koko ajan kohtisuorassa nopeuteen nähden. Siksi magneettinen voima ei tee työtä, ja varatun hiukkasen liike-energia on vakio.
- Sähkökentässä varatun hiukkasen vauhti voi kasvaa. Magneettikentässä varatun hiukkasen vauhti ei muutu, sillä voima on kohtisuorassa liikkeen suuntaa vastaan.

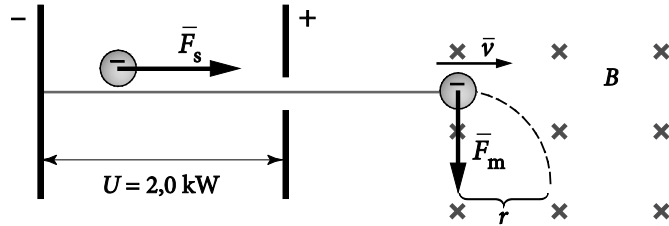
40. $v_0 = 0 \text{ m/s}$, $U = 2,0 \text{ kV}$, $r = 0,10 \text{ m}$, $m_e = 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, $Q_e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $B = ?$

Elektronia kiihdytetään sähkökentässä. Elektronin massa on pieni, joten paino on suuruudeltaan merkityksetön sähköiseen voimaan verrattuna. Myös vastusvoimat ovat merkityksettömiä.

Työperiaatteen mukaan elektronin liike-energian muutos on yhtä suuri kuin sähköisen voiman tekemä työ

$$\Delta E = W = Q_e U$$

$$\frac{1}{2} m_e v^2 - \frac{1}{2} m_e v_0^2 = Q_e U.$$



Koska elektroni lähtee levosta, niin

$$\frac{1}{2} m_e v^2 = Q_e U$$

$$v = \sqrt{\frac{2Q_e U}{m_e}}.$$

Elektroni joutuu ympyräradalla, kun $\vec{v} \perp \vec{B} \perp \vec{F}_m$, joten se on ohjattava kohtisuorasti homogeeniseen magneettikenttään.

Dynamiikan peruslain mukaan elektronin liikeyhtälö on $\Sigma \vec{F} = m_e \vec{a}$.

Ainoa elektroniin vaikuttava merkittävä voima on magneettinen voima, jonka suuruus on

$$F_m = Q_e v B. \text{ Koska elektroni on ympyräradalla, sen normaalikiihtyvyys on } a_n = \frac{v^2}{r}.$$

Ratkaistaan elektronin liikeyhtälöstä magneettivuon tiheyden suuruus

$$Q_e v B = m_e \frac{v^2}{r}$$

$$B = \frac{m_e v}{Q_e r} = \frac{m_e}{Q_e r} \sqrt{\frac{2Q_e U}{m_e}} = \sqrt{\frac{2m_e U}{r^2 Q_e}}$$

$$= \sqrt{\frac{2 \cdot 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 2,0 \cdot 10^3 \text{ V}}{(0,10 \text{ m})^2 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}}}$$

$$= 1,5081 \cdot 10^{-3} \text{ T} \approx 1,5 \text{ mT}$$

Vastaus: Magneettivuon tiheyden suuruus on 1,5 mT.

41. $v_0 = 2,2 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}, l = 15 \text{ cm}, m = 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg},$

$$Q_e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \alpha = 25^\circ, B = ?$$

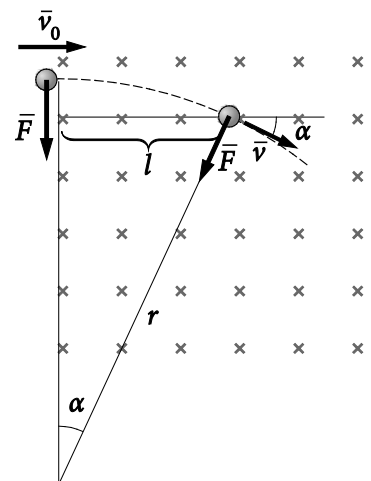
Ainoa merkittävä elektroneihin vaikuttava voima on magneettinen voima, jonka suuruus on $F_m = Q_e v B$. Elektronit ovat tasaisessa ympyräliikkeessä,

joten elektronien normaalikiihtyvyys on $a_n = \frac{v^2}{r}$. Dynamiikan peruslain

mukaan $\Sigma \vec{F} = m \vec{a}$, joten

$$Q_e v B = m \frac{v^2}{r}$$

$$B = \frac{mv}{Q_e r}.$$



Elektronisuihkun suunta muuttuu $\alpha = 25^\circ$. Kuvan perusteella kulma α on myös säteiden välinen kulma, joten $\sin \alpha = \frac{l}{r}$.

Ratkaistaan säde r

$$r = \frac{l}{\sin \alpha} \text{ ja sijoitetaan se } B\text{:n lausekkeeseen}$$

$$B = \frac{mv \sin \alpha}{Q_e l} = \frac{9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 2,2 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \sin 25^\circ}{1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 0,15 \text{ m}}$$
$$= 3,524 \cdot 10^{-4} \text{ T} \approx 3,5 \cdot 10^{-4} \text{ T}.$$

Vastaus: Magneettivuon tiheyden suuruus on $3,5 \cdot 10^{-4} \text{ T}$.

4 Varatun hiukkasen liike sähkö- ja magneettikentässä

Perustehtävät

42.

- a) Varatun hiukkasen nopeutta voidaan muuttaa sähkökentän avulla. Varattuun hiukkaseen vaikuttavan sähköisen voiman suuruus saadaan kaavalla $F_s = QE$. Voiman suuruus on vakio homogeenisessa sähkökentässä, ja voiman suunta on yhdensuuntainen sähkökentän kanssa. Hiukkasen kiihtyvyys on vakio.

- elektroniin vaikuttava voima
- protoniin vaikuttava voima

Magneettikentän avulla varatun hiukkasen nopeutta ei voida muuttaa.

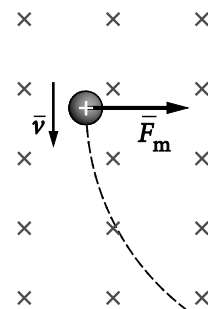
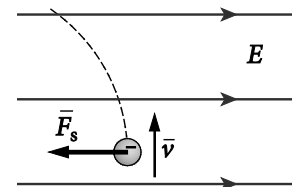
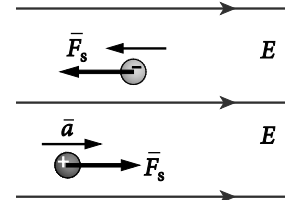
- b) Varatun hiukkasen suuntaa voidaan muuttaa sähkökentän tai magneettikentän avulla.

- Jos varattu hiukkanen liikkuu sähkökenttää vastaan kohtisuorassa suunnassa, hiukkasen rata kaareutuu.
- Magneettikentässä varattuun hiukkaseen vaikuttaa magneettinen voima, jonka suuruus saadaan kaavalla $F_m = QvB$. Voiman suunta saadaan oikean käden säännöllä.

- Voiman suunta muuttuu samalla, kun hiukkasen nopeuden suunta muuttuu, sillä voima on kohtisuorassa liikkeen suuntaa vastaan. Hiukkasen kiihtyvyys on normaalikiihtyvyyttä.

c)

- Sähkökentällä varattuja hiukkasia ohjataan ja kiihdytetään. Esim. oskilloskooppi tai lineaarikiihdytin.
- Magneettikentällä ohjataan varattuja hiukkasia. Esim. syklotroni tai massaspektrometri.



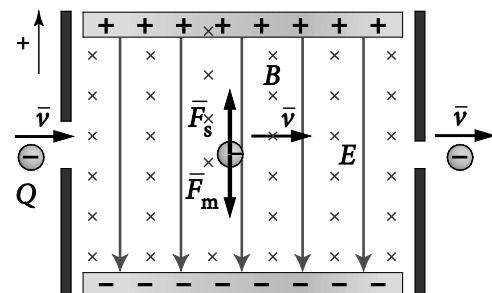
43.

Magneetti- ja sähkökenttien suunnat valitaan siten, että varattuun hiukkaseen vaikuttavat magneettinen ja sähköinen voima ovat toisilleen vastakkais-suuntaiset.

Nopeudervalitsimen läpi kulkee suoraan sellaiset hiukkaset, joihin vaikuttavat voimat kumoavat toistensa vaikutuksen, Newtonin 2. lain mukaan $\sum \vec{F} = \vec{0}$ eli

$$QE = QvB.$$

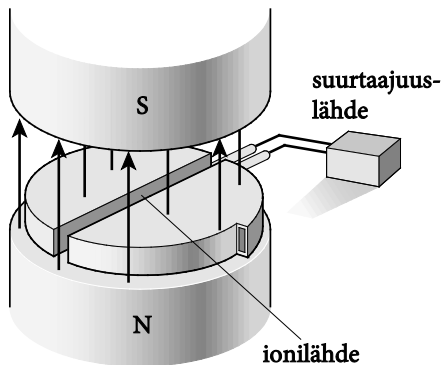
Tästä saadaan hiukkasten nopeusehto $v = \frac{E}{B}$.



44.

- Syklotronissa on kaksi onttoa D-kirjaimen muotoista metallikotelo.
- Metallikotelot ovat suuren sähkömagneetin napojen välissä homogeenisessa magneettikentässä.
- Kiihdytettävien ionien lähde on laitteen keskellä D-kappaleiden välissä.
- Syklotronin käytön aikana D-kappaleet ovat tyhjiössä.

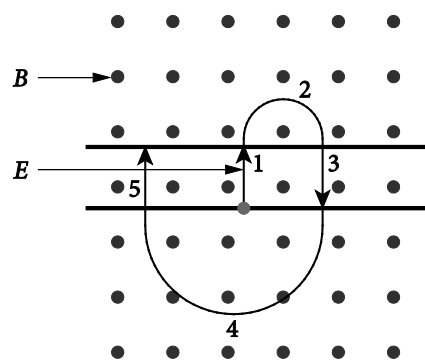
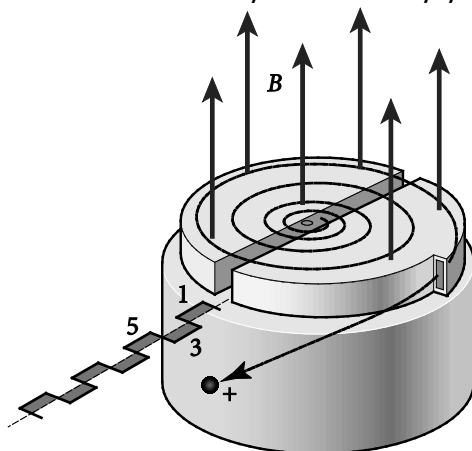
- D-kappaleiden välillä on suuritaajuinen vaihtojännite.



45.

a)

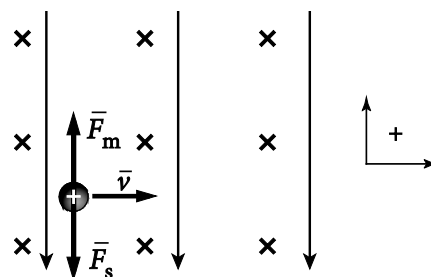
- D-kappaleiden välille synnytetään jännitteen avulla sähkökenttä. Sähkökentän suunnan on oltava sellainen, että se kasvattaa varatun hiukkasen nopeutta.
- Koska hiukkaset kiertävät ympyräradalla, aina puolen kierroksen välein ne ylittävät D-kappaleiden raon vastakkaisiin suuntiin.
- Suuritaajuinen vaihtojännite saa aikaan raossa suunnaltaan jaksollisesti vaihtelevan homogeenisen sähkökentän. Sähkökenttä kiihdyttää varattua hiukkasta aina, kun se on raossa.
- Kuvaan on merkitty kolme kiihdytysvaihetta.



- b) Vaihtojännitteen yhden jakson T aikana varatut hiukkaset kiertävät syklotronissa yhden kierroksen. Eli hiukkasten kierrosaika on myös T . Siten vaihtojännitteen taajuus on sama kuin varattujen hiukkasten kierrostaajuus $f = \frac{1}{T}$.

46. $E = 2,6 \frac{\text{kV}}{\text{m}}$, $B = 35 \text{ mT}$, $v = ?$

Suihku kulkee suoraan kenttien läpi jos ioneihin vaikuttavat sähköinen ja magneettinen voima kumoavat toistensa vaikutuksen.



Dynamiikan peruslain $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ mukaan

$$F_m - F_s = 0$$

$$QvB - QE = 0$$

$$v = \frac{E}{B} = \frac{2,6 \cdot 10^3 \frac{\text{V}}{\text{m}}}{35 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2}} = 7,429 \cdot 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 7,4 \cdot 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Vastaus: Ionien nopeus on $7,4 \cdot 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

47. $r = 0,45 \text{ m}$, $m = 3,344 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, $E_k = 9,6 \text{ MeV}$, $Q_d = e$, $f = ?$, $B = ?$

Deuteroni on vetyatomin isotooppi, jonka ytimessä on protoni ja kaksi neutronia.

a) Jotta deuteronit kiihtyisivät syklotronissa, vaihtojännitteen taajuuden on oltava sama kuin deuteronien kierrostaajuus.

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{v}{2\pi r}$$

Deuteronin nopeuden suuruus saadaan liike-energian avulla

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2, \text{ josta}$$

$$v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}}.$$

Siten vaihtojännitteen taajuus on

$$f = \frac{v}{2\pi r} = \frac{\sqrt{\frac{2E_k}{m}}}{2\pi r} = \frac{\sqrt{\frac{2 \cdot 9,6 \cdot 10^6 \text{ eV} \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \frac{\text{J}}{\text{eV}}}{3,344 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}}}{2\pi \cdot 0,45 \text{ m}} = 1,0726 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{s}} \approx 11 \text{ MHz}.$$

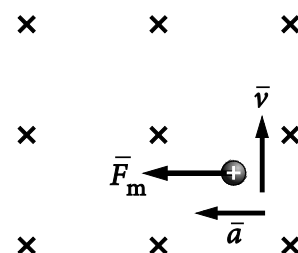
b) Ainoa deuteroniin vaikuttava merkittävä voima on magneettinen voima, jonka suuruus on

$F_m = Q_d v B$. Ympyräradalla deuteronin normaalikiihtyvyys on $a_n = \frac{v^2}{r}$. Siten dynamiikan

peruslain $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ mukaan deuteronin liikeyhtälö on

$$Q_d v B = m \frac{v^2}{r}.$$

Ratkaistaan magneettivuon tiheyden suuruus



$$B = \frac{mv}{Q_d r}$$

$$= \frac{2,014 \cdot 1,661 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot 30,3 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 0,45 \text{ m}}$$

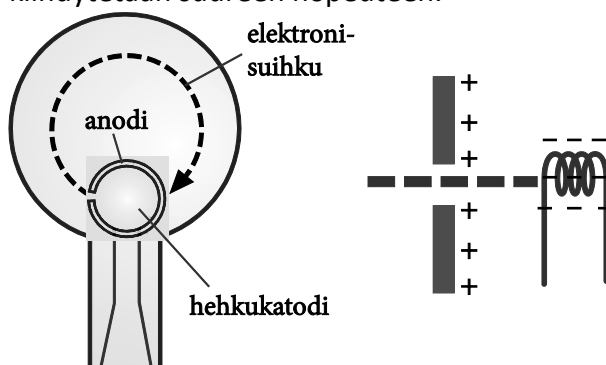
$$= 1,406 \text{ T} \approx 1,4 \text{ T}$$

Vastaus:

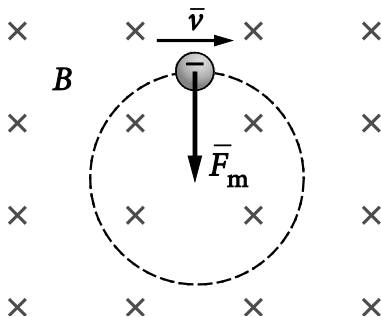
- a) Kiihdytysjännitteen taajuus on 11 MHz .
b) Magneettivuon tiheyden suuruus on 1,4 T.

48.

- a) Elektronitykissä on suuri sähkökenttä, jonka avulla hehkukatodista irronneet elektronit kiihdytetään suureen nopeuteen.



b)



- c) Magneettikenttään nähden kohtisuorasti liikkuvaan elektroniin kohdistuu hiukkasen liikesuuntaa ja magneettikentän suuntaa vastaan kohtisuora voima. Magneettisen voiman suuruus on $F_m = QvB$ ($F_m \perp v \perp B$). Siten elektronien radat ovat ympyrätoja.
d) Kiihdytysjännitteen kasvaessa elektronin nopeus kasvaa.

Ratkaistaan elektronin liikeyhtälöstä $QvB = m \frac{v^2}{r}$ radan säde $r = \frac{mv}{QB}$.

Koska elektronin massa sekä varaus ovat vakioita, ja magneettivuon tiheyden suuruus pysyy myös vakiona, niin nopeuden kasvaessa radan säde r kasvaa.

Soveltavat tehtävät

49. $U = 2,1 \text{ MV}$, $r = 1,0 \text{ m}$, $Q_\alpha = 2e$, $m_\alpha = 6,645 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, $B = ?$

Työperiaatteen mukaan α -hiukkasen liike-energian muutos on yhtä suuri kuin sähköisen voiman tekemä työ

$$\Delta E = W = Q_\alpha U$$

$$\frac{1}{2} m_\alpha v^2 - \frac{1}{2} m_\alpha v_0^2 = Q_\alpha U, \text{ missä } v_0 = 0.$$

Ratkaistaan nopeus

$$v = \sqrt{\frac{2Q_\alpha U}{m_\alpha}}.$$

Ainoa alfahiukkaseen vaikuttava merkittävä voima on magneettinen voima, jonka suuruus on $F_m = Q_\alpha v B$. Alfahiukkanen joutuu magneettikentässä ympyräradalle, joten sen kiihtyvyys on

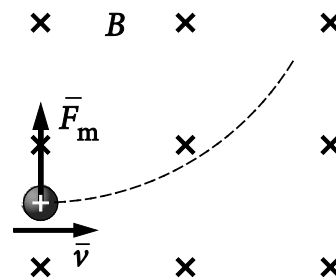
normaalkiihtyvyyttä $a_n = \frac{v^2}{r}$. Dynamiikan peruslain $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ mukaan

$$F_m = m_\alpha a_n$$

$$Q_\alpha v B = m_\alpha \frac{v^2}{r}.$$

Ratkaistaan magneettivuon tiheyden suuruus

$$\begin{aligned} B &= \frac{m_\alpha v}{Q_\alpha r} = \frac{m_\alpha}{Q_\alpha r} \sqrt{\frac{2Q_\alpha U}{m_\alpha}} = \sqrt{\frac{2m_\alpha U}{Q_\alpha r^2}} \\ &= \sqrt{\frac{2 \cdot 6,645 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot 2,1 \cdot 10^6 \text{ V}}{2 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot (1,0 \text{ m})^2}} \\ &= 0,295 \text{ T} \approx 0,30 \text{ T} \end{aligned}$$



Vastaus: Magneettivuon tiheyden suuruus on 0,30 T.

50. $U = 120 \text{ kV}$, $B = 35 \text{ mT}$, $Q_e = 3e = 3 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $m = 6,64 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$, $E = ?$

Ainoat merkittävät ionien liikkeeseen vaikuttavat voimat ovat magneettinen voima ja sähköinen voima. Dynamiikan peruslain $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ mukaan tasapainotilanteessa on

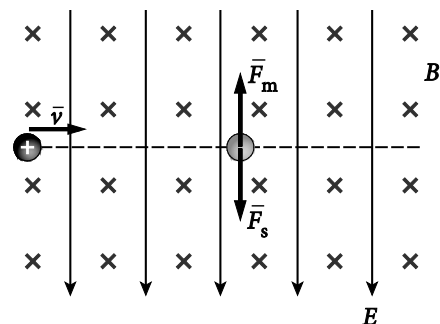
$$F_m - F_s = 0$$

$$Q_e v B - Q_e E = 0.$$

Joten sähkökentän voimakkuuden suuruus on $E = vB$.

Ionit lähtevät levosta, $v_0 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Ionien loppunopeus

saadaan työperiaatteesta



$$\Delta E = W = QU$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = QU$$

$$v^2 = \frac{2QU}{m}$$

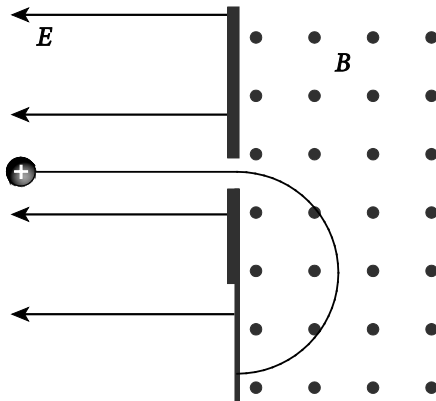
$$v = \sqrt{\frac{2QU}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 120000 \text{ V}}{6,64 \cdot 10^{-26} \text{ kg}}} = 1,318 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Siten sähkökentän voimakkuuden suuruus on

$$E = vB = 1,318 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0,035 \text{ T} = 4,613 \cdot 10^4 \frac{\text{N}}{\text{C}} \approx 46 \frac{\text{kN}}{\text{C}}.$$

Vastaus: Sähkökentän voimakkuuden suuruus on 46 kN/T.

51. $E_{\text{KA}} = 65 \text{ keV}$, $B = 0,147 \text{ T}$, $r = 0,48 \text{ m}$, $Q_e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $V_A = ?$



Magneettinen voima, jonka suuruus on $F_B = QvB$, on ainut merkittävä ionien liikkeeseen

vaikuttava voima. Koska ympyräradalla $\vec{B} \perp \vec{v}$ ja ionien normaalikiiktyvyys on $a_n = \frac{v^2}{r}$, dynamiikan peruslain $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$ mukaan ionien liikeyhtälöksi saadaan

$$QvB = \frac{mv^2}{r}.$$

Ionit tulevat magneettikenttään nopeudella $v = \frac{QBr}{m}$.

Tällä nopeudella liikkuvan ionin liike-energia on

$$\begin{aligned}
 E_K &= \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\left(\frac{QBr}{m}\right)^2 = \frac{(QBr)^2}{2m} \\
 &= \frac{(1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 0,147 \text{ T} \cdot 0,48 \text{ m})^2}{2 \cdot 12,000 \cdot 1,66054 \cdot 10^{-27} \text{ kg}} \\
 &= 3,20613 \cdot 10^{-15} \text{ J} \\
 &= \frac{3,20613 \cdot 10^{-15}}{1,602 \cdot 10^{-19}} \text{ eV} = 20013 \text{ eV} \approx 20 \text{ keV}
 \end{aligned}$$

Työperiaatteen mukaan jarrutustyö

$$W = \Delta E_k = Q_e U = E_{KL} - E_{KA} = 20 \text{ keV} - 65 \text{ keV} = -45 \text{ keV}$$

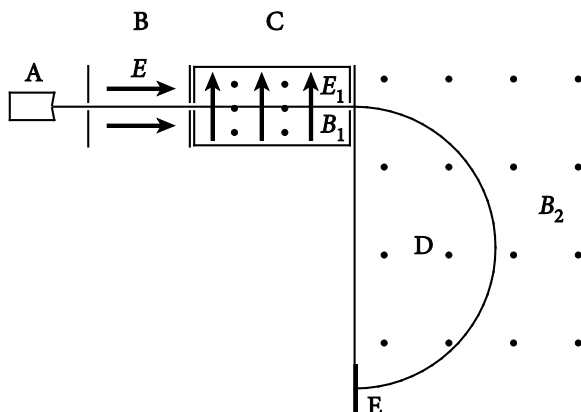
Siten levyjen A ja B välinen jännite on $U_{AB} = \frac{W}{Q_e} = \frac{-45 \text{ keV}}{1 \text{ e}} = -45 \text{ kV}$.

Koska $V_B = 0 \text{ V}$, niin levyn A potentiaali on $V_A = -45 \text{ kV}$.

Vastaus: Levyn A potentiaali on $V_A = -45 \text{ kV}$.

52.

a)



Laite A on ionilähde, jossa tutkittava aine ionisoidaan. Ainoastaan varattuja hiukkasia voidaan kiihdyttää ja ohjata magneettikentissä ja sähkökentissä.

Kiihdytettyt ionit ovat yleensä positiivisia ja kentät on valittu tämän ehdon mukaisiksi kuvassa.

Laite B on kiihdyttävä sähkökenttä $\vec{E}$. Ionin kiihdyttämisen seurauksena sille saadaan tietty nopeus ja liike-energia.

Laite C on nopeudenvälitsin. Varattuun hiukkaseen vaikuttavat voimat ovat siinä

$$\text{vastakkaissuuntaiset. Saadaan nopeusehto } v = \frac{E_1}{B_1}.$$

Laite D on homogeeninen magneettikenttä joka saa siihen kohtisuorasti tulevat varatut hiukkaset ympyräradalle. Radan säde riippuu ionin massasta.

Laite E on kohtiolevy johon ionit jättävät osuessaan jäljen. Levy voi olla esimerkiksi valokuvauslevy.

b) $\Delta d = 10,2 \text{ mm}$, $E_1 = 28,6 \text{ kV/m}$, $B_1 = 0,110 \text{ T}$, $Q_e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $B_2 = ?$

Nopeudenvälitsimessä ionit etenevät suoraan, jos magneettisen voiman ja sähköisen voiman

suuruudet ovat samat, joten dynamiikan peruslain mukaan $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$, jossa $a = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Saadaan

$$F_m - F_s = 0$$

$$QvB_1 = QE_1$$

josta nopeuden suuruus on

$$v = \frac{E_1}{B_1}.$$

Analysoivassa magneettikentässä on dynamiikan peruslain mukaan

$$F_{m2} = m\vec{a}$$

$$QvB_2 = m \frac{v^2}{r}$$

josta ionien ympyräradan säteeksi saadaan

$$r = \frac{mv}{QB_2}.$$

Osumakohtien etäisyys

$$\Delta d = 2(r_2 - r_1)$$

$$= 2\Delta r$$

$$= \frac{2vm_2}{QB_2} - \frac{2vm_1}{QB_2}$$

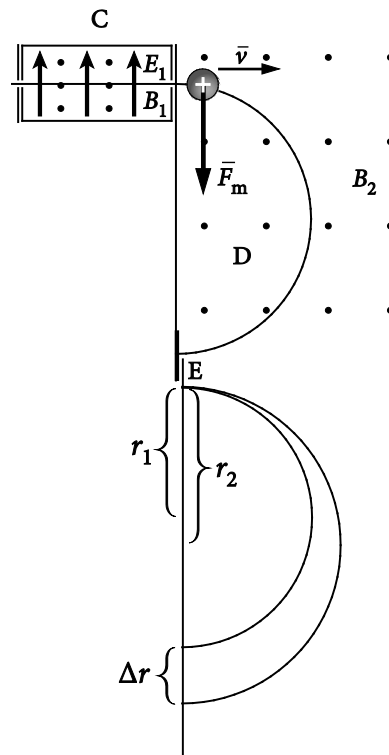
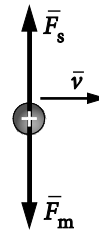
$$= \frac{2v}{QB_2} \Delta m$$

$$= \frac{2E_1 \Delta m}{QB_1 B_2}$$

josta

$$B_2 = \frac{2E_1 \Delta m}{QB_1 \Delta d}$$

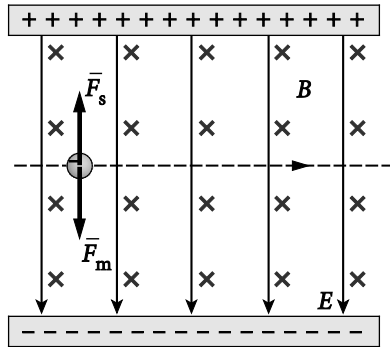
$$\begin{aligned} &= \frac{2 \cdot 28,6 \cdot 10^3 \frac{\text{V}}{\text{m}} \cdot 1,00 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kgm}^2}{1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 0,110 \text{ Vs} \cdot 0,0102 \text{ m}} \\ &= 0,5283 \text{ T} \approx 0,528 \text{ T}. \end{aligned}$$



Vastaus: b) Magneettivuontiheyden suuruus on 0,528 T.

53. $E = 2,5 \text{ kV/m}$, $B = 36 \text{ mT}$, $Q_e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $v = ?$

- a) Jotta elektronisuihku etenee suoraan, sähkö- ja magneettikenttä on asetettava kohtisuoraan toisiaan vasten ja elektronisuihkun on tultava molempia kenttiä vastaan kohtisuorasti. Tällöin magneettinen voima ja sähköinen voima ovat yhtä suuret ja vastakkaisuntaiset.



- b) Dynamiikan peruslain $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ mukaan

$$F_m - F_s = 0$$

$$Q_e v B - Q_e E = 0,$$

josta ratkaistaan elektronien nopeuden suuruus

$$v = \frac{E}{B} = \frac{2,5 \cdot 10^3 \frac{\text{V}}{\text{m}}}{36 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2}} = 6,9444 \cdot 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 69 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

- c) Kuvan tilanteessa:

- 1° Pelkässä magneettikentässä rata on alaspäin kaartuva ympyrärata, koska magneettinen voima F_m on koko ajan kohtisuoraan elektronin liikettä vastaan.
- 2° Pelkässä sähkökentässä elektronin rata on paraabeli ja kaartuu ylös, koska sähköisen voiman suunta on koko ajan ylöspäin.

Vastaus: b) Elektronien nopeuden suuruus on 69 km/s.

54. $B = 0,35 \text{ T}$, $r = 11,4 \text{ cm}$, $E_k = ?$, $f = ?$

- a) Magneettikenttä kohdistaa varattuun hiukkaseen voiman suuruus on $F = QvB$, kun $\vec{v} \perp \vec{B}$. Muita oleellisesti vaikuttavia voimia ei ole.

Dynamiikan peruslain $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ mukaan, kun protoni liikkuu ympyräradalla $a = a_n = \frac{v^2}{r}$,

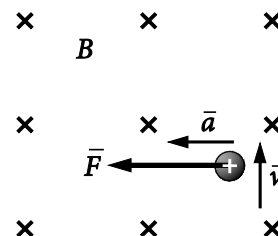
protonin liikeyhtälö on

$$QvB = \frac{mv^2}{r}.$$

Protonin nopeuden suuruus on $v = \frac{QBr}{m}$.

Protonin liike-energia

$$\begin{aligned} E_k &= \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} m \left(\frac{QBr}{m} \right)^2 = \frac{(QBr)^2}{2m} \\ &= \frac{(1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 0,35 \text{ T} \cdot 0,114 \text{ m})^2}{2 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}} \\ &= 1,2233 \cdot 10^{-14} \text{ J} \\ &\approx 1,2 \cdot 10^{-14} \text{ J} = 76 \text{ keV}. \end{aligned}$$



- b) Protonien kiertoaika T syklotronissa on yhtä suuri kuin kiihdyttävän sähkökentän synnyttämän vaihtojännitteen jaksonaika T . Siten kiihdytysjännitteen taajuus on sama kuin protonin kiertoliikkeen taajuus

$$\begin{aligned} f &= \frac{1}{T} = \frac{v}{2\pi r} \\ &= \frac{QBr}{2\pi rm} = \frac{QB}{2\pi m} \\ &= \frac{1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 0,35 \text{ T}}{2\pi \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}} \\ &= 5,3463 \cdot 10^6 \text{ Hz} \\ &= 5,3 \cdot 10^6 \text{ Hz} \approx 5,3 \text{ MHz}. \end{aligned}$$

Vastaus:

- a) Syklotronilla kiihdytettyjen protonien energia on 76 keV.
b) Syklotronin kiihdytysjännitteen taajuus on 5,3 MHz.

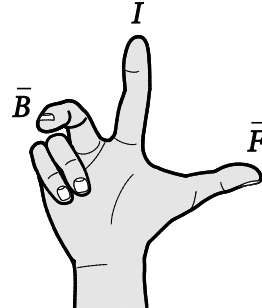
5 Magneettikenttä kohdistaa virtajohtimeen voiman

Perustehtävät

55.

Suunnat päätellään oikean käden säännön avulla.

- a) ylös paperista
- b) paperin sisään
- c) paperin sisään
- d) paperista ylöspäin
- e) paperin sisään
- f) paperista ylöspäin



56. $I = 1,3 \text{ A}$, $r = 0,32 \text{ m}$, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2}$, $B = ?$

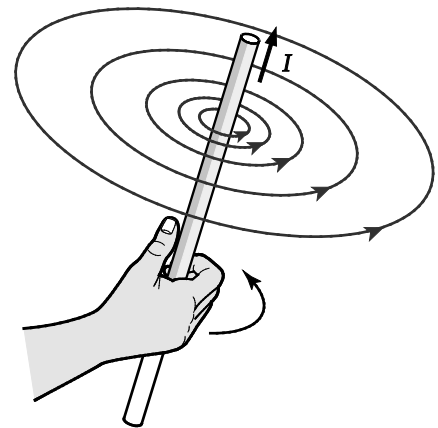
Suoran virtajohtimen magneettivuon tiheyden suuruus on

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{r} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2}}{2\pi} \cdot \frac{1,3 \text{ A}}{0,32 \text{ m}}$$

$$= 8,125 \cdot 10^{-7} \text{ T}$$

$$\approx 8,1 \cdot 10^{-7} \text{ T}.$$

Vastaus: Magneettivuon tiheyden suuruus on $8,1 \cdot 10^{-7} \text{ T}$.



57. $l = 1,20 \text{ m}$, $I = 0,95 \text{ A}$, $B = 1,2 \mu\text{T}$, $F = ?$

Koska $I \perp B$, magneettisen voiman suuruus on $F_m = I l B$.

Sijoitetaan lukuarvot

$$F_m = I l B$$

$$= 0,95 \text{ A} \cdot 1,20 \text{ m} \cdot 1,2 \cdot 10^{-6} \text{ T}$$

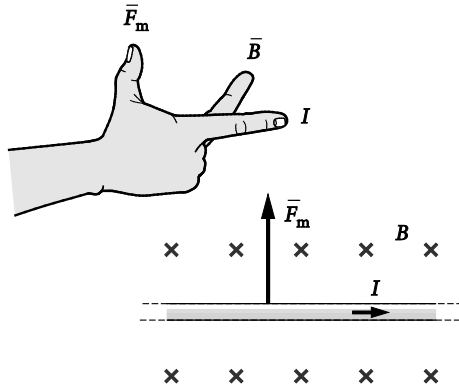
$$= 1,368 \cdot 10^{-6} \text{ N}$$

$$\approx 1,4 \cdot 10^{-6} \text{ N}$$

Vastaus: Voiman suuruus on $1,4 \cdot 10^{-6} \text{ N}$.

58. $I = 35 \text{ A}$, $l = 0,55 \text{ m}$, $F = 19 \text{ mN}$, $B = ?$

- a) Oikean käden säännön mukaisesti, johtimessa on sähkövirta oikealle.



- b) Johdin on kohtisuorassa magneettikenttää vastaan, joten magneettisen voiman suuruus on $F_m = IlB$.

Ratkaistaan magneettivuon tiheyden suuruus

$$B = \frac{F_m}{Il} = \frac{19 \cdot 10^{-3} \text{ N}}{35 \text{ A} \cdot 0,55 \text{ m}} = 9,8701 \cdot 10^{-4} \text{ T} \approx 0,99 \text{ mT}.$$

Vastaus: b) Magneettivuon tiheyden suuruus on 0,99 mT.

59. $m = 0,17 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$, $l = 4,0 \cdot 10^{-2} \text{ m}$, $B = 32 \cdot 10^{-6} \text{ Wb}$, $I = ?$

- a) $\vec{F}_m$ on magneettikentän aiheuttama voima

$\vec{G}$ on paino

Paino on alaspäin. Magneettisen voiman on oltava ylöspäin, jotta johdin leijuisi. Sähkövirta on tällöin katsojasta poispäin.

- b) Magneettivuon tiheyden suuruus

$$B = \frac{\Phi}{A} = \frac{34 \cdot 10^{-6} \text{ Wb}}{(4,0 \cdot 10^{-2} \text{ m})^2} = 2,125 \cdot 10^{-2} \text{ T}.$$

Tasapainotilanteessa, johtimen leijuessa, johtimeen vaikuttavien voimien summa on nolla.

$$\Sigma \vec{F} = \vec{0}$$

$$F_m - G = 0$$

$$IlB = mg.$$

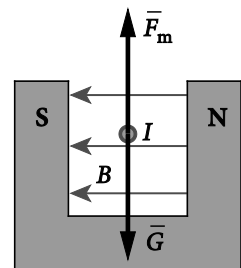
Sähkövirran pitää olla

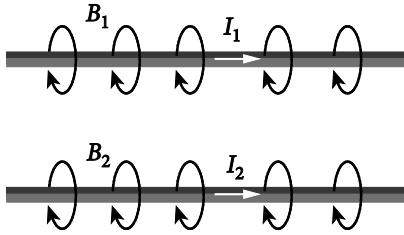
$$I = \frac{mg}{lB} = \frac{0,17 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{4,0 \cdot 10^{-2} \text{ m} \cdot 2,125 \cdot 10^{-2} \text{ T}} = 1,962 \text{ A} \approx 2,0 \text{ A}.$$

Vastaus: b) Sähkövirran johtimessa pitää olla 2,0 A.

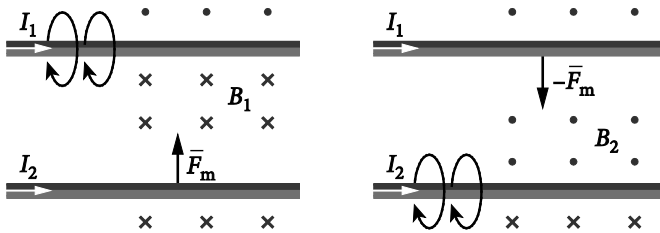
60. $I = 25 \text{ A}$, $r = 0,050 \text{ m}$, $l = 1 \text{ m}$, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2}$, $F = ?$

- a) Kuvassa on johtimen magneettikentät. Magneettikentät heikentävät toisiaan johtimien välissä.





- b) Suora virtajohdin synnyttää magneettikentän. Toinen johdin on tässä magneettikentässä. Oikean käden säännön avulla saadaan magneettisen voiman suunta.



- c) Yhdensuuntaisten johtimien välisen voiman suuruus on

$$F = \frac{\mu_0}{2\pi r} I_1 I_2 \cdot l$$

$$F = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2}}{2\pi \cdot 0,050 \text{ m}} \cdot (25 \text{ A})^2 \cdot 1 \text{ m} = 0,0025 \text{ N} \approx 2,5 \text{ mN}.$$

Vastaus: c) Johtimet vaikuttavat toisiinsa 2,5 mN voimalla.

Soveltavat tehtävät

61.

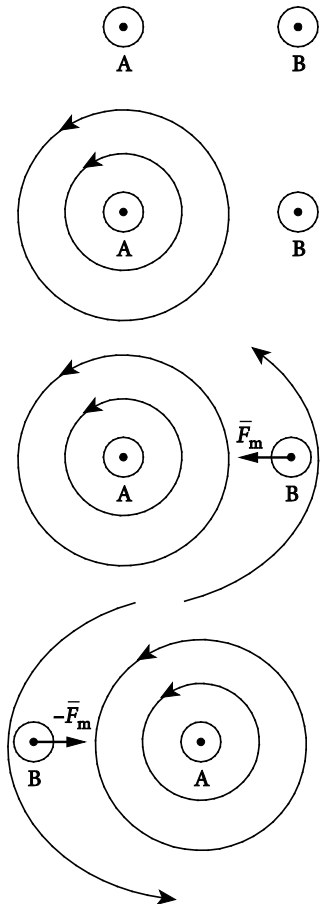
Tarkastellaan kahta virtajohtinta A ja B.

Johtimissa on sähkövirrat kuvan osoittamalla tavalla katsojaan päin.

Koska johtimessa A sähkövirta on katsojaan päin, johtimen A ympärillä magneettikenttä on kuvan mukainen (vastapäivään).

Tällöin oikean käden säännön avulla voidaan päätellä, että johtimeen B vaikuttaa magneettinen voima vasemmalle.

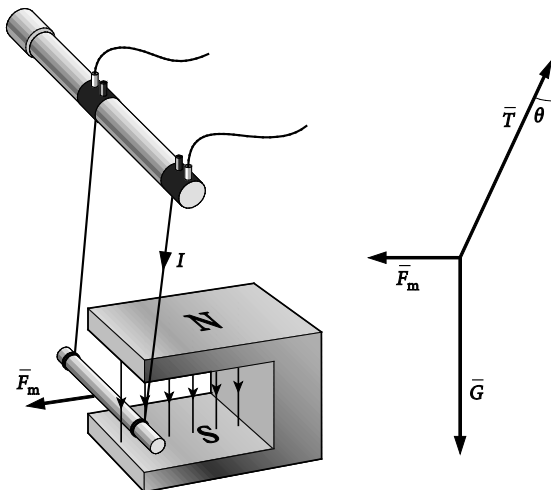
Vastaavasti johtimen B sähkövirta synnyttää magneettikentän (vastapäivään), joka vaikuttaa johtimeen A. Johtimen A vaikuttaa magneettinen voima oikealle ja johtimet vetävät toisiaan puoleensa.



62. $l = 12 \text{ cm}$, $\theta = 3,5^\circ$, $I = 4,5 \text{ A}$, $m = 15 \text{ g}$, $B = ?$

Tankoon kohdistuu kolme voimaa, joiden suuruudet ovat: painovoima

$G = mg$, magneettinen voima $F_m = IlB$ ja ripustusjohtimien jännitysvoima T .



