

S23

7. Urheilusukat 12 p.

Kilpajuoksijalla on kuusi urheilusukkaa sekaisin pienessä korissa. Kolmessa sukassa on merkki L ja kolmessa R. Juoksija ottaa korista umpimähkään kaksi sukkaa peräkkäin. Määritä todennäköisyys sille, että

1. ensimmäisessä sukassa on merkki L (2 p.)
2. molemmissa sukissa on merkki L (4 p.)
3. sukissa on eri merkit. (6 p.)

K23

7. Kolikko ja noppa 12 p.

Pelissä heitetään kolikkoa ja tavallista noppaa.

1. Mikä on todennäköisyys sille, että pelaaja A saa yhdellä kolikonheitolla klaavan ja pelaaja B yhdellä nopanheitolla silmäluvun 5? (4 p.)
2. Pelaaja C väittää pelaajalle D: "On todennäköisempää, että minä saan kahdella kolikonheitolla kaksi klaavaa kuin että sinä saat kahdella nopanheitolla summaksi vähintään yhdeksän." Onko pelaaja C oikeassa? (8 p.)

S22

7. Palloja laatikossa 12 p.

Laatikossa on seitsemän punaista palloa ja lisäksi mustia palloja. Kun laatikosta poimitaan umpimähkään kaksi palloa yhtä aikaa, niin molemmat ovat punaisia todennäköisyydellä $\frac{1}{10}$. Kuinka monta palloa laatikossa on?

S22

12. Pokémon GO 12 p.

Pokémon GO -pelissä kaikilla pokémoneilla on hyökkäys-, puolustus- ja kestävyysarvo, joista jokainen on kokonaisluku joukosta $\{0, 1, \dots, 15\}$. Oletetaan, että nämä arvot arvotaan ja että jokaisen arvon todennäköisyys on sama.

1. Kuinka monta erilaista hyökkäys-, puolustus- ja kestävyysarvoyhdistelmää on olemassa? (4 p.)
2. Kuinka monta erilaista tapaa on saada pokémon, jolle hyökkäys-, puolustus- ja kestävyysarvojen summa on 43? (4 p.)
3. Pelissä on myös ns. varjopokémoneja. Oletetaan, että myös niille arvotaan arvot 0–15 samalla tavalla. Jos varjopokémonin puhdistaa, nousee sen jokainen arvo kahdella, kuitenkin korkeintaan viiteentoista. Mikä on todennäköisyys saada varjopokémon, jonka arvot puhdistamisen jälkeen ovat 15–15–15? (4 p.)

S20

4. Veriryhmä tai Suurin arvo 12 p.

Ratkaise joko tehtävä 1. Veriryhmä TAI tehtävä 2. Suurin arvo.

1. **Veriryhmä:** Ihmisen veriryhmä on jokin tyypeistä A, B, AB tai O. Suomessa A:n osuus on 41 %, B:n 18 %, AB:n 8 % ja O:n 33 %. Millä todennäköisyydellä kahdella satunnaisesti valitulla henkilöllä on sama veriryhmä? (12 p.)
2. **Suurin arvo:** Määritä derivaattaa käyttämällä funktion $f(x) = \frac{4}{3}x^3 - x + 4$ suurin arvo välillä $0 \leq x \leq 1$. (12 p.)

Kirjoita tähän vastauskenttään joko tehtävän 1. Veriryhmä TAI tehtävän 2. Suurin arvo ratkaisu.

K21

11. Kirja-arvioita 12 p.

Kirjaviisauteen kyllästynyt dosentti aikoo myydä kaikki kirjansa antikvariaattiin. Tarjouspyyntöä varten hän arvioi kirjojen lukumäärää.

1. Kolmella umpimähkäisellä mittauksella hän saa seuraavat tulokset:

Mittaus 1: 25 kirjaa yhteensä 65,0 cm

Mittaus 2: 28 kirjaa yhteensä 76,0 cm

Mittaus 3: 14 kirjaa yhteensä 30,0 cm

Missä näistä kolmesta mittauksesta on keskimäärin paksuimmat kirjat? (3 p.)

2. Kirjoja on yhteensä 38,07 hyllymetriä. Dosentti arvioi kirjojen kokonaismäärää kohdan 1 kolmen mittauksen perusteella. Hänellä on mielessään kaksi menetelmää:

Menetelmä 1: Jaan pituuden 38,07 kohdassa 1 laskettujen keskiarvojen keskiarvolla.

Menetelmä 2: Lasken kolmen mittauksen kirjamäärät ja yhteispaksuuden ja saan näin arvion keskimääräisen kirjan paksuudesta. Jaan pituuden 38,07 tällä luvulla.

Laske kummankin menetelmän mukainen arvio kirjojen kokonaismäärälle ja arvioi, kumpi menetelmä on parempi. (9 p.)

K22

4. Frekvenssitaulukko 12 p.

Aineisto

4.A Taulukko: Koirien selän pituus

Taulukossa 4.A on esitetty aineisto beagle-koirien selän pituudesta.

1. Mikä on aineiston tyyppiarvo eli moodi? (2 p.)
2. Kuinka monta koiraa aineistoon sisältyy? (2 p.)
3. Mikä on aineiston koirien selän pituuden keskiarvo? (8 p.)

4.A Taulukko: Koirien selän pituus

Pituus (cm)	Lukumäärä
42	1
43	0
44	8
45	7
46	4
47	11
48	3

Lähde: YTL.

S21

11. Viiden luvun mediaani 12 p.

Lukujen

$$x + 1, \quad 2x + 5, \quad 3x - 2, \quad 4x + 1 \quad \text{ja} \quad 5x^2$$

keskiarvo on 1.

Määritä näiden lukujen mediaanin kaikki mahdolliset arvot.