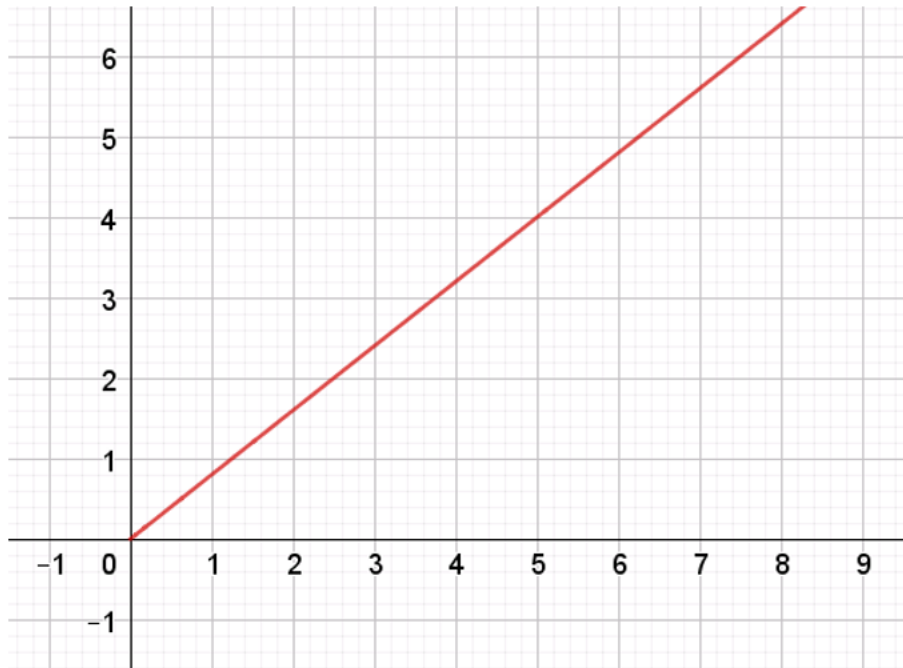


MAB4 Sovellukset

Lineaarinen malli

- kuvaajana suora
- tarkasteltava suure muuttuu jatkuvasti yhtä monella eurolla, kilolla tms.
- *Esimerkiksi* omenoiden kilohinta on 0,80 €/kg



Esimerkki

Harrastuksen kustannukset voidaan laskea yhtälöllä $y=56+3,8x$ missä x on käyntikertojen määrä vuoden aikana. Kuinka monta kertaa Ville käy harrastuksessa, jos vuoden kokonaislasku on 151 euroa?

$$151 = y$$

Ratkaistaan yhtälö

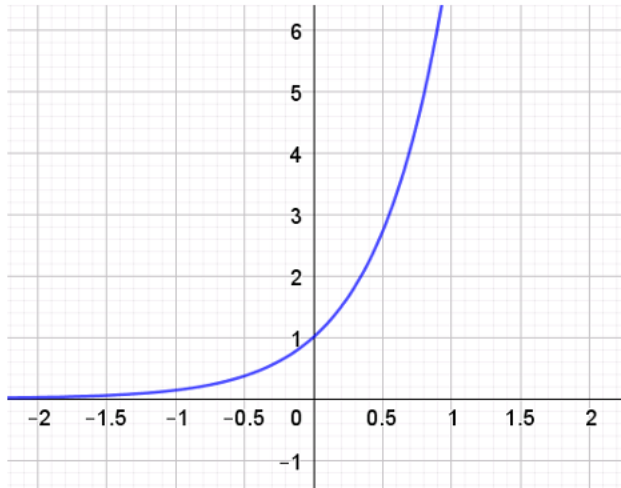
$$\text{solve}(151=56+3.8 \cdot x, x) \triangleright x=25.$$

Vastaus: Käyntikertoja tulee 25

Eksponentiaalinen malli

- Tarkasteltava suure muuttuu jatkuvasti yhtä monta prosenttia
- Eksponentiaalinen kasvu

esimerkki: $f(x) = e^{2x}$



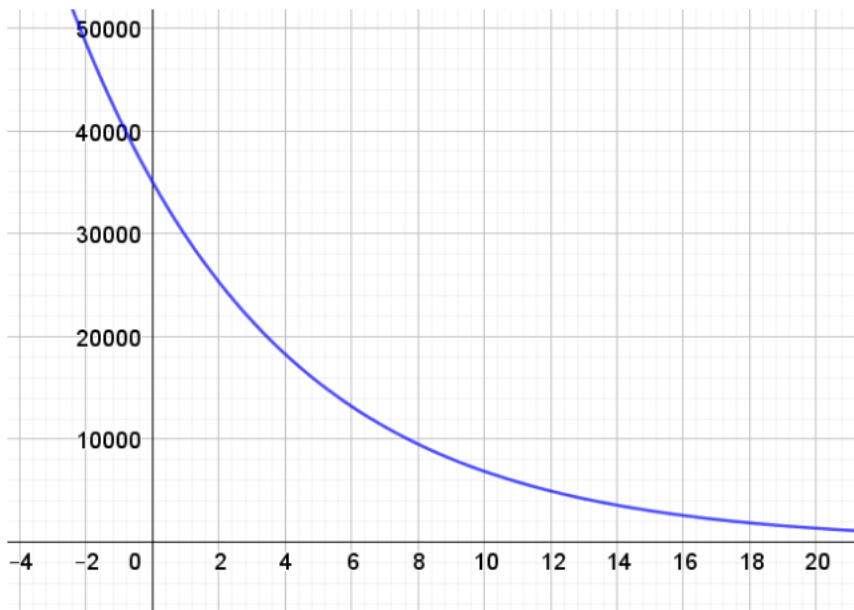
- Eksponentiaalinen väheneminen

esimerkki: Auton arvo on ostohetkellä 35 000 euroa. Arvo laskee joka vuosi 15%.