Tanko on levossa, joten dynamiikan peruslain $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$ mukaan siihen kohdistuvien voimien vektorisumma on nolla $\vec{T} + \vec{G} + \vec{F}_m = \vec{0}$.

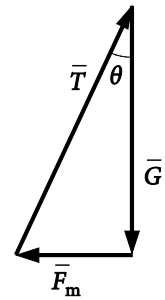
Voimakolmiosta saadaan

$$\frac{F_m}{G} = \tan \theta, \text{ eli } \frac{IlB}{mg} = \tan \theta,$$

josta voidaan ratkaista magneettivuon tiheyden suuruus

$$B = \frac{mg \tan \theta}{Il} = \frac{0,015 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \tan 3,5^\circ}{4,5 \text{ A} \cdot 0,12 \text{ m}} = 0,01667 \text{ T} \approx 17 \text{ mT}.$$

Vastaus: Magneetin magneettivuon tiheyden suuruus on 17 mT.



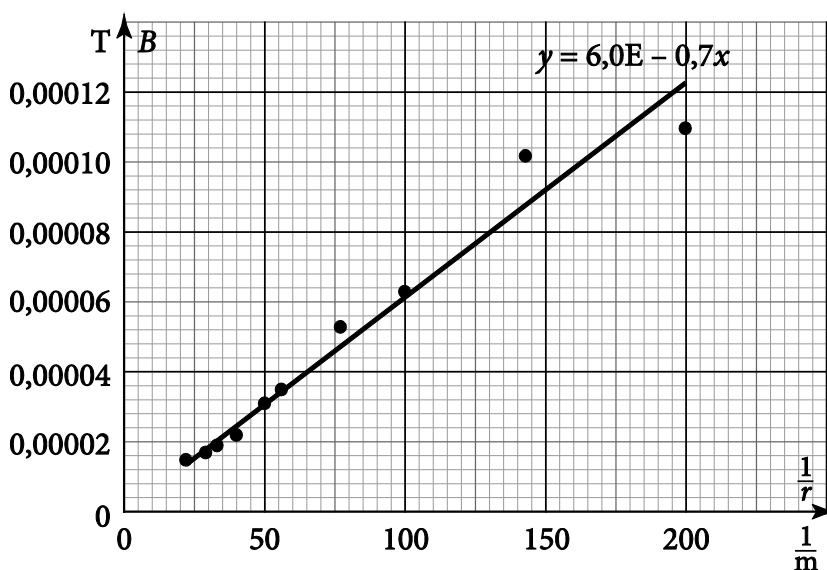
63.

Suoran virtajohtimen magneettikentän magneettivuon tiheyden suuruus on

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{r} = \frac{\mu_0}{2\pi} I \cdot \frac{1}{r} = k \cdot \frac{1}{r}.$$

Lasketaan taulukkoon $1/r$ -arvot ja piirretään kuvaaja $\frac{1}{r}$, B -koordinaatistoon. Sovitetaan origon kautta kulkeva suora.

r (cm)	r (m)	$1/r$ (1/m)	B (mT)	B (T)
0,5	0,005000	200	0,110	0,00011
0,7	0,007000	143	0,102	0,000102
1,0	0,010000	100	0,063	0,000063
1,3	0,013000	77	0,053	0,000053
1,8	0,018000	56	0,035	0,000035
2,0	0,020000	50	0,031	0,000031
2,5	0,025000	40	0,022	0,000022
3,0	0,030000	33	0,019	0,000019
3,5	0,035000	29	0,017	0,000017
4,5	0,045000	22	0,015	0,000015



Suoran fysikaaliseksi kulmakertoimeksi tulee $k = 6,0 \cdot 10^{-7} \text{ Tm}$.

Fysikaalisesta kulmakertoimesta saadaan $\frac{\mu_0}{2\pi} I = k$.

Ratkaistaan sähkövirta

$$I = \frac{2\pi k}{\mu_0}$$

ja sijoitetaan lukuarvot

$$I = \frac{2\pi \cdot 6,0 \cdot 10^{-7} \text{ Tm}}{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2}} = 3,0 \text{ A.}$$

Vastaus: Sähkövirta on 3,0 A.

64. $l = 1,2 \text{ m}$, $r = 0,23 \text{ m}$, $I_1 = 1,2 \text{ A}$, $I_2 = 0,95 \text{ A}$, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2}$, $F = ?$

Johtimien välisen voiman suuruus saadaan lausekkeesta

$$F = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1 I_2}{r} l.$$

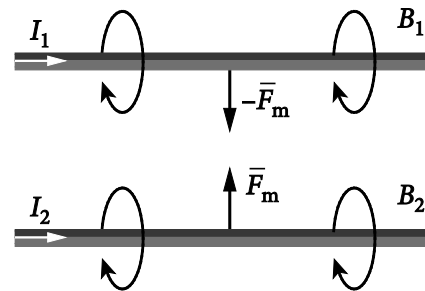
Tyhjön permeabiliteetti on $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2}$.

Sijoitetaan lukuarvot

$$F = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2}}{2\pi} \cdot \frac{1,2 \text{ A} \cdot 0,95 \text{ A}}{0,23 \text{ m}} \cdot 1,2 \text{ m}$$

$$= 1,1896 \cdot 10^{-6} \text{ N}$$

$$\approx 1,2 \cdot 10^{-6} \text{ N.}$$



Newtonin III lain mukaan myös johdin 2 vaikuttaa johtimeen 1 yhtä suurella voimalla.

Vastaus:

Johdin 1 vaikuttaa johtimeen 2 voimalla $1,2 \cdot 10^{-6} \text{ N}$. Newtonin III lain mukaan myös johdin 2 vaikuttaa johtimeen 1 yhtä suurella voimalla.

65. $I_1 = 1,3 \text{ A}$, $I_2 = 1,7 \text{ A}$, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2}$

$$r_1 = 32 \text{ cm} / 2 = 16 \text{ cm}, r_2 = 12 \text{ cm}, r_3 = 32 \text{ cm} - 12 \text{ cm} = 20 \text{ cm}$$

a) Magneettivuon tiheyden suuruus saadaan yhtälöstä $B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{r}$.

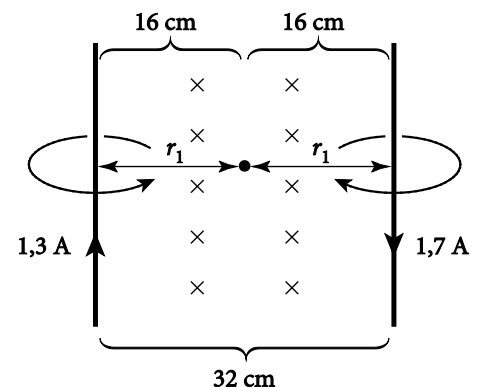
Vasemman johtimen magneettivuon tiheyden suuruus on

$$B_1 = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1}{r_1} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2}}{2\pi} \cdot \frac{1,3 \text{ A}}{0,16 \text{ m}} = 1,625 \cdot 10^{-6} \text{ T.}$$

Oikean johtimen magneettivuon tiheyden suuruus on

$$B_2 = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_2}{r_1} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2}}{2\pi} \cdot \frac{1,7 \text{ A}}{0,16 \text{ m}} = 2,125 \cdot 10^{-6} \text{ T.}$$

Koska sähkövirtojen suunnat ovat vastakkaiset, johtimien



väliin syntyy samansuuntaiset magneettikentät

$$B = B_2 + B_1 = 2,125 \cdot 10^{-6} \text{ T} + 1,625 \cdot 10^{-6} \text{ T} = 3,75 \cdot 10^{-6} \text{ T}.$$

b) Vasemman johtimen magneettivuon tiheyden suuruus on

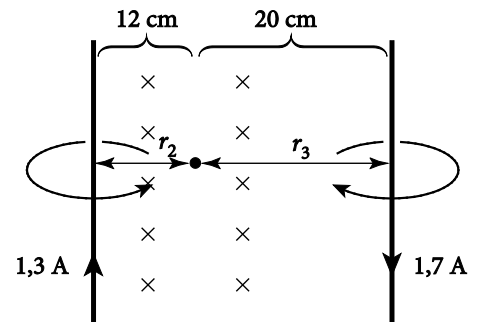
$$B_1 = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1}{r_2} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2}}{2\pi} \cdot \frac{1,3 \text{ A}}{0,12 \text{ m}} = 2,1667 \cdot 10^{-6} \text{ T}$$

Oikean johtimen magneettivuon tiheyden suuruus on

$$B_2 = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_2}{r_3} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2}}{2\pi} \cdot \frac{1,7 \text{ A}}{0,20 \text{ m}} = 1,7 \cdot 10^{-6} \text{ T}$$

Koska sähkövirtojen suunnat ovat vastakkaiset, magneettikentät ovat samansuuntaisia johtimien välissä

$$B = 2,1667 \cdot 10^{-6} \text{ T} + 1,7 \cdot 10^{-6} \text{ T} = 3,8667 \cdot 10^{-6} \text{ T} \approx 3,87 \cdot 10^{-6} \text{ T}.$$

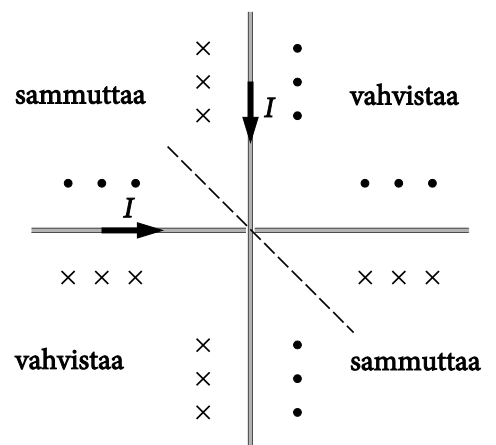


Vastaus: Magneettivuon tiheyden suuruudet ovat a) $3,75 \cdot 10^{-6} \text{ T}$ b) $3,87 \cdot 10^{-6} \text{ T}$

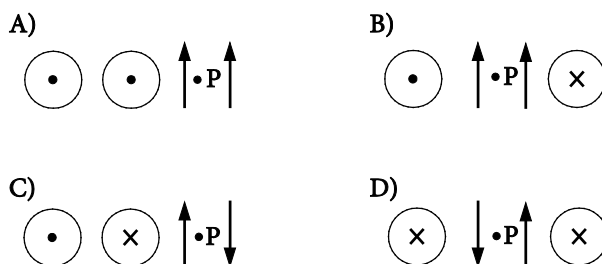
66.

Johtimien ympärillä oleva magneettikentän suunta tutkitaan oikean käden säännöllä.

Magneettivuon tiheys on nolla johtimien puolivälissä, pisteviivalla. Nämä kohdat ovat yhtä etäällä johtimista ja sähkövirtojen aiheuttamien magneettikenttien magneettivuon tiheydet ovat vastakkais-suuntaiset.

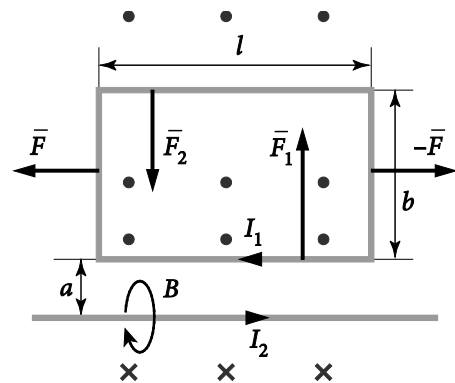
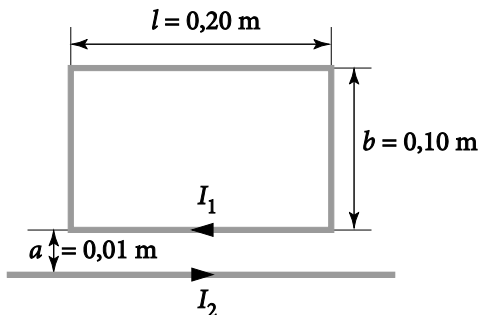


67.



- A:** Molemmat johtimet aiheuttavat magneettikentän, jonka magneettivuon tiheys osoittaa paperin tasossa paperin yläreunaan päin.
- B:** Koska piste P on yhtä etäällä molemmista johtimista ja niiden välissä keskellä sekä niissä kulkevat sähkövirrat vastakkaisiin suuntiin, vahvistavat magneettikentät toisiaan. Summakenttä osoittaa paperin yläreunaan päin.
- C:** Magneettivuon tiheys osoittaa paperin alareunaan päin, koska johdin, jossa kulkee sähkövirta paperin sisään on lähempänä.
- D:** Koska piste P on yhtä etäällä molemmista johtimista ja niiden välissä keskellä sekä niissä kulkevat sähkövirrat samaan suuntaan, kumoavat magneettikentät toisensa. Siis summakenttä häviää.

68.



Silmukkaan vaikuttava voiman suuruus $F_{\text{kok}} = ?$

Suoran johtimen aiheuttama magneettikenttä silmukan alalla on paperin tasosta katsojaan päin. Silloin oikean käden säännön avulla voidaan päätellä, että johdinta lähinnä olevaan silmukan osaan vaikuttaa voima johtimesta poispäin ja johtimesta kauimpana olevaan silmukan osaan johdinta kohti osoittava voima. Johdinta vastaan kohtisuoriin silmukan osiin vaikuttaa voimat silmukasta ulospäin. Nämä voimat ovat yhtä suuret mutta vastakkaissuuntaiset ja ne kumoavat toisensa.

Suoraan virtajohtimeen vaikuttaa magneettikentässä voima, joka suuruus on

$$F = IlB.$$

Suoran virtajohtimen synnyttämän magneettikentän magneettivuon tiheyden suuruus on

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{r}.$$

Lasketaan voimavaikutukset silmukan johtimiin

$$F_1 = I_1 l B_1 = I_1 l \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_2}{a} = 1,0 \text{ A} \cdot 0,20 \text{ m} \cdot \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2}}{2\pi} \cdot \frac{0,70 \text{ A}}{0,01 \text{ m}} = 2,8 \cdot 10^{-6} \text{ N}$$

$$F_2 = I_2 l B_2 = I_1 l \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_2}{b+a} = 1,0 \text{ A} \cdot 0,20 \text{ m} \cdot \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2}}{2\pi} \cdot \frac{0,70 \text{ A}}{0,10 \text{ m} + 0,01 \text{ m}} = 2,5454 \cdot 10^{-7} \text{ N}$$

$$F_{\text{kok}} = F_1 - F_2 = 2,8 \cdot 10^{-6} \text{ N} - 2,5454 \cdot 10^{-7} \text{ N} = 2,5455 \cdot 10^{-7} \text{ N} \approx 2,5 \cdot 10^{-6} \text{ N}.$$

Vastaus: Voiman suuruus on $2,5 \mu\text{N}$.

6 Käämiin vaikuttaa magneettikentässä momentti

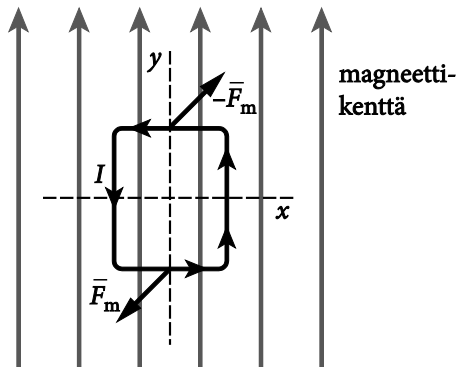
Perustehtävät

69.

Tasavirtamoottorissa käämi on magneettikentässä. Käämi on laakeroitu niin, että se pääsee pyörimään akselinsa ympäri. Kun käämissä on sähkövirta, magneettikentässä olevan käämin johtimiin kohdistuu voimavaikutus ($F = I\ell B$). Voiman momentti kääntää käämiä akselinsa ympäri.

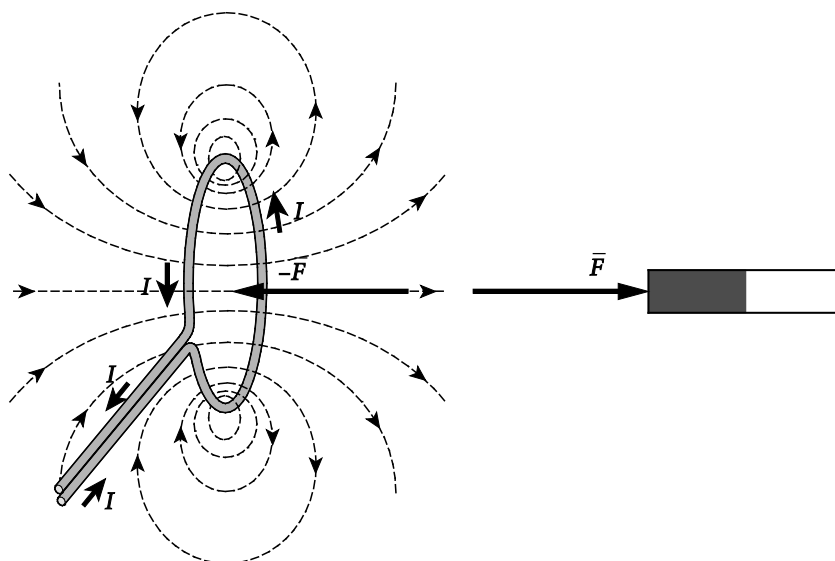
Jos käämissä kulkisi sähkövirta koko ajan samaan suuntaan, käämi pyörähtäisi alkuasennosta tasapainoasemaan ja jäisi siihen. Tasavirtamoottorin käämissä kulkevan sähkövirran suunta saadaan käännetyksi liukukytimen avulla, jolloin käämiin vaikuttaa koko ajan samaan suuntaan vääntävä momentti ja käämi jatkaa pyörimistä.

70.



G. Silmukka pyrkii pyörimään x-akselin ympäri.

71.

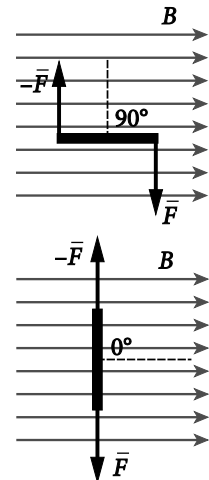


Koska johdinsilmukka ja kestopagneetti hylkivät toisiaan, silmukan pohjoiskohtio on silmukan oikealla puolella. Magneettikentän kenttäviivat kulkevat silmukan läpi vasemmalta oikealle.

Oikean käden säännön perusteella silmukassa on kuvan mukainen sähkövirta: silmukan takaosassa ylöspäin.

72.

- a) Silmukkaan vaikuttava momentti on suurin, kun silmukan taso on magneettikentän suuntainen (silmukan normaali on kohtisuorassa magneettikenttää vastaan, $\alpha = 90^\circ$).
- b) Silmukkaan vaikuttava momentti on pienin, kun silmukan taso on magneettikenttää vastaan kohtisuorassa (silmukan normaali on kentän suuntainen, jolloin $\alpha = 0^\circ$). Tällöin momentin voimavarsi on 0.

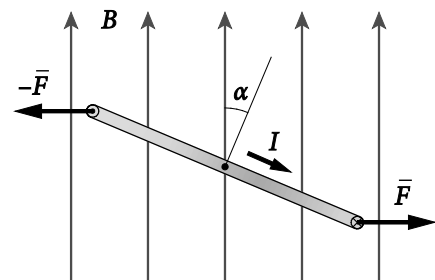


73. $A = 20,0 \text{ cm}^2$, $N = 400$ kierrosta, $I = 0,95 \text{ A}$, $B = 13,9 \text{ mT}$, $\alpha = 27^\circ$, $M = ?$

Käämiin vaikuttavan momentin suuruus on

$$\begin{aligned} M &= NAB I \sin \alpha \\ &= 400 \cdot 20,0 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot 13,9 \cdot 10^{-3} \text{ T} \cdot 0,95 \text{ A} \cdot \sin 27^\circ \\ &= 4,7960 \cdot 10^{-3} \text{ Nm} \\ &\approx 4,8 \cdot 10^{-3} \text{ Nm} \end{aligned}$$

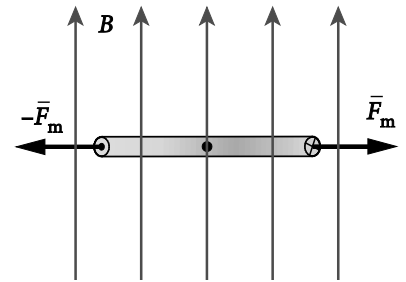
Vastaus: Momentti on $4,8 \cdot 10^{-3} \text{ Nm}$.



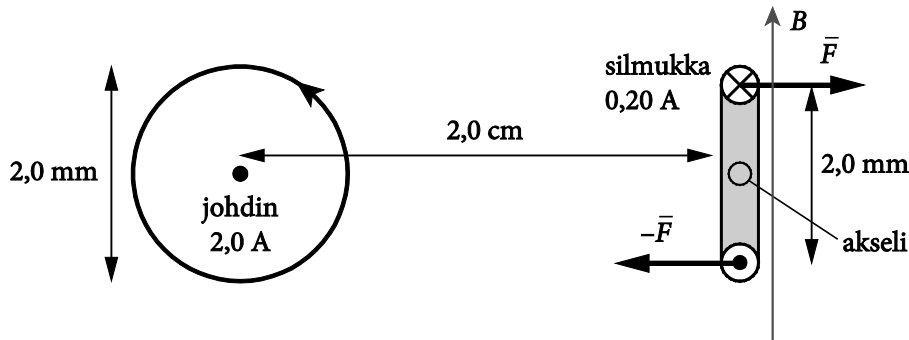
Soveltavat tehtävät

74.

Oikein on vaihtoehto 4, koska magneettikentän aiheuttamat voimat silmukan eri osiin kumoavat toisensa. Koska silmukka on kohtisuorassa magneettikenttää vastaan, silmukkaan aiheutuva momentti on nolla.



75.



a) Suoran virtajohtimen magneettivuon tiheyden suuruus silmukan läheisyydessä on

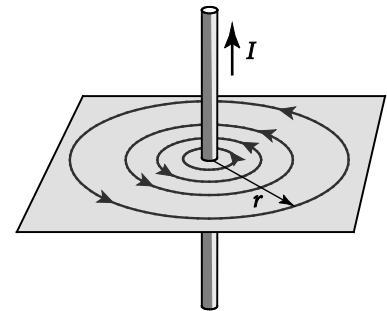
$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{r} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2}}{2\pi} \cdot \frac{2,0 \text{ A}}{0,020 \text{ m}} = 2,0 \cdot 10^{-5} \text{ T}.$$

Silmukan vaakasuoriin johtimiin vaikuttava voiman suuruus on

$$F = I l B = 0,20 \text{ A} \cdot 0,002 \text{ m} \cdot 2,0 \cdot 10^{-5} \text{ T} = 8,0 \cdot 10^{-9} \text{ N}.$$

Silmukan vaakasuoriin johtimiin vaikuttaa momentti, joten kokonaismomentti on

$$M_{\text{kok}} = 2 F r = 2 \cdot 8,0 \cdot 10^{-9} \text{ N} \cdot 0,001 \text{ m} = 1,6 \cdot 10^{-11} \text{ N}.$$



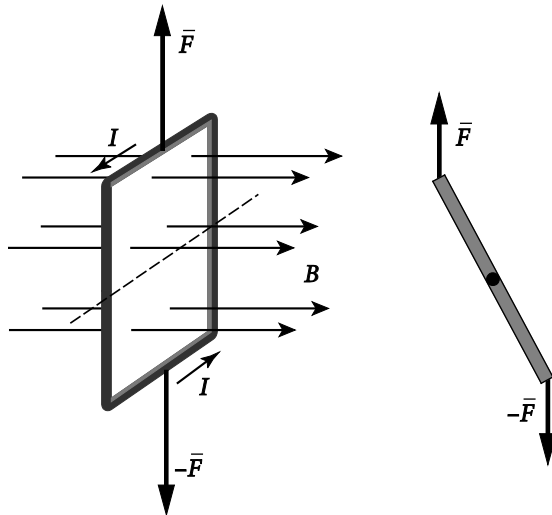
b) Silmukkaan kohdistuva momentti on nolla, kun silmukka on kääntynyt 90° vastapäivään. Tällöin silmukan tason normaali on magneettikentän kenttäviivojen suuntainen.

Vastaus: Silmukkaan vaikuttava kokonaismomentti on $1,6 \cdot 10^{-11} \text{ N}$.

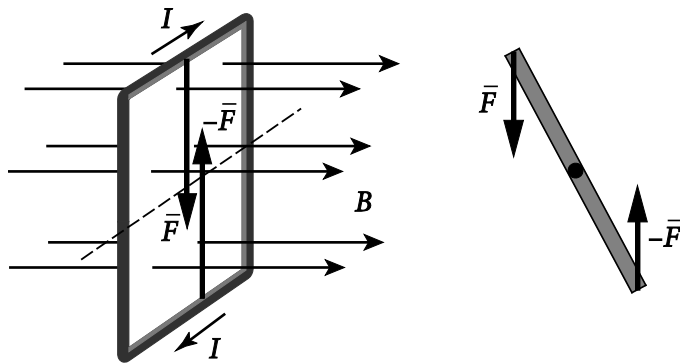
76.

Silmukoissa on erisuuntainen sähkövirta, jolloin magneettikentän aiheuttama voima silmukoiden johtimiin on erisuuntainen.

A. Kuvan mukaisesti silmukkaan vaikuttavien voimien summa on nolla. Eikä silmukkaan kohdistu momentin vääntövaikutusta. Silmukka pysyy paikoillaan. Jos silmukkaa käännetään hieman, voimien momentti palauttaa silmukan alkuperäiseen asemaan.



- B. Kun silmukka on täsmälleen kohtisuorassa magneettikenttää vastaan, silmukkaan vaikuttavien voimien summa on nolla. Jos silmukka vähänkään liikahtaa, voimien momentit aiheuttavat samansuuntaisen vääntövaikutuksen ja silmukka pyörähtää.



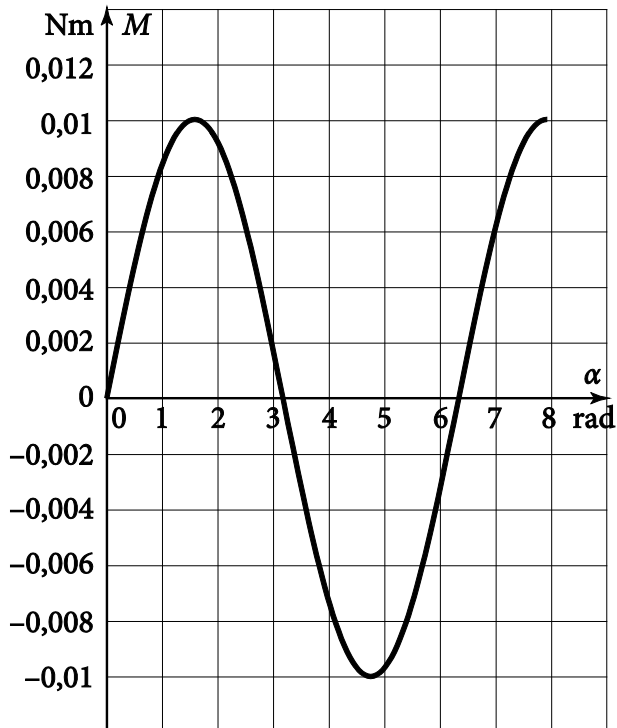
77. $A = 20,0 \text{ cm}^2$, $N = 500$, $I = 1,00 \text{ A}$, $B = 10,0 \text{ mT}$

- a) Momentin kuvaaja saadaan momentin lausekkeesta $M(\alpha) = NABI \sin \alpha$.

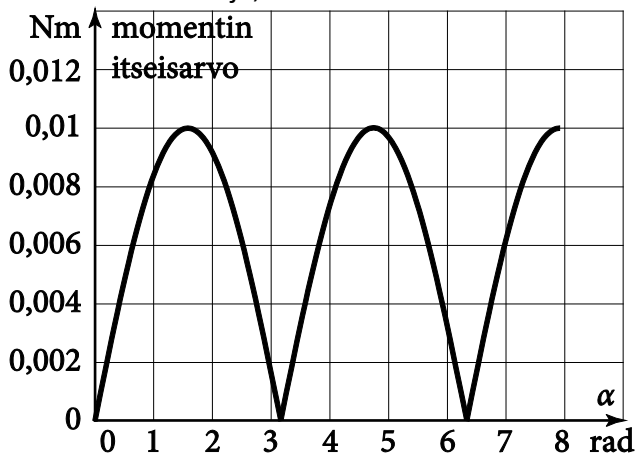
Sijoitetaan annetut lukuarvot, jolloin

$$M(\alpha) = 500 \cdot 0,0020 \text{ m}^2 \cdot 10,0 \cdot 10^{-3} \text{ T} \cdot 1,00 \text{ A} \cdot \sin \alpha \\ = 0,01 \text{ Nm} \cdot \sin \alpha.$$

Lausekkeen $M(\alpha) = 0,01 \sin \alpha$ kuvaaja on kuvassa.



- b) Sähkövirran suunta tulee kääntää aina π :n (180°) välein.
c) Momentin kuvaaja, kun sähkövirta käännetään siten, että käämi jatkaa pyörimistä.



78.

Käämin sivut: 4,5 cm ja 7,5 cm

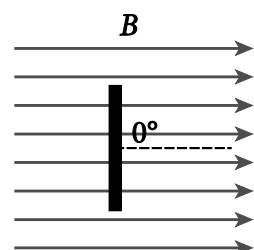
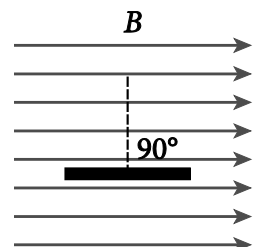
Käämin pinta-ala on $A = 4,5 \cdot 10^{-2} \text{ m} \cdot 7,5 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2 = 3,375 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$

$N = 58$ kierrosta, $I = 3,6 \text{ A}$, $B = 35 \text{ mT}$

a) $\alpha = 90^\circ$

Käämin silmukoiden taso on yhdensuuntainen magneettikentän kanssa.

Magneettinen momentti on



$$\begin{aligned}M &= NABI \sin \alpha \\&= 58 \cdot 3,375 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \cdot 35 \cdot 10^{-3} \text{ T} \cdot 3,6 \text{ A} \cdot \sin 90^\circ \\&= 2,4665 \cdot 10^{-2} \text{ Nm} \approx 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ Nm}.\end{aligned}$$

b) $\alpha = 0^\circ$

Koska $\alpha = 0^\circ$ ja $\sin 0^\circ = 0$, magneettinen momentti $M = 0 \text{ Nm}$.

c) Silmukan tason ja kenttäviivojen välinen kulma on 57° . Tällöin silmukoiden tason normaalin ja magneettikentän välinen kulma on 33° .

Magneettinen momentti on

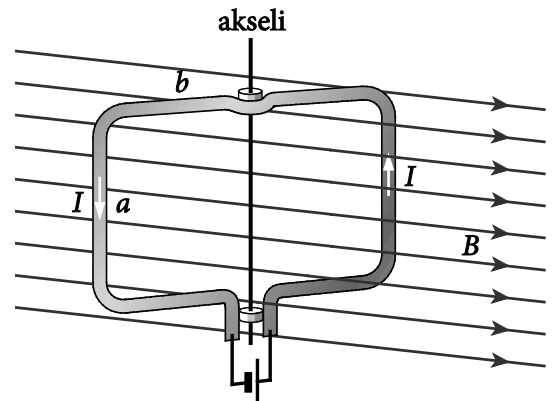
$$\begin{aligned}M &= NABI \sin \alpha \\&= 58 \cdot 3,375 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \cdot 35 \cdot 10^{-3} \text{ T} \cdot 3,6 \text{ A} \cdot \sin 33^\circ \\&= 1,3433 \cdot 10^{-2} \text{ Nm} \approx 1,3 \cdot 10^{-2} \text{ Nm}.\end{aligned}$$

Vastaus:

a) Momentin suuruus on $2,5 \cdot 10^{-2} \text{ Nm}$.

b) Momentin suuruus on 0 Nm .

c) Momentin suuruus on $1,3 \cdot 10^{-2} \text{ Nm}$.



7 Lenzin laki kertoo induktioilmiön suunnan

Perustehtävät

78.

- a) Sähkömagneettiseksi induktioksi kutsutaan ilmiötä, jossa johtavista aineesta valmistettuun esineeseen syntyy (indusoituu) lähdejännite muuttuvassa magneettikentässä. (Magneettivuo muuttuu esineen ympärillä ja sisällä.) Jännite aiheuttaa suljetussa virtapiirissä sähkövirran.
- b) Induktioilmiötä voidaan havainnollistaa esimerkiksi:
- käämillä, jonka sisällä liikutetaan kestopagneettiä. Käämiin indusoituva jännite ja sähkövirta voidaan mitata.
 - niin, että kestopagneettiä liikutetaan alumiinirenkaan sisällä. Alumiinirengas heilahtaa, vaikka alumiini ei ole magneettista materiaalia. Alumiinirenkaaseen indusoituva jännite synnyttää sähkövirran, joka aiheuttaa induktiomagneettikentän. Sauvamagneetin magneettikenttä ja induktiomagneettikenttä vuorovaikuttavat keskenään.

80.

Lenzin lain mukaan induktioilmiön suunta on aina sellainen, että sen seuraukset vastustavat muutosta, joka aiheuttaa induktion.

- Heikkenevä magneettikenttä (magneettivuo) synnyttää induktiojännitteen, jonka aiheuttama sähkövirta synnyttää alkuperäisen magneettikentän suuntaisen kentän, ja vastustaa alkuperäisen kentän heikkenemistä.
- Vahvistuva magneettikenttä (magneettivuo) synnyttää induktiojännitteen, jonka aiheuttama sähkövirta synnyttää alkuperäiselle magneettikentälle vastakkaissuuntaisen kentän, ja vastustaa alkuperäisen magneettikentän kasvua.

81.

a)

- Rannerenkaan sisään työnnetään kestopagneetti. Kestomagneetin magneettikentän magneettivuo kasvaa rannerenkaassa.
- Rannerenkaaseen indusoituu lähdejännite, joka saa aikaan sähkövirran renkaassa.
- Indusoituneen sähkövirran aiheuttama induktiomagneettikenttä on Lenzin lain mukaan sauvamagneetin magneettikentän suunnalle vastakkaissuuntainen.
- Rannerengas pakenee sauvamagneettia, koska kestopagneetin ja rannerenkaasta syntyneen hetkellisen sähkömagneetin samannimiset navat ovat vastakkain.

b)

- Kestomagneetti vedetään pois rannerenkaasta. Kestomagneetin magneettikentän vuon pienenee rannerenkaan sisällä.
- Tällöin rannerenkaaseen indusoituu lähdejännite, joka aiheuttaa sähkövirran.
- Sähkövirran synnyttämä induktiomagneettikenttä on sauvamagneetin magneettikentän suuntainen.
- Rannerengas heilahtaa magneetin liikkeen suuntaan, koska kestopagneetin ja rannerenkaasta syntyneen hetkellisen sähkömagneetin erinimiset navat ovat vastakkain.

Induktiolain mukaan indusoitunut lähdejännite on sitä suurempi mitä nopeammin magneettivuo muuttuu. Rannerenkaaseen indusoituu siksi **b)**-kohdassa suurempi sähkövirta kuin **a)**-kohdan tilanteessa, ja rannerenkaan magneettikenttä on tässä tapauksessa voimakkaampi. Rannerengas heilahtaa sen vuoksi enemmän kuin **a)**-kohdan tilanteessa.

82.

- a) Käämin virtapiiriin ei indusoidu sähkövirtaa.
- b) Sähkövirran suunta vastuksessa on oikealle.
- c) Sähkövirran suunta vastuksessa on oikealle.
- d) Sähkövirran suunta vastuksessa on vasemmalle.

83.

Käämiin indusoituu lähdejännite, kun käämin läpäisevä magneettivuo muuttuu. Tilanteessa B magneettivuo on vakio. Tilanteissa D, E ja F magneettivuo ei läpäise käämin silmukoita. Käämiin indusoituu lähdejännite tilanteissa A ja C.

84. $l = 5,0 \text{ cm}$, $v = 20,5 \text{ m/s}$, $B = 0,85 \text{ T}$, $e = ?$

- a) Metallitankoon indusoitunut jännite on

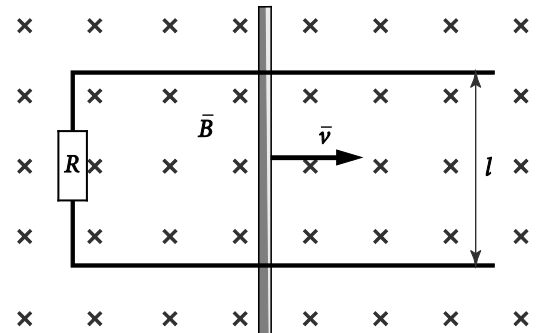
$$e = lvB$$

$$= 0,050 \text{ m} \cdot 20,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0,85 \text{ T}$$

$$= 0,87125 \text{ V} \approx 0,87 \text{ V}.$$

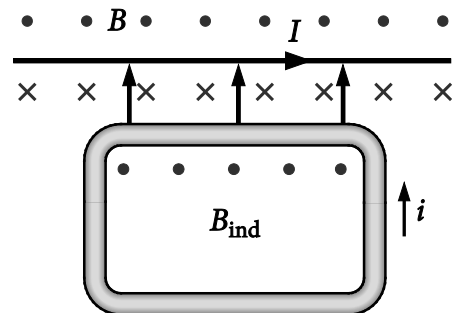
- b) Oikean käden säännön perusteella elektronit (negatiiviset varaukset) siirtyvät tangon oikeaan päähän (kuvassa nopeuden suuntaan katsottuna). Tangon vasen pää varautuu positiivisesti.

Vastaus: a) Indusoitunut jännite on 0,87 V.



85.

Kun silmukka liikkuu kohti johdinta, sen sisällä magneettivuon tiheys $\vec{B}$ kasvaa. Magneettivuon tiheyden suunta silmukan sisällä on paperin sisään. Silmukkaan tulee silloin indusoitua sellainen sähkövirta, että sen synnyttämä magneettikentän vuon tiheys $\vec{B}_{\text{ind}}$ on vastakkaiseen suuntaan kuin alkuperäisen kenttä magneettivuon tiheys. Siksi silmukassa indusoituvan sähkövirran suunta on vastapäivään käämin oikean käden säännön perusteella.



86.

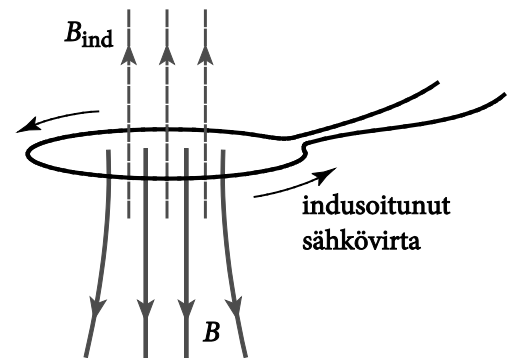
- Kestomagneetti putoaa käämin läpi.
- Käämin sisällä kestomagneetin magneettivuo ensin kasvaa ja sitten pienenee.
- Kestomagneetin mennessä käämin sisään, indusoituneen jännitteen suunta on sellainen, että sen synnyttämä sähkövirta yrittää estää kestomagneetin pääsyä käämin sisälle.
- Kestomagneetin poistuessa käämin sisältä, indusoituneen jännitteen suunta on sellainen, että sen synnyttämä sähkövirta yrittää estää kestomagneetin poistumista käämin sisältä.

- Jännitteen (ja sähkövirran) suunnan vaihtuminen havaitaan kuvaajassa siitä, että toinen jännite on positiivinen ja toinen negatiivinen.

Soveltavat tehtävät

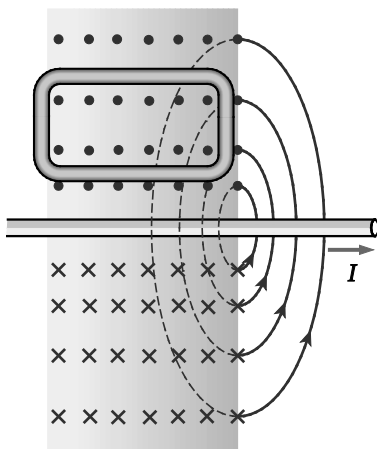
87.

Koska sähkövirta silmukassa on kuvan suuntaan, sen aiheuttama magneettivuon tiheys osoittaa silmukan keskellä paperin tasosta ulospäin. Se on siis vastakkaiseen suuntaan kuin alkuperäinen magneettikenttä. Lenzin lain mukaan alkuperäisen kentän magneettivuon tiheys on kasvamassa.



88.

Koska silmukka liikkuu suoran johtimen suuntaisesti, magneettivuo sen läpi ei muutu. Siten silmukkaan ei indusoidu sähkövirtaa.



89.

- Jos magneettivuon tiheys kasvaa, indusoituneen kentän tulee olla vastakkaiseen suuntaan, siis esimerkiksi johdinsilmukan keskellä paperin sisään. Oikean käden säännön mukaan sähkövirran suunta on myötäpäivään.
- Jos magneettivuon tiheys pienenee, indusoituneen kentän tulee olla samaan suuntaan kuin alkuperäinen kenttä, siis esimerkiksi silmukan keskellä paperin sisään. Oikean käden säännön mukaan sähkövirran suunta on myötäpäivään.
- Vuo ei muutu silmukan läpi, joten ei indusoidu sähkövirtaa.

