

1. Funktiot ja lukujonot 12 p.

Valitse oikea vaihtoehto. Vastauksia ei tarvitse perustella. Oikea vastaus 2 p., väärä vastaus 0 p., ei vastausta 0 p.

1. Jos $f(x) = x^2 + 2$, niin $f(2) =$ 2p.
2. Jos $g(x) = \sqrt{x}$, niin $g(16) =$ 2p.
3. Jos $f(x) = x^2 + 2$ ja $h(x) = x^3 - 2$, niin $f(x) + h(x) =$ 2p.
4. Jos $f(x) = x^2 + 2$ ja $h(x) = x^3 - 2$, niin $f(x) \cdot h(2) =$ 2p.
5. Jos $a_n = 3n + 1$, niin $a_4 =$ 2p.
6. Jos aritmeettisessa lukujonossa $a_0 = 3$ ja $a_1 = 7$, niin $a_3 =$ 2p.

1. Monivalintatehtäviä 12 p.

i Vastaa kuuteen kohdista 1.1–1.8.

Alla on kahdeksan osatehtävää 1.1–1.8, joista vastataan kuuteen. Älä jätä mitään merkintöjä sellaisen osatehtävän vastauskenttään, jota et halua jättää arvosteltavaksi.

Valitse oikea vaihtoehto. Vastauksia ei tarvitse perustella. Oikea vastaus 2 p., väärä vastaus 0 p., ei vastausta 0 p.

1.1 Lukujono 2 p.

Aritmeettisen lukujonon ensimmäiset jäsenet ovat $a_1 = 5$ ja $a_2 = 8$. Tällöin

$$a_5 =$$

1.2 Yhtälö 2 p.

Yhtälön $5x + 4 = 3x + 12$ ratkaisu on

$$x =$$

1.3 Kolmio 2 p.

Suorakulmaisen kolmion kateettien pituudet ovat 6 ja 8. Kolmion hypotenuusan pituus on

$$=$$

1.4 Potenssi 2 p.

Yhtälön $7^{2x+7} = 7$ ratkaisu on

$$x =$$

1.5 Nopan heitto 2 p.

Heitetään kahta noppaa. Todennäköisyys saada silmälukujen summaksi kahdeksan on $\frac{n}{36}$, jossa

$$n =$$

1.6 Sijoitus 2 p.

Sijoituksen arvo kasvaa vuosittain 4 prosenttia. Kuinka monen vuoden kuluttua sijoituksen arvo on kaksinkertaistunut?

$$=$$

1.7 Derivaatan arvo 2 p.

Funktio $f(x) = 2x^2 + x$ derivoidaan. Silloin

$$f'(3) =$$

1.8 Jakauman normittaminen 2 p.

Normaalijakauman odotusarvo on 6 ja keskihajonta on 2. Havaintoa 12 vastaava normitettu arvo on

$$Z =$$

1. Lausekkeita ja yhtälöitä 12 p.

S21

Valitse oikea vaihtoehto. Vastauksia ei tarvitse perustella. Oikea vastaus 3 p., väärä vastaus 0 p., ei vastausta 0 p.

1.1 Mikä on lausekkeen $2x + 8$ arvo, kun $x = -3$? 3 p.

1.2 Aritmeettisen lukujonon (a_n) yleinen termi on $a_n = 3n + 9$, $n = 1, 2, 3, \dots$. Mikä on indeksin n pienin arvo, jota vastaava termi a_n on suurempi kuin 100? 3 p.

1.3 Yhtälö $x^2 - 4x = 0$ toteutuu 3 p.

1.4 Yhtälöparilla 3 p.

$$\begin{cases} x + 2y = 10 \\ 2x - y = 10 \end{cases}$$

Pitu

ei ole ratkaisua
on täsmälleen yksi ratkaisu
on äärettömän monta ratkaisua
ei mikään näistä vaihtoehdoista toteudu.

1.2 Aritmeettisen lukujonon (a_n) yleinen termi on $a_n = 3n + 9$, $n = 1, 2, 3, \dots$. Mikä on indeksin n pienin arvo, jota vastaava termi a_n on suurempi kuin 100? 3 p.

