

6 Kertausosa

1.

Luku	Vastaluku	Itseisarvo	Käänteisluku
$\frac{2}{5}$	$-\frac{2}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$
$-\frac{7}{8}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{8}{7} = 1\frac{1}{7}$
-3	3	3	$-\frac{1}{3}$
$\frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$	$-3\frac{1}{3}$	$3\frac{1}{3}$	$0,3 = \frac{3}{10}$

2. a) $\left| \underbrace{1-\sqrt{5}}_{<0} \right| = -(1-\sqrt{5}) = -1 + \sqrt{5} = \sqrt{5} - 1$

b) $\left| \underbrace{6-\sqrt{2}}_{>0} \right| = 6 - \sqrt{2}$

c)

$$\left| \underbrace{2-\sqrt{3}}_{>0} \right| - \left| \underbrace{1-\sqrt{3}}_{<0} \right| = 2 - \sqrt{3} - (-(1 - \sqrt{3}))$$

$$= 2 - \sqrt{3} + (1 - \sqrt{3}) = 2 - \sqrt{3} + 1 - \sqrt{3} = 3 - 2\sqrt{3}$$

d) $\frac{-|4-\sqrt{10}|}{4-\sqrt{10}} = \frac{-\cancel{(4-\sqrt{10})}}{\cancel{4-\sqrt{10}}} = -1$

3. a) Merkitään alkuperäistä lukua $0,090909\dots$ kirjaimella x .

$$x = 0,090909\dots$$

$$100x = 9,090909\dots$$

$$100x = 9,090909\dots$$

$$\underline{x = 0,090909\dots}$$

$$99x = 9 \quad | :99$$

$$x = \frac{9}{99} = \frac{1}{11}$$

- b) Merkitään $x = 1,9545454\dots$

$$1000x = 1954,5454\dots$$

$$\underline{10x = 19,5454\dots}$$

$$990x = 1935 \quad | :990$$

$$x = \frac{1935^{(45)}}{990} = \frac{43}{22} = 1\frac{21}{22}$$

4. a) $0,8 = \frac{8}{10}$

Käänteisluku on $\frac{10}{8} = 1\frac{2}{8} = 1\frac{1}{4}$, jonka vastaluku on $-1\frac{1}{4}$.

- b) $2 - \sqrt{11} < 0$, joten $|2 - \sqrt{11}| = -(2 - \sqrt{11}) = \sqrt{11} - 2$, jonka käänteisluku on $\frac{1}{\sqrt{11} - 2}$

5. b ja d

6. a) $-5 \cdot (2 + 7) = -5 \cdot 2 + (-5) \cdot 7 = -10 - 35 = -45$

- b) $2(x - 4y) = 2x - 2 \cdot 4y = 2x - 8y$

7. Oletus: Valitaan kaksi lukua, jotka eivät ole samat. $a \neq b$

Väitös: $a - b = b - a$

Todistus:

$$\begin{array}{rcl} a - b = b - a & | & + a \\ 2a - b = b & | & + b \\ 2a = 2b & | & :2 \\ a = b \end{array}$$

Oletus ja väitös ovat ristiriidassa. Siis yleisesti ei ole voimassa $a - b = b - a$.

□

Esim. valitaan $a = 5$ ja $b = 2$

$a, b \in \mathbb{N}$

$a - b = 5 - 2 = 3 \in \mathbb{N}$

$b - a = 2 - 5 = -3 \notin \mathbb{N}$

8. a) Rationaaliluvut a ja b voidaan molemmat esittää kahden kokonaisluvun osamääränä. $c, d, e, f \in \mathbb{Z}$

$$a = \frac{c}{d} \text{ ja } b = \frac{e}{f}$$

$$\text{Tällöin } ab = \frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f} = \frac{ce}{df}$$

Kokonaislukujen tulo on myös kokonaisluku, joten $ce \in \mathbb{Z}$ ja $df \in \mathbb{Z}$. $ab \in \mathbb{Q}$, koska ab voidaan esittää kokonaislukujen osamääränä.

$$\text{b) } \frac{a}{b} = \frac{\frac{c}{d}}{\frac{e}{f}} = \frac{c}{d} \cdot \frac{f}{e} = \frac{cf}{de}$$

Kokonaislukujen tulo on kokonaisluku, joten $cf \in \mathbb{Z}$ ja $de \in \mathbb{Z}$ ja

siten $\frac{a}{b} = \frac{cf}{de} \in \mathbb{Q}$.

$$9. \quad a) \quad {}^{2)} \frac{12}{13} - {}^{13)} \frac{1}{2} = \frac{2 \cdot 12}{2 \cdot 13} - \frac{13 \cdot 1}{13 \cdot 2} = \frac{24}{26} - \frac{13}{26} = \frac{24-13}{26} = \frac{11}{26}$$

$$b) \quad {}^{15)} \frac{1}{4} + {}^{12)} \frac{1}{5} - {}^{20)} \frac{1}{3} = \frac{15 \cdot 1}{15 \cdot 4} + \frac{12 \cdot 1}{12 \cdot 5} - \frac{20 \cdot 1}{20 \cdot 3} = \frac{15}{60} + \frac{12}{60} - \frac{20}{60} = \frac{7}{60}$$

$$c) \quad 1\frac{2}{5} - 2\frac{1}{10} = \frac{1 \cdot 5 + 2}{5} - \frac{2 \cdot 10 + 1}{10} = {}^{2)} \frac{7}{5} - \frac{21}{10} = \frac{14-21}{10} = -\frac{7}{10}$$

$$10. \quad a) \quad \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{9} = \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 9} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

$$b) \quad \frac{10}{21} : \frac{2}{7} = \frac{10}{21} \cdot \frac{7}{2} = \frac{10 \cdot 7}{21 \cdot 2} = \frac{70}{42} {}^{(14)} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$$

$$c) \quad 2\frac{1}{4} : 1\frac{1}{2} = \frac{2 \cdot 4 + 1}{4} : \frac{1 \cdot 2 + 1}{2} = \frac{9}{4} : \frac{3}{2} = \frac{9}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{18}{12} {}^{(6)} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$$

$$11. \quad a) \quad \frac{2}{15} - \frac{1}{15} \cdot \frac{3}{4} = {}^{4)} \frac{2}{15} - \frac{3}{60} = \frac{8-3}{60} = \frac{5}{60} {}^{(5)} = \frac{1}{12}$$

$$b) \quad \frac{1}{3} : \left({}^{3)} \frac{1}{2} - {}^{2)} \frac{1}{3} \right) = \frac{1}{3} : \left(\frac{3}{6} - \frac{2}{6} \right) = \frac{1}{3} : \frac{1}{6} = \frac{1}{3} \cdot \frac{6}{1} = \frac{6}{3} = 2$$

$$c) \quad \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{8} = {}^{2)} \frac{6}{12} + {}^{3)} \frac{1}{8} = \frac{12}{24} + \frac{3}{24} = \frac{15}{24} {}^{(3)} = \frac{5}{8}$$

$$d) \quad 1\frac{1}{2} + \frac{1}{2} : \frac{1}{4} = 1\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{1} = \frac{3}{2} + \frac{4}{2} = \frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$$