90. $l = 15,6 \text{ cm}$, $v = 13,5 \text{ m/s}$, $B = 0,85 \text{ T}$, $R = 3,2 \Omega$, $i = ?$, $P = ?$

- a) Metallilankaan indusoitunut jännite on

$$e = lvB$$

$$= 0,156 \text{ m} \cdot 13,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0,85 \text{ T}$$

$$= 1,7901 \text{ V} \approx 1,8 \text{ V}.$$

Resistanssin määritelmän perusteella sähkövirta on

$$I = \frac{e}{R}$$

$$= \frac{1,7901 \text{ V}}{3,2 \Omega}$$

$$= 0,5594 \text{ A} \approx 0,56 \text{ A}.$$

- b) Sähkövirran suunta on vastapäivään. Oikean käden säännön perusteella negatiiviset varaukset (elektronit) siirtyvät tangon oikeaan päähän (kuvassa nopeuden suuntaan katsottuna). Tangon vasen pää varautuu positiivisesti.

- c) Sähkötönnön määritelmän $P = UI$ mukaisesti induktiovirran teho on

$$\begin{aligned} P &= ei \\ &= 1,7901 \text{ V} \cdot 0,5594 \text{ A} \\ &= 1,0014 \text{ W} \approx 1,0 \text{ W}. \end{aligned}$$

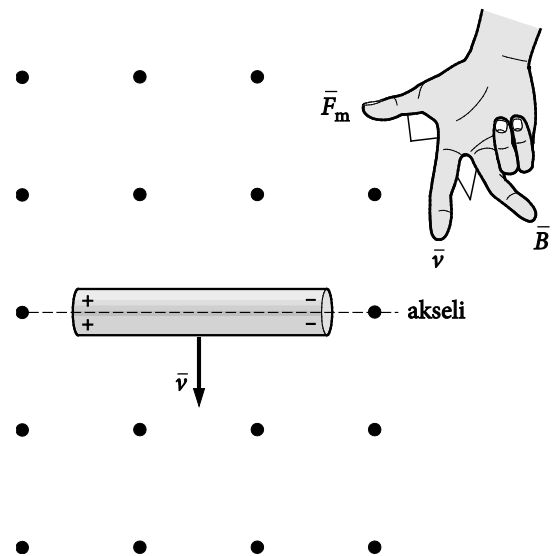
Vastaus:

- a) Sähkövirta on 0,56 A.
b) Sähkövirran suunta on vastapäivään.
c) Teho on 1,0 W.

91. $v = 5,3 \text{ m/s}$, $e = 0,045 \text{ V}$, $l = 10,0 \text{ cm}$, $B = ?$

Magneettivuon tiheyden suuruus saadaan indusoituneen jännitteen lausekkeesta

$$\begin{aligned} e &= lvB, \text{ joten} \\ B &= \frac{e}{lv} \\ &= \frac{0,045 \text{ V}}{0,100 \text{ m} \cdot 5,3 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \\ &= 0,0849 \text{ T} \approx 0,085 \text{ T}. \end{aligned}$$



Magneettivuon tiheyden suunta on paperista ylöspäin oikean käden säännön perusteella.

Vastaus: Magneettivuon tiheyden suuruus on 0,085 T ja suunta paperista ylöspäin.

92. $B = 5,0 \cdot 10^{-5} \text{ T}$, $l = 1,0 \text{ m}$, $e = 1,0 \text{ V}$, $v = ?$

Ratkaistaan auton nopeuden suuruus indusoituneen jännitteen lausekkeesta

$$e = lvB, \text{ kun } l \perp v \perp B.$$

$$v = \frac{e}{lB} = \frac{1,0 \text{ V}}{1,0 \text{ m} \cdot 5,0 \cdot 10^{-5} \text{ T}} = 20 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 20 \cdot 10^3 \cdot 3,6 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 72 \cdot 10^3 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

Vastaus: Henkilöauton nopeuden suuruus pitäisi olla $72 \cdot 10^3 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

93.

Vaihtuva sähkövirta synnyttää vaihtuvan magneettikentän. Renkaaseen indusoituu sellainen sähkövirta, että sen aiheuttama magneettikenttä on aina käämin kentälle vastakkainen. Silloin käämi ja rengas hylkivät toisiaan. Käämi ja rautasydän ovat pöytää vasten, mutta alumiinirengas pääsee kulkemaan vapaasti.

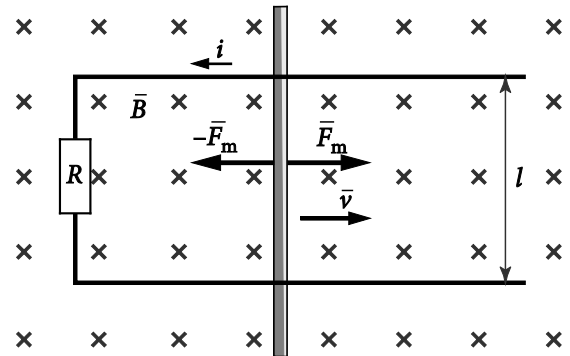
94. $l = 10,0 \text{ cm}$, $R = 0,22 \Omega$, $F = 1,1 \text{ N}$, $P = 4,2 \text{ W}$, $v = ?$, $B = ?$

- a) Hetkellinen teho voidaan lausua kappaleeseen vaikuttavan voiman ja kappaleen nopeuden avulla

$$P = Fv.$$

Ratkaistaan nopeus ja sijoitetaan lukuarvot

$$v = \frac{P}{F} = \frac{4,2 \text{ W}}{1,1 \text{ N}} \\ = 3,8182 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 3,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$



- b) Resistanssin määritelmän $U = RI$ mukaan $e = Ri$,
josta induktiovirta $i = \frac{e}{R}$.

Sähkötehon määritelmän $P = UI$ mukaisesti induktiovirran teho on $P = ei = \frac{e^2}{R}$, joten

indusoitunut jännite tangon päiden välillä on $e = \sqrt{RP}$.

Koska indusoitunut jännite on $e = lvB$, magneettivuon tiheyden suuruus on

$$B = \frac{e}{lv} = \frac{\sqrt{RP}}{lv} \\ = \frac{\sqrt{0,22 \Omega \cdot 4,2 \text{ W}}}{0,10 \text{ m} \cdot 3,8182 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \\ = 2,5175 \text{ T} \approx 2,5 \text{ T}.$$

Vastaus:

- a) Nopeuden suuruus oli $3,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.
b) Magneettivuon tiheyden suuruus oli 2,5 T.

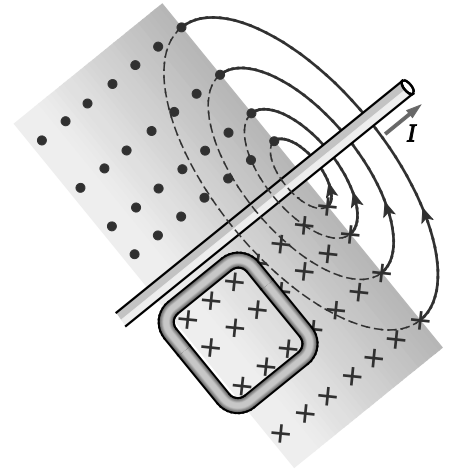
95.

e, sillä oikean käden säännön perusteella elektronit liikkuvat kuvassa tangon yläreunaan.

8 Muuttuva magneettivuo indusoi lähdejännitteen

96.

Silmukkaan indusoituu sähkövirta tilanteissa 1 ja 2, sillä silloin magneettikentän magneettivuo silmukan läpi muuttuu.



97. $\Delta t = 1,2 \text{ ms}$, $\Phi_1 = 1,7 \cdot 10^{-3} \text{ Tm}^2$, $\Phi_2 = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ Tm}^2$, $e = ?$

Indusoitunut jännite on Faradayn induktiolain mukaan on

$$\begin{aligned} e &= \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \\ &= \frac{2,5 \cdot 10^{-3} \text{ Tm}^2 - 1,7 \cdot 10^{-3} \text{ Tm}^2}{1,2 \cdot 10^{-3} \text{ s}} \\ &= 0,6667 \text{ V} \approx 0,67 \text{ V}. \end{aligned}$$

Vastaus: Indusoitunut jännite on 0,67 V.

98.

a) Aluksi magneettikentän magneettivuo kasvaa silmukassa, sitten pysyy vakiona ja lopuksi pienenee. Kuvaaja A esittää vuon muutoksen parhaiten.

b) Lähdejännite saadaan induktiolaista $e = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$.

Vuon kasvaessa $e < 0$.

Vuon pysyessä vakiona $e = 0$.

Vuon pienentyessä $e > 0$.

Kuvaaja S esittää silmukkaan indusoituneen lähdejännitteen parhaiten.

99. $r = 10,5 \text{ cm}$, $\Delta t = 3,8 \text{ ms}$, $B_1 = 23 \text{ mT}$, $B_2 = 12 \text{ mT}$, $r_j 0,5 \text{ mm}$, $e = ?$, $i = ?$

Johdinsilmukkaan indusoituu lähdejännite, kun magneettivuon tiheyden suuruus muuttuu.

a)

$$\begin{aligned} e &= -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -\frac{A \Delta B}{\Delta t} \\ &= -\frac{\pi r^2 \Delta B}{\Delta t} \\ &= -\frac{\pi \cdot (0,105 \text{ m})^2 \cdot (12 \cdot 10^{-3} \text{ T} - 23 \cdot 10^{-3} \text{ T})}{3,8 \cdot 10^{-3} \text{ s}} \\ &= 0,1003 \text{ V} \approx 0,10 \text{ V}. \end{aligned}$$

b) Johdinlangan resistanssi on $R = \rho \frac{l}{A}$.

Kuparin resistiivisyys saadaan taulukkokirjasta $\rho = 17 \cdot 10^{-9} \Omega \text{ m}$.

Resistanssin määritelmän $U = RI$ mukaan $e = Ri$, joten induktiovirta on

$$i = \frac{e}{R} = \frac{e \cdot A}{\rho l} = \frac{e \cdot \pi r_j^2}{\rho l}$$

$$= \frac{0,1003 \text{ V} \pi (0,5 \cdot 10^{-3} \text{ m})^2}{17 \cdot 10^{-9} \Omega \text{ m} \cdot 2\pi \cdot 0,105 \text{ m}}$$

$$= 7,0238 \text{ A} \approx 7,0 \text{ A}.$$

Vastaus:

- a) Indusoitunut jännite on 0,10 V.
b) Johtimen sähkövirta on 7,0 A.

100. $B = 310 \text{ mT}$, $r_1 = 17 \text{ cm}$, $r_2 = 12 \text{ cm}$, $\Delta t = 5,2 \text{ s}$, $\Phi = ?$

- a) Johtimen läpäisemä magneettivuo alussa on

$$\Phi_1 = A_1 B$$

$$= \pi r_1^2 B$$

$$= \pi \cdot (0,17 \text{ m})^2 \cdot 310 \cdot 10^{-3} \text{ T}$$

$$= 0,0282 \text{ Tm}^2$$

- b) Johtimen läpäisemä magneettivuo lopussa on

$$\Phi_2 = \pi r_2^2 B$$

$$= \pi \cdot (0,12 \text{ m})^2 \cdot 310 \cdot 10^{-3} \text{ T}$$

$$= 0,0140 \text{ Tm}^2.$$

Vuo muuttuu

$$\Delta \Phi = \Phi_2 - \Phi_1$$

$$= 0,0140 \text{ Tm}^2 - 0,0282 \text{ Tm}^2$$

$$= -0,0142 \text{ Tm}^2.$$

- c) Silmukkaan indusoituu jännite

$$e_k = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$$

$$= - \frac{-0,0142 \text{ Tm}^2}{5,2 \text{ s}}$$

$$= 2,7308 \text{ mV} \approx 2,7 \text{ mV}.$$

Vastaus:

- a) Johtimen läpäisemä magneettivuo alussa on $0,028 \text{ Tm}^2$.
b) Vuo muuttuu $0,014 \text{ Tm}^2$.
c) Silmukkaan indusoituu jännite $2,7 \text{ mV}$.

101.

Aikaväleillä A ja D sähkövirta ei muutu, joten silmukkaan ei indusoidu sähkövirtaa. Aikavälillä C sähkövirta kasvaa nopeammin kuin aikavälillä B, joten myös sähkövirta on suurempi aikavälillä C kuin B. Aikavälillä E sähkövirta pienenee, joten indusoitunut sähkövirta on erisuuntainen kuin aikaväleillä B ja C. Aikavälillä E sähkövirta pienenee nopeammin kuin se kasvaa aikavälillä B, joten indusoituneen sähkövirran itseisarvo on suurempi. Siten järjestys suurimmasta pienimpään: C, E, B ja A = D.

Vastaus: C, E, B ja A = D.

Soveltavat tehtävät

102.

- a) Silmukan sivut ovat 2,5 cm ja 4,2 cm, $B = 560 \text{ mT}$, $\Phi = ?$

Silmukan pinta-ala on

$$A = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ m} \cdot 4,2 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 1,05 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2.$$

Silmukan läpäisee magneettivuo

$$\Phi = BA$$

$$= 560 \cdot 10^{-3} \text{ T} \cdot 1,05 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$= 5,88 \cdot 10^{-4} \text{ Wb} \approx 0,59 \text{ mWb}.$$

- b) silmukan säde on $r = 1,4 \text{ cm}$, $B = 560 \text{ mT}$, $\Phi = ?$

Silmukan pinta-ala on $A = \pi r^2 = \pi \cdot (1,4 \cdot 10^{-2} \text{ m})^2 = 6,1575 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$.

Silmukan läpäisee magneettivuo

$$\Phi = BA = 560 \cdot 10^{-3} \text{ T} \cdot 6,1575 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$= 3,4482 \cdot 10^{-4} \text{ Wb} \approx 0,34 \text{ mWb}.$$

Vastaus:

- a) Silmukan läpäisevä magneettivuo on 0,59 mWb.

- b) Silmukan läpäisevä magneettivuo on 0,34 mWb.

103.

Lähdejännite saadaan induktiolaista $e = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -N \frac{B\Delta A}{\Delta t} = -N \frac{Bl\Delta m}{\Delta t} = -NBlv$ ($v = \text{vakio}$).

- a) Se on kaksinkertainen, koska $e_a = -N \frac{2B\Delta A}{\Delta t} = 2(-N \frac{B\Delta A}{\Delta t}) = -2e$.

- b) Se on kaksinkertainen, koska $e_b = -N \frac{B\Delta A}{\Delta t} = -N \frac{B2l\Delta m}{\Delta t} = 2(-N \frac{Bl\Delta m}{\Delta t}) = -2e$.

- c) Koska nopeus on vakio $v = \frac{\Delta 2m}{\Delta t_c}$, kulku-aika on kaksinkertainen $\Delta t_c = \frac{\Delta 2m}{v} = 2 \frac{\Delta m}{v} = 2\Delta t$.

Se pysyy samansuuruisena, koska $e_c = -N \frac{B\Delta A}{\Delta t_c} = -N \frac{Bl\Delta 2m}{2\Delta t} = -N \frac{Bl\cancel{2}\Delta m}{\cancel{2}\Delta t} = -NBlv = -e$.

- d) Se on kaksinkertainen, koska $e_d = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -NBl2v = -2NBlv = -2e$.

- e) Se on kaksi kertaa suurempi, koska

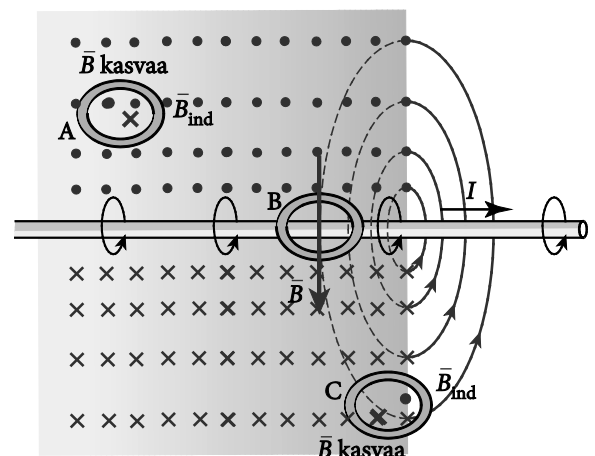
$$e_e = -2N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -2e.$$

104.

- A: Sormus on kasvavassa magneettivuossa.

Sormukseen indusoituu sellainen sähkövirta, että sen synnyttämä magneettikenttä estää alkuperäisen kentän kasvua. Induktiovirta on myötäpäivään.

- B: Magneettikentän magneettivuon tiheysvektorit ovat sormuksen tason suuntaisia. Magneettivuo ei muutu



sormuksessa. Sähkövirtaa ei indusoidu.

- C: Sormus on kasvavassa magneettivuossa. Sormukseen indusoituu sellainen sähkövirta, että sen synnyttämä magneettikenttä estää alkuperäisen kentän kasvua. Induktiovirta on nyt vastapäivään.

105. $R = 0,10 \, \Omega$, $i = 150 \, \text{mA}$, neliön sivu $8,0 \, \text{cm}$, $\Delta B / \Delta t = ?$

- a) Koska sähkövirran suunta on kuvassa vastapäivään, sähkövirran aiheuttaman magneettikentän magneettivuon tiheyden suunta silmukan keskellä on paperista katsojaan päin. Koska tämä on vastakkainen suunta alkuperäiselle kentälle, Lenzin lain mukaan alkuperäisen magneettikentän magneettivuon tiheys kasvaa.

b)

Tapa 1

Koska a)-kohdassa on todettu, että magneettivuo kasvaa, riittää selvittää kasvunopeus. Jätetään induktiolain miinusmerkki huomiotta.

Silmukkaan indusoituu jännite $e = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -\frac{A \Delta B}{\Delta t}$.

$$\begin{aligned} \left| \frac{\Delta B}{\Delta t} \right| &= \left| -\frac{e}{A} \right| = \frac{Ri}{A} \\ &= \frac{0,10 \, \Omega \cdot 150 \cdot 10^{-3} \, \text{A}}{(0,080 \, \text{m})^2} \\ &= 2,3438 \frac{\text{T}}{\text{s}} \approx 2,3 \frac{\text{T}}{\text{s}}. \end{aligned}$$

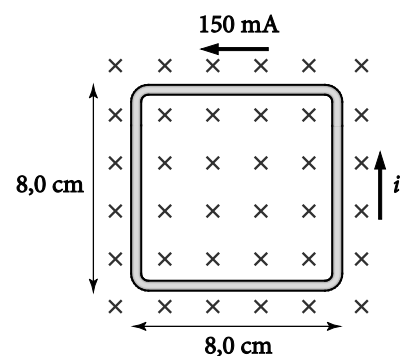
Tapa 2

Sovitaan merkkisääntö: Magneettivuon tiheyden kasvu (positiivinen muutos) aiheuttaa induktiovirran negatiiviseen kiertosuuntaan ja magneettivuon pieneneminen (negatiivinen muutos) aiheuttaa induktiovirran positiiviseen kiertosuuntaan.

Kuvassa induktiovirta on siis negatiivinen $i = -150 \cdot 10^{-3} \, \text{A}$.

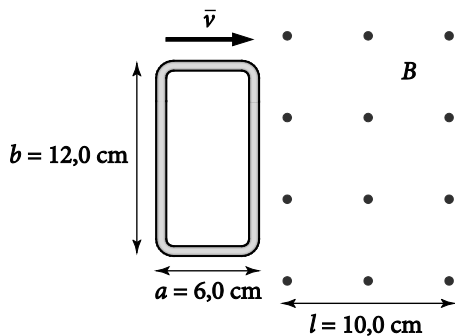
Silmukkaan indusoituu jännite $e = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -\frac{A \Delta B}{\Delta t}$.

$$\begin{aligned} \frac{\Delta B}{\Delta t} &= -\frac{e}{A} = -\frac{Ri}{A} \\ &= -\frac{0,10 \, \Omega \cdot (-150 \cdot 10^{-3} \, \text{A})}{(0,080 \, \text{m})^2} \\ &= 2,3438 \frac{\text{T}}{\text{s}} \approx 2,3 \frac{\text{T}}{\text{s}}. \end{aligned}$$



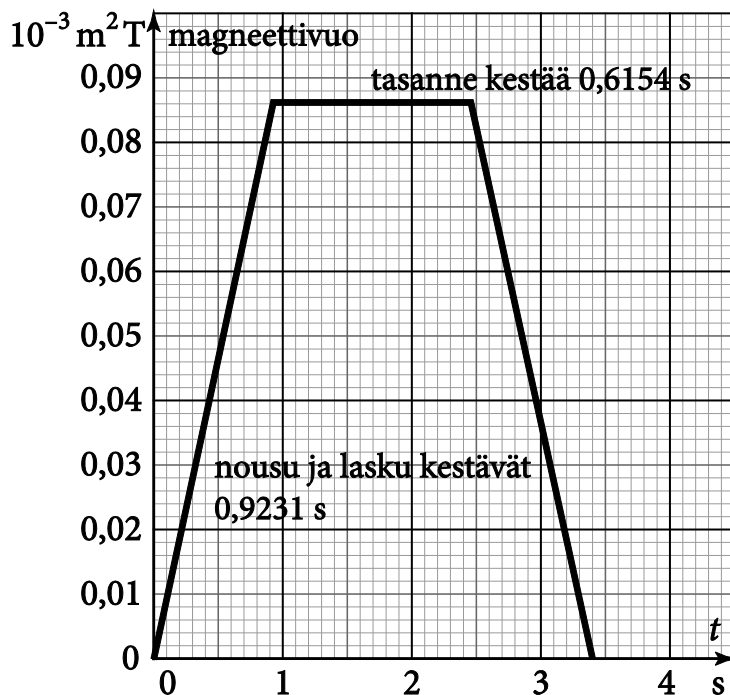
Vastaus: a) Kasvaa b) Magneettivuontiheyden muutosnopeus on $2,3 \frac{\text{T}}{\text{s}}$.

106. $v = 6,5 \text{ cm/s}$, $B = 12 \text{ mT}$, $R = 5,0 \Omega$



a)

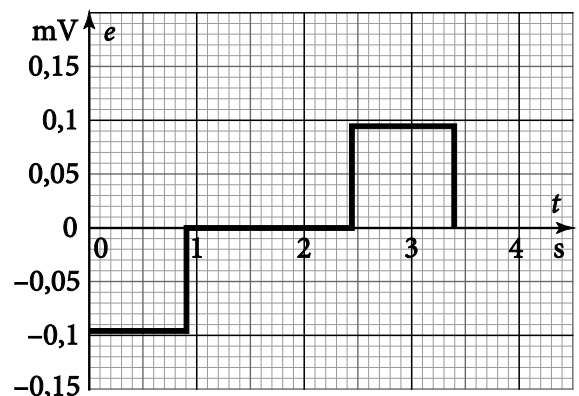
- Silmukan läpi kulkeva magneettivuo kasvaa niin kauan kunnes koko silmukka on magneettikentässä eli ajan $6,0 \text{ cm} / (6,5 \text{ cm/s}) = 0,9231 \text{ s}$.
- Silmukka kulkee magneettikentässä samalla nopeudella ja sen läpi kulkeva magneettivuo pysyy samana ajan $\frac{10,0 \text{ cm} - 6,0 \text{ cm}}{6,5 \frac{\text{cm}}{\text{s}}} = \frac{4,0 \text{ cm}}{6,5 \frac{\text{cm}}{\text{s}}} = 0,6154 \text{ s}$.
- Vakio magneettivuo silmukan läpi on
 $\Phi = \Delta AB = abB = 0,06 \text{ m} \cdot 0,12 \text{ m} \cdot 12 \cdot 10^{-3} \text{ T} = 0,0864 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \text{ T} \approx 0,086 \text{ mWb}$.
- Tämän jälkeen magneettivuo pienenee nolaa ajassa $6,0 \text{ cm} / (6,5 \text{ cm/s}) = 0,9231 \text{ s}$.



b) Indusoitunut jännite on

$$e = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{A\Delta B}{\Delta t}$$

Magneettivuon muutos saadaan kuvaajan fysikaalisesta kulmakertoimesta, joten



$$\begin{aligned} e &= -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{0,0864 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2\text{T}}{0,9231 \text{ s}} \\ &= -0,093598 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^2\text{T}}{\text{s}} \\ &= -0,094 \text{ mV}. \end{aligned}$$

ja laskevalla osalla fysikaalinen kulmakerroin, ja siis indusoitunut jännite, on tämän vastaluku.

c) Teho on $P = ei = \frac{e^2}{R}$.

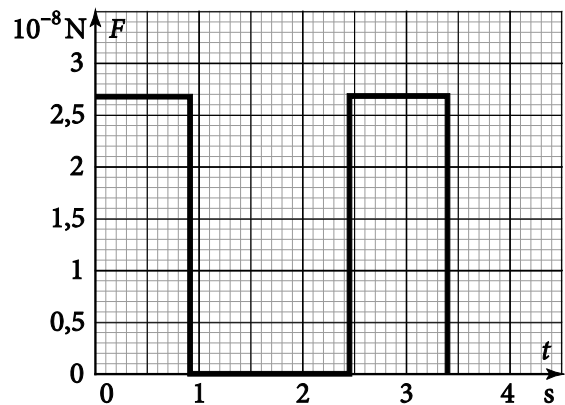
Hetkellinen teho voidaan lausua kappaleeseen vaikuttavan voiman ja kappaleen nopeuden avulla $P = Fv$.

Ratkaistaan voiman suuruus

$$F = \frac{P}{v} = \frac{e^2}{vR}.$$

Sijoitetaan lukuarvot

$$\begin{aligned} F &= \frac{(0,093598 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^2\text{T}}{\text{s}})^2}{0,065 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0,0} \\ &= 2,6956 \cdot 10^{-8} \text{ N} = 2,7 \cdot 10^{-8} \text{ N}. \end{aligned}$$



Vastaus:

- a) Magneettivuon muutos näkyy kuvassa. Magneettivuon suurin arvo on 0,086 mWb.
- b) Magneettivuon muuttuessa silmukkaan indusoituu jännite $\pm 0,094 \text{ mV}$.
- c) Vetämiseen tarvittava voiman suuruus on $2,70 \cdot 10^{-8} \text{ N}$

107.

$$\frac{R}{l} = 8,6 \frac{\mu\Omega}{\text{m}}$$

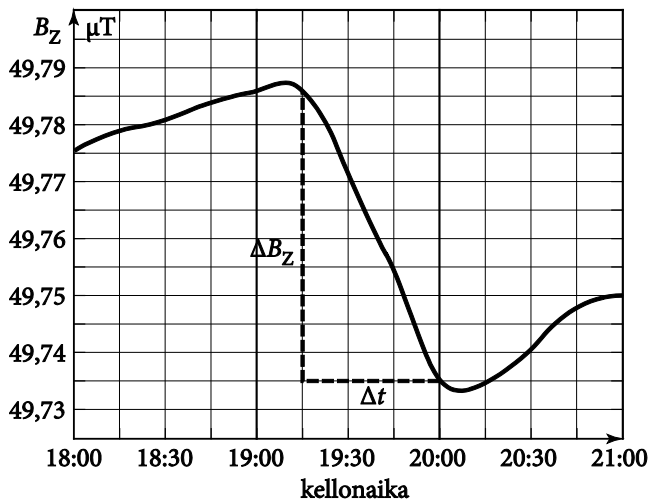
Indusoitunut jännite saadaan induktiolaista $e = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$, jossa $\Phi = B_z A$.

Silmukkaan indusoitunut sähkövirta lasketaan yhtälöstä $i = \frac{e}{R}$.

Indusoitunut jännite on siten

$$e = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{\Delta B_z A}{\Delta t}.$$

Magneettivuon tiheyden muutos saadaan kuvaajan jyrkimmin muuttuvasta kohdasta



$$\frac{\Delta B_z}{\Delta t} = \frac{49,735 \mu\text{T} - 49,79 \mu\text{T}}{45 \cdot 60 \text{ s}} = \frac{-0,0055 \cdot 10^{-6} \text{ T}}{45 \cdot 60 \text{ s}}$$

Kuvassa esitetty Oulu - Alajärvi - Varkaus - kolmio on likimain suorakulmainen, joten kantaverkon silmukan pinta-ala on $A = \frac{ab}{2}$, jossa $a = 220 \text{ km}$ ja $b = 230 \text{ km}$.

Kantaverkkoon indusoitunut jännite on

$$e = - \frac{\Delta B_z}{\Delta t} \frac{ab}{2} = - \frac{0,055 \cdot 10^{-6} \text{ T}}{45 \cdot 60 \text{ s}} \cdot \frac{220 \cdot 10^3 \text{ m} \cdot 230 \cdot 10^3 \text{ m}}{2} = 0,51537 \text{ V}.$$

Kantaverkon johtimien resistanssi on $R = \frac{R}{l} l = 8,6 \cdot 10^{-6} \frac{\Omega}{\text{m}} \cdot (220 + 230 + 318) \cdot 10^3 \text{ m} = 6,6048$

Indusoituneen sähkövirran suuruus kantaverkossa on

$$i = \frac{e}{R} = \frac{0,51537 \text{ V}}{6,6048 \Omega} = 0,07803 \text{ A} \approx 78 \text{ mA}.$$

Vastaus: Kantaverkkoon indusoituneen sähkövirran suuruus on 78 mA.

108. $\omega = 12,6 \text{ rad/s}$, $r = 36 \text{ cm}$, $B = 76 \text{ mT}$, $u = ?$

Magneettivuon tiheyden suuruus B on vakio. Silmukan pinta-ala muuttuu, jolloin silmukan

läpäisevä magneettivuo muuttuu. Silmukkaan indusoituu jännite $e = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$,

jossa Φ on silmukan läpäisevä magneettivuo.

Kun johdin kääntyy kulman $\Delta \alpha$, silmukan pinta-alan muutos on

$$\Delta A = \frac{\Delta \alpha}{2\pi} \pi r^2 = \frac{r^2}{2} \Delta \alpha.$$

Silmukkaan indusoituva jännite on

$$e = -\frac{B \cdot \Delta A}{\Delta t} = -\frac{Br^2}{2} \cdot \frac{\Delta \alpha}{\Delta t} = -\frac{Br^2}{2} \cdot \omega$$

$$= -\frac{76 \cdot 10^{-3} \text{ T} \cdot (0,36 \text{ m})^2}{2} \cdot 12,6 \frac{1}{\text{s}}$$

$$= -0,0620525 \text{ V} \approx -0,062 \text{ V} = 62 \text{ mV}.$$

Vastaus: Mittarin näyttämä jännite on 62 mV.

109. $v = 95 \text{ km/h}$, $l = 1,5 \text{ m}$, $B = 54 \mu\text{T}$, $\alpha = 72^\circ$, $e = ?$

Antenniin indusoituvaa jännite on

$$e = lvB_H \quad (v \perp B_H)$$

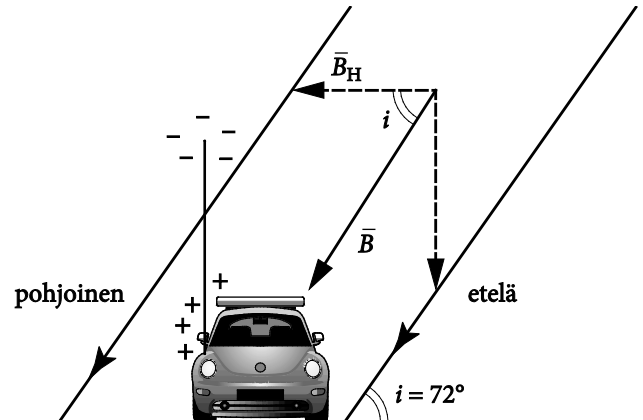
$$= lvB \cos i$$

$$= 1,5 \text{ m} \cdot \left(\frac{95 \text{ m}}{3,6 \text{ s}} \right) \cdot 54 \cdot 10^{-6} \text{ T} \cdot \cos 72^\circ$$

$$= 6,6052 \cdot 10^{-4} \text{ V} \approx 0,66 \text{ mV}$$

Oikean käden säännön mukaan elektronit siirtyvät antennin yläpäähän, joten antennin alaosa on korkeammassa potentiaalissa

Vastaus: Antenniin indusoituvaa jännite on 0,66 mV.



110.

a)

- Käämin sisällä kestopagneetin magneettivuo ensin kasvaa ja sitten pienenee.
- Kestomagneetin magneettivuon muutos synnyttää kuvan mukaisen jännitteen. Kyseessä on sähkömagneettinen induktio. Indusoitunut jännite saadaan Faradayn induktiolaista

$e = -N \frac{d\Phi}{dt}$, jossa $\frac{d\Phi}{dt}$ on magneettivuon muutosnopeus ja N on käämin kierrosten lukumäärä.

- Lain mukaan jännite vaihtaa suuntaa, kun magneetti on poistumassa.
- Kun magneetti on käämin keskivaiheilla (ajanhetkellä $0,125 \text{ s} - 0,15 \text{ s}$), magneettivuo on suuri mutta hetken aikaa vakio. Sen takia jännite on nolla.
- Aluksi sauvan nopeus on pienempi, joten ensimmäisen piikin leveys on suurempi. Hitaampi nopeus aiheuttaa pienemmän magneettivuon muutosnopeuden, joten ensimmäisen piikin maksimijännite on itseisarvoltaan pienempi, kuin toisen.

b) Magneettivuon tiheyden suunta on muuttunut, joten induktiojännitteen napaisuus muuttuu.

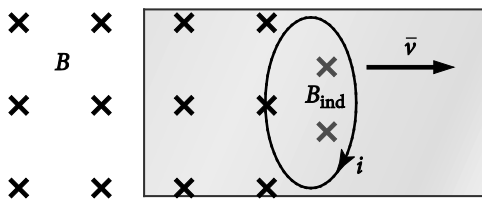
c) Piikit ovat kapeampia, koska ohitusaika on pienempi. Piikit ovat korkeampia, koska magneettivuo muuttuu nopeammin, jolloin indusoitunut lähdejännite on suurempi.

9 Pyörrevirta syntyy metalliesineeseen

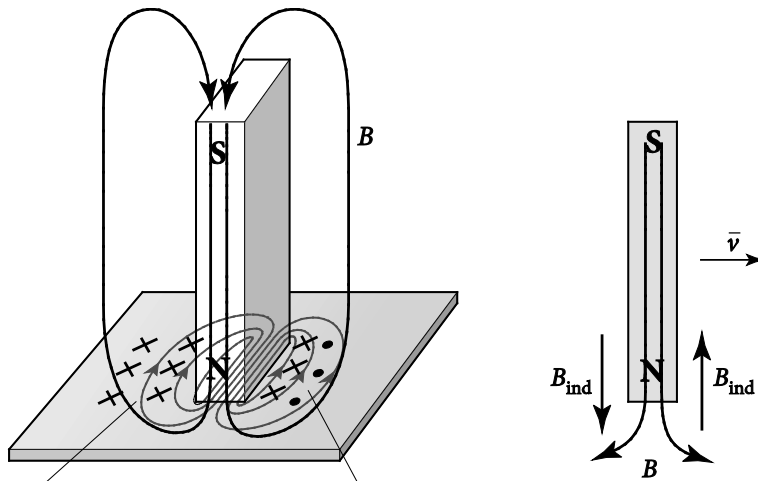
Perustehtävät

111.

- a) Alumiinilevy on heikkenevässä magneettikentässä, koska levy poistuu magneettikentän alueelta.
- b) Induktion seurauksena alumiinilevyyn syntyy sellaisia pyörrevirtoja, että ne ylläpitävät alkuperäisen magneettikentän suuntaista magneettikenttää. Oikean käden säännön mukaisesti pyörrevirtojen suunta on myötäpäivään.



112.



Magneettivuo pienenee, koska induktiokenttä on samansuuntainen alkuperäisen kentän kanssa.

Magneettivuo suurenee, koska induktiokenttä on vastakkaissuuntainen alkuperäiselle kentälle.

Pyörrevirtojen aiheuttamien magneettikenttien suunnat saadaan oikean käden säännöllä. Kestomagneetin oikealla puolella pyörrevirtojen aiheuttama magneettikenttä on vastakkaissuuntainen sauvamagneetin kentälle. Tällöin alumiinilevy on kasvavassa magneettikentässä.

Kestomagneetin vasemmalla puolella pyörrevirtojen aiheuttama magneettikenttä on samansuuntainen sauvamagneetin kentän kanssa. Alumiinilevy on heikkenevässä magneettikentässä.

Kestomagneetti liikkuu vasemmalta oikealle.

113.

- a) Heilurin levyjen on oltava sähköä johtavaa materiaalia.

b)

- Levyn heilahdellessa magneettivuo levyn läpi muuttuu, jolloin levyyn indusoituu pyörrevirtoja.
- Lenzin lain mukaan pyörrevirtojen suunta on sellainen, että virroista aiheutuva voima pyrkii estämään magneettivuon muutosta. Tästä aiheutuu levyyn jarruttava voima.
- c) Kultalevy pysähtyy nopeammin. Kulta on parempi sähkönjohde kuin lyijy, jolloin kultalevyssä pyörrevirrat ovat suuremmat. Siten jarruttava voima on suurempi kultalevyn tapauksessa kuin lyijylevyn tapauksessa.

114.

a) Pyörrevirtoja syntyy, kun sähköä johtava kappale on muuttuvassa magneettikentässä.

b)

Pyörrevirtojen haittoja: tehohäviöt muuntajissa ja sähkömoottoreissa (kappaleet kuumenevat, liikkuvan kappaleen liike hidastuu), magneettiset myrskyt (muuntajat voivat rikkoutua, öljy- ja kaasuputkien korroosio, mahdollinen kipinöinti)

Pyörrevirtojen hyötyjä:

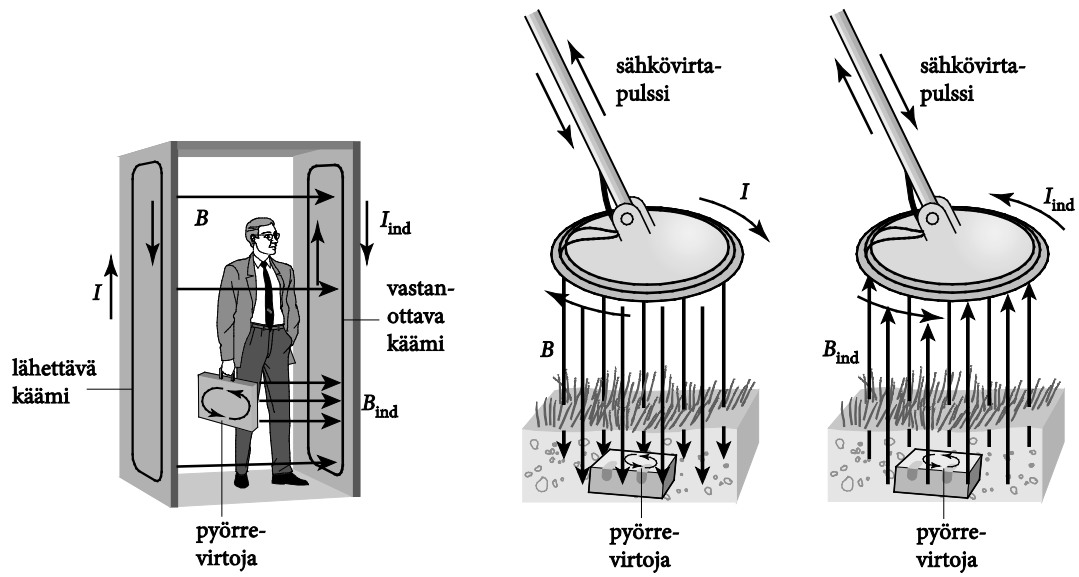
- pyörrevirtojen lämpövaikutus: induktiouunit, metallien sulatus, induktioliedet
- pyörrevirtojen synnyttämän magneettikentän voimavaikutus: induktiojarrut, mittarit, vaa’at, junat, autojen moottoripyörien nopeusmittarit, kWh-mittarit, induktiomoottorit
- induktiivinen kytkentä: muuntajat, metallinilmaisimet, varashälyttimet

115.

- Suurin voima tarvitaan tilanteissa 2 ja 4, koska silloin magneettivuo muuttuu renkaan suhteen. Tällöin renkaaseen indusoituu sähkövirtoja, joiden aiheuttama magneettikenttä vastustaa vuon muutosta. Levy on työnnettävä magneettikenttään ja vedettävä sieltä pois.
- Kun silmukka on magneettikentässä magneettikentän vuo on vakio, jolloin silmukan liikettä vastustavaa voimaa ei ole.

116.

Metallinpaljastin koostuu kahdesta käämistä: lähetyskäämistä ja vastaanottokäämistä. Lähetyskäämin vaihtovirta indusoi ympärilleen muuttuvan magneettikentän, joka indusoi sähkövirran vastaanottokäämiin. Kun lähetyskäämin ja vastaanottokäämin väliin tulee metalliesine, lähetyskäämin muuttuva magneettikenttä indusoi pyörrevirtoja metallikappaleeseen. Pyörrevirtojen aiheuttama magneettikenttä pienentää sähkövirtaa vastaanottokäämissä. Metalliesine siis paljastuu vastaanottokäämin sähkövirran muutoksesta. Vastaavanlainen järjestelmä on kauppojen varashälyttimissä.



Soveltavat tehtävät

117.

- a) Sähköuunissa on lämpövastukset. Ne tuottavat lämpöä eli kyseessä on sähkövirran lämpövaikutus ($P = RI^2$). Lämpö siirtyy ruokaan kulkeutumalla, johtumalla ja säteilemällä. Ruoan pinnalta lämpö johtuu ruoka-aineen.
- b) Induktiolieden toimita perustuu käämeihin, joihin johdetaan suuritaajuinen vaihtovirta. Vaihtovirta synnyttää käämeihin muuttuvan magneettikentän. Tällöin lämmitettävä metallikattila on muuttuvassa magneettikentässä, ja siihen indusoituu pyörrevirtoja. Pyörrevirrat lämmittävät kattilaa. Kattilasta lämpö siirtyy ruokaan muun muassa johtumalla.
- c) Ruoka-aine sisältää polaarisia vesimolekyyliä. Mikroaaltouunissa mikroaaltoalueen sähkömagneettisten aaltojen muuttuva sähkökenttä saa polaariset vesimolekyylit värähtelemään. Molekyylien liike aiheuttaa ruuan lämpiämisen.