1.3

1.4

ei mikään näistä vaihtoehdoista

$$\begin{cases} x + 2y = 10 \end{cases}$$

1.3 Yhtälö $x^2 - 4x = 0$ toteutuu 3 p.

1.4

vain arvolla $x = 4$
vain arvolla $x = 0$
vain arvolla $x = -4$
arvoilla $x = 0$ ja $x = 4$
arvoilla $x = 0$ ja $x = -4$
arvoilla $x = -4$ ja $x = 4$.

1. Lukujonojen määritelmiä (12 p.)

Aineisto:

1.A Luettelo: Lukujonot A–G

K19

Yhdistä kukin lukujonon määritelmä 1.1.–1.6. siihen jonoon A–G, joka määritelmän perusteella saadaan. Kaikki jonot alkavat jäsenestä a_1 , ja yksi vastausjono jää käyttämättä. Vastauksia ei tarvitse perustella.

1.1. $a_n = 2n - 1$ (2 p.)

1.2. $a_n = n^2$ (2 p.)

1.3. $a_n = n^3$ (2 p.)

1.4. $a_n = 2^n$ (2 p.)

1.5. $a_1 = 2$ ja $a_n = a_{n-1} + 2$, kun $n \geq 2$ (2 p.)

1.6. $a_1 = 1, a_2 = 2$ ja $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$, kun $n \geq 3$ (2 p.)

Vaihtoehtoina on lukujonoja, joista on ilmoitettu 4 ensimmäistä jäsentä. Siis määritä 4 ensimmäistä jäsentä.

1. Laskuja 12 p.

K21

Oikea vastaus 2 p., väärä vastaus 0 p., ei vastausta 0 p.

1.1 Lausekkeen $5(3 + 2) - 5 \cdot 4$ arvo on 2 p.

1.2 Lausekkeen $3x + 8$ arvo kun $x = -2$ on 2 p.

1.3 Yhtälön $4(x + 2) = 12$ ratkaisu x on 2 p.

1.4 Kaiuttimen alkuperäinen hinta on 120 euroa. Mikä sen hinta on 30 % alennuksen jälkeen? 2 p.

1.5 Alla on esitetty tehtävä ja siihen kaksi ratkaisua. 2 p.

Tehtävä: Kuinka monta prosenttia enemmän 210 on kuin 200?

Ratkaisu 1: $210/200 = 1,05$; $1,05 - 1 = 0,05$. Vastaus: 5 %.

Ratkaisu 2: $200/210 = 0,95$; $1 - 0,95 = 0,05$. Vastaus: 5 %.

Mikä seuraavista vaihtoehdoista on totta?

1.6 Tuotteen verottomaan hintaan lisätään arvonlisävero, jonka suuruus on 24 %. Mikä on arvonlisäveron osuus tuotteen myyntihinnasta kokonaisina prosentteina? 2 p.

1.4 Kaiuttimen alkuperäinen hinta on 120 euroa. Mikä sen hinta on 30 % alennuksen jälkeen? 2 p.

36 e
 80 e
 82 e
 84 e
 90 e

1.5 Alla on esitetty tehtävä ja siihen kaksi ratkaisua. 2 p.

Tehtävä: Kuinka monta prosenttia enemmän 210 on kuin 200?

Ratkaisu 1: $210/200 = 1,05$; $1,05 - 1 = 0,05$. Vastaus: 5 %.

Ratkaisu 2: $200/210 = 0,95$; $1 - 0,95 = 0,05$. Vastaus: 5 %.

1.6 Tuotteen verottomaan hintaan lisätään arvonlisävero, jonka suuruus on 24 %. Mikä on arvonlisäveron osuus tuotteen myyntihinnasta kokonaisina prosentteina? 2 p.

19 %
 21 %
 24 %
 76 %
 124 %

alku matematiikkaa 12 p.

Aine

1.5 Alla on esitetty tehtävä ja siihen kaksi ratkaisua. 2 p.

Tehtävä: Kuinka monta prosenttia enemmän 210 on kuin 200?

Ratkaisu 1: $210/200 = 1,05$; $1,05 - 1 = 0,05$. Vastaus: 5 %.

Ratkaisu 2: $200/210 = 0,95$; $1 - 0,95 = 0,05$. Vastaus: 5 %.

Mikä seuraavista vaihtoehdoista on totta?

Kumpikin ratkaisu on väärin.
 Vain ratkaisu 1 on oikein.
 Vain ratkaisu 2 on oikein.
 Molemmat ratkaisut ovat oikein.