12. a)

$$\frac{a-b}{a+b} = \frac{-\frac{1}{5} - \left(-1\frac{1}{2}\right)}{-\frac{1}{5} + \left(-1\frac{1}{2}\right)} = \frac{-\frac{1}{5} + 1\frac{1}{2}}{-\frac{1}{5} - 1\frac{1}{2}} = \frac{-\frac{1}{5} + \frac{3}{2}}{-\frac{1}{5} - \frac{3}{2}} = \frac{-\frac{2}{10} + \frac{15}{10}}{-\frac{2}{10} - \frac{15}{10}}$$

$$= \frac{\frac{13}{10}}{-\frac{17}{10}} = \frac{13}{10} \cdot \left(-\frac{10}{17}\right) = -\frac{13 \cdot 10}{10 \cdot 17} = -\frac{130}{170} = -\frac{13}{17}$$

b)

$$\frac{\frac{1}{-\frac{1}{5}} - \frac{1}{-1\frac{1}{2}}}{-\frac{1}{5} - 1\frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{-\frac{1}{5}} - \frac{1}{-\frac{3}{2}}}{-\frac{1}{5} - \frac{3}{2}} = 1 \cdot (-5) - 1 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)$$

$$= -5 + \frac{2}{3} = -\frac{15}{3} + \frac{2}{3} = -\frac{13}{3} = -4\frac{1}{3}$$

13. a)

$$4x - (9x - 2) = -4(3x + 10)$$

$$4x - 9x + 2 = -12x - 40$$

$$7x = -42 \quad | :7$$

$$x = -6$$

b)

$$-2(3 - 4x) - (6x - 3) = 1 + 2x$$

$$-6 + 8x - 6x + 3 = 1 + 2x$$

$$-3 = 1$$

epätosi
ei ratkaisua

14.

$$\frac{\pi + 1 + \pi + x + \pi x}{3} = 2\pi \quad | \cdot 3$$

$$2\pi + 1 + x + \pi x = 6\pi$$

$$x(\pi + 1) + 2\pi + 1 = 6\pi$$

$$x(\pi + 1) = 4\pi - 1 \quad | :(\pi + 1)$$

$$x = \frac{4\pi - 1}{\pi + 1}$$

15.

$$\frac{3}{2} + \frac{a}{4} = \frac{3+a}{2+4}$$

$$\frac{3}{2} + \frac{a}{4} = \frac{3+a}{6} \quad | \cdot 12$$

$$18 + 3a = 6 + 2a$$

$$a = -12$$

16. a)

$$\frac{3x}{4} + \frac{x-1}{2} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{3x}{4} + \frac{2(x-1)}{2 \cdot 2} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{3x + 2x - 2}{4} = \frac{1}{3} \quad | \cdot 4$$

$$3x + 2x - 2 = \frac{4}{3}$$

$$5x = \frac{4}{3} + 2$$

$$5x = \frac{4}{3} + \frac{6}{3} = \frac{10}{3} \quad | :5$$

$$x = \frac{2}{3}$$

b)

$$1 - \frac{2x-1}{5} = x \quad | \cdot 5$$

$$5 - (2x-1) = 5x$$

$$5 - 2x + 1 = 5x$$

$$7x = 6 \quad | :7$$

$$x = \frac{6}{7}$$

17.

$$2(ax-3) = x-a$$

$$2ax-6 = x-a$$

$$2ax-x = 6-a$$

$$(2a-1)x = 6-a$$

1. Kun $2a-1 \neq 0$ eli $a \neq \frac{1}{2}$

$$(2a-1)x = 6-a \quad | : (2a-1)$$

$$x = \frac{6-a}{2a-1}$$

2. Kun $2a-1=0$ eli $a = \frac{1}{2}$, niin

$$0x = 6 - \frac{1}{2}$$

$$0 = 5\frac{1}{2}$$

epätosi

ei ratkaisua

Vastaus: $x = \frac{6-a}{2a-1}$, kun $a \neq \frac{1}{2}$

Ei ratkaisua, kun $a = \frac{1}{2}$

18. Merkitään Lassin ikää nyt kirjaimella x . Tällöin Antin ikä nyt on $x + 4$.

Kolmen vuoden päästä Lassin ikä on $x + 3$ ja Antin ikä $x + 4 + 3 = x + 7$.

Antti on silloin kaksi kertaa Lassin ikäinen:

$$x + 7 = 2(x + 3)$$

$$x + 7 = 2x + 6$$

$$x = 1$$

Lassi on siis 1-vuotias, jolloin Antin ikä on $x + 4 = 1 + 4 = 5$.

Vastaus: Lassi 1 vuotta, Antti 5 vuotta

19. a) Kerrotaan ristiin

$$\frac{2-x}{x} = \frac{3}{4}$$

$$4(2-x) = 3x$$

$$8 - 4x = 3x$$

$$7x = 8 \quad | :7$$

$$x = \frac{8}{7}$$

b)

$$\frac{2x+3}{4} = \frac{x}{6}$$

$$6(2x+3) = 4x$$

$$12x + 18 = 4x$$

$$8x = -18 \quad | :8$$

$$x = \frac{-18}{8} = -\frac{9}{4}$$

20. Merkitään v vauhtia, jolla aikaa kuluu 1,5 tuntia.
Tällöin suurempi nopeus on $v + 30$ (km/h).

Vauhti (km/h)	Aika (h)
v	1,5
$v + 30$	1

Vauhti ja aika kääntäen verrannollisia:

$$\frac{v}{v + 30} = \frac{1}{1,5}$$

$$1,5v = v + 30$$

$$0,5v = 30 \quad | :0,5$$

$$0,5v = 60$$

Vastaus: 60 km/h

21. Tapa 1.

Jos Alku postittaa x kirjettä minuutissa, niin 30 minuutissa hän postittaa $30x$ kirjettä (koko työ määrä).

5 minuutissa Alku ehtii postittamaan

$$\frac{30x}{6} = 5x \text{ (kirjettä).}$$

Kelpo ehtii siis postittamaan tässä ajassa $30x - 5x = 25x$ (kirjettä).