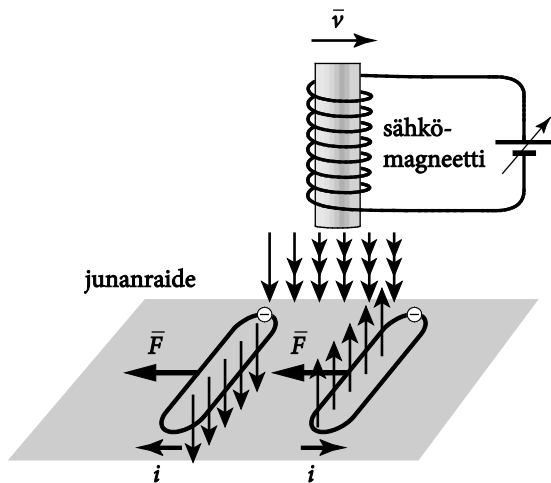
118.

Magneettivuon muutos synnyttää yhtenäiseen johdekappaleeseen induktiovirtoja, pyörrevirtoja. Pyörrevirtojen suunta on Lenzin lain mukaan sellainen, että syntyvien virtojen vaikutukset pyrkivät kumoamaan muutoksen, josta induktiovirrat aiheutuvat.

Teknisiä sovelluksia:

1. Pyörrevirtojen lämpövaikutuksia hyödyntäviä laitteita:
 - induktiouunit (metallien sulatus)
 - induktioliedet
2. Pyörrevirtojen voimavaikutusta hyödyntäviä laitteita:
 - induktiojaru (junat ja mittareiden osoittimet)
 - kWh-mittarit
 - induktiomoottorit
 - induktiokytkin (nopeusmittari)
 - metallin rakennevikojen ilmaisin (pyörrevirrat ovat pienempiä, jos metallissa on hiushalkeamia)
3. Pyörrevirtojen synnyttämien induktiovirtoja hyödyntäviä laitteita:
 - metallinpaljastin
 - magneettinen liikkeen ilmaisin (liikennevalojen ohjain)

119.



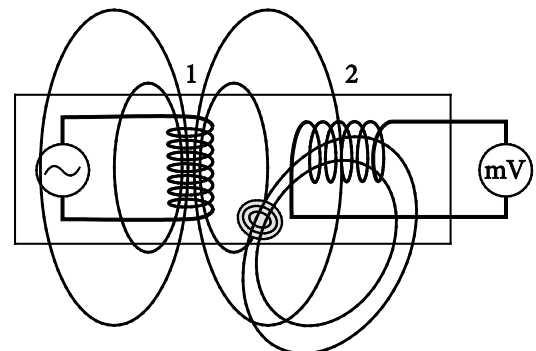
a)

- Kun magneetti liikkuu raiteen suhteen, raide on muuttuvassa magneettikentässä, jolloin raiteeseen indusoituu pyörrevirtoja. Pyörrevirrat synnyttävät induktiomagneettikentän.
- Magneettivuo sähkömagneetin edessä on voimistuva, joten Lenzin lain mukaisesti indusoituneen magneettikentän suunta on sellainen, että se vastustaa sähkömagneetin etenemistä.
- Vastaavasti sähkömagneetin takana magneettivuo heikkenee, jolloin indusoituneen magneettikentän suunta on sellainen, että se vetää sähkömagneettia puoleensa.
- Molemmat voimat ovat junan liikesuuntaa vastaan, joten ne jarruttavat junan liikettä.

- b) Induktio lain $\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi}{dt}$ mukaan kiskoihin indusoitunut lähdejännite riippuu magneettivuon muutosnopeudesta. Siksi indusoituvat pyörrevirrat ovat sitä voimakkaampia, mitä nopeammin sähkömagneetti liikkuu raiteisiin nähden. Vaunun nopeuden pienentyessä pyörrevirrat ja niiden magneettikentät heikkenevät, jolloin myös jarruttava voima pienenee.

120.

- a) Sekundäärikäämissä ei ole jännitelähdettä, joten siihen syntyy jännite vain induktioilmiön seurauksena. Sekundäärikäämiin ei indusoidu jännitettä, koska se ei ole primäärikäämin magneettikentässä.
- b) Käämin 1 muuttuva magneettivuo synnyttää pyörrevirrat metalliesineeseen. Pyörrevirtojen synnyttämä muuttuva magneettivuo menee osittain käämin 2 läpi. Tällöin käämiin 2 indusoituu jännite ja sähkövirta. Sähkövirta havaitaan mittarilla.
- c) Mitä parempi sähkönjohtavuus metallilla, sen suurempia ovat pyörrevirrat ja siten myös indusoitunut jännite käämissä 2.



121. $l = 25 \text{ cm}$, $R = 1,25 \Omega$, $v = 0,20 \text{ m/s}$, $B = 15 \text{ mT}$, $i(t) = ?$

Muuttuva magneettivuo indusoi silmukkaan jännitteen $\mathcal{E} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{B\Delta A}{\Delta t}$.

Silmukassa oleva sähkövirta on resistanssin määritelmän $R = \frac{U}{I}$ mukaan

$$i = \frac{e}{R} = -\frac{B\Delta A}{R\Delta t} = -\frac{Bl\Delta s}{R\Delta t} = -\frac{Blv}{R}.$$

- i) Silmukka liikkuu tasaisesti magneettikentän reunalta kokonaan magneettikenttään ajassa

$$t = \frac{l}{v} = \frac{0,25 \text{ m}}{0,20 \text{ m/s}} = 1,25 \text{ s}.$$

Johtimessa oleva sähkövirta aikavälillä 0 s ... 1,25 s on

$$i = -\frac{B\Delta A}{R\Delta t} = -\frac{15 \cdot 10^{-3} \text{ T} \cdot (0,25 \text{ m})^2}{1,25 \Omega \cdot 1,25 \text{ s}} = -0,00060 \text{ A} = -0,60 \text{ mA}.$$

- ii) Koko silmukka liikkuu magneettikentässä ajan

$$t = \frac{l}{v} = \frac{0,5 \text{ m}}{0,20 \text{ m/s}} = 2,5 \text{ s}$$

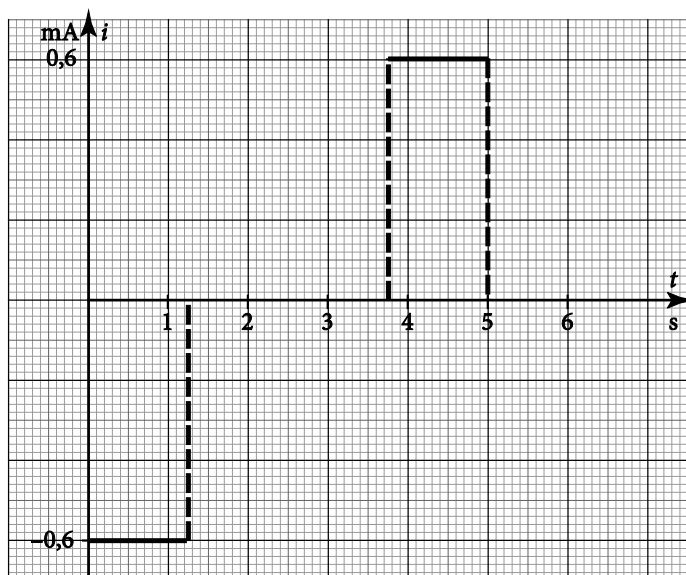
Koska silmukan läpäisee koko ajan yhtä suuri magneettivuo aikavälin 1,25 s ... 3,75 s, indusoitunut jännite on nolla. Tällöin myös sähkövirta on nolla.

- iii) Silmukka liikkuu tasaisesti magneettikentän reunalta kokonaan pois magneettikentästä ajassa

$$t = \frac{l}{v} = \frac{0,25 \text{ m}}{0,20 \text{ m/s}} = 1,25 \text{ s}$$

Johtimessa oleva sähkövirta aikavälillä 3,75 s ... 5,00 s on

$$i = -\frac{B\Delta A}{R\Delta t} = -\frac{15 \cdot 10^{-3} \text{ T} \cdot (-(0,25 \text{ m})^2)}{1,25 \Omega \cdot 1,25 \text{ s}} = 0,00060 \text{ A} = 0,60 \text{ mA}$$



122. $N = 2\,000$, $A = 7,0 \text{ cm}^2$, $e = ?$

- a) Käämien akseleiden pitää olla samansuuntaisia, jotta testikäämin läpi kulkisi mahdollisimman suuri magneettivuo. Mitä suurempi magneettivuo testikäämin läpi kulkee, sitä suurempi on magneettivuon muutos ja mitä suurempi on muutos, sitä suurempi on indusoitunut jännite.

b) Muuttuva magneettivuoto indusoi testikäämiin jännitteen $e = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{B\Delta A}{\Delta t}$.

Magneettivuon tiheyden suuruuden muutos tapahtuu aikaväleinä $\Delta t = \frac{1,0 \text{ s}}{6} = 0,16667 \text{ s}$.

Magneettivuon tiheyden suuruuden pienentyessä muutos on

$$\Delta B = -1,05 \cdot 10^{-3} \text{ T} - 1,0 \cdot 10^{-3} \text{ T} = -2,05 \cdot 10^{-3} \text{ T}$$

ja magneettivuontiheyden suuruuden kasvaessa muutos on

$$\Delta B = 1,0 \cdot 10^{-3} \text{ T} - (-1,05 \cdot 10^{-3} \text{ T}) = 2,05 \cdot 10^{-3} \text{ T}.$$

Magneettivuon tiheyden suuruuden pienentyessä indusoituva jännite on

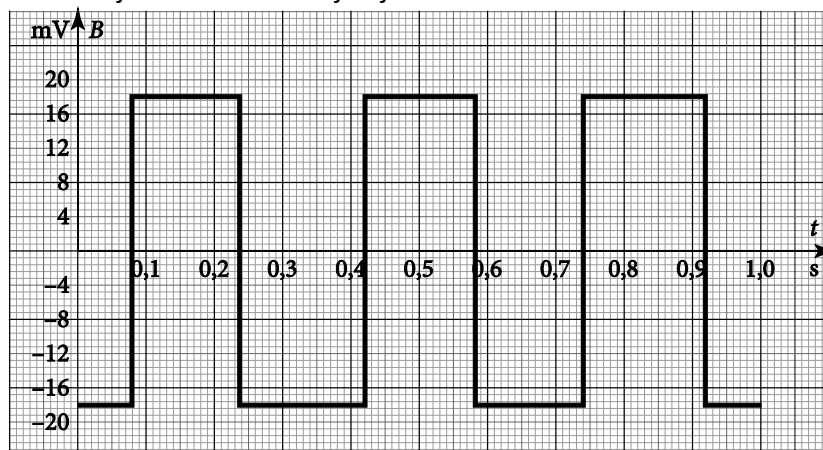
$$e = -NA \frac{\Delta B}{\Delta t} = -2000 \cdot 7,0 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \frac{-2,05 \cdot 10^{-3} \text{ T}}{0,16667 \text{ s}} = 0,01722 \text{ V} \approx 17 \text{ mV}.$$

Magneettivuon tiheyden suuruuden kasvaessa indusoituva jännite on

$$e = -NA \frac{\Delta B}{\Delta t} = -2000 \cdot 7,0 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \frac{2,05 \cdot 10^{-3} \text{ T}}{0,16667 \text{ s}} = -0,01722 \text{ V} \approx -17 \text{ mV}.$$

Jännitteen maksimiarvo on 17 mV.

c) Induktiojännitteen kuvaaja ajan funktiona.



Vastaus: b) Jännitteen maksimiarvo on 17 mV.

10 Itseinduktio ja induktiivinen kytkentä

Perustehtävät

123.

- a) Itseinduktio on ilmiö, jossa johtimen oma sähkövirran muutos indusoi johtimeen sähkövirran muutosta vastustavan lähdejännitteen.
- b) Induktanssi L kuvaa johtimen tai käämin kykyä vastustaa sähkövirran muutosta. Induktanssin arvo riippuu käämin koosta, johdinkierrosten lukumäärästä, rautasydäimestä (sen koosta ja muodosta) sekä ympäröivästä materiaalista.

124.

Jos virtapiirissä on käämi, käämissä tapahtuva itseinduktio hidastaa jännitteen kasvua koko virtapiirissä. Tällöin lamppu syttyy hitaammin kuin piirissä, jossa ei ole käämiä.

125. $I_1 = 50 \text{ mA}$:sta, $I_2 = 120 \text{ mA}$, $\Delta t = 0,35 \text{ s}$, $L = 1,4 \text{ mH}$, $e = ?$

Indusoitunut jännite on

$$e_k = -L \frac{\Delta I}{\Delta t} = -1,4 \cdot 10^{-3} \text{ H} \cdot \frac{120 \cdot 10^{-3} \text{ A} - 50 \cdot 10^{-3} \text{ A}}{0,35 \text{ s}} = -2,8 \cdot 10^{-4} \text{ V}.$$

Vastaus: Indusoitunut jännite on $-2,8 \cdot 10^{-4} \text{ V}$.

126.

Lamput sammuvat samanaikaisesti.

- Kytkin avataan, jolloin virtapiirin sähkövirta ja siten myös käämin magneettikenttä pienenee maksimiarvosta nollaan.
- Itseinduktion vuoksi käämiin indusoituu lähdejännite, joka aiheuttaa sähkövirran lamppujen muodostamaan suljettuun virtapiiriin niin, että lampun 1 sähkövirran suunta muuttuu äkillisesti. (Käämi toimii pienen hetken jännitelähteen tavoin.)
- Lamput valaisevat hetken katkaisijan sulkemisen jälkeen ja sammuvat yhtä aikaa.

Huomaa:

Tehtävä poikkeaa oppikirjan kuvassa olevasta tilanteesta, jossa kytkin suljetaan ja lamput syttyvät. Käämin kanssa sarjassa oleva lamppu syttyy viipeellä.

127. $\Delta I / \Delta t = -23 \text{ mA/s}$, $e = 53 \text{ mV}$, $L = ?$

Itseinduktiojännitteen kaava on $e_k = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}$.

Ratkaistaan induktanssi

$$L = \frac{-e_k}{\frac{\Delta I}{\Delta t}}$$

$$= \frac{-53 \cdot 10^{-3} \text{ V}}{-23 \cdot 10^{-3} \frac{\text{A}}{\text{s}}}$$

$$= 2,3043 \text{ H} \approx 2,3 \text{ H}$$

Vastaus: Induktanssi on 2,3 H.

128. $L = 12 \mu\text{H}$, $\Delta t = 12 \text{ ms}$, $I_1 = 0,3 \text{ A}$, $I_2 = 1,3 \text{ A}$, $e = ?$

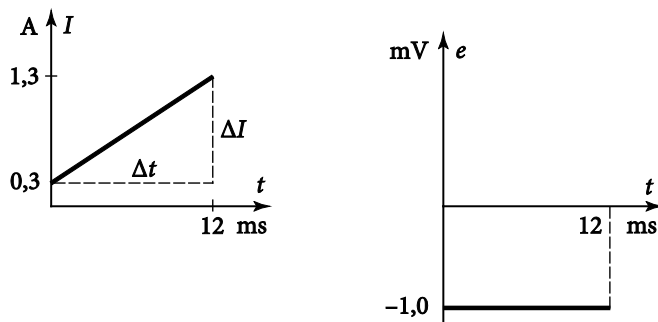
a) Indusoitunut jännite on

$$e_k = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

$$= -12 \cdot 10^{-6} \text{ H} \cdot \frac{1,3 \text{ A} - 0,3 \text{ A}}{12 \cdot 10^{-3} \text{ s}}$$

$$= -1,0 \cdot 10^{-3} \text{ V}.$$

b)



Vastaus: a) Indusoitunen jännitteen suuruus on 1,0 mV.

129.

- **käämi sähkömagneettina:** kaiutin, rele, sähkömoottori
- **käämissä tapahtuu induktioilmiö:** generaattori, muuntaja, puola ja katkaisukipinän syntyminen, induktioliedet, kuristin, vaihe-eron korjaus
- **värähtelypiirit:** antennit

Soveltavat tehtävät

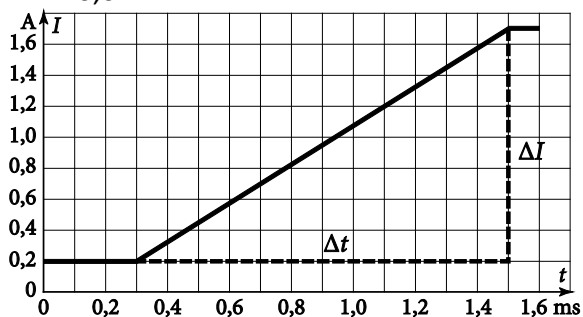
130. $L = 10,0 \text{ mH}$, $\Delta t = 5,0 \text{ } \mu\text{s}$, $I = 1,0 \text{ A}$, $e = ?$

Indusoitunut jännite on

$$\begin{aligned} e_k &= -L \frac{\Delta I}{\Delta t} \\ &= -10,0 \cdot 10^{-3} \text{ H} \cdot \frac{0 \text{ A} - 1,0 \text{ A}}{5,0 \cdot 10^{-6} \text{ s}} \\ &= 2\,000 \text{ V.} \end{aligned}$$

Vastaus: Indusoitunut jännite on 2 000 V.

131. $L = 10,0 \text{ mH}$



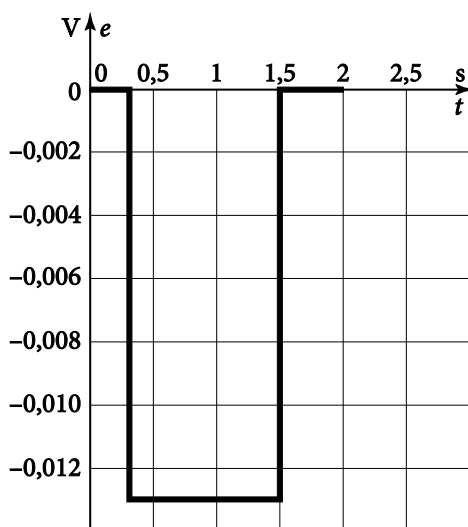
Tarkastellaan eri aikavälejä:

0 s ... 0,3 s: sähkövirta I vakio, joten $e = 0 \text{ V}$

0,3 s ... 1,5 s: sähkövirta muuttuu, joten indusoituva jännite on

$$\begin{aligned} e_k &= -L \frac{\Delta I}{\Delta t} = -10,5 \cdot 10^{-3} \text{ H} \cdot \frac{1,7 \text{ A} - 0,2 \text{ A}}{1,5 \text{ s} - 0,3 \text{ s}} \\ &= -0,013125 \text{ V} \approx -0,013 \text{ V} \end{aligned}$$

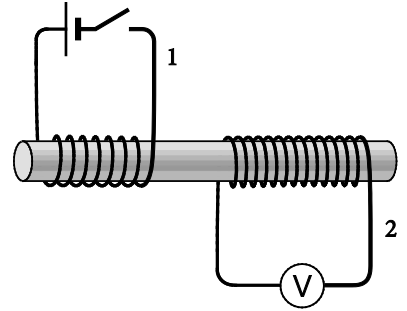
1,5 s –: I vakio, joten $e = 0 \text{ V}$



132.

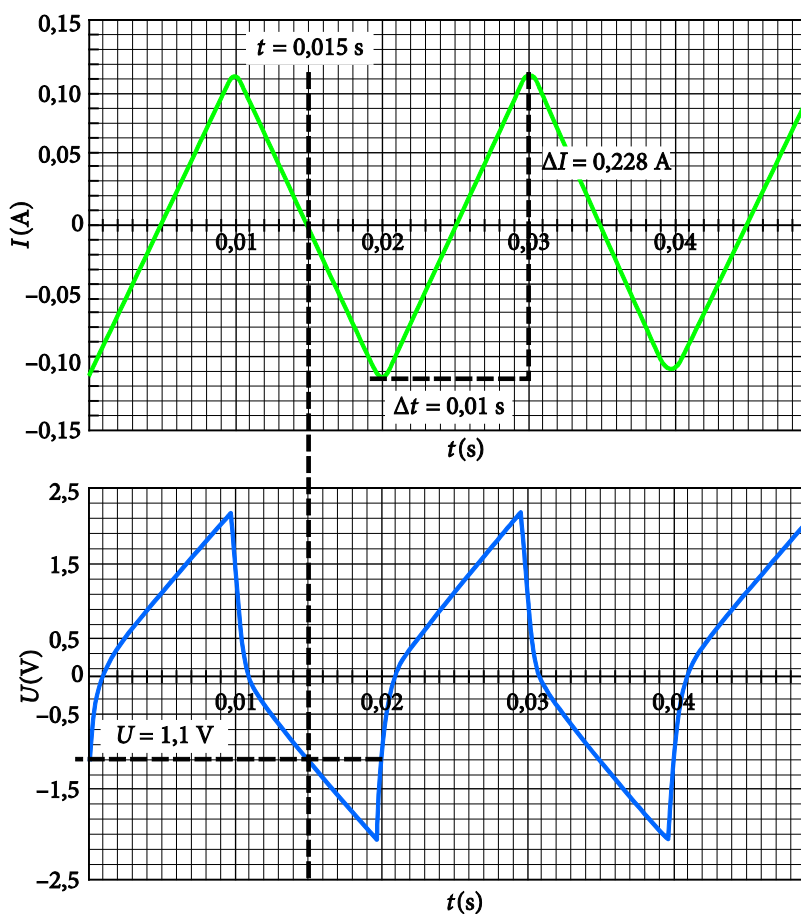
Kaksi käämiä on induktiivisesti kytketty, jos toisessa käämissä kulkevan sähkövirran I_1 synnyttämä magneettivuoto läpäisee myös toisen käämin. Tällöin virran I_1 muutos indusoi käämiin 2 jännitteen.

Käämiin 2 indusoitunut jännite on verrannollinen käämin 1 sähkövirran muutosnopeuteen. Indusoitunut jännite riippuu myös käämien keskinäisestä asennosta, niiden muodosta ja niiden ympärillä olevasta materiaalista.



133.

1. Induktanssi



Ajan hetkellä $t = 0,015 \text{ s}$ sähkövirta $I = 0$.

Tällöin $U_R = RI = 0 \text{ V}$ ja käämin jännite on itseinduktiossa syntynyt jännitettä $e_L = 1,1 \text{ V}$.

Ratkaistaan induktanssi L itseinduktiojännitteen lausekkeesta

$$e_L = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

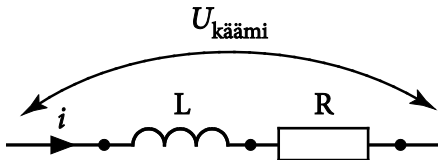
$$L = \left| -\frac{e_L}{\frac{\Delta I}{\Delta t}} \right|$$

Sähkövirran muutosnopeus kuvaajan perusteella on

$$\frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{0,228 \text{ A}}{0,01 \text{ s}} = 22,8 \frac{\text{A}}{\text{s}}, \text{ joten induktanssi}$$

$$L = \frac{e_L}{\frac{\Delta I}{\Delta t}} = \frac{1,1 \text{ V}}{22,8 \frac{\text{A}}{\text{s}}} = 0,04826 \frac{\text{Vs}}{\text{A}} \approx 48 \text{ mH}.$$

2. Resistanssi

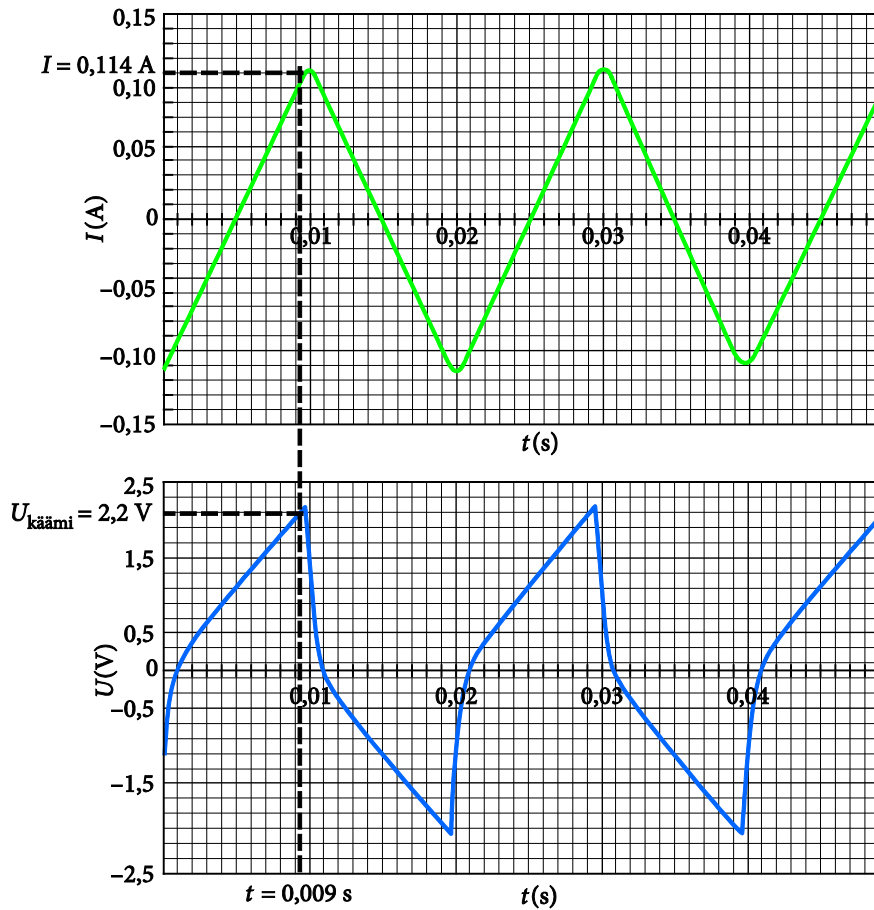


Tilannetta voidaan tarkastella kuvan mukaisella mallilla: kytketään sarjaan ideaalinen käämi ja vastus. Sähkövirran kulkusuunnassa tapahtuu vastuksessa jännitehäviö ja käämin itseinduktio vastustaa sähkövirran muutosta Lenzin lain mukaan. Myös käämissä tapahtuu potentiaalin alenema sähkövirran kulkusuunnassa, koska sähkövirran muutosnopeus on positiivinen.

Käämin napojen välinen jännite on

$$U_{\text{Käämi}} = RI + L \frac{\Delta I}{\Delta t}.$$

Ajan hetkellä $t = 0,009 \text{ s}$ sähkövirta on suuri ja lukemataarkkuus kuvasta on hyvä.



Ratkaistaan resistanssi

$$\begin{aligned}
 R &= \frac{U_{\text{Käämi}} - L \frac{\Delta I}{\Delta t}}{I} \\
 &= \frac{2,2 \text{ V} - 0,048246 \frac{\text{Vs}}{\text{A}} \cdot 22,8 \frac{\text{A}}{\text{s}}}{0,114 \text{ A}} \\
 &= 9,649 \Omega \approx 9,6 \Omega
 \end{aligned}$$

Vastaus: Käämin induktanssi on 48 mH ja resistanssi on 9,6 Ω .

11 Generaattori tuottaa vaihtojännitteen

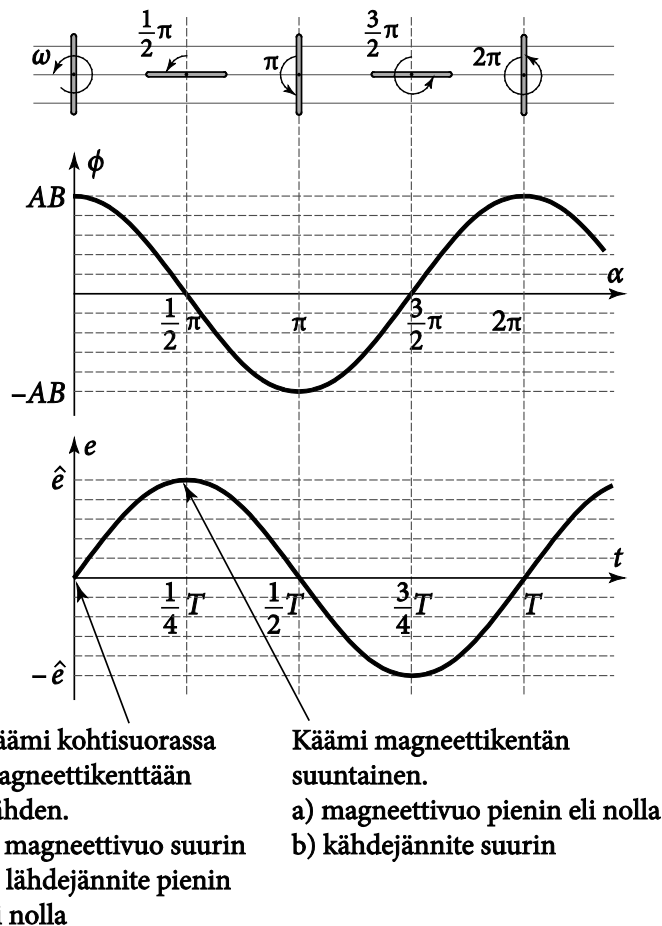
Perustehtävät

134.

Generaattorin käämin asento magneettikentässä.

Magneettivuoto

Käämiin indusoitunut hetkellinen lähdejännite



135. $B = 0,37 \text{ T}$, silmukan sivut $6,5 \text{ cm}$ ja $9,5 \text{ cm}$

Kun silmukka on kiertynyt kulman α , silmukan läpäisevä magneettivuoto on $\Phi = BA \cos \alpha$. Silmukan normaali on kohtisuorassa silmukan tasoa vastaan ja muodostaa kulman α magneettikentän kenttäviivojen kanssa.

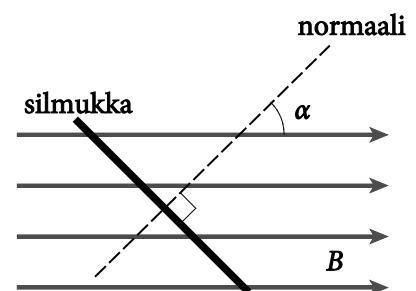
a) $\alpha = 90^\circ \rightarrow A \parallel B$, jolloin $\Phi = 0 \text{ Wb}$.

b) $\alpha = 30^\circ$, jolloin

$$\begin{aligned}\Phi &= BA \cos \alpha = 0,37 \text{ T} \cdot 0,065 \text{ m} \cdot 0,095 \text{ m} \cdot \cos 30^\circ \\ &= 0,001979 \text{ Wb} \approx 2,0 \text{ mWb}.\end{aligned}$$

c) $\alpha = 0^\circ \rightarrow A \perp B$,

$$\text{jolloin } \Phi = BA \cos \alpha = 0,37 \text{ T} \cdot 0,065 \text{ m} \cdot 0,095 \text{ m} \cdot \cos 0^\circ = 0,002285 \text{ Wb} \approx 2,3 \text{ mWb}.$$



Vastaus:

a) Silmukan läpäisevä magneettivuoto on 0 Wb .

- b) Silmukan läpäisevä magneettivuo on 2,0 mWb.
c) Silmukan läpäisevä magneettivuo on 2,3 mWb.

136. $N = 150$ r, $n = 370$ 1/s, $B = 460$ mT, neliön sivu 2,5 cm, $\hat{e} = ?$

- a) Silmukan kulmanopeus pyörimisnopeuden (kierrostaajuuden) avulla $\omega = 2\pi n$
Silmukkaan indusoituneen lähdejännitteen huippuarvo on

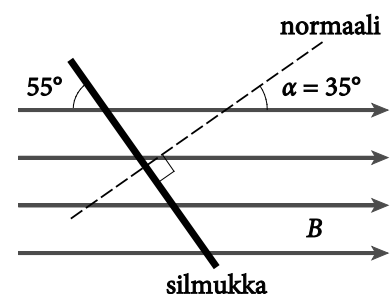
$$\begin{aligned}\hat{e} &= NBA\omega = NBA2\pi n \\ &= 150 \cdot 460 \cdot 10^{-3} \text{ T} \cdot (2,5 \cdot 10^{-2} \text{ m})^2 \cdot 2\pi \cdot 370 \frac{1}{\text{s}} \\ &= 100,2561 \text{ V} \approx 0,10 \cdot 10^3 \text{ V} = 0,10 \cdot \text{kV}.\end{aligned}$$

- b) silmukan tason ja magneettikentän välinen kulma on 55° ,
 $e = ?$

Koska silmukan tason ja magneettikentän välinen kulma on 55° , silmukan asentoa kuvaavan kulman α arvo on $\alpha = 90^\circ - 55^\circ = 35^\circ$.

Lähdejännitteen hetkellinen arvo, kun silmukan kiertymä on 35° on

$$\begin{aligned}e &= \hat{e} \sin \omega t \\ &= 100,2561 \text{ V} \cdot \sin 35^\circ \\ &= 57,5045 \text{ V} \approx 58 \text{ V}.\end{aligned}$$



Vastaus

- a) Lähdejännitteen huippuarvo on 0,10 kV.
b) Lähdejännitteen hetkellinen arvo on 58 V.

137.

$$\text{Induktiolaki } e = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(BA)}{dt}.$$

Kun käämi pyörii homogeenisessä magneettikentässä kulmanopeudella ω , käämin läpi kulkeva magneettivuo muuttuu. Tällöin käämiin indusoituu jännite, joka on sinimuotoista $e = \hat{e} \sin \omega t$.

Soveltavat tehtävät

138. $A = 17,5 \text{ cm}^2$, $n = ?$, $\omega = ?$, $\hat{e} = ?$, $B = ?$

a) Kuvaajasta saadaan lähdejännitteen jaksonajaksi $T = 9,0 \text{ ms}$, jolloin jännitteen taajuus on

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{9,0 \cdot 10^{-3} \text{ s}} = 111,11 \text{ Hz} \approx 110 \text{ Hz}.$$

Silmukan kierrostaajuus (pyörimisnopeus) on

$$n = f = 111,11 \frac{1}{\text{s}} = 111,11 \cdot 60 \frac{1}{\text{min}} = 6666,667 \text{ RPM} \approx 6700 \text{ RPM}.$$

b) Silmukan kulmanopeus on

$$\begin{aligned} \omega &= 2\pi n = 2\pi \cdot 111,11 \frac{1}{\text{s}} \\ &= 698,1247 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \approx 0,70 \cdot 10^3 \frac{\text{rad}}{\text{s}}. \end{aligned}$$

c) Kuvaajasta saadaan lähdejännitteen huippuarvoksi $\hat{e} = 38 \text{ mV}$.

d) Magneettikentässä pyörivään käämiin indusoituvan vaihtojännitteen huippuarvo on $\hat{e} = NBA \cdot 2\pi f$. Magneettivuon tiheys on siten

$$\begin{aligned} B &= \frac{\hat{e}}{NA \cdot 2\pi f} \\ &= \frac{38 \cdot 10^{-3} \text{ V}}{1 \cdot 17,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot 2\pi \cdot 111,11 \frac{1}{\text{s}}} \\ &= 0,031104 \text{ T} \approx 31 \text{ mT}. \end{aligned}$$

Vastaus:

- a) Silmukka pyörii minuutissa 6700 kierrosta.
- b) Silmukan kulmanopeus on $0,70 \cdot 10^3 \text{ rad/s}$.
- c) Jännitteen huippuarvo on 38 mV.
- d) Magneettivuon tiheys on 31 mT.

139. $N = 1\,200$, $A = 25 \text{ cm}^2$, $B = 250 \text{ mT}$, $U = 120 \text{ V}$, $n = ?$

Käämiin, joka pyörii homogeenisessa magneettikentässä kenttää vastaan kohtisuoran akselin ympäri, syntyy sinimuotoinen vaihtojännite, jonka huippuarvo on $\hat{e} = NBA \cdot 2\pi f$.

Käämin pyörimisnopeus on siten

$$\begin{aligned} n = f &= \frac{\hat{e}}{NAB \cdot 2\pi} = \frac{120 \text{ V}}{1200 \cdot 25 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot 0,250 \text{ T} \cdot 2\pi} = 25,46479 \frac{1}{\text{s}} \approx 25 \frac{1}{\text{s}}. \\ n &= 25,46479 \frac{1}{\text{s}} = 25,46479 \cdot 60 \frac{1}{\text{min}} = 1527,8874 \frac{1}{\text{min}} \approx 1500 \frac{\text{kierrosta}}{\text{min}}. \end{aligned}$$

Vastaus: Silmukan pyörimisnopeus on 25 1/s (1 500 kierrosta minuutissa).

140. $B = 24 \text{ mT}$, $n = 6\,200 \text{ r/min}$, $l = 14,5 \text{ cm}$, $R = 15,6 \Omega$, $e = ?$, $i = ?$

Kun silmukka on kiertynyt kulman α , silmukan läpäisevä magneettivuon on $\Phi = BA \cos \alpha$. Silmukan akseli on kohtisuorassa silmukan tasoa vastaan ja muodostaa kulman α magneettikentän kenttäviivojen kanssa. Silmukkaan indusoitunut hetkellinen jännite on $e = NBA \omega \sin \omega t$.

Kierrostaajuus on

$$n = f = 6200 \frac{\text{r}}{\text{min}} = \frac{6200}{60} = 103,3333 \frac{1}{\text{s}}.$$

a) $A \parallel B \rightarrow \alpha = 90^\circ$

Hetkellinen magneettivuo

$$\Phi = BA \cos \alpha = 24 \cdot 10^{-3} \text{ T} \cdot (0,145 \text{ m})^2 \cdot \cos 90^\circ = 0 \text{ Wb}.$$

Silmukkaan indusoitunut hetkellinen jännite on huippujännite

$$\begin{aligned} \hat{e} &= NBA \cdot 2\pi f \\ &= 1 \cdot 24 \cdot 10^{-3} \text{ T} \cdot (0,145 \text{ m})^2 \cdot 2\pi \cdot 103,3333 \frac{1}{\text{s}} \\ &= 0,32762 \text{ V} \approx 0,33 \text{ V}. \end{aligned}$$

b) $A \perp B \rightarrow \alpha = 0^\circ$

Hetkellinen magneettivuo on

$$\begin{aligned} \Phi &= BA \cos \alpha = 24 \cdot 10^{-3} \text{ T} \cdot (0,145 \text{ m})^2 \cdot \cos 0^\circ \\ &= 5,046 \cdot 10^{-4} \text{ Wb} \approx 0,50 \text{ mWb}. \end{aligned}$$

Silmukkaan indusoitunut hetkellinen jännite on

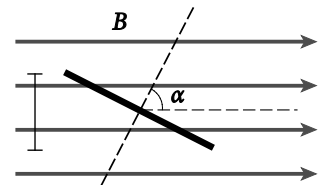
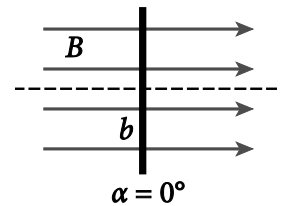
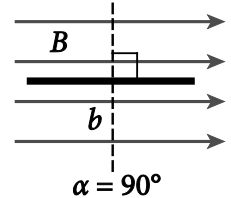
$$e = \hat{e} \sin 0^\circ = 0 \text{ V}.$$

c) Sähkövirran huippuarvo on

$$\hat{i} = \frac{\hat{e}}{R} = \frac{0,32762 \text{ V}}{15,6 \Omega} = 0,02100 \text{ A} \approx 21 \text{ mA}.$$

d) Sähkövirta hetkellä, jolloin silmukka on kiertynyt 125° , on

$$i = \hat{i} \sin \omega t = 0,02100 \text{ A} \cdot \sin 125^\circ = 0,017202 \text{ A} \approx 17 \text{ mA}.$$



Vastaus:

- a) Silmukan läpäisevä magneettivuo on 0 Wb ja hetkellinen jännite silmukassa on 0,33 V.
- b) Silmukan läpäisevä magneettivuo on 0,50 mWb ja hetkellinen jännite silmukassa on 0 V.
- c) Sähkövirran huippuarvo on 21 mA.
- d) Sähkövirran hetkellinen arvo on 17 mA.

141.

a)

- Mekaanisen työn vaikutuksesta generaattorin käämi pyörii magneettikentässä.
- Muuttuva magneettivuo indusoi käämiin jännitteen.
- Jännitteen suuruus määräytyy silmukan läpi menevän magneettivuon muutosnopeudesta $\frac{d\Phi}{dt}$
- Induktiolain mukaan käämiin, jossa on N kierrosta, indusoitava jännite on $e = -N \frac{d\Phi}{dt}$.

b)

- Kun käämi pyörii homogeenisessa magneettikentässä, sen läpäisevä magneettivuo muuttuu jaksollisesti.
- Syntynyt jännite on induktiolain mukaisesti suoraan verrannollinen magneettivuon muuttumisnopeuteen eli $e = -N \frac{d\Phi}{dt}$.

- Käämin kiertokulma voidaan kirjoittaa kulmanopeuden avulla
 $\alpha = \omega t$.

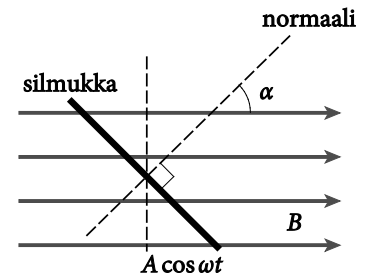
- Magneettikenttää vastaan kohtisuora pinta-ala vaihtelee jaksollisesti $A_{\perp} = A \cos \alpha = A \cos \omega t$.