1.6 Tuotteen verottomaan hintaan lisätään arvonlisävero, jonka suuruus on 24 %. Mikä on arvonlisäveron osuus tuotteen myyntihinnasta kokonaisina prosentteina? 2 p.

1. Perustehtäviä 12 p.

Kirjoita tämän tehtävän vastauskenttiin pelkät laskujen lopputulokset ilman välivaiheita ja perusteluja. Tehtävässä ei voi käyttää kuvakaappauksia eikä kaavaeditoria. Osatehtävissä 1.3.–1.6. vastauksen maksimipituus on 10 merkkiä. Vastaukset arvostellaan tietokoneavusteisesti ja ohjeiden noudattamatta jättäminen voi johtaa pistevähennyksiin.

1.1. Seuraavista jonoista vain yksi voi olla geometrinen jono. Mikä? 2 p.

1.2. Seuraavassa on kolme yhtälöä. Minkä kuvaaja on paraabeli? 2 p.

1.3. Taksin kilometriveloitusta on 1,55 €/km. Lisäksi on maksettava perusmaksu 5,90 €. Laske 5,0 km pitkän taksimatkan hinta. 2 p.

Vastaus: €

1.4. Laske ympyräsektorin pinta-ala yhden neliömillimetrin tarkkuudella, kun keskuskulman suuruus on 40° ja ympyrän säde on 34 mm. 2 p.

Vastaus: mm²

1.5. Mikä on funktion $f(x) = -x^2 + 6x - 8$ suurin nollakohta? 2 p.

Vastaus: $x =$

1.6. Mikä on funktion $f(x) = -x^2 + 6x - 8$ suurin arvo? 2 p.

Vastaus:

S20

1.1. Seuraavista jonoista vain yksi voi olla geometrinen jono. Mikä? 2 p.

(1, 2, 3, ...)

($\frac{2}{5}, 1, \frac{5}{2}, \dots$)

($\frac{3}{4}, \frac{4}{3}, \frac{16}{9}, \dots$)

1.2. Seuraavassa on kolme yhtälöä. Minkä kuvaaja on paraabeli? 2 p.

1.2. Seuraavassa on kolme yhtälöä. Minkä kuvaaja on paraabeli? 2 p.

$y = 2x + 7x + 2$

$y = 2(x + 1)^2$

$y = x^3 + x^2$

1.3. Taksin kilometriveloitusta on 1,55 €/km. Lisäksi on maksettava perusmaksu 5,90 €. Laske 5,0 km pitkän taksimatkan hinta. 2 p.

10. Matematiikan merkintöjä 12 p.**S23**

Kuinka seuraavat sanalliset kuvaukset voidaan ilmaista symbolein?

Valitse parhaiten soveltuva vaihtoehto. Vastauksia ei tarvitse perustella. Oikea vastaus 1 p. tai 2 p., väärä vastaus 0 p., ei vastausta 0 p.

Jos olet aloittanut tehtävään vastaamisen, mutta et halukaan jättää tehtävää arvosteltavaksi, poista vastauksesi valitsemalla pudotusvalikosta tyhjä rivi.

10.1 Luvun 6 kuutiojuuri. 1 p.

10.2 Parilliset kokonaisluvut. 1 p.

10.3 Luvun $\frac{7}{5}$ käänteisluvun ja vastaluvun summan itseisarvo. 2 p.

10.4 Luvut A ja B ovat suoraan verrannolliset verrannollisuuskertoimella k . 1 p.

10.5 Kun kerrotaan kaksi samakantaista potenssia, niin eksponentit lasketaan yhteen. 1 p.

10.6 Tuotteen lopullinen hinta, kun alkuperäistä hintaa 129 € alennetaan ensin 10 % ja alennettua hintaa myöhemmin vielä 20 %. 1 p.

10.7 Lukusuoran pisteen x etäisyys pisteestä -2 on 3. 1 p.

10.8 Tason pisteen (x, y) etäisyys pisteestä $(1, -3)$ on 4. 2 p.

10.9 Suorien $2x - 3y = 1$ ja $-x + 4y = -2$ leikkauspiste. 1 p.

10.10 Funktion f arvo kohdassa 2 on suurempi kuin funktion g arvo kohdassa -3 . 1 p.

S23

10.1 Luvun 6 kuutiojuuri. 1 p.

10.2 6^3 konaisluvut. 1 p.