Merkitään y = kysytty aika

Aika (min)	Kirjeet
5	$25x$
y	$30x$

Kelpon postittamien kirjeiden määrä ja kulunut aika ovat suoraan verrannolliset eli

$$\frac{5}{y} = \frac{25x}{30x}$$

$$\frac{5}{y} = \frac{25}{30}$$

$$25y = 150$$

$$y = \frac{150}{25} = 6 \text{ (min)}$$

Tapa 2.

Merkitään Kelpon yksin käyttämää aikaa kirjaimella t , Alkun postitusnopeutta x ja Kelpon nopeutta y .

	Postitusnopeus	Aika
Alku yksin	x	30
Yhdessä	$x + y$	5
Kelpo yksin	y	t

Nopeus ja aika kääntäen verrannollisia:

$$\frac{x}{x + y} = \frac{5}{30}$$

$$5(x + y) = 30x$$

$$5x + 5y = 30x$$

$$25x = 5y \quad | :5$$

$$y = 5x$$

Kelpon postitusnopeus on siis viisinkertainen Alkuun verrattuna.

Saadaan uusi verranto nopeudelle ja ajalle:

$$\frac{x}{y} = \frac{t}{30} \quad | \quad y = 5x$$

$$\frac{\cancel{x}}{5\cancel{x}} = \frac{t}{30}$$

$$\frac{1}{5} = \frac{t}{30}$$

$$5t = 30 \quad | :5$$

$$t = 6$$

Vastaus: Kelpo postittaisi 30x kirjettä 6 minuutissa.

22. $p \sim T$, verrannollisuuskerroin $\frac{\rho R}{M}$

$$p = \frac{\rho R}{M} T \quad | \cdot M$$

$$Mp = \rho RT \quad | : p$$

$$M = \frac{\rho RT}{p}$$

$$M = \frac{1,205 \frac{\text{g}}{\text{dm}^3} \cdot 0,083 \frac{\text{bar} \cdot \text{dm}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot 293,15 \text{ K}}{1,01 \text{ bar}}$$

$$= 29,02... \text{ g/mol}$$

$$\approx 29 \text{ g/mol}$$

23. a) Pituus lisääntyi $136\text{ cm} - 128\text{ cm} = 8\text{ cm}$

Prosentteina kasvu oli

$$\frac{8\text{ cm}}{128\text{ cm}} = 0,0625 = 6,25\%$$

b) $\frac{8\text{ cm}}{136\text{ cm}} = 0,0588... \approx 5,88\%$

24. Merkitään meduusan massaa kirjaimella m . Siten alun perin siitä oli vettä $0,90m$ ja muun osuuden massa oli $0,10m$.

Vedestä haihtui 40 % eli vettä jäi

$$\text{jäljelle } (1 - 0,40) \cdot 0,90m = 0,60 \cdot 0,90m = 0,54m.$$

Veden osuus massasta lopussa:

$$\frac{0,54m}{0,54m + 0,10m} = \frac{0,54\cancel{m}}{0,64\cancel{m}} \approx 0,84 = 84\%$$

Vastaus: 84 %

25. Merkitään vuokraa alussa kirjaimella x .

Kolmen vuoden jälkeen vuokra on $1,025^3 x = 1,0768...x$.

Nousua oli siis $1,0768...x - x = 0,0768...x$, joka on prosentteina

$$\frac{0,0768...x}{x} = 0,0768... \approx 7,7\%$$

26. Tuotteen hinta alussa h

Myynti alussa m

Myyntitulot alussa mh

Tuotteen hinta lopussa $1,15h$

Myynti lopussa $(1 - 0,10)m = 0,90m$

Myyntitulot lopussa $0,90m \cdot 1,15h = 1,035mh$

Myyntitulot kasvoivat siis $1,035mh - mh = 0,035mh$, joka on

prosentteina $\frac{0,035\cancel{mh}}{\cancel{mh}} = 0,035 = 3,5\%$.

Vastaus: Nousivat 3,5 %

27. Merkitään lainan alkuperäistä suuruutta kirjaimella a .

Vuoden jälkeen lainaa on jäljellä $(1 - 0,30)a = 0,70a$

Kahden vuoden jälkeen $(1 - 0,60) \cdot 0,70a = 0,40 \cdot 0,70a = 0,28a$

$$0,28a = 1456 \quad | :0,28$$

$$a = 5\,200$$

Vastaus: 5 200 €

28. Merkitään alkuperäisen liuoksen määrää kirjaimella a ja uuden liuoksen määrää kirjaimella b .

Saippuaa alkuperäisestä liuoksesta on $0,20a$ ja uudesta liuoksesta $0,015b$. Saippuan määrä säilyy samana, joten saadaan yhtälö

$$0,2a = 0,015b \quad | :0,015$$

$$b = 13,33...a$$

Liuoksen määrä kasvaa $13,333...a - a = 12,333...a$, joka on kaikki vettä. Prosentteina kasvu on

$$\frac{12,333... \cancel{a}}{0,8 \cancel{a}} = 15,416... = 1540\%$$

Vastaus: 1540% (tai 1542%)

29. Merkitään rypäleiden painoa kirjaimella a ja rusinoiden painoa kirjaimella b .

Rypäleissä on vettä $0,82a$, jolloin muuta ainetta on $(1 - 0,82)a = 0,18a$.

Rusinoissa vettä on $0,24b$ ja muuta ainetta $(1 - 0,24)b = 0,76b$.

Muun aineen määrä säilyy samana, joten saadaan yhtälö:

$$0,18a = 0,76b \quad | :0,76$$

$$b = 0,236...a$$

Muuttunut paino on kaikki vettä:

$$a - b = a - 0,236...a = 0,763...a,$$

joka on prosentteina rypäleiden vesimäärästä:

$$\frac{0,763... \cancel{a}}{0,82 \cancel{a}} = 0.9306... \approx 93\%$$

Vastaus: 93 %

30. Merkitään kansantuotetta a , josta teollisuustuotannon osuus on $0,20a$ ja muu osuus $0,80a$. Merkitään kirjaimella b kasvanutta teollisuustuotantoa.