- Generaattorin tuottama vaihtojännite on siten

$$e = -N \frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(BA \cos \omega t)}{dt} = +BA\omega \sin \omega t, \text{ eli}$$

$$e = \hat{e} \sin \omega t.$$

Eli homogeenisessa magneettikentässä tasaisella kulmanopeudella pyörivä käämi tuottaa sinimuotoisen vaihtojännitteen.



142. $N = 160$ r, $A = 0,1250 \text{ m}^2$, $B = 0,086 \text{ T}$, $n = 50 \text{ 1/s}$

Kulmanopeuden ja pyörimisnopeuden yhteys on $\omega = 2\pi n = 2\pi \cdot 50 \frac{1}{s} = 100\pi \frac{1}{s}$.

Kiertokulma $\alpha = \omega t$.

- a)** Käämin läpi kulkeva magneettivuo muuttuu jaksollisesti.

$$\Phi = BA_{\perp} = BA \cos \alpha = BA \cos \omega t$$

$$= 0,086 \text{ T} \cdot 0,1250 \text{ m}^2 \cdot \cos(100\pi \frac{1}{s} \cdot t)$$

$$= 0,01075 \text{ Wb} \cdot \cos(100\pi \frac{1}{s} \cdot t).$$

- b)** Käämin napojen välinen jännite muuttuu jaksollisesti
Jännitteen huippuarvo on

$$\hat{e} = NBA \cdot 2\pi f$$

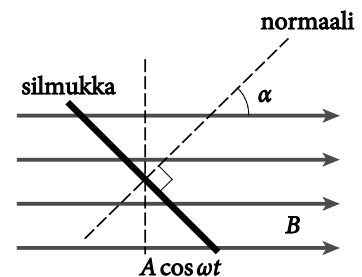
$$= 160 \cdot 0,086 \text{ T} \cdot 0,125 \text{ m}^2 \cdot 2\pi \cdot 50 \frac{1}{s}$$

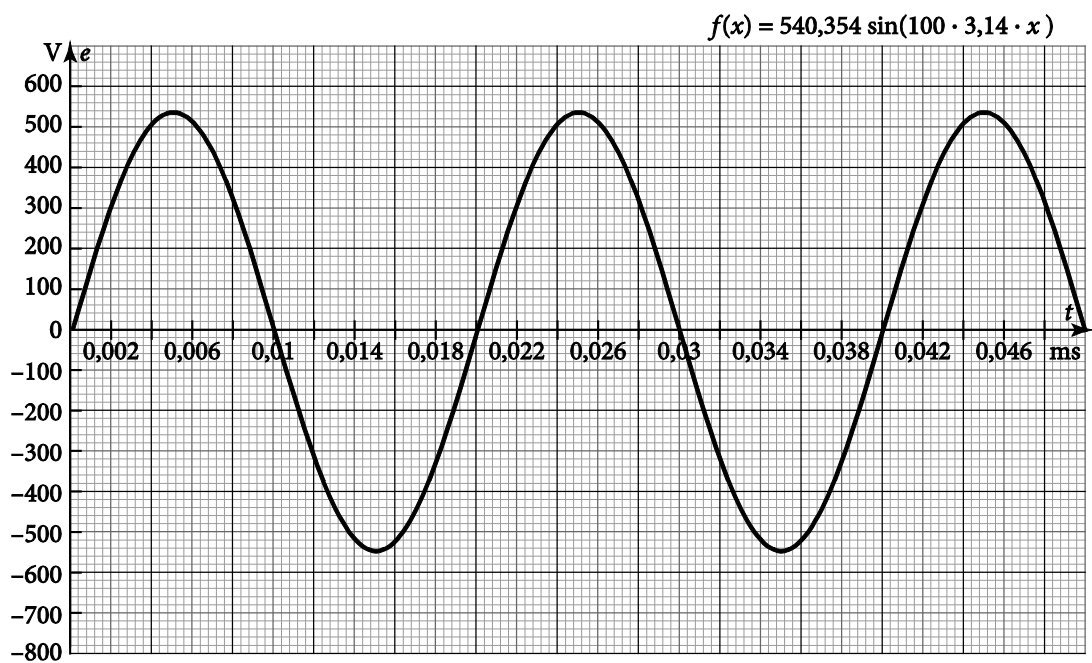
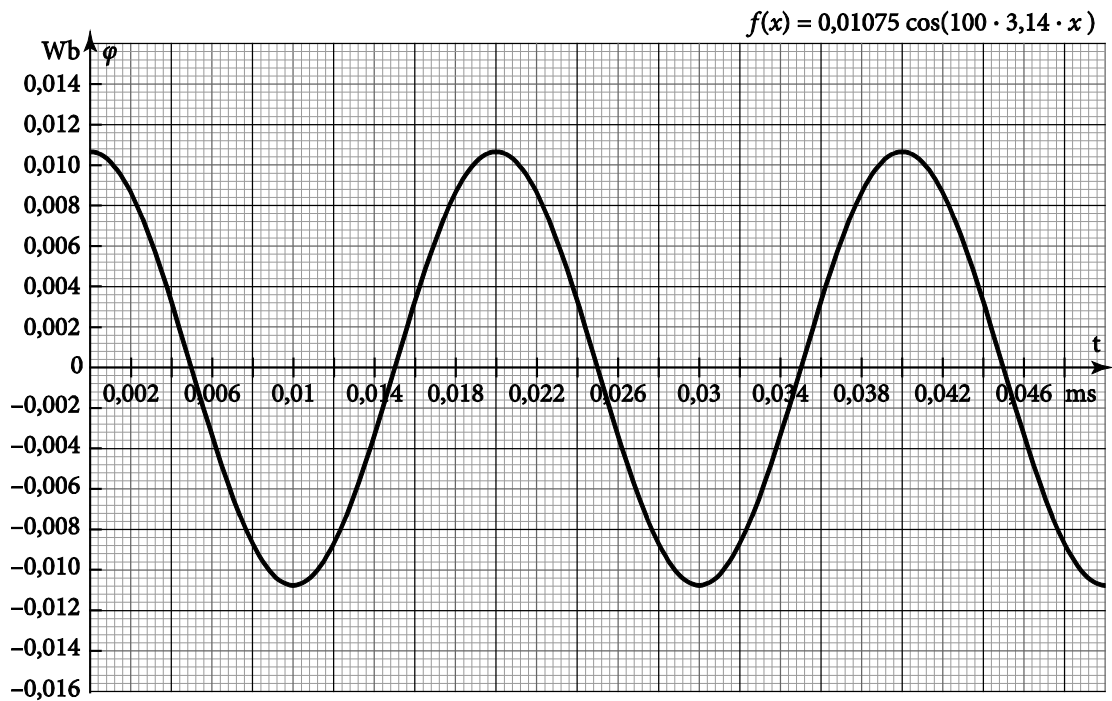
$$= 540,354 \text{ V}.$$

Hetkellinen jännite on muotoa

$$e = \hat{e} \sin \omega t$$

$$= 540,354 \text{ V} \cdot \sin(100\pi \frac{1}{s} \cdot t).$$





12 Tehollisen jännitteen ja sähkövirran mittaaminen

Perustehtävät

143.

Tasavirta saadaan paristosta tai tasajännitelähteestä. Tasavirran suunta on pariston (jännitelähteen) positiiviselta navalta negatiiviselle navalle. Tietyssä suljetussa virtapiirissä sähkövirta on vakio niin kauan kuin pariston jännite pysyy vakiona. Vaihtovirta saadaan vaihtojännitemuuntajasta. Vaihtovirta piirissä sähkövirran arvo ja suunta vaihtelee jaksollisesti. Generaattorilla tuotettu vaihtovirta on sinimuotoista.

144.

- a) Tehollinen jännite U_{eff} on resistanssin R ja tehollisen sähkövirran I_{eff} tulo: $U_{\text{eff}} = RI_{\text{eff}}$.
b) Jännitteen huippuarvo $\hat{u}$ on resistanssin R ja sähkövirran $\hat{i}$ huippuarvon tulo: $\hat{u} = R\hat{i}$.

145.

- a) Jännite on sähkökentässä kahden pisteen välinen potentiaaliero $U_{AB} = \Delta V = \frac{\Delta E_p}{Q}$. Jännite voidaan laskea varatun hiukkasen siirtotyön W ja varauksen Q suhteena $U_{AB} = \frac{W_{AB}}{Q}$.
b) Napajännite on kuormitetun pariston napojen välinen jännite. (Lähdejännite on kuormittamattoman pariston napojen välinen jännite.)
c) Jännitehäviö on vastuksissa tapahtuva potentiaalinen alenema $U = \Delta V = RI$.
d) Tehollinen vaihtojännite saa aikaan suljettuun virtapiiriin tehollisen sähkövirran $I_{\text{eff}} = \frac{U_{\text{eff}}}{R}$.
Tehollisen sähkövirran arvo on yhtä suuri kuin sellaisen tasavirran arvo, joka lämmittää vastusta yhtä paljon kuin kyseinen vaihtovirta. Teholliset arvot saadaan huippuarvoista
$$U_{\text{eff}} = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}} \text{ ja } I_{\text{eff}} = \frac{\hat{i}}{\sqrt{2}}.$$

e) Vaihtojännitteen suurin arvo $\hat{e} = NBA \cdot 2\pi f$.
f) Hetkellinen jännite on virtapiirin jännite tietyllä hetkellä, vaihtojännite vaihtelee taajuuden määräämällä tavalla $u = \hat{u} \sin \omega t = \hat{u} \sin 2\pi ft$.

146. $R = 75,0 \, \Omega$, $U_{\text{eff}} = 3,75 \, \text{V}$, $\hat{u} = ?$, $I_{\text{eff}} = ?$, $\hat{i} = ?$,

- a) Jännitehäviön huippuarvo on

$$\begin{aligned} \hat{u} &= \sqrt{2}U_{\text{eff}} \\ &= \sqrt{2} \cdot 3,75 \, \text{V} \\ &= 5,3033 \, \text{V} \approx 5,30 \, \text{V}. \end{aligned}$$

- b) Vastuksen tehollinen sähkövirta on

$$I_{\text{eff}} = \frac{U_{\text{eff}}}{R}$$

$$= \frac{3,75 \text{ V}}{75 \Omega} = 0,050 \text{ A.}$$

- c) Sähkövirran huippuarvo on

$$\hat{i} = \sqrt{2} I_{\text{eff}}$$

$$= \sqrt{2} \cdot 0,050 \text{ A}$$

$$= 0,07071 \text{ A} \approx 70,7 \text{ mA.}$$

Sähkövirran huippuarvo voidaan ratkaista myös jännitteen huippuarvon avulla

$$\hat{i} = \frac{\hat{u}}{R}$$

$$= \frac{5,3033 \text{ V}}{75 \Omega}$$

$$= 0,07071 \text{ A} \approx 70,7 \text{ mA.}$$

Vastaus:

- a) Jännitteen huippuarvo on 5,30 V.
b) Tehollinen sähkövirta on 50,0 mA.
c) Sähkövirran huippuarvo on 70,7 mA.

147. $\hat{u} = ?$, $U_{\text{eff}} = ?$, $T = ?$, $f = ?$

- a) Luetaan kuvaajasta huippujen välinen jännite (U_{pp} , peak to peak, huipusta huippuun) ja jaetaan se kahdella. Näin lukutarkkuus on parempi kuin jos luettaisiin vain huippuarvo

$$\hat{u} = \frac{U_{\text{pp}}}{2} = \frac{11 \text{ V}}{2} = 5,5 \text{ V.}$$

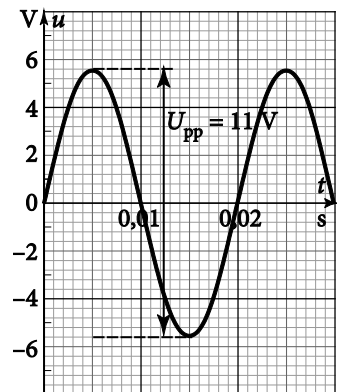
- b) Vaihtojännitteen tehollinen arvo on

$$U_{\text{eff}} = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}} = \frac{5,5 \text{ V}}{\sqrt{2}} = 3,8891 \text{ V} \approx 3,9 \text{ V.}$$

- c) Jaksonaika luetaan kuvaajasta $T = 0,02 \text{ s}$.

- d) Vaihtojännitteen taajuus on

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,02 \text{ s}} = 50 \text{ Hz.}$$

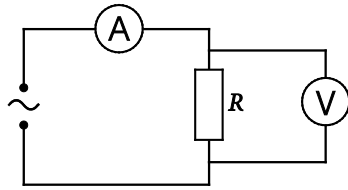


Vastaus:

- a) Vaihtojännitteen huippuarvo on 5,5 V.
b) Vaihtojännitteen tehollinen arvo on 3,9 V.
c) Vaihtojännitteen jakson aika on 0,02 s.
d) Vaihtojännitteen taajuus on 50 Hz.

148. $f = ?$, $\hat{u} = ?$, $\hat{i} = ?$, $U_{\text{eff}} = ?$, $I_{\text{eff}} = ?$, $R = ?$

- a) Virtamittari kytketään sarjaan ja jännitemittari kytketään mitattavan vastuksen rinnalle.



- b) Kuvaajasta jaksonaika $T = 0,020$ s, joten vaihtojännitteen taajuus on

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,020 \text{ s}} = 50,0 \text{ Hz.}$$

- c) Luetaan kuvaajasta huippujen välinen jännite ja jaetaan se kahdella. Näin lukutarkkuus on parempi kuin jos luettaisiin vain huippuarvo.

– Vaihtojännitteen huippuarvo on $\hat{u} = \frac{9,0 \text{ V}}{2} = 4,5 \text{ V}.$

– Vaihtovirran huippuarvo on $\hat{i} = \frac{6,0 \text{ A}}{2} = 3,0 \text{ A}.$

- d) Vaihtojännitteen ja -virran teholliset arvot ovat

$$U_{\text{eff}} = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}} = \frac{4,5 \text{ V}}{\sqrt{2}} = 3,18198 \text{ V} \approx 3,2 \text{ V}.$$

$$I_{\text{eff}} = \frac{\hat{i}}{\sqrt{2}} = \frac{3,0 \text{ A}}{\sqrt{2}} = 2,1213 \text{ A} \approx 2,1 \text{ A}.$$

- e) Vastuksen resistanssi on resistanssin määritelmän mukaan $R = \frac{U}{I} = \frac{\hat{u}}{\hat{i}} = \frac{4,5 \text{ V}}{3,0 \text{ A}} = 1,5 \Omega.$

Vastaus:

- b) Vaihtojännitteen taajuus on 50,0 Hz.
c) Vaihtojännitteen huippuarvo on 4,5 V ja vaihtovirran huippuarvo on 3,0 A.
d) Vaihtojännitteen ja -virran teholliset arvot ovat 3,2 V ja 2,1 A.
e) Vastuksen resistanssi on 1,5 Ω .

Soveltavat tehtävät

149. $U_{\text{eff}} = 227 \text{ V}$, $f = 50 \text{ Hz}$, $t = ?$ $V = 0 \text{ V}$, $V = ?$ $t = 3,5 \text{ ms}$

a) Vaihtovirran kulmataajuus on $\omega = 2\pi f$, jossa f on taajuus. Sinimuotoinen vaihtojännite on muotoa $u = \hat{u} \sin \alpha = \hat{u} \sin \omega t = \hat{u} \sin 2\pi f t$.

Jännitteen huippuarvo on

$$\hat{u} = \sqrt{2} \cdot U_{\text{eff}} = \sqrt{2} \cdot 227 \text{ V} = 321,02648 \text{ V} \approx 320 \text{ V}.$$

Jännitteen lauseke ajan funktiona on

$$u = \hat{u} \sin 2\pi f t = 321,026 \text{ V} \cdot \sin(2\pi \cdot 50 \frac{1}{\text{s}} \cdot t)$$

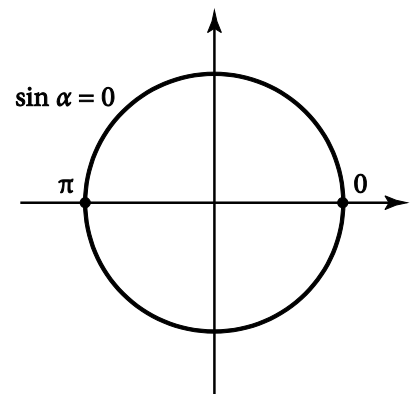
$$u \approx 320 \text{ V} \cdot \sin(100\pi \frac{1}{\text{s}} \cdot t).$$

b) Jännite on nolla, kun

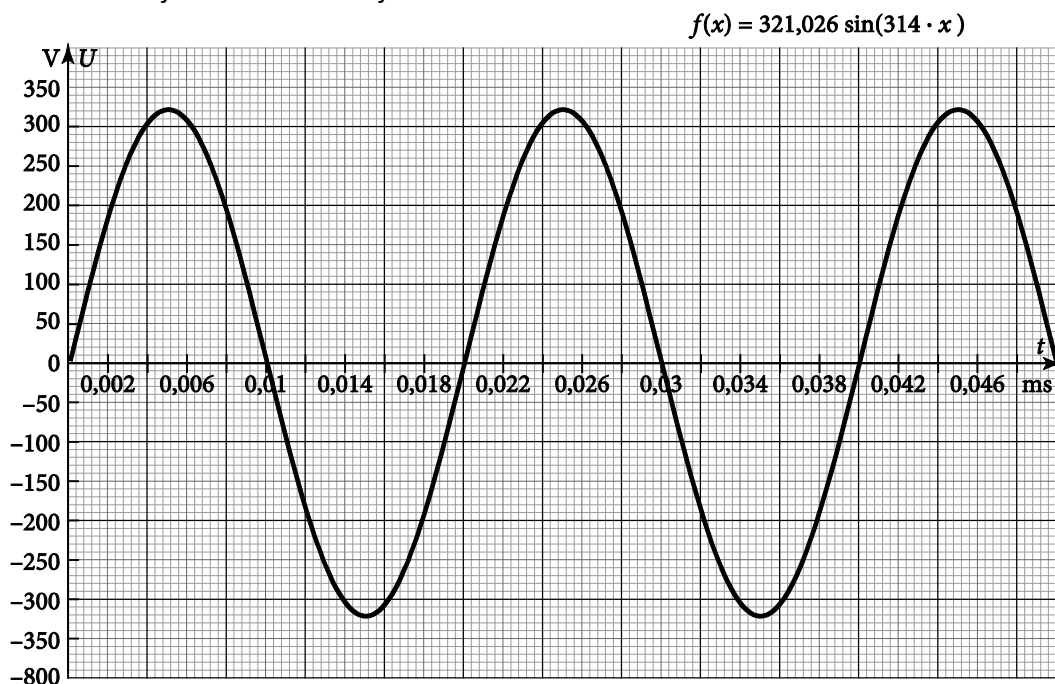
$$u = 321,026 \cdot \sin(2\pi \cdot 50 \frac{1}{\text{s}} \cdot t) = 0$$

$$\sin(100\pi \frac{1}{\text{s}} \cdot t) = 0$$

$$100\pi \frac{1}{\text{s}} \cdot t = 0 + n\pi; \quad n = 0, 1, 2, \dots \text{ ja } t = \frac{n}{100} \text{ s}; \quad n = 0, 1, 2, \dots$$



Hetkellisen jännitteen kuvaaja.



c) Jännite hetkellä 3,5 ms on

$$u(3,5 \text{ ms}) = 321,026 \text{ V} \cdot \sin(2\pi \cdot 50 \frac{1}{\text{s}} \cdot 3,5 \cdot 10^{-3} \text{ s}) = 286,0367 \text{ V} \approx 290 \text{ V}.$$

Vastaus:

- a) Jännitteen lauseke on $u \approx 320 \text{ V} \cdot \sin(100\pi \frac{1}{s} \cdot t)$.
- b) Jännite on nolla ajanhetkillä $t = \frac{n}{100} \text{ s}; \quad n = 0, 1, 2, \dots$
- c) Jännite hetkellä 3,5 ms on 290 V.

150. $R = 10,0 \Omega$

Jännitehäviö vastuksessa on resistanssin määritelmän mukaan verrannollinen sähkövirtaan

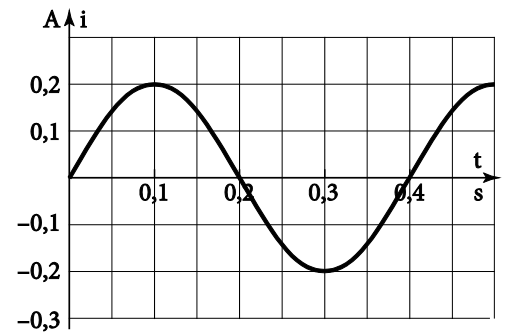
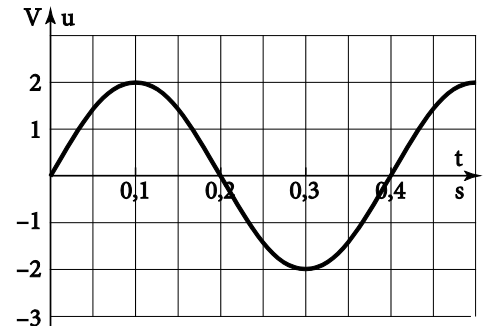
$$U = RI.$$

Koska sähkövirta ja jännite ovat samassa vaiheessa, jännitteen ja sähkövirran jaksonajat ovat samoja.

Huippujännite saadaan kuvaajasta

$$\hat{u} = \frac{u_{pp}}{2} = \frac{4,0 \text{ V}}{2} = 2,0 \text{ V}.$$

Huppuvirta on siten $\hat{i} = \frac{\hat{u}}{R} = \frac{2,0 \text{ V}}{10,0 \Omega} = 0,20 \text{ A}.$



151. $R = 150 \Omega$, $u(t) = 25,0 \text{ V} \cdot \sin(314,2 \frac{1}{s} \cdot t)$, $f = ?$, $T = ?$, $U_{\text{eff}} = ?$, $I_{\text{eff}} = ?$

Sinimuotoinen vaihtojännite on $u = \hat{u} \sin \omega t = \hat{u} \sin 2\pi ft$.

a) Taajuus saadaan lausekkeesta

$$2\pi f = 314,2 \frac{1}{s}, \text{ josta } f = \frac{314,2 \frac{1}{s}}{2\pi} = 50,006 \text{ Hz} \approx 50,0 \text{ Hz}.$$

b) Jaksonaika on taajuuden käänteisarvo

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50,006 \text{ Hz}} = 0,019997 \text{ s} \approx 20,0 \text{ ms}.$$

c) Jännitteen tehollinen arvo

$$U_{\text{eff}} = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}} = \frac{25,0 \text{ V}}{\sqrt{2}} = 17,6777 \text{ V} \approx 17,7 \text{ V}.$$

d) Tehollinen sähkövirta vastuksessa on

$$I_{\text{eff}} = \frac{U_{\text{eff}}}{R} = \frac{17,6777 \text{ V}}{150 \Omega} = 0,11785 \text{ A} \approx 0,12 \text{ A}.$$

Vastaus:

- a) Taajuus on 50,0 Hz.
- b) Jaksonaika on 20,0 ms.
- c) Tehollinen jännite 17,7 V.
- d) Tehollinen virta 0,12 A.

152.

- a) Luetaan kuvaajasta huippujen välinen jännite ja jaetaan se kahdella. Näin lukutarkkuus on parempi kuin jos luettaisiin vain huippuarvo.

– Vaihtojännitteen huippuarvo on $\hat{u} = \frac{1,7 \text{ V}}{2} = 0,85 \text{ V}$.

– Vaihtovirran huippuarvo on $\hat{i} = \frac{0,772 \text{ A}}{2} = 0,386 \text{ A}$.

Yleismittarilla mitattuna vaihtojännitteen ja -virran teholliset arvot ovat

$$U_{\text{eff}} = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}} = \frac{0,85 \text{ V}}{\sqrt{2}} = 0,60104 \text{ V} \approx 0,60 \text{ V}.$$

$$I_{\text{eff}} = \frac{\hat{i}}{\sqrt{2}} = \frac{0,386 \text{ A}}{\sqrt{2}} = 0,27294 \text{ A} \approx 0,27 \text{ A}.$$

- b) Kuvaajasta jaksonaika $T = 0,020 \text{ s}$, joten vaihtojännitteen ja -virran taajuus on

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,020 \text{ s}} = 50,0 \text{ Hz}.$$

- c) Sähkövirta ja jännite ovat samassa vaiheessa, joten niiden vaihe-ero on nolla.

Vastaus:

- a) Yleismittarilla mitattuna vaihtojännitteen ja -virran teholliset arvot ovat 0,60 V ja 0,27 A.
b) Vaihtojännitteen ja -virran taajuus on 50 Hz.
c) Vaihe-ero on nolla.

13 Vastus, käämi ja kondensaattori vaihtovirtapiirissä

Perustehtävät

153.

- a) Itseinduktio on ilmiö, jossa virtapiiriin indusoituu lähdejännite, kun piirin oma sähkövirta muuttuu. Induktio johtuu siitä, että sähkövirran muuttuessa piirin läpäisevä magneettivuo muuttuu.
- b) Induktanssi L on virtapiirin tai käämin induktioilmiön voimakkuutta kuvaava suure. Induktanssi ilmaisee sen, miten indusoitunut lähdejännite riippuu sähkövirran muutosnopeudesta,

$$L = - \frac{e}{\Delta i / \Delta t}.$$

- c) Reaktanssi X on suure, joka kuvaa sitä, kuinka voimakkaasti vaihtovirtapiirissä olevat käämit ja kondensaattorit rajoittavat vaihtovirran suuruutta. Käämin reaktanssia sanotaan induktiiviseksi reaktanssiksi X_L ja kondensaattorin reaktanssia kapasitiiviseksi reaktanssiksi X_C . Piirin reaktanssi on näiden erotus, $X = X_L - X_C$. Reaktanssin suuruus riippuu vaihtojännitteen taajuudesta.
- d) Impedanssi Z kuvaa sitä, kuinka voimakkaasti koko vaihtovirtapiiri rajoittaa sähkövirran suuruutta. Impedanssi on määritelty niin, että $Z = \frac{U_{eff}}{I_{eff}}$, missä U_{eff} on virtapiirin tehollinen jännitehäviö ja I_{eff} on virtapiirin tehollinen sähkövirta.

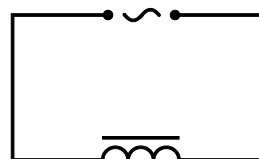
154.

- a)
- **Tasavirtapiirissä**, jossa on kondensaattori, ei ole sähkövirtaa. Virtapiiri on poikki kondensaattorin kohdalta. Ainoastaan, kun kondensaattoria varataan tai puretaan, havaitaan lyhytaikainen sähkövirta.
 - **Vaihtovirtapiirissä** kondensaattori vuoroin varautuu ja vuoroin purkautuu. Tällöin sanotaan, että vaihtovirtapiirissä on sähkövirta.
- b)
- **Tasavirtapiirissä** vain käämin johdinlangan pieni resistanssi rajoittaa sähkövirran kulkua.
 - **Vaihtovirtapiirissä** sähkövirta muuttuu jaksollisesti, joten virtapiirissä olevan käämin sisälle ja ympärille syntyy jaksollisesti muuttuva magneettikenttä. Tällöin käämin napojen välille syntyy sähkövirran muuttumista vastustava induktiojännite. Vaihtovirtapiirissä induktioilmiö ja johdinlangan pieni resistanssi rajoittavat sähkövirtaa.

155. $L = 0,45 \text{ H}$, $U_{eff} = 230 \text{ V}$, $f = 50 \text{ Hz}$, $X_L = ?$, $I_{eff} = ?$, $\hat{u} = ?$, $i_{min} = ?$

- a) Käämin induktiivinen reaktanssi on

$$\begin{aligned} X_L &= \omega L \\ &= 2\pi fL \\ &= 2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 0,45 \text{ H} \\ &= 141,3717 \Omega = 140 \Omega. \end{aligned}$$



- b) Virtapiirin tehollinen sähkövirta on

$$I_{\text{eff}} = \frac{U_{\text{eff}}}{X_L} = \frac{U_{\text{eff}}}{\omega L} = \frac{U_{\text{eff}}}{2\pi fL}$$

$$= \frac{230 \text{ V}}{141,3717 \Omega}$$

$$= 1,6269 \text{ A} \approx 1,6 \text{ A}.$$

- c) Sähkövirran huippuarvo on

$$\hat{i} = \sqrt{2} \cdot I_{\text{eff}}$$

$$= \sqrt{2} \cdot 1,6269 \text{ A}$$

$$= 2,3008 \text{ A} \approx 2,3 \text{ A}.$$

- d) Vaihtovirran arvo vaihtelee huippuarvojen $+\hat{i}$ ja $-\hat{i}$ välissä. Pienin sähkövirta on 0 A, jolloin virtapiirissä ei ole hetkellisesti sähkövirtaa.

Vastaus:

- a) Käämin induktiivinen reaktanssi on 140 Ω .
b) Virtapiirin tehollinen sähkövirta on 1,6 A.
c) Sähkövirran huippuarvo on 2,3 A.
d) Pienin sähkövirta on 0 A.

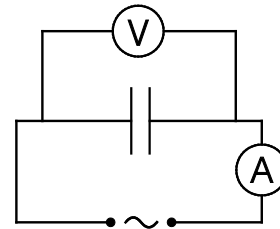
156. $C = 2,2 \mu\text{F}$, $\hat{u} = 3,8 \text{ V}$, $f = 50 \text{ Hz}$, $X_C = ?$, $\hat{i} = ?$

- a) Lasketaan kondensaattorin kapasitiivinen reaktanssi

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi fC}$$

$$= \frac{1}{2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 2,2 \cdot 10^{-6} \text{ F}}$$

$$= 1446,86 \Omega \approx 1400 \Omega.$$



- b) Sähkövirran huippuarvo on

$$\hat{i} = \frac{\hat{u}}{X_C} = \frac{\hat{u}}{2\pi fC}$$

$$= \frac{3,8 \text{ V}}{1446,86 \Omega}$$

$$= 0,002626 \text{ A} \approx 2,6 \text{ mA}.$$

Vastaus:

- a) Kapasitiivinen reaktanssi on 1400 Ω .
b) Sähkövirran huippuarvo on 2,6 mA.

157.

- a) Jännitehäviö "tapahtuu ensin". Esimerkiksi jännitehäviön maksimi on hetkellä 0,0 s ja sähkövirran maksimi 0,05 s tämän jälkeen. Siten jännitehäviö on edellä ja sähkövirta jäljessä.
b) Jännitehäviön maksimi on ensimmäisen kerran origossa 0,0 sekunnin kohdalla. Sähkövirran maksimi on ensimmäisen kerran 0,05 sekunnin kohdalla.
c) Sähkövirran seuraava maksimi on 0,25 sekunnin kohdalla.
d) Jakso 0,2 s vastaa 2π :n vaihe-eroa, joten sähkövirran ja jännitehäviön vaihe-ero on

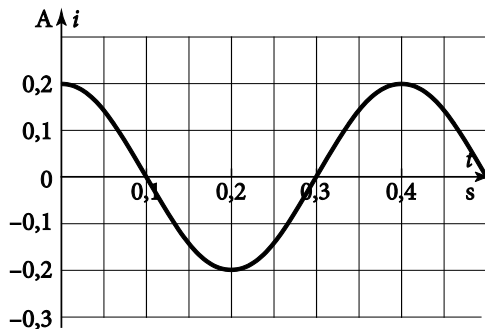
$$\varphi = \frac{0,05 \text{ s}}{0,2 \text{ s}} \cdot 2\pi = 0,25 \cdot 2\pi = \frac{\pi}{2} = 90^\circ.$$

Vastaus:

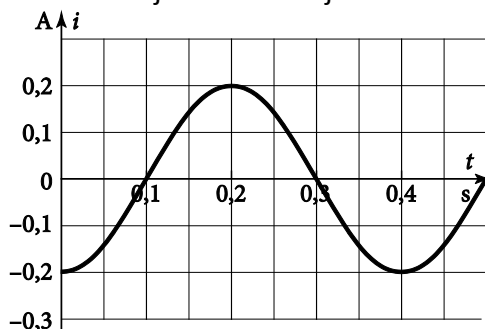
- a) Jännitehäviö on edellä.
- b) Jännitehäviö saa maksimiarvon 0,0 sekunnin kohdalla ja sähkövirta 0,05 sekunnin kohdalla.
- c) Sähkövirran maksimiarvo on 0,25 sekunnin kohdalla.
- d) Sähkövirran ja jännitehäviön vaihe-ero on 90° .

158. $X_C = 10 \Omega$, $X_L = 10 \Omega$, $R \approx 0 \Omega$

- a) Sähkövirta on kondensaattorissa edellä. Koska $R \approx 0 \Omega$, niin vaihe-ero on 90° .



- b) Sähkövirta jää käämissä jälkeen. Koska $R \approx 0 \Omega$, niin vaihe-ero on 90° .



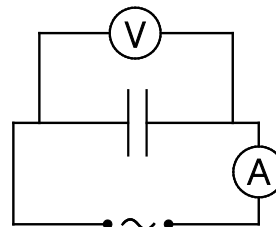
159. $U_{\text{eff}} = 14,5 \text{ V}$, $f = 50 \text{ Hz}$, $I_{\text{eff}} = 25,5 \text{ mA}$, $R \approx 0 \Omega$, $C = ?$

Ohmin lain yleistys kapasitiivisen reaktanssin avulla

$$U_{\text{eff}} = X_C I = \frac{1}{\omega C} I_{\text{eff}} = \frac{1}{2\pi f C} I_{\text{eff}}.$$

Ratkaistaan kapasitanssi

$$\begin{aligned} C &= \frac{I_{\text{eff}}}{2\pi f U_{\text{eff}}} \\ &= \frac{25,5 \cdot 10^{-3} \text{ A}}{2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 14,5 \text{ V}} \\ &= 5,597 \cdot 10^{-6} \text{ F} \approx 5,60 \end{aligned}$$



Vastaus: Kondensaattorin kapasitanssi on $5,60 \mu\text{F}$.

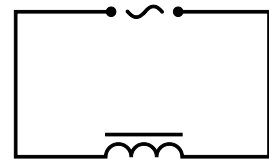
160. $L = 0,55 \text{ H}$, $U_{\text{eff}} = 230 \text{ V}$, $f = 50 \text{ Hz}$, $R \approx 0 \Omega$, $I_{\text{eff}} = ?$, $\hat{i} = ?$, $i_{\text{min}} = ?$

- a) Ohmin lain yleistys induktiivisen reaktanssin avulla

$$U_{\text{eff}} = X_L I_{\text{eff}} = \omega L I_{\text{eff}}.$$

Ratkaistaan tehollinen sähkövirta

$$I_{\text{eff}} = \frac{U_{\text{eff}}}{\omega L} = \frac{U_{\text{eff}}}{2\pi fL} = \frac{230 \text{ V}}{2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 0,55 \text{ H}} = 1,3311 \text{ A} \approx 1,3 \text{ A}.$$



- b) Sähkövirran huippuarvo on

$$\hat{i} = \sqrt{2} I_{\text{eff}} = \sqrt{2} \cdot 1,3311 \text{ A} = 1,8825 \text{ A} \approx 1,9 \text{ A}.$$

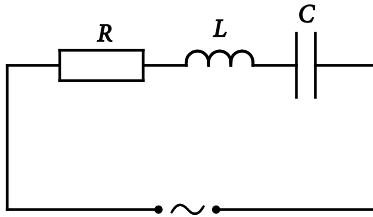
- c) Vaihtovirran arvo vaihtelee huippuarvojen $+\hat{i}$ ja $-\hat{i}$ välissä. Pienin sähkövirta on 0 A, jolloin virtapiirissä ei ole virtaa.

Vastaus:

- a) Käämin tehollinen sähkövirta on 1,3 A.
b) Sähkövirran huippuarvo on 1,9 A.
c) Pienin sähkövirta on 0 A.

Soveltavat tehtävät

161. $R = 260 \, \Omega$, $X_L = 75 \, \Omega$, $X_C = 156 \, \Omega$, $Z = ?$, $\varphi = ?$



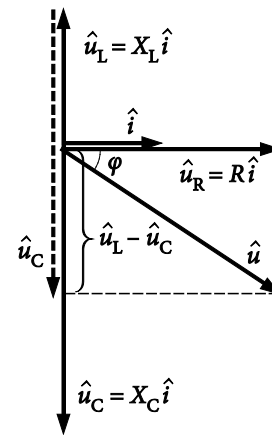
a) RLC-piirin impedanssi on

$$\begin{aligned} Z &= \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \\ &= \sqrt{(260 \, \Omega)^2 + (75 \, \Omega - 156 \, \Omega)^2} \\ &= 272,3252 \approx 272 \, \Omega. \end{aligned}$$

b) Vaihe-ero saadaan lausekkeesta

$$\begin{aligned} \tan \varphi &= \frac{X_L - X_C}{R} \\ &= \frac{75 \, \Omega - 156 \, \Omega}{260 \, \Omega} = -0,31154, \end{aligned}$$

$$\text{josta } \varphi = -17,3039^\circ \approx -17,3^\circ.$$



Koska vaihtovirran ja jännitteen vaihe-ero on negatiivinen, virtapiirin kapasitiivinen reaktanssi on suurempi kuin induktiivinen reaktanssi.

Vastaus:

a) Virtapiirin impedanssi on $272 \, \Omega$.

b) Sähkövirran ja jännitteen vaihe-ero on $-17,3^\circ$.

162.

Vastus ei ole energiaa varastoiva komponentti kuten käämi ja kondensaattori. Kondensaattorissa energia varautuu sähkökentän energiaksi ja käämissä magneettikentän energiaksi. Tämä näkyy myös vaihe-eron lausekkeesta. Kun virtapiirissä ei ole reaktanssia, osoittaja saa arvon nolla ja

$$\tan \varphi = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{0}{R} = 0 \text{ ja } \varphi = 0.$$

163. $R = 85 \, \Omega$, $Z = 245 \, \Omega$, $X_L = ?$

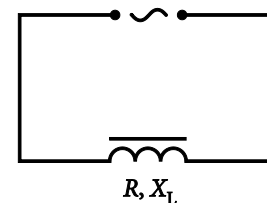
RLC-piirin impedanssi on $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$.

Koska virtapiirissä ei ole kondensaattoria, niin $X_C = 0$

ja käämin impedanssi $Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$.

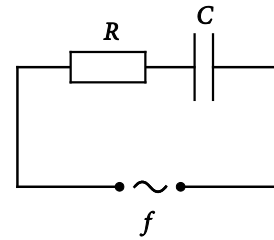
Ratkaistaan tästä induktiivinen reaktanssi

$$X_L = \sqrt{Z^2 - R^2} = \sqrt{(245 \, \Omega)^2 - (85 \, \Omega)^2} = 229,7825 \, \Omega \approx 230 \, \Omega.$$



Vastaus: Käämin induktiivinen reaktanssi on 230Ω .

164. $R = 150 \Omega$, $\mu F = 220$, 50 Hz , $f = ?$, $Z =$



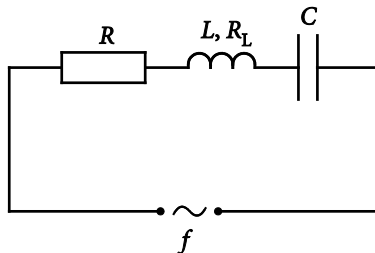
RLC-piirin impedanssi on $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$.

Koska virtapiirissä ei ole käämiä, niin $X_L = 0$ ja virtapiirin impedanssi on

$$\begin{aligned} Z &= \sqrt{R^2 + X_C^2} \\ &= \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{2\pi fC}\right)^2} \\ &= \sqrt{(150 \Omega)^2 + \left(\frac{1}{2\pi \cdot 50 \frac{1}{s} \cdot 220 \cdot 10^{-6} \text{ F}}\right)^2} \\ &= 150,6962 \Omega \approx 150 \Omega. \end{aligned}$$

Vastaus: Virtapiirin impedanssi on 150Ω .

165. $L = 120 \text{ mH}$, $R_L = 125 \mu\Omega$, $C = 35$, $R = 65 \Omega$, $U_{\text{eff}} = 50 \text{ V}$, 50 Hz , $f = ?$, $Z =$, $\varphi =$



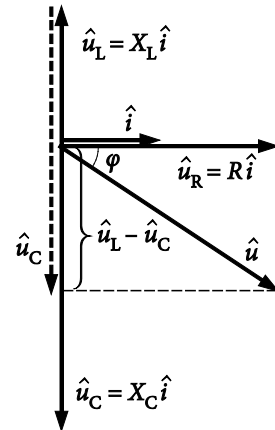
Virtapiirin resistanssi on nyt vastuksen ja käämin resistanssien summa $R = R_1 + R_{\text{käämi}}$.

a) RLC-piirin impedanssi on

$$\begin{aligned} Z &= \sqrt{(R_1 + R_{\text{käämi}})^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \\ &= \sqrt{(R_1 + R_{\text{käämi}})^2 + \left(2\pi fL - \frac{1}{2\pi fC}\right)^2} \\ &= \sqrt{(65 \Omega + 125 \cdot 10^{-3} \Omega)^2 + \left(2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 120 \cdot 10^{-3} \text{ H} - \frac{1}{2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 35 \cdot 10^{-6} \text{ F}}\right)^2} \\ &= 84,12171 \Omega \approx 84 \Omega. \end{aligned}$$

b) Vaihe-ero saadaan lausekkeesta

$$\begin{aligned}\tan \varphi &= \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \\ &= \frac{2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 120 \cdot 10^{-3} \text{ H} - \frac{1}{2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 35 \cdot 10^{-6} \text{ F}}}{65 \Omega + 125 \cdot 10^{-3} \Omega} \\ &= -0,81761, \\ \text{josta } \varphi &= -39,2696^\circ \approx -39^\circ.\end{aligned}$$



- c) Tehollinen sähkövirta saadaan lausekkeesta $U_{\text{eff}} = ZI_{\text{eff}}$

$$I_{\text{eff}} = \frac{U_{\text{eff}}}{Z} = \frac{25 \text{ V}}{84,12171 \Omega} = 0,29719 \text{ A} \approx 0,30 \text{ A}.$$

- d) Koska vaihtovirran ja jännitteen vaihe-ero on negatiivinen, virtapiirin kapasitiivinen reaktanssi on suurempi kuin induktiivinen reaktanssi.