10.3 $\pm 6^3$ käänteisluvun ja vastaluvun summan itseisarvo. 2 p.

10.4 $\sqrt[3]{6}$ ja $\sqrt[3]{-6}$ suoraan verrannolliset verrannollisuuskertoimella k . 1 p.

10.5 $\pm \sqrt[3]{6}$ samakantaista potenssia, niin eksponentit lasketaan yhteen. 1 p.

10.6 $\sqrt[3]{6}$ ja $\sqrt[3]{-6}$ suoraan verrannolliset verrannollisuuskertoimella k . 1 p.

10.7 $\sqrt[3]{6}$ ja $\sqrt[3]{-6}$ suoraan verrannolliset verrannollisuuskertoimella k . 1 p.

10.2 Parilliset kokonaisluvut. 1 p.

10.3 $k \in \mathbb{Z}$ ja vastaluvun summan itseisarvo. 2 p.

10.4 $2k, k \in \mathbb{Z}$ suoraan verrannolliset verrannollisuuskertoimella k . 1 p.

10.5 $2k+1, k \in \mathbb{Z}$ samakantaista potenssia, niin eksponentit lasketaan yhteen. 1 p.

10.6 $k+1, k \in \mathbb{Z}$ suoraan verrannolliset verrannollisuuskertoimella k . 1 p.

10.7 $\frac{k}{2}, k \in \mathbb{Z}$ suoraan verrannolliset verrannollisuuskertoimella k . 1 p.

10.3 Luvun $\frac{7}{5}$ käänteisluvun ja vastaluvun summan itseisarvo. 2 p.

10.4 $|(\frac{5}{7})^{-1} + (-\frac{7}{5})|$ suoraan verrannolliset verrannollisuuskertoimella k . 1 p.

10.5 $|\frac{7}{5} + (-\frac{7}{5})|^{-1}$ samakantaista potenssia, niin eksponentit lasketaan yhteen. 1 p.

10.6 $|\frac{5}{7} + (-\frac{7}{5})|$ suoraan verrannolliset verrannollisuuskertoimella k . 1 p.

10.7 $|\frac{5}{7}| + |-\frac{7}{5}|$ suoraan verrannolliset verrannollisuuskertoimella k . 1 p.

10.8 $\frac{5}{7} + \frac{7}{5}$ suoraan verrannolliset verrannollisuuskertoimella k . 1 p.

10.9 $(\frac{7}{5})^{-1} - \frac{7}{5}$ suoraan verrannolliset verrannollisuuskertoimella k . 1 p.

10.4 Luvut A ja B ovat suoraan verrannolliset verrannollisuuskertoimella k . 1 p.

10.5 $A : B = k$ samakantaista potenssia, niin eksponentit lasketaan yhteen. 1 p.

10.6 $A : B^{-1} = k$ suoraan verrannolliset verrannollisuuskertoimella k . 1 p.

10.7 $A : B^{-1} = 1 : k$ suoraan verrannolliset verrannollisuuskertoimella k . 1 p.

10.8 $A^{-1} \cdot B^{-1} = k$ suoraan verrannolliset verrannollisuuskertoimella k . 1 p.

10.9 $AB = 1 : k$ suoraan verrannolliset verrannollisuuskertoimella k . 1 p.

10.5 Kun kerrotaan kaksi samakantaista potenssia, niin eksponentit lasketaan yhteen. 1 p.

10.6 $x^n x^m = x^{n+m}$ samakantaista potenssia, niin eksponentit lasketaan yhteen. 1 p.

10.7 $x^n x^m = x^{nm}$ suoraan verrannolliset verrannollisuuskertoimella k . 1 p.

10.8 $x^{n+m} = x^n + x^m$ suoraan verrannolliset verrannollisuuskertoimella k . 1 p.

10.9 $x^{n+m} = x^{nm}$ suoraan verrannolliset verrannollisuuskertoimella k . 1 p.

10.10 $(x^n)^m = x^{nm}$ suoraan verrannolliset verrannollisuuskertoimella k . 1 p.

10.11 $(x^n)^m = x^{n+m}$ suoraan verrannolliset verrannollisuuskertoimella k . 1 p.

10.6 Tuotteen lopullinen hinta, kun alkuperäistä hintaa 129 € alennetaan ensin 10 % ja alennettua hintaa myöhemmin vielä 20 %. 1 p.