Kun muu osuus säilyy samana, kasvanut kansantuote on $0,80a + b$. Siitä 30 % on teollisuustuotantoa, joten saadaan yhtälö:

$$b = 0,30 \cdot (0,80a + b)$$

$$b = 0,24a + 0,30b$$

$$0,70b = 0,24a \quad | :0,70$$

$$b = 0,342...a$$

Teollisuustuotannon muutos on

$$b - 0,20a = 0,342...a - 0,20a = 0,142...a,$$

joka on prosentteina

$$\frac{0,142...a}{0,20a} = 0,714... \approx 0,71 = 71\%$$

31. a) $s^2 \cdot s^5 \cdot s = s^{2+5+1} = s^8$

b) $\frac{k^{10}}{k^{-2}} = k^{10-(-2)} = k^{10+2} = k^{12}$

c) $(x^2)^4 = x^{2 \cdot 4} = x^8$

d) $5t^0 = 5 \cdot 1 = 5$

e) $5^{-2} = \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{1^2}{5^2} = \frac{1}{25}$

f) $(-2a^3)^6 = (-2)^6 \cdot (a^3)^6 = 64 \cdot a^{3 \cdot 6} = 64a^{18}$

$$32. \text{ a) } (a^2 b^4)^3 \cdot ab^2 = a^{2 \cdot 3} b^{4 \cdot 3} \cdot ab^2 = a^6 b^{12} \cdot ab^2 = a^{6+1} b^{12+2} = a^7 b^{14}$$

$$\text{b) } \frac{k^{3-n}}{k^{1-n}} = k^{3-n-(1-n)} = k^{3-n-1+n} = k^2$$

$$\text{c) } \frac{(a^{n+1})^{n-1}}{a^{n^2-1}} = \frac{a^{(n+1)(n-1)}}{a^{n^2-1}} = \frac{a^{n^2-n+n-1}}{a^{n^2-1}} = a^{n^2-1-(n^2-1)} = a^{n^2-1-n^2+1} = a^0 = 1$$

$$33. \text{ a) } \frac{4^{500}}{8^{333}} = \frac{(2^2)^{500}}{(2^3)^{333}} = \frac{2^{2 \cdot 500}}{2^{3 \cdot 333}} = \frac{2^{1000}}{2^{666}} = 2^{1000-666} = 2^{334}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{3^{1500} \cdot 6^{1498}}{18^{1497}} &= \frac{3^{3+1497} \cdot 6^{1497+1}}{18^{1497}} = \frac{3^3 \cdot 3^{1497} \cdot 6^{1497} \cdot 6}{18^{1497}} \\ &= \frac{3^3 \cdot (3 \cdot 6)^{1497} \cdot 6}{18^{1497}} = \frac{3^3 \cdot \cancel{18^{1497}} \cdot 6}{\cancel{18^{1497}}} = 3^3 \cdot 6 = 27 \cdot 6 = 162 \end{aligned}$$

$$34. \text{ a) } -23\,000 = -2,3 \cdot 10\,000 = -2,3 \cdot 10^4$$

$$\text{b) } 0,0000089 = 8,9 \cdot 0,000001 = 8,9 \cdot 10^{-6}$$

$$\text{c) } -0,00000000125 = -1,25 \cdot 0,000000001 = -1,25 \cdot 10^{-9}$$

$$35. \text{ a) } -4,91 \cdot 10^7 = -491\,000\,000$$

$$\text{b) } 9,1 \cdot 10^{-5} = 0,000091$$

$$\text{c) } 1,780 \cdot 10^8 = 178\,000\,000$$

36.

$$\begin{aligned} \frac{9,10939 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}{1,6605 \cdot 10^{-27} \text{ kg}} &= \frac{9,10939 \cdot \cancel{10^{-27}} \cdot 10^{-4}}{1,6605 \cdot \cancel{10^{-27}}} = \frac{9,10939 \cdot 10^{-4}}{1,6605} \\ &= 5,485... \cdot 10^{-4} \approx 5,49 \cdot 10^{-4} \text{ u} \end{aligned}$$

37. a) $\sqrt{12} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{12 \cdot 3} = \sqrt{36} = 6$

b) $\sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{9}} = \frac{\sqrt{4 \cdot 2}}{3} = \frac{\sqrt{4} \cdot \sqrt{2}}{3} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

c) $\sqrt{(1-\sqrt{5})^2} = \underbrace{|1-\sqrt{5}|}_{<0} = -(1-\sqrt{5}) = -1 + \sqrt{5} = \sqrt{5} - 1$

38. a) $\sqrt{28} = \sqrt{4 \cdot 7} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{7} = 2\sqrt{7}$

b) $\sqrt{12} - 5\sqrt{3} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{3} - 5\sqrt{3} = 2\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = (2-5)\sqrt{3} = -3\sqrt{3}$

c) $\frac{12}{\sqrt{3}} = \frac{12 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{12\sqrt{3}}{3} = 4\sqrt{3}$

39. a)

$$x\sqrt{5} + x\sqrt{20} = \sqrt{5}$$

$$x\sqrt{5} + x\sqrt{4 \cdot 5} = \sqrt{5}$$

$$x\sqrt{5} + 2x\sqrt{5} = \sqrt{5} \quad | : \sqrt{5}$$

$$x + 2x = 1$$

$$3x = 1 \quad | : 3$$

$$x = \frac{1}{3}$$

b) Tapa 1.

$$x\sqrt{2} + \sqrt{2} = 1 + x$$

$$\sqrt{2}x - x = 1 - \sqrt{2}$$

$$(\sqrt{2} - 1)x = 1 - \sqrt{2} \quad | :(\sqrt{2} - 1)$$

$$x = \frac{1 - \sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1}$$

$$x = \frac{-(-1 + \sqrt{2})}{\sqrt{2} - 1}$$

$$x = -1$$

Tapa 2.

$$x\sqrt{2} + \sqrt{2} = 1 + x$$

$$\sqrt{2}(x+1) = x+1 \quad | : (x+1) \neq 0 \quad x \neq -1$$

$$\sqrt{2} = 1$$

ei ratkaisua

Kun $x = -1$

$$-1\sqrt{2} + \sqrt{2} = 1 + (-1)$$

$$0 = 0$$

tosi eli $x = -1$ toteuttaa yhtälön

Vastaus: a) $x = \frac{1}{3}$ b) $x = -1$

$$40. \quad \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{12}} = \overset{2)}{\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{2\sqrt{3}} = \frac{2}{2\sqrt{3}} - \frac{1}{2\sqrt{3}} = \overset{\sqrt{3})}{\frac{1}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2 \cdot 3} = \frac{\sqrt{3}}{6}}}$$

$$41. \quad \text{a) } \sqrt[3]{1\frac{91}{125}} = \sqrt[3]{\frac{125+91}{125}} = \sqrt[3]{\frac{216}{125}} = \sqrt[3]{\frac{6^3}{5^3}} = \sqrt[3]{\left(\frac{6}{5}\right)^3} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$$