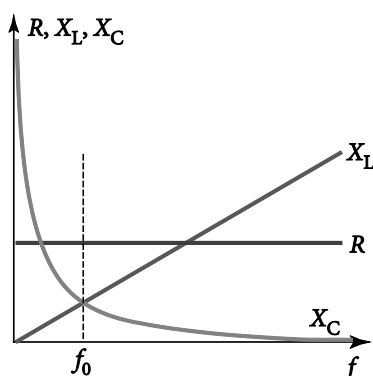
Vastaus:

- a) Virtapiirin impedanssi on 84Ω .
- b) Sähkövirran ja jännitteen vaihe-ero on -39° .
- c) Virtapiirin tehollinen sähkövirta on $0,30 \text{ A}$.
- d) Kapasitiivinen reaktanssi on suurempi kuin induktiivinen reaktanssi.

166.

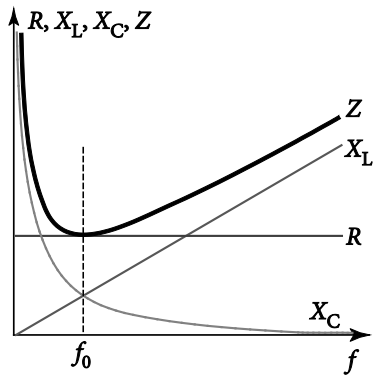
- a) Resistanssin, induktiivisen reaktanssin ja kapasitiivisen reaktanssin taajuusriippuvuudet ovat

$$\begin{aligned}R(f) &= R = \text{vakio} && \text{ei taajuusriippuvuutta} \\ X_L(f) &= \omega L = 2\pi fL \rightarrow X_L(f) \sim f && \text{suoraan verrannollinen taajuuteen} \\ X_C(f) &= \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi fC} \rightarrow X_C(f) \sim \frac{1}{f} && \text{kääntäen verrannollinen taajuuteen}\end{aligned}$$

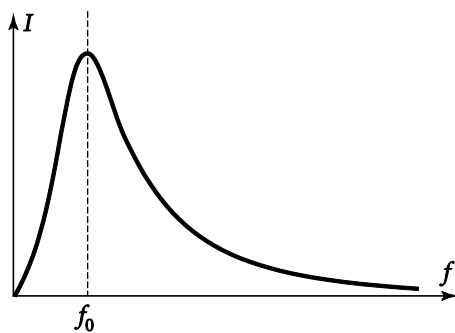


Resistanssin, induktiivisen reaktanssin ja kapasitiivisen reaktanssin taajuuskuvaajat

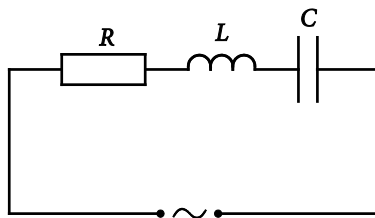
- b) Virtapiirin impedanssi aluksi pienenee taajuuden kasvaessa. Resonanssitaajuudella f_0 impedanssi on pienin mahdollinen $Z = R$. Taajuuden kasvaessa resonanssitaajuutta suuremmaksi, myös impedanssi kasvaa.



- c) Aluksi virtapiiriin sähkövirta kasvaa taajuuden kasvaessa. Resonanssitaajuudella f_0 impedanssi on pienin mahdollinen $Z = R$, jolloin sähkövirta on suurin mahdollinen. Taajuuden kasvaessa resonanssitaajuutta suuremmaksi impedanssi kasvaa, jolloin sähkövirta pienenee.



167. $R = 50 \, \Omega$, $L = 125 \, \mu\text{H}$, $C = 180 \, \mu\text{F}$, $\hat{u} = 310 \, \text{V}$, $f = 50 \, \text{Hz}$,
 $\hat{i} = ?$, $\varphi = ?$, $U_{R, \text{eff}} = ?$, $U_{L, \text{eff}} = ?$, $U_{C, \text{eff}} = ?$, $U_{\text{eff}} = ?$

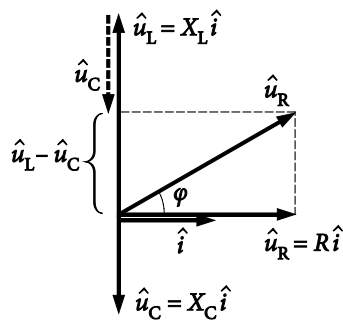


- a) Lasketaan ensin piirin impedanssi

$$\begin{aligned} Z &= \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \\ &= \sqrt{R^2 + \left(2\pi fL - \frac{1}{2\pi fC}\right)^2} \\ &= \sqrt{(50,0 \, \Omega)^2 + \left(2\pi \cdot 50 \, \text{Hz} \cdot 125 \cdot 10^{-3} \, \text{H} - \frac{1}{2\pi \cdot 50 \, \text{Hz} \cdot 180 \cdot 10^{-6} \, \text{F}}\right)^2} \\ &= 54,4606 \, \Omega. \end{aligned}$$

Sähkövirran huippuarvo on

$$\begin{aligned} \hat{i} &= \frac{\hat{u}}{Z} = \frac{310 \, \text{V}}{54,4606 \, \Omega} \\ &= 5,6922 \, \text{A} \approx 5,7 \, \text{A}. \end{aligned}$$



b) Vaihe-ero saadaan lausekkeesta

$$\tan \varphi = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

$$= \frac{2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 125 \cdot 10^{-3} \text{ H} - \frac{1}{2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 180 \cdot 10^{-6} \text{ F}}}{50,0 \, \Omega}$$

$$= 0,43172$$

josta $\varphi = 23,3508^\circ \approx 23^\circ$.

c) Komponentit ovat

- vastus, jonka resistanssi on $R = 50,0 \, \Omega$
- käämi, jonka induktiivinen reaktanssi on $X_L = 2\pi fL = 2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 125 \cdot 10^{-3} \text{ H} = 39,2699 \, \Omega$
- kondensaattori, jonka kapasitiivinen reaktanssi on

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 180 \cdot 10^{-6} \text{ F}} = 17,6839 \, \Omega$$

Tehollinen sähkövirta

$$I_{\text{eff}} = \frac{\hat{i}}{\sqrt{2}} = \frac{5,6922 \text{ A}}{\sqrt{2}} = 4,02499 \text{ A}.$$

Teholliset jännitehäviöt ovat

- vastus $U_{R,\text{eff}} = RI_{\text{eff}} = 50,0 \, \Omega \cdot 4,02499 \text{ A} = 201,2495 \text{ V}$
- käämi $U_{L,\text{eff}} = X_L I_{\text{eff}} = 39,2699 \, \Omega \cdot 4,02499 \text{ A} = 158,06095 \text{ V}$
- kondensaattori $U_{C,\text{eff}} = X_C I_{\text{eff}} = 17,6839 \, \Omega \cdot 4,02499 \text{ A} = 71,1775 \text{ V}$

d) Kokonaisjännite on

$$U_{\text{eff}} = \sqrt{U_{R,\text{eff}}^2 + (U_{L,\text{eff}} - U_{C,\text{eff}})^2}$$

$$= \sqrt{(201,2495 \text{ V})^2 + (158,06095 \text{ V} - 71,1775 \text{ V})^2}$$

$$= 219,2033 \text{ V} \approx 220$$

ja huippujännite

$$\hat{u} = \sqrt{2} \cdot U_{\text{eff}}$$

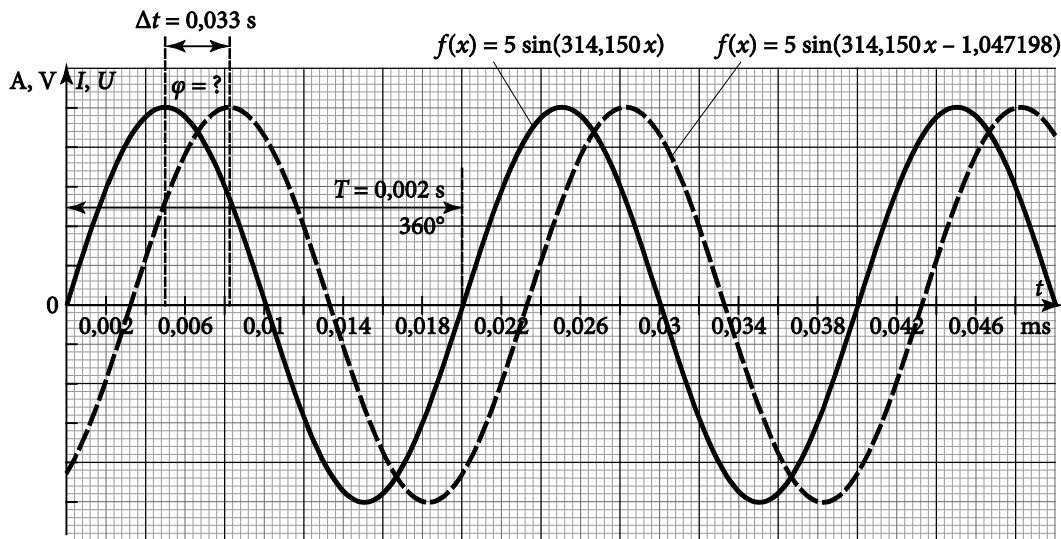
$$= \sqrt{2} \cdot 219,2033 \text{ V} = 310,000 \text{ V} \approx 310 \text{ V}$$

Vastaus:

a) Sähkövirran huippuarvo on 5,7 A.

- b) Vaihe-ero on 23° .
c) Teholliset jännitehäviöt ovat: vastus 200 V, käämi 160 V, kondensaattori 71 V

168.



- a) Luetaan kuvaajasta ajanhetket, joissa virran ja jännitteen huippuarvot ovat ensimmäisen kerran:

Vaihtovirran huippuarvo $t_I = 0,0050$ s.

Vaihtojännitteen huippuarvo $t_U = 0,0083$ s.

Virran ja jännitteen huippuarvojen aikaero:

$$\Delta t = t_U - t_I = 0,0083 \text{ s} - 0,0050 \text{ s} = 0,0033 \text{ s}.$$

Koska yksi jakso vastaa osoitindiagrammin osoittimen 360° (2π rad) pyörähdystä, saadaan

$$\text{virran ja jännitteen vaihe-eroksi } \varphi = \frac{\Delta t}{T} \cdot 2\pi = \frac{0,0033 \text{ s}}{0,02 \text{ s}} \cdot 360^\circ = 59,4^\circ.$$

- b) Vaihtovirta tapahtuu ensin. Vaihtovirta on edellä ja jännite on jäljessä.

Vastaus:

- a) Vaihtovirran ja jännitteen vaihe-ero on $59,4^\circ$.
b) Vaihtovirta on edellä ja jännite on jäljessä.

14 Värähtelypiiri, antenni ja radioaallot

Perustehtävät

169.

- a) Vaihtovirtapiiri muodostuu yleensä vaihtojännitelähteestä sekä vastuksista, kondensaattoreista ja käämeistä.
- b)
- Resistanssi R on vastuskomponentin ja virtajohtimen sähkövirtaa rajoittava ominaisuus. Resistanssin suuruus ei riipu virtapiirin taajuudesta.
 - Reaktanssi X on käämin ja kondensaattorin vaihtovirran suuruutta rajoittava ominaisuus. Vaihtovirtapiirissä käämi ja kondensaattori ovat ns. aktiivisia komponentteja, reaktanssin suuruus riippuu vaihtovirran taajuudesta.
 - Induktiivinen reaktanssi määritellään $X_L = \omega L = 2\pi fL$.
 - Kapasitiivinen reaktanssi määritellään $X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi fC}$.
 - Impedanssi on vastuskomponentteja sekä käämejä ja kondensaattoreita sisältävän virtapiirin vaihtovirran suuruutta rajoittava ominaisuus. Impedanssi määritellään

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}.$$

- c) Vaihtovirtapiirin tehollinen sähkövirta lasketaan niin, että tehollinen jännite jaetaan vaihtovirtapiirin impedanssilla

$$I_{\text{eff}} = \frac{U_{\text{eff}}}{Z} = \frac{U_{\text{eff}}}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}.$$

Vaihe-ero lasketaan yhtälöstä $\tan \varphi = \frac{X_L - X_C}{R}$.

170.

Vaihtovirtapiirin impedanssi on $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}$.

- a) Vaihtovirtapiiri on resonanssissa, kun sen reaktanssi $X = X_L - X_C = 0$, tällöin vaihtovirtapiirin impedanssi on pienin mahdollinen ja piirin sähkövirta suurin mahdollinen.

- b) Värähtelypiirin resonanssitaajuus on $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$.

Resonanssitaajuuden suuruus riippuu käämin induktanssin L ja kondensaattorin kapasitanssin C arvoista.

- c) Kun kondensaattorin kapasitanssi kaksinkertaistetaan $C_2 = 2C$, niin resonanssitaajuus muuttuu

$$f_{02} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L \cdot 2C}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \approx 0,71 f_0.$$

- d) Käämin induktanssin puolittaminen $L_2 = \frac{1}{2}L$ muuttaa resonanssitaajuutta

$$f_{02} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\frac{1}{2} \cdot LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\frac{1}{2}}\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{LC}} = \sqrt{2} \cdot \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \approx 1,41 f_0.$$

Vastaus:

- c) Resonanssitaajuus pienenee 0,71-kertaiseksi.
- d) Resonanssitaajuus suurenee 1,41-kertaiseksi.

171.

- a) RLC-piiri, jolla on pieni resistanssi, toimii värähtelypiirinä. Resonanssissa RLC-piirin impedanssi on sama kuin virtapiirin resistanssi. Mitä pienempi piirin resistanssi on, sitä suurempi sähkövirta virtapiirissä on, ja toisaalta sitä pienempi jännite tarvitaan tietyn sähkövirran ylläpitämiseen. Sähkövirta impedanssin ja jännitteen perusteella on

$$I_{\text{eff}} = \frac{U_{\text{eff}}}{Z} = \frac{U_{\text{eff}}}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}.$$

- b) Värähtelypiirin ominaistaajuus on piirin resonanssitaajuus $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$, jonka suuruus riippuu käämin induktanssin ja kondensaattorin kapasitanssin arvoista.
- c) LC-piirin värähtely on sitä, että kondensaattori latautuu ja purkautuu käämin kautta. Virtapiirin energia varastoituu vuorotellen käämin magneettikentän energiaksi ja kondensaattorin sähkökentän energiaksi. Jos värähtelypiirin resistanssi on nolla, värähtelevän sähkövirran ylläpitämiseen ei tarvita jännitelähdettä. Tällöin värähtelypiiri on ideaalinen. Todellisessa RLC-värähtelypiirissä resistanssi ei ole nolla ja johtimet lämpenevät ja sähkövärähtelyjen energia pienenee.

172. $L = 35 \cdot 10^{-3} \text{ H}$, $C = 180 \cdot 10^{-9} \text{ F}$, $f_0 = ?$

Resonanssitaajuus on

$$\begin{aligned} f_0 &= \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \\ &= \frac{1}{2\pi\sqrt{35 \cdot 10^{-3} \text{ H} \cdot 180 \cdot 10^{-9} \text{ F}}} \\ &= 2005,1638 \frac{1}{\text{s}} \approx 2,0 \text{ kHz}. \end{aligned}$$

Vastaus: Resonanssitaajuus on 2,0 kHz.

173.

- a) Paikallaan olevalla varatulla hiukkasella on ympärillään sähkökenttä.
- b) Tasaisella nopeudella liikkuvalla varatulla hiukkasella on sähkökentän lisäksi myös magneettikenttä. Kentät ja kenttien energia liikkuu hiukkasen mukana. Tasaisesti liikkuva hiukkanen ei säteile energiaa.
- c) Kiihtyvässä liikkeessä olevalla varatulla hiukkasella on sähkökenttä ja magneettikenttä, mutta se lähettää myös sähkö- ja magneettikentän aaltoja (sähkömagneettista säteilyä). Säteilyä syntyy varatun hiukkasen vauhdin lisäämisestä, jarruttamisesta ja suunnan muuttamisesta.

174. $L = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ H}$, $i = 3,8 \text{ A}$, $E_m = ?$

Käämin magneettikentän energia saadaan lausekkeesta

$$E_m = \frac{1}{2} Li^2$$

Sijoitetaan lukuarvot

$$\begin{aligned} E_m &= \frac{1}{2} \cdot 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ H} \cdot (3,8 \text{ A})^2 \\ &= 0,01805 \text{ J} \approx 18 \text{ mJ}. \end{aligned}$$

Vastaus: Käämin magneettikentän energia on 18 mJ.

Soveltavat tehtävät

175. $U_{\text{eff}} = 0,15 \text{ mV}$, $L = 25 \cdot 10^{-6} \text{ H}$, $R = 120 \Omega$, $f_0 = ?$, $I_{\text{eff}} = ?$

a) Antennipiirin resonanssitaajuus on

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$f_0^2 = \frac{1}{4\pi^2 LC}.$$

Ratkaistaan yhtälöstä säätökondensaattorin kapasitanssi

$$C = \frac{1}{4\pi^2 L f_0^2} = \frac{1}{4\pi^2 \cdot 25 \cdot 10^{-6} \text{ H} \cdot (99,5 \cdot 10^6 \text{ Hz})^2}$$

$$= 1,0234 \cdot 10^{-13} \text{ F}$$

$$\approx 0,10 \cdot 10^{-12} \text{ F} \approx 0,10 \text{ pF}.$$

b) RLC-värähtelypiirin impedanssin lauseke on

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}.$$

Resonanssitaajuudella f_0 värähtelypiirin impedanssi aiheutuu vain resistanssista R , joten piirin tehollinen sähkövirta on

$$I_{\text{eff}} = \frac{U_{\text{eff}}}{Z} = \frac{U_{\text{eff}}}{R}$$

$$= \frac{0,15 \cdot 10^{-3} \text{ V}}{120 \Omega}$$

$$= 1,25 \cdot 10^{-6} \text{ A} = 1,3 \mu\text{A}.$$

Vastaus:

a) Kondensaattorin kapasitanssi on 0,10 pF.

b) Värähtelypiirin sähkövirta on 1,3 μA .

176. $R = 220 \Omega$, $L = 0,28 \text{ H}$, $C = 6,8 \mu\text{F}$, $f_0 = ?$, $Z = ?$

a) Resonanssitaajuus on

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$= \frac{1}{2\pi\sqrt{0,28 \text{ H} \cdot 6,8 \cdot 10^{-6} \text{ F}}}$$

$$= 115,3418 \frac{1}{\text{s}} \approx 0,12 \text{ kHz}.$$

b) Vaihtovirtapiirin impedanssi on $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}.$

Resonanssitaajuudella induktiivinen ja kapasitiivinen reaktanssi kumoavat toisensa

$$X = X_L - X_C = \omega L - \frac{1}{\omega C} = 0.$$

Tällöin RLC-piirin impedanssi on yhtä suuri kuin piirin resistanssi

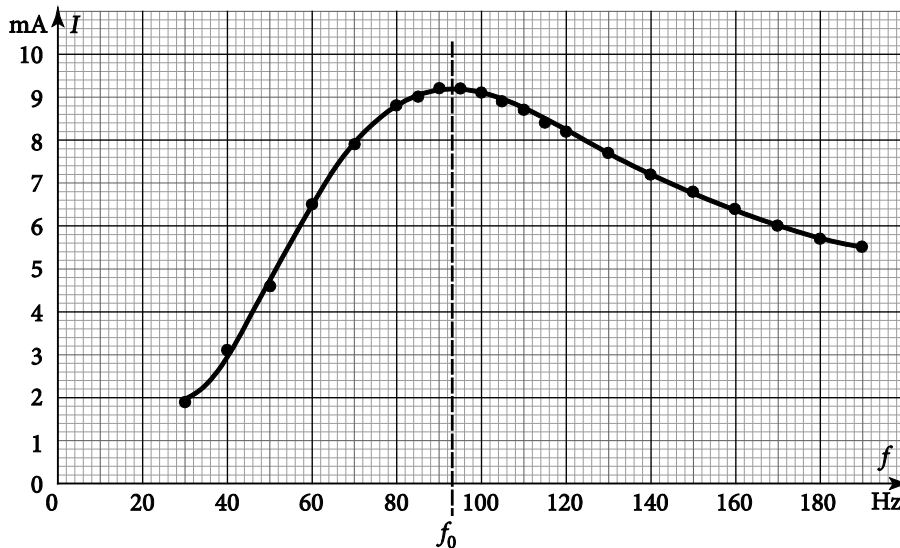
$$Z = R = 220 \Omega.$$

Vastaus:

- a) Resonanssitaajuus on 0,12 kHz.
b) Impedanssi on 220Ω .

177.

Piirretään sähkövirran taajuusriippuvuus.



Kuvaajasta voidaan lukea resonanssitaajuus $f_0 = 93 \text{ Hz}$.

RLC-piirin resonanssitaajuuden lauseke on

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$f_0^2 = \frac{1}{4\pi^2 LC}$$

Ratkaistaan induktanssi

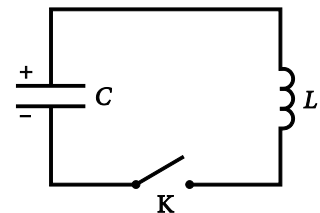
$$L = \frac{1}{4\pi^2 f_0^2 C} = \frac{1}{4\pi^2 \cdot (93 \text{ Hz})^2 \cdot 220 \cdot 10^{-6} \text{ F}} = 0,013312 \text{ H} \approx 0,013 \text{ H}.$$

Vastaus: Käämin induktanssi on 13 mH.

178. $C = 22 \cdot 10^{-6} \text{ F}$, $L = 150 \cdot 10^{-3} \text{ H}$, $\hat{u} = 4,5 \text{ V}$, $R_L = 0 \Omega$, $E_s = ?$, $\hat{i} = ?$

- a) Kondensaattorin sähkökentänenergia on suurin, kun jännite on suurin eli heti latauksen jälkeen

$$E_s = \frac{1}{2} C \hat{u}^2 = \frac{1}{2} \cdot 22 \cdot 10^{-6} \text{ F} \cdot (4,5 \text{ V})^2 = 2,2275 \cdot 10^{-4} \text{ J} \approx 0,22 \text{ mJ}.$$



- b) Sähkövirta värähtelypiirissä on suurimmillaan, kun kaikki energia on käämillä magneettikentän energiana $E_M = \frac{1}{2} L \hat{i}^2$. Energian säilymisen perusteella

$$\frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2}Cu^2$$

$$i^2 = \frac{C}{L}u^2$$

$$i = \sqrt{\frac{C}{L}}u = \sqrt{\frac{22 \cdot 10^{-6} \text{ F}}{150 \cdot 10^{-3} \text{ H}}} \cdot 4,5 \text{ V} = 0,054498 \text{ A} \approx 54 \text{ mA}.$$

Vastaus:

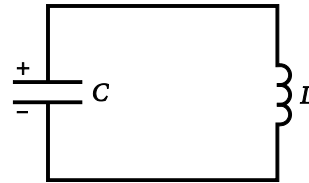
a) Kondensaattorin energia on 0,22 mJ.

b) Suurin sähkövirta on 54 mA.

179. $L = 33,5 \cdot 10^{-3} \text{ H}$, $C = 45,4 \cdot 10^{-6} \text{ F}$, $R = 0 \Omega$, $u = 58,2 \text{ V}$, $f_0 = ?$, $E_s = ?$, $E_{\text{kok}} = ?$, $i = ?$

a) LC-värähtelypiirin taajuus lasketaan yhtälöstä

$$\begin{aligned} f_0 &= \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \\ &= \frac{1}{2\pi\sqrt{33,5 \cdot 10^{-3} \text{ H} \cdot 45,4 \cdot 10^{-6} \text{ F}}} \\ &= 129,0535 \frac{1}{\text{s}} \approx 129 \text{ Hz}. \end{aligned}$$



b) Kondensaattorin sähkökentän suurimman energian määrää kondensaattorin jännite ja kapasitanssi

$$\begin{aligned} E_s &= \frac{1}{2}Cu^2 = \frac{1}{2} \cdot 45,4 \cdot 10^{-6} \text{ F} \cdot (58,2 \text{ V})^2 \\ &= 0,076890 \text{ J} \approx 76,9 \text{ mJ}. \end{aligned}$$

c) Värähtelypiirin kokonaisenergia on sama kuin kondensaattorin suurin energia.

d) Värähtelypiirin suurin sähkövirta ratkaistaan energian säilymisen periaatteella

$$\begin{aligned} E_s &= E_m \\ \frac{1}{2}Li^2 &= \frac{1}{2}Cu^2 \\ i^2 &= \frac{C}{L}u^2 \\ i &= \sqrt{\frac{C}{L}}u = \sqrt{\frac{45,4 \cdot 10^{-6} \text{ F}}{33,5 \cdot 10^{-3} \text{ H}}} \cdot 58,2 \text{ V} = 2,1425 \text{ A} \approx 2,14 \text{ A}. \end{aligned}$$

Vastaus:

a) LC-piirin värähtelytaajuus on 129 Hz.

b) Kondensaattorin suurin energia on 76,9 mJ.

c) Värähtelypiirin kokonaisenergia on 76,9 mJ.

d) Suurin sähkövirta on 2,14 A.

180.

Antenni on värähtelevä sähködipoli, jossa kiihtyvässä ja hidastuvassa liikkeessä olevat elektronit lähettävät sähkömagneettista säteilyä.

Värähtelypiiri toimii antennina, koska se lähettää sähkömagneettista säteilyä. Toinen värähtelypiiri, jossa on sama resonanssitaajuus, toimii vastaanottavana antennina. Yksinkertainen tehokas dipoliantenni saadaan, kun värähtelypiirin kondensaattori "avataan".

181. $\lambda = 1,21 \text{ m}$, $c = 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $f = ?$, $l = ?$

- a) Antenni ottaa parhaiten vastaan signaalin, jonka aallonpituus on $\lambda = 2l$.
Aaltoliikeopin perusyhtälöstä $c = \lambda f$ ratkaistaan taajuus

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{c}{2l}$$

$$= \frac{2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \cdot 1,21 \text{ m}} = 123,8843 \cdot 10^6 \text{ Hz} \approx 120 \text{ MHz}.$$

- b) GSM-verkon taajuudet ovat 900 MHz ja 1800 MHz, $l = ?$
Antenni ottaa parhaiten vastaan signaalin, jonka aallonpituus on $\lambda = 2l$.

$$l = \frac{\lambda}{2} = \frac{c}{2f} = \frac{2,998 \cdot 10^8 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \cdot 900 \cdot 10^6 \text{ Hz}} = 0,16665 \text{ m}.$$

$$l = \frac{\lambda}{2} = \frac{c}{2f} = \frac{2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \cdot 1800 \cdot 10^6 \text{ Hz}} = 0,083278 \text{ m}.$$

Kännyköissä käytetään antennoja, jotka ovat dipoliantennien puolikkaita.
Eli antennien pituudet ovat

$$\frac{0,16665 \text{ m}}{2} = 0,083325 \text{ m} \approx 8,3 \text{ cm}$$

$$\frac{0,083278 \text{ m}}{2} = 0,041639 \text{ m} \approx 4,2 \text{ cm}.$$

Vastaus:

- a) Radioaaltojen taajuus on 120 MHz.
b) Antennin pituudet ovat 8,3 cm ja 4,2 cm.

182.

- a) Kantoaalto on lähettimen värähtelypiirin synnyttämä perusaalto, johon signaali liitetään.
Kantoaalto voidaan ottaa vastaan antennilla.
b) Mikrofonin vastaanottama ääni synnyttää äänen värähtelyjen muotoa noudattavan vaihtovirran, joka muotoilee (moduloi) kantoaallon.
c) Amplitudimoduloinnissa muokataan kantoaallon amplitudia signaalin tahdissa.
Taajuusmoduloinnissa muutetaan kantoaallon taajuutta signaalin tahdissa.
d) Luonnon sähkömagneettiset ilmiöt aiheuttavat häiriötä, kohinaa, joka on suodatettava pois.

183.

Aaltoliikkeen perusyhtälön $c = \lambda f$ avulla on lasketaan taajuuksia vastaavat aallonpituudet

$$\lambda = \frac{c}{f}, \text{ jossa } c = 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

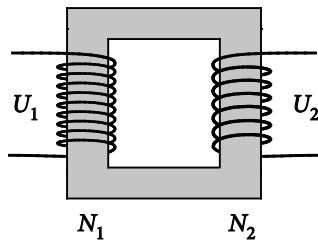
taajuus	30 Hz	300 Hz	3 kHz	30 kHz	300 kHz	3 MHz	30 MHz	300 MHz	3000 MHz
	ELF		VLF	LF pitkät aallot	MF keskipitkät aallot	HF lyhyet aallot (LA)	VHF ultralyhyet aallot (ULA)	UHF	mikro- aallot
aallon- pituus	10 000 km		100 km	10 km	1 km	100 m	10 m	1 m	10 cm
							ULA-radio- lähetykset	digiradio	digi-TV
								GSM	GSM 1800
									mikroaaltouuni
									WLAN ja Bluetooth

15 Vaihtovirranteho ja muuntaja

Perustehtävät

184.

- a) Muuntajassa on kaksi käämiä saman rautasydämen ympärillä.



Ensiökäämissä kulkevan sähkövirran muutos saa aikaan muuttuvan magneettikentän, joka läpäisee myös toisiokäämin. Muuttuva magneettikenttä indusoi toisiokäämiin muuttuvan induktiojännitteen.

Induktiolain mukaan

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(BA)}{dt},$$

jossa $\frac{d\Phi}{dt}$ on vuonmuutos toisiokäämissä.

- b) Muuntajia tarvitaan sähköverkossa muuntamaan niin vaihtojännitteen kuin sähkövirrankin suuruutta ja eristämään kaksi eri jännitteistä verkkoa toisistaan.
- c) Voimalaitoksen generaattorin tuottama vaihtojännite kohotetaan muuntajilla korkeajännitteeksi energiansiirtoa varten. Kotona muuntajia käytetään sähköverkon vaihtojännitteen alentamiseen sopivaksi kodin sähkölaitteille, mm. televisio, kännyköiden lataus, radiot, tietokoneet, yms.

185. $U_{1,\text{eff}} = 230 \text{ V}$, $U_{2,\text{eff}} = 12 \text{ V}$, $N_2 = 75$, $N_1 = ?$

Oletetaan, että tehohäviöt muuntajassa ovat pienet, tällöin

$$\frac{U_{1,\text{eff}}}{U_{2,\text{eff}}} = \frac{N_1}{N_2}$$

$$N_1 = \frac{U_{1,\text{eff}}}{U_{2,\text{eff}}} N_2 = \frac{230 \text{ V}}{12 \text{ V}} \cdot 75 = 1437,5 \approx 1440$$

Vastaus: Ensiökäämissä on oltava 1440 kierrosta.

186.

Muuntosuhde on $\frac{U_{1,\text{eff}}}{U_{2,\text{eff}}} = \frac{N_1}{N_2}$

Toisiokäämin jännite $U_{2,\text{eff}} = \frac{N_2}{N_1} U_{1,\text{eff}}$

- a) Se on kaksinkertainen.
- b) Se on kaksinkertainen.
- c) Se on puolet alkuperäisestä.
- d) Se pysyy samansuuruisena.

187.

- a) Ideaalinen käämi on yksinkertaistettu malli todellisesta käämistä. Sen resistanssi on nolla.
- b) Ideaalisen käämin teho on vuoroin negatiivinen ja positiivinen. Positiivisen tehonkulutuksen aikana energiaa varastoituu kondensaattorin sähkökentän energiaksi ja negatiivisen tehonkulutuksen aikana sähkökentän energia vapautuu piiriin. Keskimääräinen teho on nolla.

188.

Jotta toisiokäämiin indusoituisi jännite, pitää sen lävistää muuttuva magneettikenttä. Tasajännite saa aikaan muuttuvan magneettikentän ainoastaan, kun virtapiiri suljetaan tai avataan.

189.

Ideaalinen käämi ei kuluta tehoa.

Kun käämillä on resistanssi R , on systeemin impedanssi

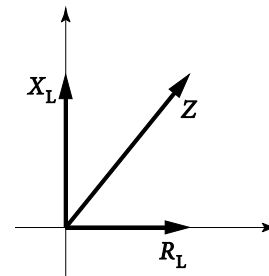
$$Z = \sqrt{R_L^2 + X^2}, \text{ jossa}$$

$$X = X_L = \omega L = 2\pi fL.$$

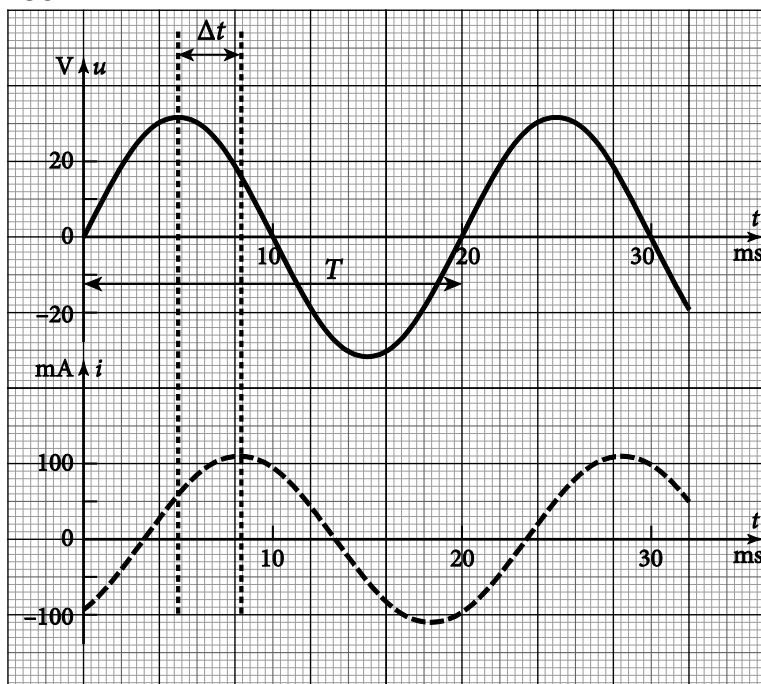
Tehonkulutus

$$P = R_L I_{\text{eff}}^2 = \frac{R_L U_{\text{eff}}^2}{Z^2} = \frac{R_L U_{\text{eff}}^2}{R_L^2 + 4\pi^2 f^2 L^2}.$$

Kun taajuus f kasvaa niin nimittäjän arvo kasvaa ja tehonkulutus pienenee.



190.



- a) Kuviosta nähdään, että jännite on sähkövirran edellä.

$$\text{Aikaero } \Delta t = \frac{8 \text{ mm}}{50 \text{ mm}} \cdot 20 \text{ ms} = 3,2 \text{ ms. Jaksonaika on } T = 20 \text{ ms}.$$

Vaihe-eroksi saadaan aikaeron Δt perusteella

$$\varphi = \frac{\Delta t}{T} 2\pi = \frac{3,2 \text{ ms}}{20 \text{ ms}} \cdot 2\pi = 1,005 \text{ rad} \approx 60^\circ$$

- b) Positiivinen vaihe-ero johtuu laitteen induktanssista.

Sähkövirta jää jännitteen jälkeen, koska induktioilmiö hidastaa sähkövirran muutoksia.

Vaihtovirran teho on

$$P = \frac{U_{\text{eff}}}{\sqrt{2}} \frac{I_{\text{eff}}}{\sqrt{2}} \cos \varphi$$

$$P = \frac{1}{2} \hat{u} \hat{i} \cos \varphi.$$

Kuvasta saadaan $\hat{u} = 32 \text{ V}$ ja $\hat{i} = 115 \text{ mA}$, jolloin teho on

$$P = \frac{1}{2} \cdot 32 \text{ V} \cdot 0,115 \text{ A} \cdot \cos 60^\circ = 0,92 \text{ W}$$

Vastaus:

- a) Vaihe-ero on 60° .
c) Keskiteho on $0,92 \text{ W}$.

191.

4. Nolla, sillä ensiöpuolelle on kytketty tasajännite.

Soveltavat tehtävät

192. $U_{\text{eff}} = 230 \text{ V}$ $f = 50 \text{ Hz}$ $I_{\text{eff}} = 0,50 \text{ A}$ $P = 55 \text{ W}$

Kyseessä ei ole ideaalinen käämi, joten sen voidaan ajatella koostuvan ideaalisesta käämistä ja sen kanssa sarjaan kytketystä vastuksesta.

Sähköenergiaa muuntuu vastuksessa lämmöksi teholla

$$P = RI_{\text{eff}}^2$$

$$R = \frac{P}{I_{\text{eff}}^2} = \frac{55 \text{ W}}{(0,50 \text{ A})^2} = 220 \Omega$$

Käämin impedanssi on

$$Z = \frac{U_{\text{eff}}}{I_{\text{eff}}} = \frac{230 \text{ V}}{0,50 \text{ A}} = 460 \Omega$$

Toisaalta $Z = \sqrt{R^2 + X^2}$, jossa $X = X_L = \omega L = 2\pi fL$

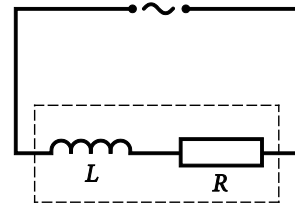
$$Z^2 = R^2 + (2\pi f)^2 L^2,$$

josta induktanssi on

$$L = \frac{1}{2\pi f} \sqrt{Z^2 - R^2}$$

$$= \frac{1}{2\pi \cdot 50 \frac{1}{\text{s}}} \sqrt{(460 \Omega)^2 - (220 \Omega)^2} = 1,2859 \text{ H} \approx 1,3 \text{ H}$$

Vastaus: Käämin induktanssi on 1,3 H.



193.

a) Kondensaattorin latautuessa energiaa siirtyy jännitelähteestä kondensaattorin sähkökentän energiaksi. Koska virtapiirin jännite vaihtelee sinimuotoisesti, kondensaattori purkautuu seuraavan neljännesjakson aikana. Kondensaattorin sähkökenttään varastoitunut energia vapautuu takaisin virtapiiriin energiaksi. Jokaisen puolijakson aikana energian kokonaissiirtymä on nolla, joten kondensaattori ei kuluta energiaa.

b) $U_{\text{eff}} = 230 \text{ V}$, $f = 50 \text{ Hz}$, $P_1 = 180 \text{ W}$,

$$P_2 = \frac{P_1}{2}, C = ?$$

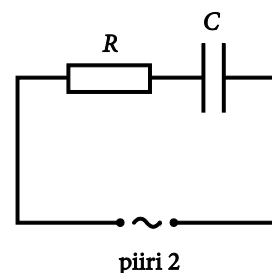
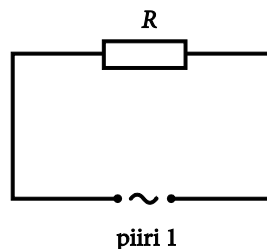
Tehonkulutus piirissä 1 on

$$P_1 = RI_{1,\text{eff}}^2 = \frac{U_{\text{eff}}^2}{R}, \text{ joten resistanssi}$$

$$R = \frac{U_{\text{eff}}^2}{P_1} = \frac{(230 \text{ V})^2}{180 \text{ W}} = 293,89 \Omega.$$

Tehonkulutus piirissä 2 on $P_2 = RI_{2,\text{eff}}^2 = R \frac{U_{\text{eff}}^2}{Z^2}$. Tästä saadaan virtapiiriin impedanssi

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}.$$



Nyt levyn tehonkulutus halutaan pienentää puoleen

$$P_2 = \frac{P_1}{2}$$

$$R \frac{U_{\text{eff}}^2}{Z^2} = \frac{1}{2} \frac{U_{\text{eff}}^2}{R}, \text{ ja saadaan}$$

$$Z^2 = 2R^2$$

$$R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2 = 2R^2$$

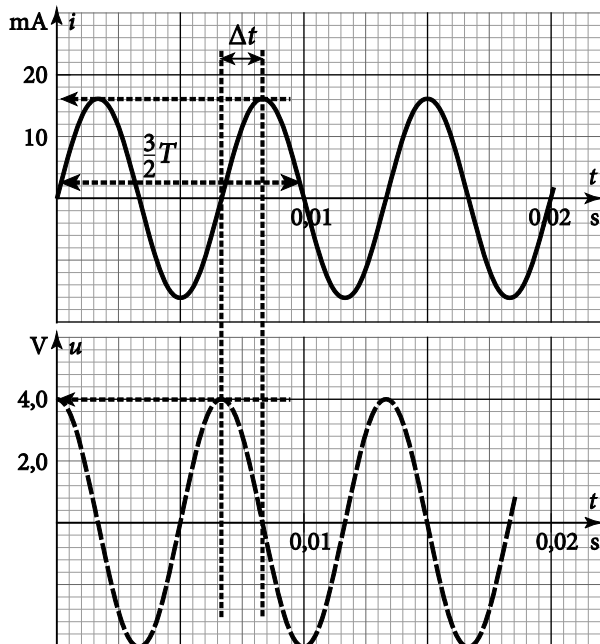
$$R = \frac{1}{\omega C}.$$

Ratkaistaan kapasitanssi

$$C = \frac{1}{\omega R} = \frac{1}{2\pi f R} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \frac{1}{s} \cdot 293,89 \Omega} = 1,08 \cdot 10^{-5} \frac{\text{As}}{\text{V}} \approx 11 \mu\text{F}$$

Vastaus: b) Kondensaattorin kapasitanssi on 11 μF .