Prosenttiluku $100\% - 15\% = 85\%$

Prosenttikerroin 0,85

Vuosi	Auton arvo
0	35000
1	$0.85 \cdot 35000$
2	$0.85^2 \cdot 35000$
x	$0.85^x \cdot 35000$



Vuonna 2015 sopuleita on 54 000. Ratkaistaan p

$$\text{solve}(p^5 \cdot 27000 = 54000, p) \rightarrow p = 1.1487$$

Vuonna 2020 on kulunut 10 vuotta, joten sopuleita on

$p^{10} \cdot 27000$. Sijoitetaan p :n paikalle äsken ratkaisu arvo

$$(1.1487)^{10} \cdot 27000 \rightarrow 108002 \text{ sopulia}$$

Lukujonot

- aritmeettinen jono kasvaa yhtä monella eurolla, kilolla, metrillä tms. (kuten suora)
- jonon jäseniä voidaan laskea yhteen

esimerkki

Ville laittaa säästöpossuun ensimmäisenä päivänä 5 euroa. Seuraavina päivinä hän laittaa aina 2 euroa enemmän kuin edellisenä päivänä. Kuinka paljon säästöpossussa on rahaa kuukauden kuluttua?

$$5 + 7 + 9 + 11 + \dots$$

$$\text{yleinen jäsen } a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$$

$$\text{Tälle jonolle } a_n = 5 + (n-1) \cdot 2 \quad \blacktriangleright \quad a_n = 2 \cdot n + 3$$

$$\text{Kuukauden viimeinen summa (n=30) } a_{30} = 2 \cdot 30 + 3 \quad \blacktriangleright \quad a_{30} = 63 \text{ euroa}$$

Säästöt yhteensä, aritmeettinen summa

$$S = n \cdot \frac{a_1 + a_n}{2} \quad \text{eli } s = 30 \cdot \frac{5 + 63}{2} \quad \blacktriangleright \quad s = 1020 \text{ euroa}$$

Lukujonot

- geometrinen jono kasvaa yhtä monella prosentilla (kuten eksponentiaalinen malli)
- jonon jäseniä voidaan laskea yhteen

Esimerkki

Heikki aloittaa juoksuharjoittelun 3 kilometrin lenkillä. Hän juoksee joka viikko 5% pidemmän lenkin. Kuinka pitkän matkan Heikki juoksee yhteensä kuukauden aikana?

Viikko	Lenkki
1	3
2	$1.05 \cdot 3$
3	$1.05^2 \cdot 3$
4	$1.05^3 \cdot 3$

Geometrinen summa $S = \frac{a_1 \cdot (1 - q^n)}{1 - q}$

eli $s = \frac{3 \cdot (1 - (1.05)^{30})}{1 - 1.05} \rightarrow s = 199.317$ kilometriä

A-osa

- * Suoran yhtälö $y - y_0 = k(x - x_0)$
- * Suorat ovat yhdensuuntaiset kun niillä on sama kulmakerroin
Suorat ovat yhdensuuntaiset kun kulmakertoimien tulo on -1

- * Mikä on suoran $4x - 2y + 8 = 0$ kulmakerroin?

Ratkaistaan muotoon $y = \dots$

$$2y = 4x + 8$$

$$y = 2x + 4 \quad \text{kulmakerroin on } 2$$

- * Missä pisteissä suora $y = 2x - 5$ leikkaa koordinaattiakselit?

Suora leikkaa y -akselin, kun $x = 0$

$$\text{solve}(y = 2 \cdot 0 - 5, y) \rightarrow y = -5 \quad \text{eli pisteessä } (0, -5)$$

Suora leikkaa x -akselin, kun $y = 0$

$$\text{solve}(0 = 2 \cdot x - 5, x) \rightarrow x = \frac{5}{2} \quad \text{eli pisteessä } \left(\frac{5}{2}, 0\right)$$

- * Ratkaise yhtälöt

$$\text{a) } 2^{2x-1} = 16$$

molemmille puolille sama kantaluku

$$2^{2x-1} = 2^4$$

$$\text{eli } 2x - 1 = 4$$

$$2x = 5$$

$$x = \frac{5}{2}$$

$$\text{b) } 3^{x+1}=7$$

logaritmin määritelmällä

$$x+1=\log_3 7$$

$$x=(\log_3 7)-1$$

$$\text{c) } 3x^5-2=25$$

$$3x^5=27$$

$$x^5=9$$

$$x=\sqrt[5]{9}$$