10.7 $0,7 \cdot 129 \text{ €}$ suoraan verrannolliset verrannollisuuskertoimella k . 1 p.

10.8 $129 \text{ €} - 10 \text{ €} = 20 \text{ €}$ suoraan verrannolliset verrannollisuuskertoimella k . 1 p.

10.9 $(100 \% - 10 \% - 20 \%) \cdot 129 \text{ €}$ suoraan verrannolliset verrannollisuuskertoimella k . 1 p.

10.10 99 € suoraan verrannolliset verrannollisuuskertoimella k . 1 p.

10.11 $0,8 \cdot 0,9 \cdot 129 \text{ €}$ suoraan verrannolliset verrannollisuuskertoimella k . 1 p.

10.7 Luku suoran pisteen x etäisyys pisteestä -2 on 3. 1 p.

10.8 $|x - 2| = 3$ suoraan verrannolliset verrannollisuuskertoimella k . 1 p.

10.9 $|x + 3| = 2$ suoraan verrannolliset verrannollisuuskertoimella k . 1 p.

10.10 $x^2 + (-2)^2 = 3^2$ suoraan verrannolliset verrannollisuuskertoimella k . 1 p.

10.11 $|x - (-2)| = 3$ suoraan verrannolliset verrannollisuuskertoimella k . 1 p.

10.12 $|x - 3| = 2$ suoraan verrannolliset verrannollisuuskertoimella k . 1 p.

10.13 $x + 5 = 0$ suoraan verrannolliset verrannollisuuskertoimella k . 1 p.

10.8 Tason pisteen (x, y) etäisyys pisteestä $(1, -3)$ on 4. 2 p.

10.9 $|x - 1| + |y + 3| = 4^2$ suoraan verrannolliset verrannollisuuskertoimella k . 1 p.

10.10 $\sqrt{(y + 1)^2 + (x - 3)^2} = 4$ suoraan verrannolliset verrannollisuuskertoimella k . 1 p.

10.11 $\sqrt{(x - 1)^2 + (y + 3)^2} = 4$ suoraan verrannolliset verrannollisuuskertoimella k . 1 p.

10.12 $(x, y)^2 + (1, -3)^2 = 4^2$ suoraan verrannolliset verrannollisuuskertoimella k . 1 p.

10.13 $(x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 4^2$ suoraan verrannolliset verrannollisuuskertoimella k . 1 p.

10.14 $|x - 3y| = 4$ suoraan verrannolliset verrannollisuuskertoimella k . 1 p.

10.9 Suorien $2x - 3y = 1$ ja $-x + 4y = -2$ leikkauspiste. 1 p.

10.10 $\begin{cases} 2x - 3y = 0 \\ -x + 4y = 0 \end{cases}$ suoraan verrannolliset verrannollisuuskertoimella k . 1 p.

10.11 $\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ -x + 4y = -2 \end{cases}$ suoraan verrannolliset verrannollisuuskertoimella k . 1 p.

10.12 $2x - 3y - 1 = -x + 4y + 2$ suoraan verrannolliset verrannollisuuskertoimella k . 1 p.

10.13 $(x, y) = (1, -2)$ suoraan verrannolliset verrannollisuuskertoimella k . 1 p.

10.14 $(2x - 3y) \cdot (-x + 4y) = 1 \cdot (-2)$ suoraan verrannolliset verrannollisuuskertoimella k . 1 p.

10.15 $x + y = -1$ suoraan verrannolliset verrannollisuuskertoimella k . 1 p.

10.10 Funktion f arvo kohdassa 2 on suurempi kuin funktion g arvo kohdassa -3 . 1 p.

1. Ro $2 > -3$ suoraan verrannolliset verrannollisuuskertoimella k . 1 p.

1. Ro $f(2) > g(-3)$ suoraan verrannolliset verrannollisuuskertoimella k . 1 p.

1. Ro $f(2) \leq g(-3)$ suoraan verrannolliset verrannollisuuskertoimella k . 1 p.

1. Ro $(f(x))^2 > (g(x))^{-3}$ suoraan verrannolliset verrannollisuuskertoimella k . 1 p.

1. Ro $f'(2) > g'(-3)$ suoraan verrannolliset verrannollisuuskertoimella k . 1 p.