194.



a) Luetaan kuvaajasta, että $\frac{3}{2}T = 0,01 \text{ s}$, josta saadaan jaksonaika

$$T = \frac{2}{3} \cdot 0,01 \text{ s} = 0,0067 \text{ s}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,0067 \text{ s}} = 150 \text{ Hz}.$$

b) Kuvasta saadaan $\hat{i} = 16 \text{ mA}$.

c) Vaihe-ero, luetaan kuvaajasta $\frac{3,3 \text{ mm}\pi}{13,3 \text{ mm}} \cdot 2\pi = \frac{\pi}{2} \quad (90^\circ).$

Jännite on $\frac{\pi}{2}$ radiaania sähkövirran edellä, joten kyseessä on käämi.

d) Teholliset arvot ovat

$$I_{\text{eff}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{i} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 16 \text{ mA} = 11,314 \text{ mA} \approx 11,3 \text{ mA}$$

$$U_{\text{eff}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{u} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 4,0 \text{ V} = 2,8 \text{ V}.$$

e) Vaihe-ero on $\varphi = \frac{\Delta t}{T} 2\pi = \frac{\pi}{2}$ eli $\varphi = 90^\circ$.

Teho

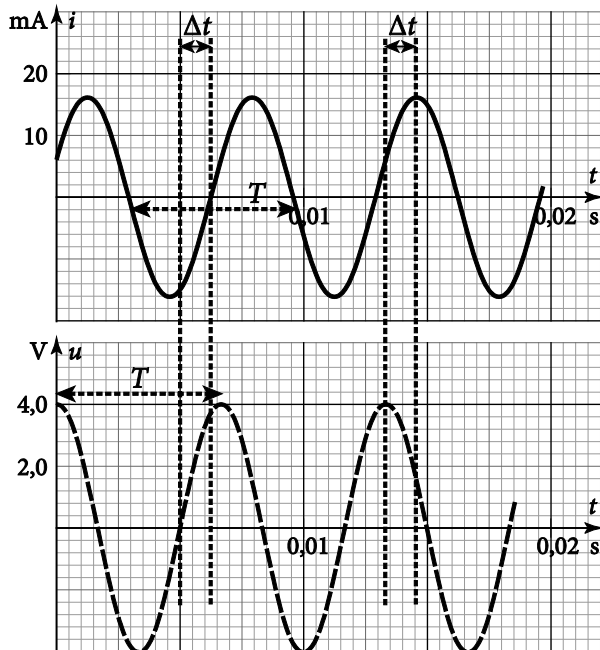
$$P = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \cos \varphi = \frac{1}{2} \hat{u} \hat{i} \cos \varphi$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 2,8 \text{ V} \cdot 11,3 \cdot 10^{-3} \text{ A} \cdot \cos 90^\circ = 0 \text{ W}.$$

Vastaus:

- a) Vaihtojännitteen taajuus on 150 Hz.
- b) Sähkövirran maksimiarvo on 16 mA.
- d) Jännitteen ja sähkövirran teholliset arvot 11,3 mA ja 2,8 V.
- e) Tehonkulutus on 0 W.

195.



- a) Kuvasta saadaan $\varphi = \frac{2,0 \text{ mm}}{13,3 \text{ mm}} \cdot 360^\circ = 54,135^\circ \approx 54^\circ$.
- b) Kuvaajasta voidaan lukea sähkövirran ja jännitteen huippuarvot $\hat{i} = 16 \text{ mA}$ ja $\hat{u} = 4,0 \text{ V}$.
Käämin impedanssi

$$Z = \frac{\hat{u}}{\hat{i}} = \frac{4,0 \text{ V}}{16 \cdot 10^{-3} \text{ A}} = 2,50 \cdot 10^2 \Omega \approx 0,25 \text{ k}\Omega.$$

$$R = Z \cos \varphi = 2,50 \cdot 10^2 \Omega \cdot \cos 60^\circ = 125 \Omega \approx 130 \Omega.$$

c) Teho

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{2} \hat{u} \hat{i} \cos \varphi \\ &= 0,5 \cdot 4,0 \text{ V} \cdot 0,016 \text{ A} \cdot \cos 54,135^\circ \\ &= 1,8748 \cdot 10^{-2} \text{ W} \approx 1,9 \cdot 10^{-2} \text{ W}. \end{aligned}$$

Vastaus:

- a) Vaihe-ero on 54° .
- b) Resistanssi on 130Ω .
- c) Tehonkulutus on $1,8 \cdot 10^{-2} \text{ W}$.

196.

a)

- Siirtojohtimissa hukateho $P_j = R_j I_{\text{eff}}^2$ pitää saada mahdollisimman pieneksi. Yhtälössä R_j on johtimen resistanssi ja I_{eff} sähkövirta. Yhtälöstä huomataan, että hukateho on sitä pienempi, mitä pienempi sähkövirta on.
- Kun siirtojohtimien sähkövirtaa pienennetään siirtotehon $P = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}}$ pysyessä samana, siirtojohtimien jännite U_{eff} on nostettava mahdollisimman suureksi.
- Jännitteen ja sähkövirran muuttaminen tehdään muuntajilla.
- Muuntajan muuntosuhteen $\frac{U_{2,\text{eff}}}{U_{1,\text{eff}}} = \frac{N_2}{N_1}$ perusteella, kun toisiokäämin kierrosten lukumäärä on suurempi kuin ensiökäämin $N_2 > N_1$, on $U_{2,\text{eff}} > U_{1,\text{eff}}$.
- Siirtojännite muunnetaan käyttöjännitteeksi muuntajalla, jossa ensiökäämin kierrosten lukumäärä on toisiokäämin lukumäärää suurempi $N_1 > N_2$. Tällöin muuntosuhteen $\frac{U_{2,\text{eff}}}{U_{1,\text{eff}}} = \frac{N_2}{N_1}$ perusteella saadaan $U_{2,\text{eff}} < U_{1,\text{eff}}$.

b) Muuntajassa tehohäviöt ovat yleensä pienet.

- Käämien johdinlangan resistanssin vuoksi tapahtuvat tehohäviöt saadaan pieniksi käyttämällä käämeissä riittävän paksua, hyvää johdemateriaalista (Cu, Al) valmistettua johdinlankaa. Tällöin johdinlangan resistiivisyys on pieni.
- Muuntajan rautasydämessä tapahtuu tehohäviöitä pyörrevirtojen ja sydämen magnetoitumisen vuoksi. Pyörrevirrat eliminoidaan sydämen kerrosrakenteella. Rautasydämen magnetoitumista pienennetään, kun sydämenä käytetään magneettisesti pehmeää rautaa.

197. $N_1 = 1200, N_2 = 200, U_{1,\text{eff}} = 230 \text{ V}, \frac{N_2}{N_1} = ?, U_{2,\text{eff}} = 230 \text{ V}, I_{2,\text{eff}} = ?$

Oletetaan, että tehohäviöt muuntajassa ovat pienet.

a) Muuntosuhde on

$$\frac{U_{2,\text{eff}}}{U_{1,\text{eff}}} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{200}{1200} = \frac{1}{6}$$

b) Muuntajan toisiojännite on

$$U_{2,\text{eff}} = \frac{N_2}{N_1} U_{1,\text{eff}} = \frac{200}{1200} \cdot 230 \text{ V} = 38,33 \text{ V} \approx 38 \text{ V}$$

c) Ensiovirta on $I_{1,\text{eff}} = 250 \text{ mA}$.

$$\text{Muuntosuhde } \frac{N_2}{N_1} = \frac{I_{1,\text{eff}}}{I_{2,\text{eff}}}$$

$$\text{Ratkaistaan toisiovirta } I_{2,\text{eff}} = \frac{N_1}{N_2} I_{1,\text{eff}} = \frac{1200}{200} \cdot 250 \text{ mA} = 1,5 \text{ A}.$$

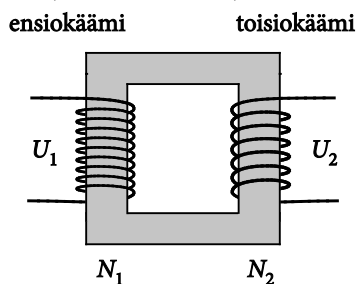
Vastaus:

a) Muuntosuhde on 1:6

b) Toisiojännite on 38 V

c) Toisiovirta on 1,5 A

198. $U_{2,\text{eff}} = 12 \text{ V}$, $U_{1,\text{eff}} = 230 \text{ V}$, $P_2 = 25 \text{ W}$, $I_{1,\text{eff}} = ?$



Oletetaan, että tehohäviö muuntajassa on pieni, joten

$$P_1 = P_2. \text{ Teho } P_2 = 25 \text{ W}.$$

Siten ensiipuolen tehollinen sähkövirta on

$$U_{1,\text{eff}} I_{1,\text{eff}} = P_2$$

$$I_{1,\text{eff}} = \frac{P_2}{U_{1,\text{eff}}} = \frac{25 \text{ W}}{230 \text{ V}} = 0,1087 \text{ A} \approx 0,11 \text{ A}$$

Vastaus: Ensiökäämin sähkövirta on 0,11 A.

16 Energiateollisuus ja sähköturvallisuus

199.

- Suomen sähköjärjestelmä koostuu voimalaitoksista, kantaverkosta, alueverkoista, jakeluverkoista sekä sähkön kuluttajista.
- Suomen sähköjärjestelmä on osa yhteispohjoismaista sähköjärjestelmää yhdessä Ruotsin, Norjan ja Itä-Tanskan järjestelmien kanssa. Lisäksi Venäjältä ja Virosta on Suomeen tasasähköyhteys, jolla nämä eri periaattein toimivat järjestelmät voidaan yhdistää. Vastaavasti yhteispohjoismainen järjestelmä on kytketty Keski-Euroopan järjestelmään tasavirtayhteyksin.

200.

- a) Kantaverkko on Suomessa sähkön siirron valtakunnallinen suurjänniteverkko. Kantaverkkoon jännitteet voivat olla 400 kV, 220 kV ja 110 kV.
- b) Sähkö toimitetaan asiakkaille jakeluverkon kautta. Jakeluverkon jännite on 10 – 20 kV. Asiakkaille jaettava jännite on tavallisesti 230 V.

201.

Kantaverkossa siirtomatkat ovat pitkiä ja jännite pitää saada mahdollisimman korkeaksi. Siirtolinjojen on oltava massiiviset, että linja olisi turvallinen. Jakeluverkon jännite on matalampi ja näin ei tarvita korkeita sähköpylväitä.

202.

- a) Sulake katkaisee virtapiirin, jos sähkövirta kasvaa sallittua arvoa suuremmaksi.
- b) Vikavirtakytkin on sulaketta herkempi. Sitä käytetään ulkotiloissa ja kosteissa tiloissa.

203.

Suojamaadoitetun laitteen metalliosat on kytketty maajohdon kautta maadoitetun pistorasian maahan.

Suojaeristetyssä laitteessa on lisäeristys, joka estää laitteen kuoren tulemista jännitteelliseksi vikatilanteessa.

204.

- a) Merkittävimpiä energialähteitä sähkön tuotannossa ovat ydinenergia, vesivoima, maakaasu, biopolttoaineet ja kivihiili.
- b) Pitkien etäisyyksien sähkön siirrossa käytetään suuria jännitteitä, koska silloin johtimissa kulkeva sähkövirta voi olla pienempi ja johtimien jännitehäviöt ovat pienempiä, jolloin ne voivat olla myös ohuempia. Johtimien hukateho saadaan lausekkeesta $P = RI^2$. Jos johtimien resistanssi olisi vakio, hukateho on verrannollinen sähkövirran neliöön. Kotitalouksia varten jännite muutetaan pienemmäksi turvallisuuden ja toisaalta laitteiden toiminnan takia.

205.

- Vikavirtasuojakytkin on sähköverkoissa käytetty komponentti, jonka tehtävä on suojata laitteiden käyttäjiä vaarallisilta sähköiskuilta ja estää tulipaloja.
- Vikavirtasuojakytkimen toiminta perustuu virtapiiriin menevän ja sieltä palaavan sähkövirran erotuksen mittaamiseen. Jos virtapiirissä ei ole vikaa, meno- ja paluujohtimessa kulkee yhtä

paljon sähkövirta. Jos sähkölaitteesta tai -johdosta ”vuotaa” sähkövirtaa muualle, meno- ja paluuvirrat ovat erisuuruiset. Kun sähkövirtojen erotus ylittää vikavirtasuojakytkimen laukaisuvirtarajan, suoja katkaisee virran muutaman tuhannesosasekunnin kuluessa.

Kertaustehtävät

1. luku

206.

Magneettivuontiheyttä kuvaava vektori on magneettikenttää kuvaavan kenttäviivan tangentin suuntainen. Vektorin pituus on suurin sauvamagneetin napojen läheisyydessä ja pienenee etäisyyden kasvaessa.

207.

- a) Kaksi sauvamagneettia pohjoiskohtiot vastakkain
- b) Kaksi suoraa virtajohtinta on kohtisuorassa toisiaan vastaan.

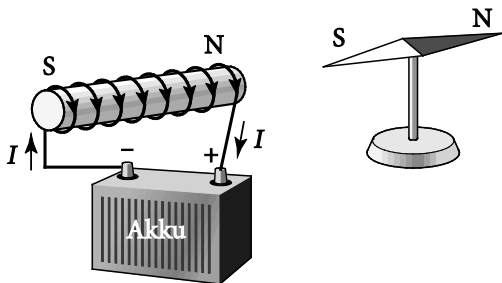
Kuvassa on esitetty yksittäisten johtimien magneettikentät. Magneettikentät saadaan oikean käden säännöllä.

Seuraavassa kuvassa on hahmoteltu kokonaismagneettikenttä. Kahdessa neljänneksessä kentät kumoavat toisensa ja kahdessa neljänneksessä kentät vahvistavat toisiaan. Magneettikenttä heikkenee mentäessä poispäin johtimista.

- c) käämi ja sauvamagneetti erimerkkiset navat vastakkain

208.

Sähkövirran suunta virtapiirissä on myötäpäivään.



209.

- a) Ei ole mahdollinen, koska sekä käämin että sauvamagneetin eteläkohtiot ovat vastakkain. Ne hylkivät toisiaan. Käämin magneettiset kohtiot saadaan oikean käden säännöllä.
- b) Magneettisten kohtien puolesta nuolet ovat oikeisiin suuntiin, sauvamagneetti ja sähkömagneetti vetävät toisiaan puoleensa. Molempiin kohdistuu kuitenkin yhtä suuret voimat Newtonin 3. lain perusteella. Kuvio on piirretty väärin.

Luku 2 Varattu hiukkanen sähkökentässä

210. $v_0 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}, U = 1,3 \text{ kV}, v = ?$

Röntgenputki on tyhjiöputki, joten elektroniin ei vaikuta vastusvoimia. Myös elektronin paino on merkityksetön. Työperiaatteen mukaan elektronin liike-energia muuttuu sähköisen voiman tekemän kiihdytystyön verran

$$\Delta E = W = Q_e U$$

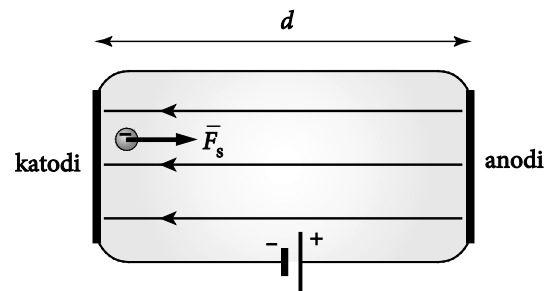
$$\frac{1}{2} m_e v^2 - \frac{1}{2} m_e v_0^2 = Q_e U.$$

Koska elektroni lähtee levosta $v_0 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, saadaan

$$Q_e U = \frac{1}{2} m_e v^2 \text{ josta saadaan}$$

$$v = \sqrt{\frac{2Q_e U}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1300 \text{ V}}{9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}} = 2,138 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 2,1 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Vastaus: Elektronin nopeus on $2,1 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.



211. $U = 3000 \text{ V}, E = 100 \frac{\text{kV}}{\text{m}}, s = ?$

Tyhjiöputkessa elektroniin ei vaikuta vastusvoimia. Myös elektronin paino on merkityksetön. Työperiaatteen mukaan elektronin liike-energia suurenee sähköisen voiman tekemän työn verran.

$$\Delta E = W = Q_e U$$

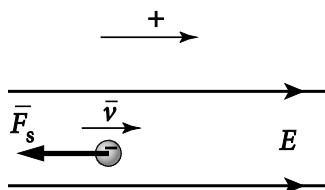
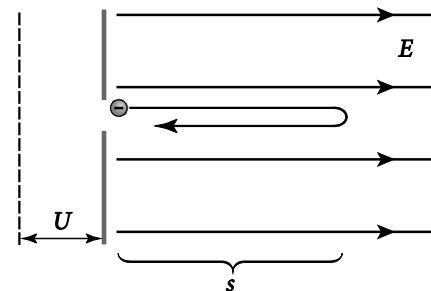
$$\frac{1}{2} m_e v_1^2 - \frac{1}{2} m_e v_0^2 = Q_e U.$$

Koska elektroni lähtee levosta, nopeus kiihdytyksen jälkeen

$$v_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot Q_e U}{m_e}}.$$

Tällä nopeudella elektroni tulee jarruttavaan sähkökenttään,

jossa elektroni pysähtyy $v_2 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Tunnetaan jarruttavan sähkökentän suuruus $E = 100 \frac{\text{kV}}{\text{m}}$.



Sähköisen voiman suuruus on $F_s = -Q_e E$.

Sähkökentän tekemä työ pienentää elektronin liike-energiaa, joten työperiaatteen mukaan

$$\underbrace{\frac{1}{2}m_e v_2^2}_0 - \frac{1}{2}m_e v_1^2 = Q_e E s$$
$$-\frac{1}{2}m_e v_1^2 = -Q_e E s.$$

Saadaan

$$Q_e E s = \frac{1}{2} m v_1^2$$

$$Q_e E s = \frac{1}{2} m \cdot \frac{Z Q_e U}{m}$$

$$s = \frac{U}{E} = \frac{3000 \text{ V}}{100 \frac{\text{kV}}{\text{m}}} = \frac{3000 \text{ V}}{100 \cdot 10^3 \frac{\text{V}}{\text{m}}} = 0,03 \text{ m} = 30 \text{ mm}.$$

Vastaus: Nopeus pienenee nolaksi 30 mm matkalla.

Luku 3 Voimavaikutuksia magneettikentässä

212.

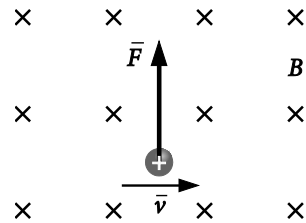
$$v = 0,9 \cdot 10^5 \text{ m/s}, B = 1,34 \text{ mT}, F = ?$$

Magneettisen voiman suuruus, kun $\vec{v} \perp \vec{B} \perp \vec{F}_m$, saadaan lausekkeesta

$$F_m = QvB.$$

Sijoitetaan lukuarvot

$$\begin{aligned} F_m &= 1,6022 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 0,9 \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1,34 \cdot 10^{-3} \text{ T} \\ &= 1,9322 \cdot 10^{-17} \text{ N} \approx 1,9 \cdot 10^{-17} \text{ N}. \end{aligned}$$



Magneettivuontiheyden suunta, protonin nopeuden suunta ja magneettisen voiman suunta saadaan oikean käden käännöllä.

Vastaus: Magneettisen voiman suuruus on $1,9 \cdot 10^{-17} \text{ N}$.

213. $v = 2,5 \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}, B = 1,3 \text{ mT}, l = 25 \text{ cm}, \alpha = ?$

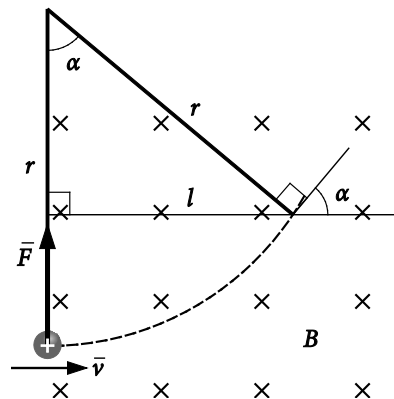
Magneettisen voiman suuruus, kun $\vec{v} \perp \vec{B} \perp \vec{F}_m$, on $F_m = QvB$.

Ympyräradalla protonilla on normaalikiihtyvyys $a_n = \frac{v^2}{r}$. Ainoa voima on magneettinen voima, joten dynamiikan peruslain $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$ mukaan

$$Q_p v B = m \frac{v^2}{r}.$$

Ratkaistaan säde $r = \frac{mv}{Q_p B}$.

Suunnan muutos saadaan nyt kuvion perusteella



$$\sin \alpha = \frac{l}{r} = \frac{l Q_p B}{mv} = \frac{0,25 \text{ m} \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1,3 \cdot 10^{-3} \text{ T}}{1,673 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot 2,5 \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

$$\sin \alpha = 0,125$$

$$\alpha = 7,153^\circ \approx 7,2^\circ.$$

Vastaus: Suunnanmuutos on $7,2^\circ$.

Luku 4 Varatun hiukkasen liike sähkö- ja magneettikentässä

214.

Varattuja hiukkasia kiihdytetään sähkökentän avulla.

Sähkökentässä varattuun hiukkaseen vaikuttaa sähköinen voima, jonka suuruus on $F_s = QE$.

Työperiaatteen mukaan

$$Fs = \Delta E_k.$$

Jos hiukkanen lähtee levosta, saadaan

$$Fs = \frac{1}{2}mv^2$$

$$QEs = \frac{1}{2}mv^2 \quad \text{josta}$$

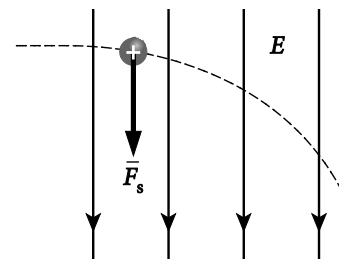
$$QU = \frac{1}{2}mv^2$$

Varattujen hiukkasten suunta voidaan muuttaa sekä sähkö-, että magneettikentän avulla.

Sähkökentässä varattuun hiukkaseen vaikuttaa voima, jonka suuruus on $F = QE = ma$. Kiihtyvyys on sähkökentän voimakkuuden kanssa yhdensuuntainen. Homogeenisessä sähkökentässä hiukkasten liike on analoginen vinon heittoliikkeen kanssa.

$$v_x = \text{vakio} \quad (v_0 = v_x)$$

$$v_y = at$$



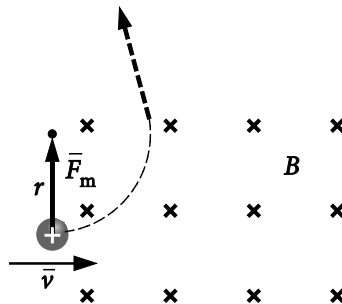
Homogeenisessä magneettikentässä varattu hiukkanen joutuu ympyräliikkeeseen.

Dynamiikan peruslain mukaan

$$\vec{F}_m = m\vec{a}$$

$$QvB = m \frac{v^2}{r}$$

$$r = \frac{mv}{QB}$$



Jos hiukkasen nopeus ei ole kohtisuorassa magneettivuon tiheyttä vastaan, hiukkanen joutuu spiraaliliikkeeseen.

Sovelluksia:

- nopeusvalitsin
- massaspektrometri
- van de Graaffin -kiihdytin
- syklotroni
- katodisädeputki
- elektronimikroskooppi

215. $U = 2,2 \text{ kV}$, $r = 0,15 \text{ m}$, $B = ?$

Tyhjiöputkessa kiihdytettävään elektroniin ainoa oleellinen vaikuttava voima on sähköinen voima. Siten työperiaatteen mukaan

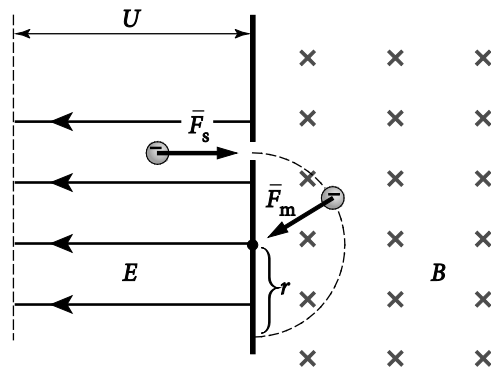
$$\Delta E = W = Q_e U$$

$$\frac{1}{2} m_e v^2 - \frac{1}{2} m_e v_0^2 = Q_e U.$$

Koska $v_0 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, saadaan

$$\frac{1}{2} m_e v^2 = Q_e U, \text{ josta}$$

$$v = \sqrt{\frac{2Q_e U}{m_e}}.$$



Magneettikenttä aiheuttaa elektroniin kohdistuvan voiman, joka muuttaa sen liikkeen suuntaa.

Elektroni joutuu ympyräradalle. Normaalikiihtyvyys on $a_n = \frac{v^2}{r}$. Dynamiikan peruslain $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ mukaan

$$Q_e v B = m \frac{v^2}{r}$$

$$B = \frac{mv}{Q_e r} = \frac{m \sqrt{2Q_e U}}{Q_e r \sqrt{m}}$$

$$B = \sqrt{\frac{m^2 2Q_e U}{Q_e^2 r^2 m}} = \sqrt{\frac{2mU}{Q_e r^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{2 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 2,2 \cdot 10^3 \text{ V}}{1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot (0,15 \text{ m})^2}}$$

$$= 1,0545 \cdot 10^{-3} \text{ T} \approx 1,1 \text{ mT}.$$

Vastaus: Magneettivuontiheys on 1,1 mT.

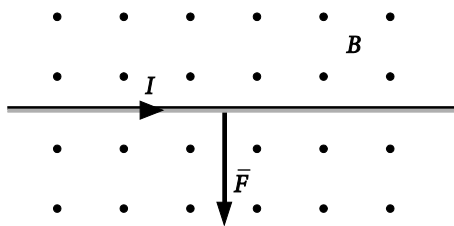
Luku 5 Magneettikenttä kohdistaa virtajohtimeen voiman

216. $l = 0,92 \text{ m}$, $I = 0,76 \text{ A}$, $B = 1,3 \text{ } \mu\text{T}$, $F = ?$,

a) Sijoitetaan annetut lukuarvon voiman lausekkeeseen

$$\begin{aligned} F_m &= IlB \\ &= 0,76 \text{ A} \cdot 0,92 \text{ m} \cdot 1,3 \cdot 10^{-6} \text{ T} \\ &= 0,90896 \cdot 10^{-6} \text{ N} \approx 0,91 \cdot 10^{-6} \text{ N} \end{aligned}$$

b) Kolmisormisäännön mukaan sähkövirran, magneettikentän ja johtimeen vaikuttavan voiman suunnat voidaan piirtää kuvan mukaisesti.



Vastaus: a) Voiman suuruus on $0,91 \cdot 10^{-6} \text{ N}$.

217. $l = 1,0 \text{ m}$, $r = 0,17 \text{ m}$, $I_1 = 1,17 \text{ A}$, $I_2 = 1,24 \text{ A}$, $F_m = ?$

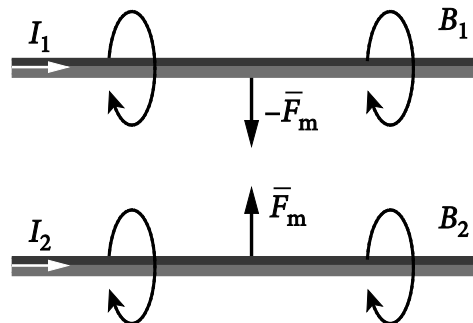
Jos sähkövirrat ovat samansuuntaiset johtimet vetävät toisiaan puoleensa.
Johtimien välisen voiman suuruus saadaan lausekkeesta

$$F_m = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1 I_2}{r} l$$

Tyhjön permeabiliteetti on $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2}$.

Sijoitetaan lukuarvot

$$\begin{aligned} F_m &= \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2}}{2\pi} \cdot \frac{1,17 \text{ A} \cdot 1,24 \text{ A}}{0,17 \text{ m}} \cdot 1,0 \text{ m} \\ &= 1,7068 \cdot 10^{-6} \text{ N} \approx 1,7 \cdot 10^{-6} \text{ N} \end{aligned}$$



Vastaus: Johdin 1 vaikuttaa johtimeen 2 voimalla $1,7 \cdot 10^{-6} \text{ N}$.

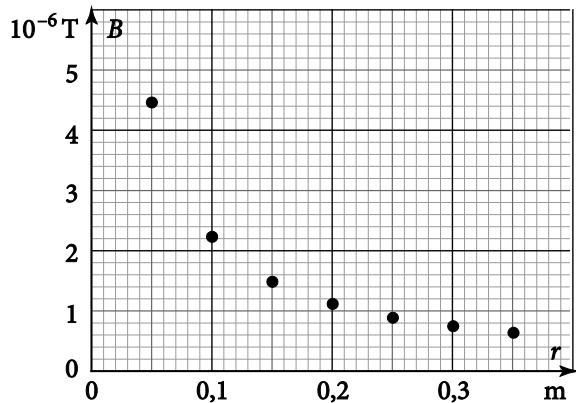
218. $I = 1,12 \text{ A}$, $r = 0,50 \text{ m}$, $B = ?$

a) Magneettivuon tiheys saadaan lausekkeesta $B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{r}$

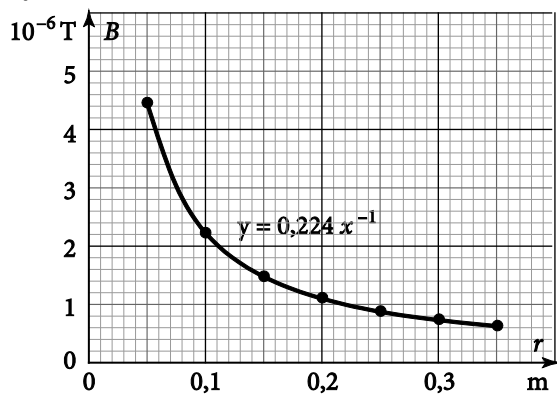
$r \text{ (m)}$	$B \text{ (}\mu\text{T)}$
0,05	4,48
0,1	2,24
0,15	1,49333
0,2	1,12

0,25	0,896
0,3	0,74667
0,35	0,64

b)



c)



d) Käytetään lauseketta $B = 0,224 \mu\text{Tm}$

Sijoitetaan r :n arvo $r = 0,50 \text{ m}$, jolloin saadaan

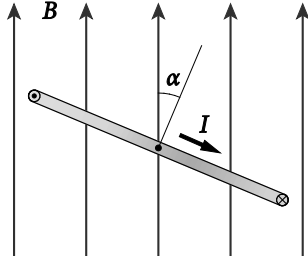
$$B = 0,224 \cdot (0,50 \text{ m}) \mu\text{Tm} = 0,448 \mu\text{T} \approx 0,45 \mu\text{T}.$$

Vastaus: Magneettivuon tiheyden suuruus on $0,45 \mu\text{T}$.

Luku 6 Sähkömoottorin käämi on magneettikentässä

219. $A = 17,0 \text{ cm}^2$, $N = 600$ r, $I = 0,75 \text{ A}$, $B = 12,2 \text{ mT}$, $\alpha = 32^\circ$, $M = ?$

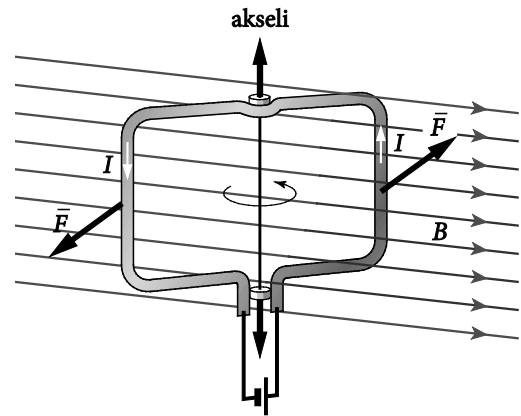
Annettu kulma on käämin normaalin ja magneettikentän välinen.



Momentti on

$$\begin{aligned} M &= NAB I \sin \alpha \\ &= 600 \cdot 17,0 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot 12,2 \cdot 10^{-3} \text{ T} \cdot 0,75 \text{ A} \cdot \sin 32^\circ \\ &= 4,9457 \cdot 10^{-3} \text{ Nm} \approx 4,9 \cdot 10^{-3} \text{ Nm}. \end{aligned}$$

Voiman suunta saadaan kolmisormisäännöllä. Käämi pyörii siten, että kuvassa vasemmanpuoleinen sivu lähestyy katsojaa.



Vastaus: Momentin suuruus on $4,9 \cdot 10^{-3} \text{ Nm}$.

Luku 7 Lenzin laki kertoo induktioilmiön suunnan

220.

Sähkövirran kytkemisen jälkeen virtapiirin sähkövirta kasvaa pienen hetken maksimiarvoonsa. Sähkövirta synnyttää kasvavan magneettikentän. Tällöin alumiinirengas läpi kulkeva magneettivuo muuttuu ja renkaaseen indusoituu Lenzin lain mukaisesti jännite. Jännite aiheuttaa sähkövirran suljetussa virtapiirissä. Sähkövirta synnyttää induktiomagneettikentän, jonka suunta on sellainen, että se vastustaa alkuperäisen kentän muuttumista. Induktiokenttä on vastakkaisuuntainen, kun alkuperäinen magneettikenttä.

- Rengas heilahtaa pois päin käämistä, käämin ja renkaan S-kohtiot tulevat vastakkain. Rengas palautuu alkuperäiseen asentoon.
- Rengas heilahtaa pois päin käämistä, käämin ja renkaan N-kohtiot tulevat vastakkain. Rengas palautuu alkuperäiseen asentoon..
- Rengas pysyy paikoillaan, koska käämin aiheuttama magneettivuo ei muutu.

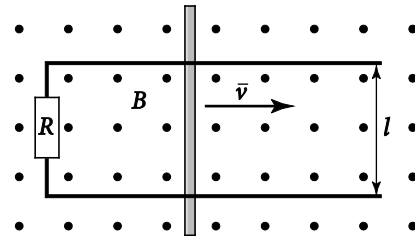
221. $l = 7,5 \text{ cm}$, $v = 16,5 \text{ m/s}$, $B = 0,68 \text{ T}$, $e = ?$

Indusoitunut jännite on

$$e = lvB$$

$$= 0,075 \text{ m} \cdot 16,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0,68 \text{ T}$$

$$= 0,8415 \text{ V} \approx 0,84 \text{ V}.$$



Vastaus: Indusoitunut jännite on 0,84 V.

222. $l = 0,086 \text{ m}$, $v = 14,5 \text{ m/s}$, $B = 0,85 \text{ T}$, $R = 2,8 \Omega$, $i = ?$, $P = ?$

a) Indusoitunut jännite on

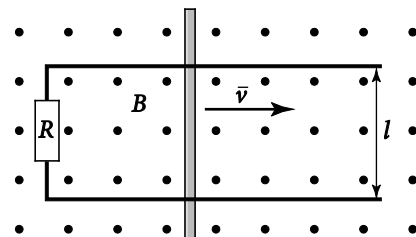
$$e = lvB$$

$$= 0,086 \text{ m} \cdot 14,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0,85 \text{ T}$$

$$= 1,05995 \text{ V} \approx 1,1 \text{ V}$$

Resistanssin määritelmän nojalla sähkövirta on

$$I = \frac{e}{R} = \frac{1,05995 \text{ V}}{2,8 \Omega} = 0,3786 \text{ A} \approx 0,38 \text{ A}.$$



- Sähkövirran suunta oikean käden säännön mukaan on vastapäivään.
- Teho määritelmän mukaan on $P = UI$, joten

$$P = ei$$

$$= 1,05995 \text{ V} \cdot 0,3786 \text{ A}$$

$$= 0,4013 \text{ W} \approx 0,40 \text{ W}.$$

Vastaus:

- Sähkövirta on 0,38 A.
- Sähkövirran suunta on vastapäivään.
- Teho on 0,40 W.

Luku 8 Muuttuva magneettivuo indusoi lähdejännitteen

223. $\Delta t = 3,7 \text{ ms}$, $\Phi_1 = 2,1 \cdot 10^{-3} \text{ Tm}^2$, $\Phi_2 = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ Tm}^2$, $e = ?$

Indusoitunut jännite on

$$\begin{aligned} e &= -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{\Phi_2 - \Phi_1}{\Delta t} \\ &= -\frac{1,5 \cdot 10^{-3} \text{ Tm}^2 - 2,1 \cdot 10^{-3} \text{ Tm}^2}{3,7 \cdot 10^{-3} \text{ s}} \\ &= 0,1622 \text{ V} \approx 0,16 \text{ V}. \end{aligned}$$

Vastaus: Indusoitunut jännite on 0,16 V.

224. $r = 0,020 \text{ m}$, $\Delta t = 1,8 \cdot 10^{-3} \text{ s}$, $B_1 = 12 \cdot 10^{-3} \text{ T}$, $B_2 = 35 \cdot 10^{-3} \text{ T}$, $r_{\text{johtin}} = \frac{1,0 \text{ mm}}{2} = 0,50 \text{ mm}$,
 $e = ?$, $i = ?$

a) Indusoitunut jännite on

$$\begin{aligned} e &= -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{A\Delta B}{\Delta t} \\ &= -\frac{\pi r^2 \Delta B}{\Delta t} \\ &= -\frac{\pi \cdot (0,020 \text{ m})^2 \cdot (35 \cdot 10^{-3} \text{ T} - 12 \cdot 10^{-3} \text{ T})}{1,8 \cdot 10^{-3} \text{ s}} \\ &= -0,01606 \text{ V} \approx -0,016 \text{ V}. \end{aligned}$$

b) Johtimen resistanssi on $R = \rho \frac{l}{A}$.

Taulukkokirjasta saadaan alumiinin resistiivisyys $27 \cdot 10^{-9} \Omega \text{m}$.

Resistanssin määritelmän mukaan $e = Ri$, joten

$$\begin{aligned} i &= \frac{e}{R} = \frac{e \cdot A}{\rho l} \\ &= \frac{0,01606 \text{ V} \pi (0,50 \cdot 10^{-3} \text{ m})^2}{27 \cdot 10^{-9} \Omega \text{m} \cdot 20 \text{ m}} \\ &= 3,7176 \text{ A} \approx 3,7 \text{ A}. \end{aligned}$$

Vastaus:

a) Indusoitunut jännite on 0,016 V

b) Sähkövirta on 3,7 A

Luku 9 Pyörrevirtoja syntyy metalliesineeseen

225.

Alumiini on paramagneettista ainetta, joka ei magnetoidu. Rauta on puolestaan ferromagneettista ainetta, joka magnetoituu. Sähkövirran kytkemisen jälkeen molempiin levyihin syntyy pyörrevirtoja. Lenzin lain mukaan pyörrevirtojen suunta on sellainen, että pyörrevirrat pyrkivät vastustamaan käämin magneettikentän muutosta.

- a) Koska alumiini ei magnetoidu, se kaatuu. Alumiinilevyssä ja käämin rautasydämessä on samannimiset kohtiot vastakkain.
- b) Rautalevy magnetoituu niin voimakkaasti, että pyörrevirtojen vaikutus on merkityksetön ja käämin rautasydän "imaisee" rautalevyn kiinni. Rautalevyssä ja käämin rautasydämessä on erinimiset kohtiot vastakkain. Kun sähkövirta käämistä katkaistaan, rautalevy kaatuu.

Luku 10 Itseinduktio ja induktiivinen kytkentä

226. $\Delta t = 0,15 \text{ s}$, $I_1 = 27 \cdot 10^{-3} \text{ A}$, $I_2 = 80 \cdot 10^{-3} \text{ A}$, $L = 1,3 \cdot 10^{-3} \text{ H}$, $e = ?$

Indusoitunut jännite on

$$\begin{aligned} e &= -L \frac{\Delta I}{\Delta t} \\ &= -1,3 \cdot 10^{-3} \text{ H} \cdot \frac{80 \cdot 10^{-3} \text{ A} - 27 \cdot 10^{-3} \text{ A}}{0,15 \text{ s}} \\ &= -4,5933 \cdot 10^{-4} \text{ V}. \end{aligned}$$

Vastaus: Indusoitunut jännite on $-4,6 \cdot 10^{-4} \text{ V}$.

227. $\frac{\Delta i}{\Delta t} = 17 \cdot 10^{-3} \frac{\text{A}}{\text{s}}$, $e = 65 \cdot 10^{-3} \text{ V}$, $L = ?$

Ratkaistaan induktanssi itseinduktiokaavasta ja sijoitetaan lukuarvot

$$\begin{aligned} e &= -L \frac{\Delta i}{\Delta t} \\ L &= \frac{-e}{\frac{\Delta i}{\Delta t}} = \frac{-65 \cdot 10^{-3} \text{ V}}{17 \cdot 10^{-3} \frac{\text{A}}{\text{s}}} \\ &= 3,8235 \text{ H} \approx 3,8 \text{ H}. \end{aligned}$$

Vastaus: Induktanssi on 3,8 H.

228. $L = 14 \cdot 10^{-6} \text{ H}$, $\Delta t = 23 \cdot 10^{-3} \text{ s}$, $I_1 = 0,09 \text{ A}$, $I_2 = 0,75 \text{ A}$, $e = ?$

Indusoitunut jännite on

$$\begin{aligned} e &= -L \frac{\Delta i}{\Delta t} \\ &= -14 \cdot 10^{-6} \text{ H} \cdot \frac{0,75 \text{ A} - 0,09 \text{ A}}{23 \cdot 10^{-3} \text{ s}} \\ &= 4,0174 \cdot 10^{-4} \text{ V} \approx 4,0 \cdot 10^{-4} \text{ V}. \end{aligned}$$

Vastaus: Indusoitunut jännite on $4,0 \cdot 10^{-4} \text{ V}$.