$$\text{b) } \sqrt[3]{40} = \sqrt[3]{8 \cdot 5} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 5} = \sqrt[3]{2^3} \cdot \sqrt[3]{5} = 2\sqrt[3]{5}$$

$$\text{c) } \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{8} = 2$$

$$42. \quad \text{a) } \sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[4]{85\frac{1}{3}} = \sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[4]{\frac{85 \cdot 3 + 1}{3}} = \sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[4]{\frac{256}{3}} = \sqrt[4]{3 \cdot \frac{256}{3}} = \sqrt[4]{256} = \sqrt[4]{4^4} = 4$$

$$\text{b) } \sqrt[7]{\frac{1}{128}} = \sqrt[7]{\frac{1}{2^7}} = \frac{\sqrt[7]{1}}{\sqrt[7]{2^7}} = \frac{1}{2}$$

$$43. \quad \text{a) } 16^{\frac{1}{8}} = (2^4)^{\frac{1}{8}} = 2^{4 \cdot \frac{1}{8}} = 2^{\frac{4}{8}} = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$$

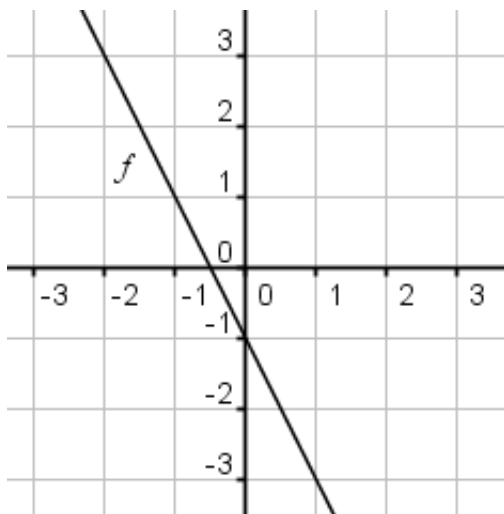
$$\text{b) } 25^{\frac{5}{4}} = (5^2)^{\frac{5}{4}} = 5^{2 \cdot \frac{5}{4}} = 5^{\frac{5}{2}} = 5^{2 + \frac{1}{2}} = 5^2 \cdot 5^{\frac{1}{2}} = 25\sqrt{5}$$

$$\text{c) } \frac{k^{\frac{1}{2}} \cdot k^{\frac{2}{3}}}{k^{\frac{5}{6}}} = \frac{k^{\frac{1}{2} + \frac{2}{3}}}{k^{\frac{5}{6}}} = k^{\frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \left(-\frac{5}{6}\right)} = k^{\frac{3}{6} + \frac{4}{6} + \frac{5}{6}} = k^{\frac{12}{6}} = k^2$$

$$44. \quad \text{a) } f(x) = 2x + 3$$

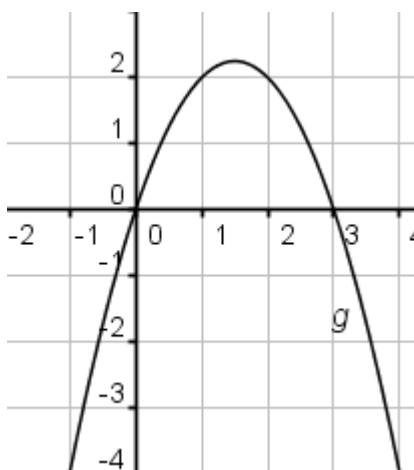
$$\text{b) } f(x) = 2$$

45. a)



x	$f(x) = -2x - 1$
-2	$f(-2) = -2 \cdot (-2) - 1 = 3$
-1	$f(-1) = -2 \cdot (-1) - 1 = 1$
0	$f(0) = -2 \cdot 0 - 1 = -1$
1	$f(1) = -2 \cdot 1 - 1 = -3$

b)



x	$f(x) = -x^2 + 3x$
-1	$f(-1) = -(-1)^2 + 3 \cdot (-1) = -4$
0	$f(0) = -0^2 + 3 \cdot 0 = 0$
1	$f(1) = -1^2 + 3 \cdot 1 = 2$
2	$f(2) = -2^2 + 3 \cdot 2 = 2$
3	$f(3) = -3^2 + 3 \cdot 3 = 0$

46. a) $f(1) \approx -1$

b) $f(-1) \approx -1$

c) $f(2) \approx -4$

47. a) $x \approx 0$ tai $x \approx 4$

b) $x \approx 4,5$

48. a) $f(-2) = (-2)^2 - 4 \cdot (-2) - 4 = 4 + 8 - 4 = 8$

b) $f(-2) = 2 - (-2)^3 = 2 - (-8) = 2 + 8 = 10$

49. a)

$$4x^5 + 4096 = 0$$

$$4x^5 = -4096 \quad | :4$$

$$x^5 = -1024$$

$$x = \sqrt[5]{-1024} = -4$$

b)

$$-\frac{1}{2}x^4 + 40,5 = 0$$

$$\frac{1}{2}x^4 = 40,5 \quad \left| : \frac{1}{2} \right.$$

$$x^4 = 81$$

$$x = \pm \sqrt[4]{81} = \pm 3$$

50. a)

$$-3x^5 - 96 = 0$$

$$3x^5 = -96 \quad | :3$$

$$x^5 = -32$$

$$x = \sqrt[5]{-32} = -2$$

b)

$$\frac{2x^6}{5} = \frac{2}{3645}$$

$$2x^6 \cdot 3645 = 2 \cdot 5$$

$$7290x^6 = 10 \quad | :7290$$

$$x^6 = \frac{10}{7290}$$

$$x^6 = \frac{1}{729}$$

$$x = \pm \sqrt[6]{\frac{1}{729}} = \pm \frac{\sqrt[6]{1}}{\sqrt[6]{729}} = \pm \frac{1}{3}$$

