

Välitesti 5 Pisteytysohje

MAB4 Matemaattisia malleja

Pisteytä Välitestin 5 vastauksesi tämän ohjeen avulla. Jos sait 8 pistettä tai enemmän, voit jatkaa seuraavaan aiheeseen. Jos sait 7 pistettä tai alle, kertaa vielä tätä aihetta ennen uuteen menoa. Testin maksimipistemäärä on 12.

1. Laske yhteen jonon kymmenen ensimmäistä jäsentä, kun

a) $a_1=18$, $d=33$ (3p)

b) $a_1=57$, $q=0,83$ (2p)

a) Summa on aritmeettinen. Aritmeettisen summan kaavaan tarvitaan tieto yhteenlaskettavien lukumäärästä $n=10$, ensimmäinen yhteenlaskettava $a_1=18$ ja viimeinen yhteenlaskettava

$$a_{10} .$$

$$a_n=a_1+(n-1) \cdot d$$

Sijoitetaan $a_1=18$, $d=33$, $n=10$.

$$a_{10}=18+(10-1) \cdot 33$$

$$a_{10}=18+(9) \cdot 33$$

$$a_{10}=18+297$$

$$a_{10}=315$$

$$S_n=n \cdot \frac{a_1+a_n}{2}$$

$$S_{10}=10 \cdot \frac{a_1+a_{10}}{2}$$

$$S_{10}=10 \cdot \frac{18+315}{2}$$

$$S_{10}=1665$$

b) Summa on geometrinen ja $q \neq 1$.

$$S_n=\frac{a_1 \cdot (1-q^n)}{1-q}$$

$$S_{10}=\frac{a_1 \cdot (1-q^{10})}{1-q}$$

$$S_{10}=\frac{57 \cdot (1-0,83^{10})}{1-0,83}$$

$$S_{10}=283,27$$

2. Katsomossa on penkkirivejä 45 niin, että ensimmäisessä penkkirivissä on 8 tuolia ja seuraavassa penkkirivissä aina 3 tuolia enemmän. Montako tuolia katsomossa on yhteensä? (3p)

Välitestin 4 ratkaisuisa laskettiin, että $a_{45}=140$. (1p) (Löydetty vanha ratkaisu tai Käytetään tätä tietoa hyväksemme. ratkaistu nyt.)

Tuolien lukumäärät riveittäin muodostavat aritmeettisen jonon, ja niiden yhteismäärä saadaan laskettua aritmeettisena summana.

$$S_n = n \cdot \frac{a_1 + a_n}{2}$$

Sijoitetaan $n=45$, $a_1=8$ ja $a_{45}=140$.

$$S_{45} = 45 \cdot \frac{8+140}{2} \quad (1p)$$

$$S_{45} = 3330$$

Vastaus: Tuoleja on yhteensä katsomossa 3330 kpl. (1p)

3. Jonne tallettaa aina vuoden alussa 1000 € tilille, jonka nettokorko on 2 %. Korko lisätään pääomaan aina vuoden lopussa. Kuinka monen vuoden kuluttua tilillä on yli 50 000 €? (4p)

Ratkaisu: Vuoden alussa tilillä on rahaa

$$a_1 = 1000$$

$$a_2 = 1,02 \cdot 1000 + 1000$$

$$a_3 = 1,02^2 \cdot 1000 + 1,02 \cdot 1000 + 1000$$

$$a_4 = 1,02^3 \cdot 1000 + 1,02^2 \cdot 1000 + 1,02 \cdot 1000 + 1000 \quad (1p)$$

$\vdots$

$$a_n = \frac{1000(1-1,02^n)}{1-1,02} \quad (1p)$$

Ratkaistaan yhtälö

$$\frac{1000(1-1,02^n)}{1-1,02} = 50000 \quad \parallel \cdot (1-1,02)$$

Yhtälö: (1p)

$$1000(1-1,02^n) = 50000 \cdot (1-1,02) \quad \parallel :1000$$

$$1-1,02^n = 50 \cdot (-0,02) \quad \parallel -1$$

$$-1,02^n = -2 \quad \parallel \cdot (-1)$$

$$1,02^n = 2$$

$$n = \frac{\lg(2)}{\lg(1,02)}$$

$$n \approx 35,003$$

Vastaus: $a_{36} > 50000$ joten 35 vuoden kuluttua tilillä on yli 50 000€ (4p.) Vastaus (1p)