229. $\Delta t = 2,6 \cdot 10^{-6} \text{ s}$, $I_1 = 0,90 \text{ A}$, $I_2 = 0 \text{ A}$, $L = 12,0 \cdot 10^{-3} \text{ H}$, $e = ?$

Indusoitunut jännite on

$$\begin{aligned} e &= -L \frac{\Delta i}{\Delta t} \\ &= -12,0 \cdot 10^{-3} \text{ H} \cdot \frac{0 \text{ A} - 0,90 \text{ A}}{2,6 \cdot 10^{-6} \text{ s}} \\ &= 4153,85 \text{ V} \approx 4200 \text{ V}. \end{aligned}$$

Vastaus: Indusoitunut jännite on 4200 V.

230.

- a) Kaksi käämiä on **induktiivisesti kytketty**, jos ne ovat siten, että toisessa käämissä kulkevan sähkövirran I_1 synnyttämä magneettivuo läpäisee myös toisen käämin. Tällöin sähkövirran I_1 muutos indusoi käämiin 2 jännitteen. Käämiin 2 indusoitunut jännite on verrannollinen käämin 1 sähkövirran muutosnopeuteen. Indusoitunut jännite riippuu myös käämien keskinäisestä asennosta, niiden muodosta ja niiden ympärillä olevasta materiaalista.
- b) Jos resistanssi R kasvaa, sähkövirta virtapiirissä 1 pienenee. Piirin 1 sähkövirran suunta on myötäpäivään, joten sen synnyttämän magneettikentän magneettivuon tiheyden suunta on kuvassa oikealle. Jos sähkövirta pienenee, pienenee myös käämin 2 läpi kulkeva magneettivuo. Jos magneettivuo pienenee, indusoi käämiin sellainen sähkövirta, että sen synnyttämä magneettikentän magneettivuon tiheys on alkuperäisen magneettikentän magneettivuon tiheyden suuntainen. Siten piirissä 2 sähkövirran suunta on myötäpäivään.

Luku 11 Generaattori tuottaa vaihtojännitettä

231. $N = 1400$, $n = 542$ RPM, $B = 2,7$ T, $R = 69 \Omega$, $\hat{e} = ?$, $\hat{i} = ?$

a) Käämiin indusoitunut huippujännite on

$$\begin{aligned}\hat{e} &= NBA \cdot 2\pi f \\ &= 1400 \cdot 2,7 \text{ T} \cdot 15 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot 2\pi \cdot \frac{542}{60} \frac{1}{\text{s}} \\ &= 321,8185 \text{ V} \approx 320 \text{ V}.\end{aligned}$$

b) Sähkövirran huippuarvo resistanssin määritelmän mukaan on

$$\hat{i} = \frac{\hat{e}}{R} = \frac{321,8185 \text{ V}}{69 \Omega} = 4,6640 \text{ A} \approx 4,7 \text{ A}.$$

c) Käämiin indusoitunut jännite suljetussa virtapiirissä aiheuttaa sähkövirran. Sähkövirta synnyttää induktiomagneettikentän, joka suunta Lenzin lain mukaan on sellainen, että se pyrkii estämään käämin pyörimistä magneettikentässä. Johdinsilmukan pyörittäminen muuttuu raskaammaksi.

Vastaus:

a) Huippujännite silmukassa on 320 V.

b) Virran huippuarvo on 4,7 A.

Luku 12 Tehollisen jännitteen ja sähkövirran mittaaminen

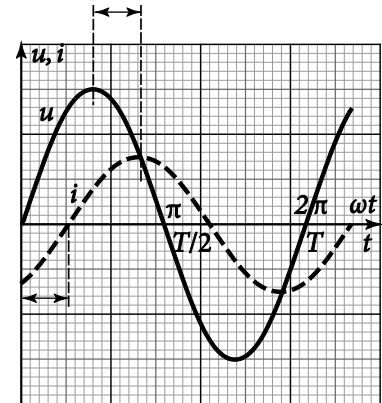
232.

- a) Vaihe-ero mitataan esimerkiksi huippujen matkaerosta tai vaaka-akselin leikkauspisteiden matkaerosta.

6,3 ruutua vastaa 2π :tä, ja huippujen välimatka on noin 1,1 ruutua, joten vaihe-ero on

$$\frac{2\pi}{6,3} \cdot 1,1 = 0,3492\pi \approx 0,35\pi = 63^\circ.$$

- b) Vaaka-akseli on aika-akseli. Se käyrä, joka saavuttaa ensin esimerkiksi huippuarvon on edellä. Tässä tapauksessa jännite on edellä.



Vastaus:

- a) Vaihe-ero on 63° .
b) Jännite on edellä.

Luku 13 Vastus, käämi ja kondensaattori vaihtovirtapiirissä

233. $L = 7,8 \text{ mH}$, $R = 6,1 \text{ } \Omega$, $U_{\text{eff}} = 12 \text{ V}$, $f = 500 \text{ Hz}$, $I_{\text{eff}} = ?$, $\varphi = ?$

a) Tehollinen sähkövirta saadaan lausekkeen $U_{\text{eff}} = ZI_{\text{eff}}$ mukaan

$$I_{\text{eff}} = \frac{U_{\text{eff}}}{Z}.$$

Lasketaan impedanssi

$$\begin{aligned} Z &= \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \\ &= \sqrt{R^2 + (2\pi fL)^2} \\ &= \sqrt{(6,1 \text{ } \Omega)^2 + (2\pi \cdot 500 \text{ Hz} \cdot 7,8 \cdot 10^{-3} \text{ H})^2} \\ &= 25,2523 \text{ } \Omega \approx 25 \text{ } \Omega. \end{aligned}$$

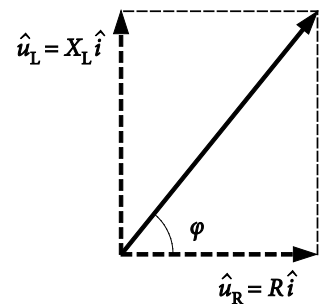
Tehollinen sähkövirta on nyt

$$I_{\text{eff}} = \frac{U_{\text{eff}}}{Z} = \frac{12 \text{ V}}{25,2523 \text{ } \Omega} = 0,4752 \text{ A} \approx 0,48 \text{ A}.$$

b) Virran ja jännitteen välinen vaihe-ero saadaan lausekkeesta

$$\begin{aligned} \tan \varphi &= \frac{X_L}{R} = \frac{\omega L}{R} = \frac{2\pi fL}{R} \\ &= \frac{2\pi \cdot 500 \text{ Hz} \cdot 7,8 \cdot 10^{-3} \text{ H}}{6,1 \text{ } \Omega} \\ &= 4,0171, \end{aligned}$$

josta vaihe-ero $\varphi = 76,021^\circ \approx 76^\circ$.



Vastaus:

a) Tehollinen sähkövirta on 0,48 A.

b) Sähkövirran ja jännitteen välinen vaihe-ero on 76° .

234. $U_{\text{eff}} = 230 \text{ V}$, $f = 50 \text{ Hz}$, $C = 2,2 \text{ } \mu\text{F}$, $R = 1,2 \text{ k}\Omega$, $X_C = ?$, $Z = ?$, $\varphi = ?$, $I_{\text{eff}} = ?$

a) Lasketaan kapasitiivinen reaktanssi

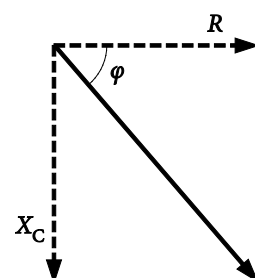
$$\begin{aligned} X_C &= \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 2,2 \cdot 10^{-6} \text{ F}} \\ &= 1446,86 \text{ } \Omega \approx 1400 \text{ } \Omega. \end{aligned}$$

Kondensaattori vastustaa vaihtovirran kulkua enemmän kuin virtapiirin vastus.

b) Piirin impedanssi on

$$\begin{aligned} Z &= \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{2\pi fC}\right)^2} \\ &= \sqrt{(1200 \text{ } \Omega)^2 + \left(\frac{1}{2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 2,2 \cdot 10^{-6} \text{ F}}\right)^2} \\ &= 1879,737 \text{ } \Omega \approx 1900 \text{ } \Omega. \end{aligned}$$

c) Sähkövirran ja jännitteen välinen vaihe-ero on



$$\tan \varphi = -\frac{X_C}{R} = -\frac{1446,86 \Omega}{1200 \Omega} = -1,2057,$$

joten vaihe-ero $\varphi = -50,3282^\circ \approx -50^\circ$.

- d) Sähkövirran tehollinen arvo saadaan lausekkeesta $U_{\text{eff}} = ZI_{\text{eff}}$, josta

$$\begin{aligned} I_{\text{eff}} &= \frac{U_{\text{eff}}}{Z} \\ &= \frac{230 \text{ V}}{1879,737 \Omega} \\ &= 0,122358 \text{ A} \approx 0,12 \text{ A}. \end{aligned}$$

Vastaus:

- a) Kondensaattorin kapasitiivinen reaktanssi on 1400Ω . Kondensaattori vastustaa vaihtovirran kulkua enemmän kuin virtapiirin vastus.
b) Piirin impedanssi on 1900Ω .
c) Sähkövirran ja jännitteen välinen vaihe-ero on -50° .
d) Sähkövirran tehollinen arvo on $0,12 \text{ A}$.

235. $C = 3,2 \mu\text{F}$, $R = 150 \Omega$, $U_{\text{eff}} = 230 \text{ V}$, $f = 50 \text{ Hz}$, $U_{R,\text{eff}} = ?$, $U_{C,\text{eff}} = ?$

- a) Lasketaan ensin piirin impedanssi

$$\begin{aligned} Z &= \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{2\pi fC}\right)^2} \\ &= \sqrt{(150 \Omega)^2 + \left(\frac{1}{2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 3,2 \cdot 10^{-6} \text{ F}}\right)^2} \\ &= 1005,9646 \Omega \approx 1,0 \text{ k}\Omega. \end{aligned}$$

Piirin tehollinen sähkövirta impedanssin määritelmän mukaan on

$$\begin{aligned} I_{\text{eff}} &= \frac{U_{\text{eff}}}{Z} \\ &= \frac{230 \text{ V}}{1005,9646 \Omega} \\ &= 0,228636 \text{ A} \approx 0,23 \text{ A}. \end{aligned}$$

Kondensaattorin kapasitiivinen reaktanssi saadaan lausekkeesta

$$\begin{aligned} X_C &= \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi fC} \\ &= \frac{1}{2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 3,2 \cdot 10^{-6} \text{ F}} \\ &= 994,7184 \Omega \approx 0,99 \text{ k}\Omega. \end{aligned}$$

Vastuksen päiden välinen tehollinen jännite on

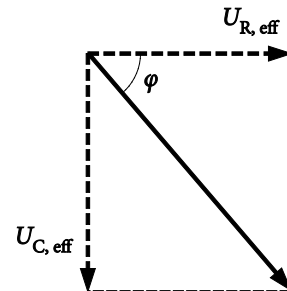
$$\begin{aligned} U_{R,\text{eff}} &= RI_{\text{eff}} \\ &= 150 \Omega \cdot 0,228636 \text{ A} = 34,2954 \text{ V} \approx 34 \text{ V}. \end{aligned}$$

Kondensaattorin päiden välinen tehollinen jännite on

$$\begin{aligned} U_{C,\text{eff}} &= X_C I_{\text{eff}} \\ &= 994,7184 \, \Omega \cdot 0,228636 \, \text{A} \\ &= 227,4284 \, \text{V} \approx 227 \, \text{V}. \end{aligned}$$

b) Tehdään vielä tarkistus

$$\begin{aligned} U_{\text{eff}} &= \sqrt{U_{R,\text{eff}}^2 + U_{C,\text{eff}}^2} \\ &= \sqrt{(34,2954 \, \text{V})^2 + (227,4284 \, \text{V})^2} \\ &= 229,9997 \, \text{V} \approx 230 \, \text{V}. \end{aligned}$$



Vastaus:

Vastuksen päiden välinen tehollinen jännite on 34 V ja kondensaattorin päiden välinen tehollinen jännite on 227 V.

236. $C = 152 \, \text{nF}$, $L = 47,5 \, \text{mH}$, $f_0 = ?$

a) Resonanssitaajuus on

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{47,5 \cdot 10^{-3} \, \text{H} \cdot 152 \cdot 10^{-9} \, \text{F}}} = 1873,06 \, \frac{1}{\text{s}} \approx 1,9 \, \text{kHz}.$$

b) Kun kondensaattorin kapasitanssi puolitetaan $C_2 = \frac{1}{2}C$,

niin resonanssitaajuus muuttuu

$$\begin{aligned} f_{02} &= \frac{1}{2\pi\sqrt{L \cdot \frac{1}{2}C}} = \sqrt{2} \cdot \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \approx 1,41 f_0. \\ f_{02} &= \sqrt{2} \cdot 1873,06 \, \text{Hz} = 2648,91 \, \text{Hz} \approx 2,6 \, \text{kHz}. \end{aligned}$$

c) Käämin induktanssin kaksinkertaistaminen $L_2 = 2L$ muuttaa resonanssitaajuutta

$$\begin{aligned} f_{02} &= \frac{1}{2\pi\sqrt{2L \cdot C}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \approx 0,71 f_0. \\ f_{02} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 1873,06 \, \text{Hz} = 1324,45 \, \text{Hz} \approx 1,3 \, \text{kHz}. \end{aligned}$$

Vastaus:

- a) Resonanssitaajuus on 1,9 kHz.
- b) Resonanssitaajuus on 2,6 kHz.
- c) Resonanssitaajuus on 1,3 kHz.

237.

a) $L = 1,75 \, \mu\text{H}$, $f_0 = 97,7 \, \text{MHz}$, $C = ?$

$$\text{Resonanssi taajuus on } f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}.$$

Ratkaistaan kapasitanssi korottamalla toiseen potenssiin

$$f_0^2 = \frac{1}{4\pi^2 LC}, \text{ josta}$$

$$C = \frac{1}{4\pi^2 f_0^2 L} = \frac{1}{4\pi^2 \cdot (106 \cdot 10^6 \text{ Hz})^2 \cdot 1,75 \cdot 10^{-6} \text{ H}} = 1,2882 \cdot 10^{-12} \text{ F} \approx 1,29 \text{ pF}.$$

b) $L = 15 \text{ mH}$, $f_0 = 106 \text{ MHz}$, $C = ?$

Kysytty kapasitanssi on

$$C = \frac{1}{4\pi^2 f_0^2 L} = \frac{1}{4\pi^2 \cdot (97,7 \cdot 10^6 \text{ Hz})^2 \cdot 15 \cdot 10^{-3} \text{ H}} = 1,7691 \cdot 10^{-16} \text{ F} \approx 1,8 \cdot 10^{-16} \text{ F}.$$

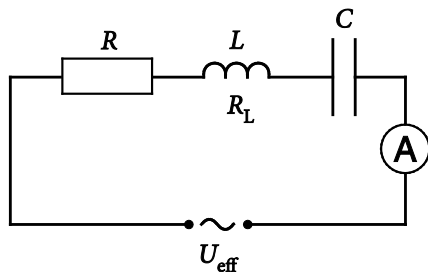
Vastaus:

a) Kapasitanssi on $1,29 \text{ pF}$.

b) Kapasitanssi on $1,8 \cdot 10^{-16} \text{ F}$.

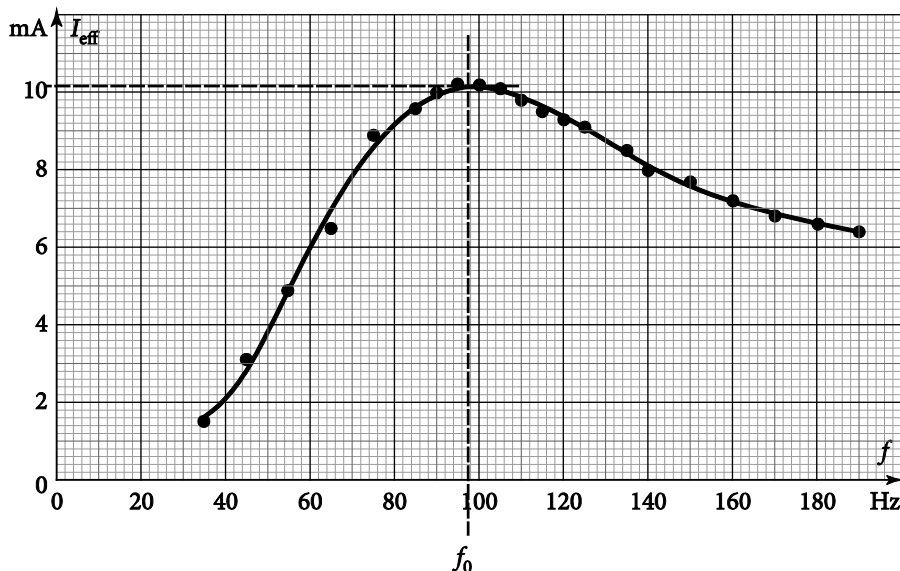
238. $C = 220 \mu\text{F}$, $R = 230 \Omega$, $U = 2,4 \text{ V}$, $L = ?$, $R_L = ?$,

a) Kytentäkaavio



Sähkövirta saa suurimman arvonsa resonanssitaajuudella, koska tällöin impedanssi on pienin mahdollinen, $Z = R$. Kapasiitivinen reaktanssi ja induktiivinen reaktanssi kumoavat toisensa.

b)



Luetaan kuvaajasta resonanssitaajuus $97,5 \text{ Hz}$.

$$\text{RLC-piirin resonanssitaajuuden lauseke } f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}.$$

Ratkaistaan induktanssi

$$L = \frac{1}{4\pi^2 f_0^2 C} = \frac{1}{4\pi^2 \cdot (97,5 \text{ Hz})^2 \cdot 220 \cdot 10^{-6} \text{ F}} = 0,012112 \text{ H} \approx 12 \text{ mH}.$$

- c) Resonanssitaajuudella RLC-piirin reaktanssi on nolla, jolloin $Z = R$. Resistanssin määritelmän $U_{\text{eff}} = RI_{\text{eff}}$ perusteella saadaan kokonaisresistanssi

$$R = \frac{U_{\text{eff}}}{I_{\text{eff}}} = \frac{2,4 \text{ V}}{10,2 \cdot 10^{-3} \text{ A}} = 235,2941 \Omega.$$

Vastus ja käämi on kytketty sarjaan, joten käämilangan resistanssi on

$$R_{\text{kok}} = R + R_L$$

$$R_L = R_{\text{kok}} - R = 235,2941 \Omega - 230 \Omega = 5,2941 \Omega \approx 5,3 \Omega.$$

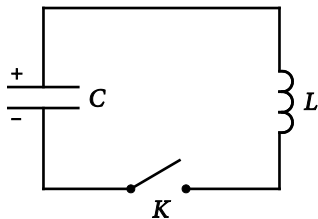
Vastaus:

b) Käämin induktanssi $L = 12 \text{ mH}$.

c) Käämilangan resistanssi $R_L = 5,3 \Omega$.

239. $C = 2200 \mu\text{F}$, $L = 168 \text{ mH}$, $U_{\text{eff}} = 4,5 \text{ V}$, $E_s = ?$, $\hat{i} = ?$

a)



- b) Kondensaattorin energia on suurin, kun jännite on suurin eli heti latauksen jälkeen

$$E_s = \frac{1}{2} C \hat{u}^2 = \frac{1}{2} \cdot 2200 \cdot 10^{-6} \text{ F} \cdot (4,5 \text{ V})^2 \\ = 0,022275 \text{ J} \approx 22 \text{ mJ}.$$

- c) Sähkövirta värähtelypiirissä on suurimmillaan, kun kaikki energia on käämillä magneettikentän energiana $E_M = \frac{1}{2} L \hat{i}^2$. Energian säilymisen perusteella

$$\frac{1}{2} L \hat{i}^2 = \frac{1}{2} C \hat{u}^2$$

$$\hat{i}^2 = \frac{C}{L} \hat{u}^2$$

$$\hat{i} = \sqrt{\frac{C}{L}} \hat{u} = \sqrt{\frac{2200 \cdot 10^{-6} \text{ F}}{168 \cdot 10^{-3} \text{ H}}} \cdot 4,5 \text{ V} = 0,514955 \text{ A} \approx 0,51 \text{ A}.$$

Vastaus:

a) Kondensaattorin energia on 22 mJ.

b) Suurin sähkövirta on 0,51 A.

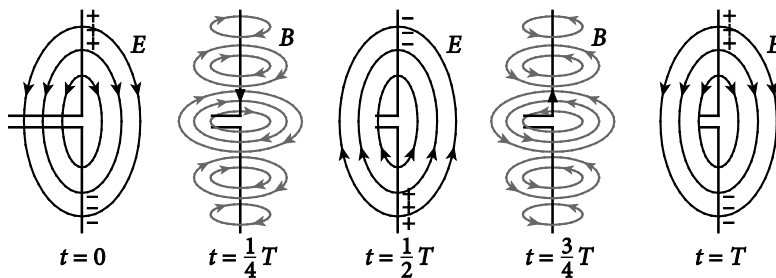
240. $l = 68 \text{ cm}$, $f = ?$

a) Antenni ottaa parhaiten vastaan signaalin, jonka pituus on $l = \frac{\lambda}{2}$.

Aaltoliikeopin perusyhtälöstä $c = \lambda f$ ratkaistaan taajuus

$$\begin{aligned} f &= \frac{c}{\lambda} = \frac{c}{2l} \\ &= \frac{2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \cdot 0,68 \text{ m}} \\ &= 220,4412 \cdot 10^6 \text{ Hz} \approx 220 \text{ MHz}. \end{aligned}$$

b)



- Hetkellä $t = 0$ toinen johdin on saanut negatiivisen varauksen ja toinen johdin positiivisen varauksen. Dipolin sähkökentän voimakkuus on suurin. Koska johtimissa ei ole sähkövirtaa, johtimien ympärillä ei ole magneettikenttää.
- Tämän jälkeen johtimien sähkövaraus pienenee niin, että hetkellä $t = \frac{1}{4}T$ sähkökentän voimakkuus on nolla. Samalla hetkellä sähkövirta johtimissa saa suurimman arvonsa ja magneettikentän voimakkuus on suurin mahdollinen.
- Tämän jälkeen johtimet varautuvat päinvastoin kuin alkutilanteessa ja sähkövirta on hetkellisesti nolla. Hetkellä $t = \frac{1}{2}T$ magneettikentän voimakkuus on jälleen nolla ja sähkökentän voimakkuus suurin mahdollinen.
- Hetkellä $t = \frac{3}{4}T$ sähkövirta on jälleen suurin ja päinvastainen tilanteen $t = \frac{1}{4}T$ sähkövirtaan. Johtimen ympärillä on magneettikenttä.
- ja niin edelleen

Vastaus:

a) Radioaaltojen taajuus on 220 MHz.

Luku 15 Vaihtovirran teho ja muuntaja

241. $P = 1,5 \text{ kW}$, $U_{\text{eff}} = 220 \text{ V}$, $\varphi = 22^\circ$

Vaihtovirran teho on

$$P = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \cos \varphi.$$

Sähkövirran tehollinen arvo on

$$I_{\text{eff}} = \frac{P}{U_{\text{eff}} \cos \varphi} = \frac{1,5 \cdot 10^3 \text{ W}}{220 \text{ V} \cdot \cos 22^\circ} = 7,354 \text{ A}$$

$$\hat{i} = \sqrt{2} I_{\text{eff}}$$

$$= \sqrt{2} \cdot 7,354 \text{ A} = 10,4001 \text{ A} \approx 10 \text{ A}.$$

Vastaus: Tehollinen sähkövirta on 7,4 A ja huippuarvo 10 A.

242. $C = 55 \mu\text{F}$, $R = 25 \Omega$, $U_{\text{eff}} = 230 \text{ V}$, $f = 50 \text{ Hz}$, $P = ?$, $\varphi = ?$

- a) Laitteen tehokulutuksen selville saamiseksi on selvítettävä virtapiirin tehollinen sähkövirta. Sen laskemiseksi on selvítettävä ensin virtapiirin impedanssi.

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + \left(-\frac{1}{2\pi fC}\right)^2} \quad X_L = 0 \Omega$$

$$Z = \sqrt{(25 \Omega)^2 + \left(-\frac{1}{2\pi \cdot 50 \frac{1}{s} \cdot 55 \cdot 10^{-6} \text{ F}}\right)^2}$$

$$= 63,0433 \Omega$$

Impedanssin määritelmän mukaan $I_{\text{eff}} = \frac{U_{\text{eff}}}{Z}$, joten tehonkulutus on Joulen lain mukaan

$$P = RI_{\text{eff}}^2 = R \left(\frac{U_{\text{eff}}}{Z} \right)^2 = 25 \Omega \cdot \left(\frac{230 \text{ V}}{63,0433 \frac{\text{V}}{\text{A}}} \right)^2$$

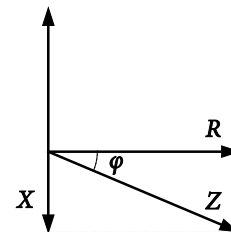
$$= 3,3275 \cdot 10^2 \text{ W} \approx 330 \text{ W}.$$

- b) Vaihe-eron laskemiseksi lasketaan virtapiirin reaktanssi

$$X = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \frac{1}{s} \cdot 55 \cdot 10^{-6} \text{ F}} = 57,875 \Omega$$

$$\tan \varphi = \frac{X}{R} = -\frac{57,875 \Omega}{25 \Omega} = -2,3150$$

$$\varphi = -66,637^\circ \approx -67^\circ.$$



Jännitehäviö on 67° sähkövirtaa jäljessä.

Vastaus:

- a) Tehonkulutus on 330 W.

- b) Jännitehäviö on 67° sähkövirtaa jäljessä.

243. $U_{\text{eff}} = 230 \text{ V}$, $f = 50 \text{ Hz}$, $I_{\text{eff}} = 0,75 \text{ A}$, $P = 85 \text{ W}$, $L = ?$, $R = ?$

Joulen lain mukaan teho

$$P = RI_{\text{eff}}^2, \text{ josta saadaan}$$

$$R = \frac{P}{I_{\text{eff}}^2} = \frac{85 \text{ W}}{(0,75 \text{ A})^2} = 151,11 \Omega \approx 150 \Omega.$$

Impedanssilla on kaksi lauseketta

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{R^2 + (2\pi fL)^2}$$

ja

$$Z = \frac{U_{\text{eff}}}{I_{\text{eff}}}.$$

Näistä saadaan

$$R^2 + (2\pi fL)^2 = \left(\frac{U_{\text{eff}}}{I_{\text{eff}}}\right)^2$$

$$4\pi^2 f^2 L^2 = \left(\frac{U_{\text{eff}}}{I_{\text{eff}}}\right)^2 - R^2.$$

Ratkaistaan induktanssi

$$L = \sqrt{\frac{\left(\frac{U_{\text{eff}}}{I_{\text{eff}}}\right)^2 - R^2}{4\pi^2 f^2}} = \sqrt{\frac{\left(\frac{230 \text{ V}}{0,75 \text{ A}}\right)^2 - (151,11 \Omega)^2}{4\pi^2 \cdot (50 \frac{1}{\text{s}})^2}}$$

$$= 0,8494 \text{ H} \approx 0,85 \text{ H}.$$

Vastaus: Resistanssi on 150Ω ja induktanssi on $0,85 \text{ H}$.

244. $U_{1,\text{eff}} = 230 \text{ V}$, $U_{2,\text{eff}} = 10 \text{ V}$, $I_{2,\text{eff}} = 3,7 \text{ A}$, $N_2 = 75$, $N_1 = ?$, $R = ?$, $I_{1,\text{eff}} = ?$

a) Kun jännitettä muunnetaan pienemmäksi, on $N_1 > N_2$.

Mikäli 75 kierroksen käämi olisi ensiökääminä, tulisi toisiokäämiin vain muutama kierros.

Tällainen muuntaja ei toimisi käytännössä. Siten muuntosuhteen yhtälöstä saadaan

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{U_{1,\text{eff}}}{U_{2,\text{eff}}}$$

$$N_1 = \frac{U_{1,\text{eff}}}{U_{2,\text{eff}}} \cdot N_2 = \frac{230 \text{ V}}{10 \text{ V}} \cdot 75 = 1725 \approx 1700.$$

b) Resistanssin määritelmän mukaan

$$R = \frac{U_{2,\text{eff}}}{I_{2,\text{eff}}} = \frac{10 \text{ V}}{3,7 \text{ A}} = 2,7027 \Omega \approx 2,7 \Omega.$$

Muuntosuhteen yhtälöstä saadaan

$$\frac{I_{1,\text{eff}}}{I_{2,\text{eff}}} = \frac{U_{2,\text{eff}}}{U_{1,\text{eff}}}$$

$$I_{1,\text{eff}} = \frac{U_{2,\text{eff}}}{U_{1,\text{eff}}} \cdot I_{2,\text{eff}} = \frac{10 \text{ V}}{230 \text{ V}} \cdot 3,7 \text{ A} = 0,1609 \text{ A} \approx 0,16 \text{ A}.$$

Vastaus:

- a) Kierrosten lukumäärä on 1700.
- b) Vastuksen suuruus on $2,7 \Omega$.
- c) Ensiövirta on 0,16 A.

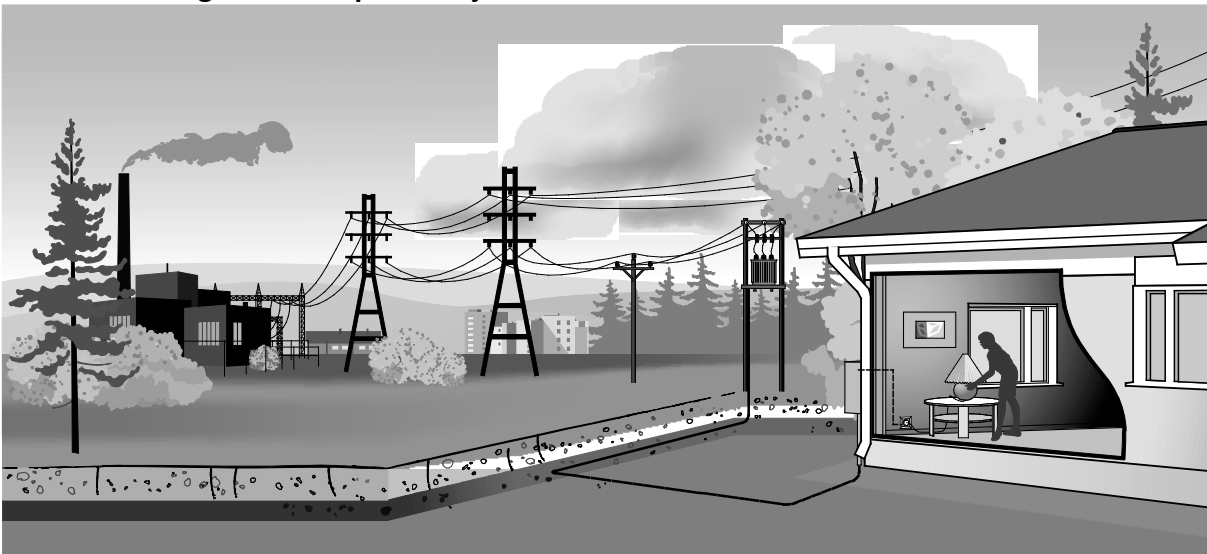
245.

2. Hetkellisesti nolasta poikkeava sähkövirta, sillä kun katkaisija suljetaan sähkövirta kasvaa nolasta vakioarvoon. Muuttuva sähkövirta saa aikaan hetkellisesti muuttuvan magneettikentän joka lävistää myös toisiokäämin. Toisiokäämiin indusoituu hetkellinen jännite, joka synnyttää hetkellisen sähkövirran.

Luku 16 Energiateollisuus ja sähköturvallisuus

246. Ohessa mahdollinen jäsentely tehtävän vastausrunoksi:

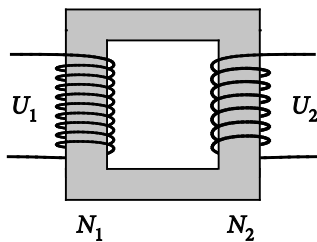
- **Sähkövirta mahdollistaa energian siirron. Energian siirto välttämätöntä, koska kulutus tapahtuu eri paikassa kuin sähköenergian tuottaminen**
 - Merkittävimpiä energialähteitä sähkön tuotannossa ovat virtaava vesi (vesivoimalaitokset), uraani (ydinvoimalaitokset) sekä maakaasu, biopolttoaineet, kivihiili ja turve (lämpövoimalaitokset)
- **sähköenergian siirron periaate ja toteutus**



- Pitkien etäisyyksien sähkön siirrossa käytetään suuria jännitteitä, koska silloin johtimissa kulkeva sähkövirta voi olla pienempi ja johtimien jännitehäviöt ovat pienempiä, jolloin ne voivat olla myös ohuempia. Johtimien hukkateho saadaan lausekkeesta $P = RI^2$. Jos johtimien resistanssi olisi vakio, hukkateho on verrannollinen sähkövirran neliöön. Kotitalouksia varten jännite muutetaan pienemmäksi turvallisuuden ja toisaalta laitteiden toiminnan takia.
- **siirtolinjat, jännitteet, muuntaja**
 - Suomen sähköjärjestelmä koostuu voimalaitoksista, kantaverkosta, alueverkoista, jakeluverkoista sekä sähkön kuluttajista.
 - Suomen sähköjärjestelmä on osa yhteispohjoismaista sähköjärjestelmää yhdessä Ruotsin, Norjan ja Itä-Tanskan järjestelmien kanssa. Lisäksi Venäjältä ja Virosta on Suomeen tasasähköyhteys, jolla nämä eri periaattein toimivat järjestelmät voidaan yhdistää.

Vastaavasti yhteispohjoismainen järjestelmä on kytketty Keski-Euroopan järjestelmään tasavirtayhteyksin.

- Kantaverkko on Suomessa sähkön siirron valtakunnallinen suurjänniteverkko. Kantaverkkoon jännitteet voivat olla 400 kV, 220 kV ja 110 kV.
- Sähkö toimitetaan asiakkaille jakeluverkon kautta. Jakeluverkon jännite on 10 – 20 kV. Asiakkaille jaettava jännite on tavallisesti 230 V.
- Muuntajassa on kaksi käämiä saman rautasydämen ympärillä.



- Muuntajan toiminta perustuu induktioilmiöön. Ensioikämissä kulkevan sähkövirran muutos saa aikaan muuttuvan magneettikentän, joka läpäisee myös toisiokäämin. Muuttuva magneettikenttä indusoi toisiokäämiin muuttuvan induktiojännitteen. Induktiolain mukaan

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(BA)}{dt},$$

jossa $\frac{d\Phi}{dt}$ on vuonmuutos toisiokäämissä.

- **vaihtovirran edut ja haitat**

- Vaihtojännite ja suljetussa virtapiirissä vaihtovirta voidaan tuottaa edullisesti voimalaitosten generaattoreilla.
- Vaihtojännite ja -virta voidaan muuntajien avulla helposti siirtää pitkiäkin matkoja korkealla jännitteellä, jolloin voidaan käyttää ohuempia ja halvempia johtimia, ja silti jännitettä voidaan toisen muuntajan avulla jälleen alentaa jakelua varten.
- Vaihtojännite on hengenvaarallinen, koska se voi sotkea sydämen lyöntitaajuuden.

- **tehokertoimen merkitys ja parantaminen**

- Vaihtovirtapiirin keskimääräinen tehonkulutus, pätöteho, on $P = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \cos \varphi$, jossa φ on napajännitteen ja sähkövirran vaihe-ero, I_{eff} on virtapiirin tehollinen virta, U_{eff} on virtapiirin tehollinen jännite.
- Siitä sähköenergiasta, joka käyttäjän taloudessa muuntuu muihin energiamuotoihin pätöteholla, sähkökuluttaja maksaa sähkölaskussa.
- Tehokerroin on 1, kun kuormittavan vastuksen sähkövirta ja jännite ovat samassa vaiheessa.
- Vaihtovirtapiirin induktiiviset ja kapasitiiviset ominaisuudet kasvattavat sähkövirran ja jännitteen vaihe-eroa ja pienentävät tehokerrointa alla 1. Tällöin syöttöjännitettä on suurennettava, jotta saataisiin halutulla teholla mm. lämpöenergiaa.

- **tasavirran edut ja haitat**

- Jos tasavirtageneraattori lakkaa toimimasta, korvaavaa sähkövirtaa voidaan tuottaa akulla tai paristoilla.

- Valtioiden välinen sähkönsiirto toteutetaan joskus tasavirralla, sillä se vaatii yhden johtimen ja valtioiden välisten vaihtovirtaverkkojen taajuuserosta aiheutuvat ongelmat saadaan vältettyä.
- Tasavirtaa voitaisiin siirtää taloudellisesti vain muutamia kilometrejä voimalaitoksista käyttäjälle. Siten tasavirtaverkko olisi käyttökelpoinen vain kaupunkien tiheään asutuilla keskusta-alueilla.
- **kolmivaihevirran merkitys**
 - Kolmivaihegeneraattorissa on kolme yhteen rakennettua generaattoria, joista jokainen tuottaa erillistä sinimuotoista vaihtojännitettä.
 - 1) Jos jokaista vaihetta kuormitetaan yhtä paljon (kuten pitäisi), nollajohtimen sähkövirta on nolla. Tämä vähentää siirtohäviöitä.
 - 2) Kolmivaihejärjestelmästä saadaan käyttöön kahta eri suurta jännitettä:
 - A) Vaihejännitettä, joka on jännite vaiheen ja nollajohdon välillä.
 - B) Voimavirtajännitettä, joka on kahden vaihejohdon välinen jännite.
 - 3) Kolmivaihevirta mahdollistaa kolmivaihemoottorit, jotka perustuvat pyörivän magneettikentän hyväksikäyttöön
- **sähköturvallisuus**
 - Sähkön käyttöä ja sähkölaitteita koskevilla säädöksillä ja standardeilla pyritään varmistamaan turvallisuus. Sähköturvallisuuden perusvaatimus on kirjattu sähköturvallisuuslakiin. Sen mukaan sähkölaitteet ja -laitteistot on suunniteltava, rakennettava, valmistettava ja korjattava niin sekä niitä on huollettava ja käytettävä niin, että niistä ei aiheudu kenenkään hengelle, terveydelle tai omaisuudelle vaaraa.
 - Sähkölaitteet ovat oikein käytettynä turvallisia. Niiden huolimaton ja ohjeista piittaamaton käyttö on hengenvaarallista. Olohuone ja kylpyhuone poikkeavat käyttökohteina toisistaan, joten myös niissä käytettävillä sähkölaitteilla on asetettu erilaisia vaatimuksia. Sähkölaitteiden käyttäjän turvallisuus taataan erilaisilla suojauksilla ja suojarakenteilla.
 - Huoneen pistorasiasta ilmenee, millaista sähkölaitetta siinä voi käyttää. Sähkölaitteen voi kytkeä ainoastaan sellaiseen pistorasiaan, johon laitteen pistotulppa sopii tulpan rakennetta muuttamatta. Uusissa asunnoissa on vain suojamaadoitettuja pistorasioita, mutta vanhoista asunnoista on runsaasti maadoittamattomia pistorasioita
 - Sähkölaitteen suojaus tehdään sellaiseksi, että laitteen tavanomaisessa käyttötilanteessa siitä ei voi aiheutua käyttäjälle vaaraa. Tämä toteutetaan eristämällä vaaralliset jännitteiset osat, kuten sähköä johtavat metalliset johtimet tai metalliset ruuvit tai muut sähköä johtavat osat. Kaapeleissa johtimet peitetään eristysaineella eli sähköä johtamattomalla aineella ja sähkölaitteen ympärille laitetaan kotelo, joka estää jännitteisen osan koskettamisen.
- **sähkön tuotannon ympäristökysymykset**
 - **Vesivoimaloiden** ongelmat liittyvät koskien, patojen ja altain rakentamiseen. Altain alle jää luontoa ja veden alle jäävät kasvustot voivat mädäntyessään aiheuttaa metaanipäästöjä. Lisäksi alkuperäinen luonto muuttuu usein soisesta erämaasta tekoaltaaksi
 - **Tuulivoiman** ympäristöhaittana on tuulimyllyjen näkyminen kauas ja myllyjen aiheuttama melu.
 - **Biopolttoaineiden** tuotanto on pois ruuantuotannosta.

- **Fossiiliset polttoaineet** (öljy, kivihiili, ruskohiili, maakaasu) ja turve tuottavat hiilidioksidipäästöjä ja voimistavat kasvihuoneilmiötä. Kivihiilen ja turpeen poltossa muodostuu myös pienhiukkasia, typpioksideja ja rikkidioksideja.
- **Ydinvoimalan** etuna on sen ympäristöystävällisyys normaalikäytössä. Reaktorissa ei tapahdu palamista, joten siinä ei synny savukaasuja. Rikastettu uraani on sijoitettu Zirconiumista valmistettujen polttoainesauvojen sisälle, jossa uraaniatomit halkeavat neutronisäteilyn vaikutuksesta. Reaktiossa syntyy uusia alkuaineita, jotka jäävät polttoainesauvojen sisälle. Osaksi myös jäähdytysvesi aktivoituu, mutta se puhdistetaan radioaktiivisuudesta ja käytetään uudelleen. Ydinvoiman suurimmat ympäristöhaitat syntyvät, kun uraania louhitaan ja rikastetaan.