51. Merkitään yhden vuoden korotuksen prosenttikerrointa kirjaimella k ja palkkoja kirjaimella a .

$$k^3 \cdot a = 1,056a \quad | :a$$

$$k^3 = 1,056$$

$$k = \sqrt[3]{1,056}$$

$$k = 1,018\dots$$

Vuotuinen korotus prosentteina oli siis

$$1,018\dots - 1 = 0,018\dots \approx 1,8\%$$

52. Merkitään vuotuisen poiston prosenttikerrointa kirjaimella k .

$$19\,000 \cdot k^4 = 7\,782,40 \quad | :19\,000$$

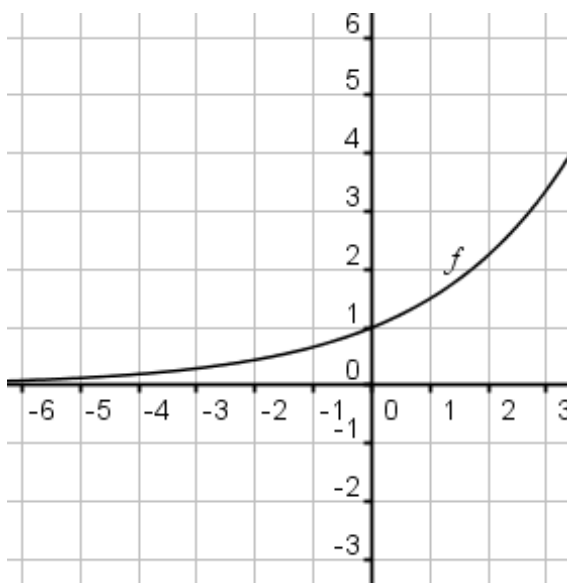
$$k^4 = 0,4096$$

$$k = \pm\sqrt[4]{0,4096} = \pm 0,8$$

Koska kerroin $k > 0$, vain $k = 0,8$ käy.

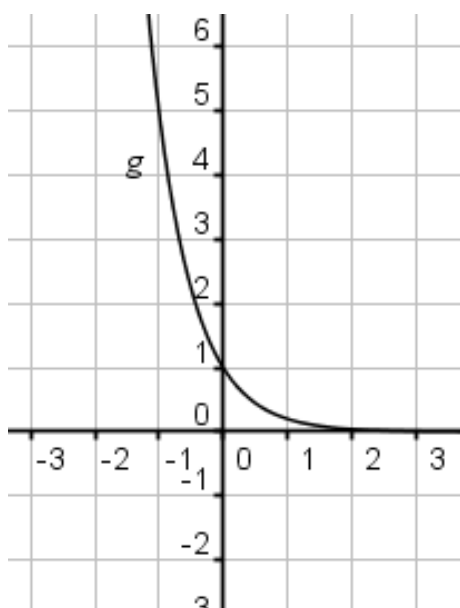
Vuosittainen poisto on siis $1 - 0,8 = 0,2 = 20\%$

53. a)



x	$f(x) = 1,5^x = \left(\frac{3}{2}\right)^x$
-1	$\left(\frac{3}{2}\right)^{-1} = \frac{2}{3}$
0	$1,5^0 = 1$
1	$1,5^1 = 1,5$
2	$\left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4} = 2,25$
3	$\left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{27}{8} = 3,375$

b)



x	$g(x) = 0,2^x = \left(\frac{2}{10}\right)^x$
1	$\frac{2}{10} = 0,2$
0	$\left(\frac{2}{10}\right)^0 = 1$
-1	$\left(\frac{2}{10}\right)^{-1} = \frac{10}{2} = 5$
-2	$\left(\frac{2}{10}\right)^{-2} = \left(\frac{10}{2}\right)^2 = \frac{100}{4} = 25$

54. a) $x \approx 0$

b) $x \approx 2$

55. Korko 2,5 % eli pääoma 1,025-kertaistuu vuodessa.

aika (vuosina)	pääoma (€)
0	a
1	$1,025a$
2	$1,025^2 a$
$\vdots$	$\vdots$
x	$1,025^x a$

Funktio $f(x) = 1,025^x$ kuvaa kasvua (x = aika vuosina).

Kun aikaa kuluu 12 vuotta, pääoma on kasvanut

$$f(12) = 1,025^{12} = 1,34488... \text{-kertaiseksi.}$$

Kasvua on siis

$$(1,34488... - 1) \cdot 100\% = 34,488... \% \approx 34\%$$

Vastaus: $f(x) = 1,025^x$, 12 vuodessa 34 % kasvua

Testi 1

1. a) Merkitään $x = 0,0454545\dots$

$$1000x = 45,454545\dots$$

$$\begin{array}{r} 10x = 0,454545\dots \\ \hline 990x = 45 \end{array} \quad | \quad :990$$

$$x = \frac{45}{990} = \frac{1}{22}$$

- b) Luvun $\frac{5}{6}$ käänteisluku on $\frac{6}{5}$. Tämän vastaluku on $-\frac{6}{5} = -1\frac{1}{5}$.

c) $\underbrace{2 - \sqrt{7}}_{<0} = -(2 - \sqrt{7}) = -2 + \sqrt{7} = \sqrt{7} - 2$

2. a) $2) \frac{2}{3} - 3) \frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} - \frac{3}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

b) $2\frac{4}{7} \cdot 1\frac{1}{6} = \frac{2 \cdot 7 + 4}{7} \cdot \frac{1 \cdot 6 + 1}{6} = \frac{18}{7} \cdot \frac{7}{6} = \frac{\overset{3}{\cancel{18}} \cdot \overset{1}{\cancel{7}}}{\underset{1}{\cancel{7}} \cdot \underset{1}{\cancel{6}}} = 3$

c) $\frac{2}{5} : \frac{4}{9} = \frac{2}{5} \cdot \frac{9}{4} = \frac{\overset{1}{\cancel{2}} \cdot 9}{5 \cdot \underset{2}{\cancel{4}}} = \frac{1 \cdot 9}{5 \cdot 2} = \frac{9}{10}$

3. a) $\sqrt{9} \cdot \sqrt{12} = 3 \cdot \sqrt{4 \cdot 3} = 3 \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{3} = 3 \cdot 2 \cdot \sqrt{3} = 6\sqrt{3}$

b) $\sqrt{50} = \sqrt{25 \cdot 2} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$

c) $\sqrt[3]{\frac{24}{27}} = \sqrt[3]{\frac{8 \cdot 3}{27}} = \frac{\sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{27}} = \frac{2\sqrt[3]{3}}{3}$

d) $a^6 \cdot a^{-7} \cdot a = a^{6-7+1} = a^0 = 1$

$$e) \frac{b^4 \cdot b^2}{b^3 \cdot b^{\frac{1}{2}}} = \frac{b^{4+2}}{b^{3+\frac{1}{2}}} = \frac{b^6}{b^{\frac{5}{2}}} = b^{6-\frac{5}{2}} = b^{\frac{1}{2}} = \sqrt{b}$$

$$f) \frac{(2a^2b^3)^4}{(4a^3b^6)^2} = \frac{2^4 \cdot (a^2)^4 \cdot (b^3)^4}{4^2 \cdot (a^3)^2 \cdot (b^6)^2} = \frac{2^4 \cdot a^{2 \cdot 4} \cdot b^{3 \cdot 4}}{4^2 \cdot a^{3 \cdot 2} \cdot b^{6 \cdot 2}} = \frac{\cancel{16} \cdot a^8 \cdot \cancel{b^{12}}}{\cancel{16} \cdot a^6 \cdot \cancel{b^{12}}} = a^{8-6} = a^2$$

4. a)

$$2x - 1 = -2(8 - x)$$

$$2x - 1 = -16 + 2x \quad | -2x$$

$$-1 = -16$$

Epätosi. Ei ratkaisua millään x :n arvolla.

b)

$$\frac{2x}{5} - \frac{x-1}{10} = 1 \quad | \cdot 10$$

$$\frac{\cancel{10}^2 \cdot 2x}{\cancel{10}_1} - \frac{\cancel{10}^1 (x-1)}{\cancel{10}_1} = 10$$

$$4x - (x-1) = 10$$

$$4x - x + 1 = 10$$

$$4x - x = 9$$

$$3x = 9 \quad | :3$$

$$x = 3$$

c)

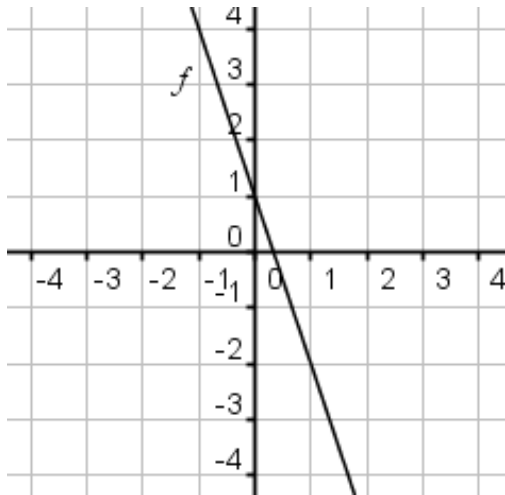
$$\frac{x^7}{3} + 729 = 0$$

$$\frac{x^7}{3} = -729 \quad | \cdot 3$$

$$x^7 = -2187$$

$$x = \sqrt[7]{-2187} = -3$$

5. a)



x	$f(x) = 1 - 3x$
-1	$f(-1) = 1 - 3 \cdot (-1) = 4$
0	$f(0) = 1 - 3 \cdot 0 = 1$
1	$f(1) = 1 - 3 \cdot 1 = -2$
2	$f(2) = 1 - 3 \cdot 2 = -5$

b)

$$f(x) = 0$$

$$1 - 3x = 0$$

$$3x = 1 \quad | :3$$

$$x = \frac{1}{3}$$

c) $f(-4) = 1 - 3 \cdot (-4) = 1 + 12 = 13$

d)

$$f(x) = 5$$

$$1 - 3x = 5$$

$$-3x = 4 \quad | :(-3)$$

$$x = -\frac{4}{3}$$

6. a)

Jauhelihaa (g)	Oliiveja (g)	Ruokalijoita
300	150	4
700	a	b

Ruoka-aineiden määrät suoraan verrannollisia:

$$\frac{300}{700} = \frac{150}{a}$$

$$300a = 150 \cdot 700$$

$$300a = 105\,000 \quad | :300$$

$$a = \frac{105\,000}{300} = 350 \text{ (g)}$$

b) Ruoan ja ruokailijoiden määrät suoraan verrannollisia.

Lasketaan ruokailijoiden määrä jauhelihan määrän mukaan:

$$\frac{300}{700} = \frac{4}{b}$$

$$300b = 4 \cdot 700$$

$$300b = 2\,800 \quad | :300$$

$$b = \frac{2\,800}{300}$$

$$b = 9,333... \approx 9$$

Vastaus: a) 350 g b) 9 ruokailijalle

7. Merkitään matkapuhelinten kokonaismyyntiä vuonna 2007 kirjaimella a .

Vuonna 2007:

Kokonaismyynti a

Yrityksen myynti $0,15a$

Vuonna 2008:

Kokonaismyynti $1,10a$

Yrityksen myynti $1,20 \cdot 0,15a = 0,18a$

Yrityksen osuus vuonna 2008 on siten

$$\frac{0,18\cancel{a}}{1,10\cancel{a}} = 0,1636... \approx 16\%$$

Vastaus: 16 %

Testi 2

$$1. \ a) \underbrace{|\sqrt{6} - 2|}_{>0} = \sqrt{6} - 2$$

$$b) \underbrace{|3 - \sqrt{10}|}_{<0} = -(3 - \sqrt{10}) = \sqrt{10} - 3$$

$$c) \underbrace{|\sqrt{5} - 3|}_{<0} - \underbrace{|1 - \sqrt{5}|}_{<0} = -(\sqrt{5} - 3) - (-(1 - \sqrt{5})) = 3 - \sqrt{5} + 1 - \sqrt{5} = 4 - 2\sqrt{5}$$

2. a)

$$\begin{aligned} a - b &= \frac{1}{3} - \left(-1\frac{3}{4}\right) = \frac{1}{3} - \left(-\frac{1 \cdot 4 + 3}{4}\right) = \frac{1}{3} - \left(-\frac{7}{4}\right) \\ &= \overset{4)}{\frac{1}{3}} + \overset{3)}{\frac{7}{4}} = \frac{4}{12} + \frac{21}{12} = \frac{25}{12} = 2\frac{1}{12} \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}\frac{a+b}{a-b} &= \frac{\frac{1}{3} + \left(-1\frac{3}{4}\right)}{\frac{1}{3} - \left(-1\frac{3}{4}\right)} = \frac{\frac{1}{3} + \left(-\frac{1 \cdot 4 + 3}{4}\right)}{\frac{1}{3} - \left(-\frac{1 \cdot 4 + 3}{4}\right)} = \frac{\overset{4)}{\frac{1}{3}} - \overset{3)}{\frac{7}{4}}}{\overset{4)}{\frac{1}{3}} + \overset{3)}{\frac{7}{4}}} = \frac{\frac{4}{12} - \frac{21}{12}}{\frac{4}{12} + \frac{21}{12}} \\ &= \frac{-\frac{17}{12}}{\frac{25}{12}} = -\frac{17}{12} \cdot \frac{12}{25} = \frac{-17 \cdot \cancel{12}^1}{\cancel{12}_1 \cdot 25} = -\frac{17}{25}\end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned}\frac{1}{\frac{1}{3}} : \frac{1}{-1\frac{3}{4}} &= \frac{1}{\frac{1}{3}} : \frac{1}{-\frac{1 \cdot 4 + 3}{4}} = \frac{1}{\frac{1}{3}} : \frac{1}{-\frac{7}{4}} = 1 \cdot \frac{3}{1} : 1 \cdot \left(-\frac{4}{7}\right) \\ &= 3 : \left(-\frac{4}{7}\right) = 3 \cdot \left(-\frac{7}{4}\right) = -\frac{21}{4}\end{aligned}$$

$$3. \ a) \frac{(a^{-2}b)^{-3}}{(a^{-3}b^2)^{-2}} = \frac{a^{-2 \cdot (-3)} \cdot b^{-3}}{a^{-3 \cdot (-2)} \cdot b^{2 \cdot (-2)}} = \frac{\cancel{a^6} \cdot b^{-3}}{\cancel{a^6} \cdot b^{-4}} = b^{-3 - (-4)} = b^{-3+4} = b$$

$$b) \sqrt[4]{\frac{32a^3}{2a^2}} = \sqrt[4]{\frac{2^5 a^3}{2a^2}} = \sqrt[4]{\frac{2^5}{2} \cdot \frac{a^3}{a^2}} = \sqrt[4]{2^{5-1} \cdot a^{3-2}} = \sqrt[4]{2^4 a} = 2\sqrt[4]{a}$$

$$\begin{aligned}c) \frac{8^n \cdot 16^{2n} \cdot 2^{n-1}}{4^{6n-2}} &= \frac{(2^3)^n \cdot (2^4)^{2n} \cdot 2^{n-1}}{(2^2)^{6n-2}} = \frac{2^{3n} \cdot 2^{4 \cdot 2n} \cdot 2^{n-1}}{2^{2(6n-2)}} = \frac{2^{3n} \cdot 2^{8n} \cdot 2^{n-1}}{2^{12n-4}} \\ &= \frac{2^{3n+8n+n-1}}{2^{12n-4}} = \frac{2^{12n-1}}{2^{12n-4}} = 2^{12n-1-(12n-4)} = 2^{12n-1-12n+4} = 2^3 = 8\end{aligned}$$

d)

$$\begin{aligned} \left(\sqrt{\frac{9}{2}}\right)^{-3} &= \left(\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{2}}\right)^{-3} = \left(\frac{3}{2^{\frac{1}{2}}}\right)^{-3} = \left(\frac{2^{\frac{1}{2}}}{3}\right)^3 = \frac{2^{\frac{1}{2} \cdot 3}}{3^3} = \frac{(2^3)^{\frac{1}{2}}}{27} \\ &= \frac{\sqrt{8}}{27} = \frac{\sqrt{4 \cdot 2}}{27} = \frac{\sqrt{4} \cdot \sqrt{2}}{27} = \frac{2\sqrt{2}}{27} \end{aligned}$$

e)

$$\begin{aligned} \sqrt{(3 - \sqrt{12})^2} &= \underbrace{|3 - \sqrt{12}|}_{<0} = -(3 - \sqrt{12}) = \sqrt{12} - 3 \\ &= \sqrt{4 \cdot 3} - 3 = \sqrt{4} \cdot \sqrt{3} - 3 = 2\sqrt{3} - 3 \end{aligned}$$

f)

$$\begin{aligned} \frac{5}{\sqrt{50}} + \frac{2}{\sqrt{20}} &= \frac{5}{\sqrt{25 \cdot 2}} + \frac{2}{\sqrt{4 \cdot 5}} = \frac{5}{\sqrt{25} \cdot \sqrt{2}} + \frac{2}{\sqrt{4} \cdot \sqrt{5}} \\ &= \frac{\cancel{5}}{\cancel{5} \cdot \sqrt{2}} + \frac{\cancel{2}}{\cancel{2} \cdot \sqrt{5}} \stackrel{\sqrt{5})}{=} \frac{1}{\sqrt{2}} + \stackrel{\sqrt{2})}{=} \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{5} + \sqrt{2}}{\sqrt{5 \cdot 2}} \stackrel{\sqrt{10})}{=} \frac{\sqrt{5} + \sqrt{2}}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{50} + \sqrt{20}}{10} \end{aligned}$$

4. a)

$$3x^6 - 192 = 0$$

$$3x^6 = 192 \quad | :3$$

$$x^6 = 64$$

$$x = \pm \sqrt[6]{64}$$

$$x = \pm 2$$

b)

$$7y^5 + 54 = 5$$

$$7y^5 = -49 \quad | :7$$

$$y^5 = -7$$

$$y = \sqrt[5]{-7}$$

c)

$$\frac{2a^4}{3} \quad 2400 \quad | \quad 3$$

$$2a^4 \quad 7200 \quad | :2$$

$$a^4 \quad 3600$$

$$a \quad \sqrt[4]{3600}$$

$$a \quad \sqrt[4]{16 \cdot 225} \quad \sqrt[4]{16} \quad \sqrt[4]{225} \quad 2\sqrt[4]{225}$$

5.

	22 osallistujaa	24 osallistujaa
Matkan hinta / henkilö	x	$x - 10$
Kokonaiskustannukset	$22x$	$24(x - 10)$

Kokonaiskustannukset

$$22x = 24(x - 10)$$

$$-2x = -240$$

$$x = 120$$

Matkan hinta / henkilö lopuksi:

$$x - 10 = 120 - 10 = 110 \text{ (€)}$$

Vastaus: 110 €

6.

Etäisyyden neliö	Intensiteetti
120^2	I
d^2	$100I$

Suoraan verrannollisuus:

$$\frac{120^2}{d^2} = \frac{\cancel{I}}{100\cancel{I}} \quad \left| \cdot d^2 \right.$$

$$120^2 = 100d^2 \quad \left| :100 \right.$$

$$d^2 = \frac{14400}{100}$$

$$d^2 = 144$$

$$d = \pm\sqrt{144} = \pm 12$$

Etäisyys $d > 0$, joten $d = 12$

Vastaus: 12 m

7. Merkitään tuntipalkkoja kirjaimella p ja työaika kirjaimella t . Tällöin päiväansiot ovat pt .

Palkankorotuksen jälkeen palkat ovat $1,10p$ ja työaika xt , jossa x on työajan muutoksen prosenttikerroin. Päiväansiot ovat tällöin $1,10p \cdot xt$

Päiväansiot eivät muutu:

$$\begin{array}{lcl} pt = 1,10p \cdot xt & & | : pt \\ 1 = 1,10x & & | : 1,10 \end{array}$$

$$x = \frac{1}{1,10} = 0,909...$$

Työaika lyhennetään $1 - 0,909... = 0,090... \approx 9\%$

Vastaus: 9 %