

# Lukujonot

# Aritmeettinen jono

- ▶ 2, 6, 10, 14, 18, . . .
- ▶ Peräkkäisten jäsenten erotus on vakio
- ▶  $a_2 - a_1 = 6 - 2 = 4$
- ▶  $a_3 - a_2 = 10 - 6 = 4$
  
- ▶ Erotusluku eli differenssi
- ▶  $d = a_{n+1} - a_n$

# Geometrinen jono

- ▶ 2, 6, 18, 54, ...
- ▶ Peräkkäisten jäsenten suhde on vakio
- ▶  $\frac{a_2}{a_1} = \frac{6}{2} = 3$
- ▶  $\frac{a_3}{a_4} = \frac{18}{6} = 3$
- ▶ Suhdeluku  $q = \frac{a_{n+1}}{a_n}$

# Lukujonon yleinen jäsen

- ▶ Lukujonon sääntöä voidaan kuvata yleisellä jäsenellä
- ▶  $a_n = 2n + 5$ 
  - Seitsemäs jäsen  $a_7 = 2 \cdot 7 + 5 = 14 + 5 = 19$
  - Kymmenes jäsen  $a_{10} = 2 \cdot 10 + 5 = 25$

# Yleinen jäsen

- ▶ Aritmeettiselle jonolle
- ▶  $a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$
  
- ▶ Esimerkiksi 5, 8, 11, 14, . . .
  - $a_1 = 5$
  - $d = 8 - 5 = 3$
  - Yleinen jäsen  $a_n = 5 + (n - 1) \cdot 3$   
 $= 5 + 3n - 3$   
 $= 3n + 2$

# Yleinen jäsen

- ▶ Geometriselle jonolle
- ▶  $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$
  
- ▶ Esimerkiksi 3, 6, 12, 24, . . .
  - $a_1 = 3$
  - $q = \frac{6}{3} = 2$
  - Yleinen jäsen  $a_n = 3 \cdot 2^{n-1}$

# Esimerkki 1

- ▶ Aritmeettisessa jonossa ensimmäinen jäsen on 12 ja toinen jäsen 9.
- ▶ A) Muodosta yleinen jäsen
  - $a_1 = 12$
  - $d = a_2 - a_1 = 9 - 12 = -3$
  - Yleinen jäsen  $a_n = 12 + (n - 1) \cdot (-3)$ 
$$= 12 - 3n + 3$$
$$= -3n + 15$$

# Esimerkki 1

- ▶ Aritmeettisessa jonossa ensimmäinen jäsen on 12 ja toinen jäsen 9.
- ▶  $a_n = -3n + 15$
  
- ▶ B) Laske 20. jäsen
  - $a_{20} = -3 \cdot 20 + 15 = -60 + 15 = -45$



# Esimerkki 1

- ▶ Aritmeettisessa jonossa ensimmäinen jäsen on 12 ja toinen jäsen 9.
- ▶  $a_n = -3n + 15$
- ▶ C) Onko luku  $-86$  jonon jäsen?
  - Onko olemassa lukua  $n$ , että
  - $-3n + 15 = -86$
  - $-3n = -101$
  - $n = \frac{-101}{-3} \approx 33,7$
  - $n$  ei ole positiivinen kokonaisluku, joten  $-86$  ei ole jonon jäsen

# Esimerkki 2

- ▶ Geometrisessa jonossa ensimmäinen jäsen on 4 ja neljäs jäsen on 7,81. Määritä jonon suhdeluku.
- ▶ Merkitään jonon suhdelukua  $q$ :lla
  - Ensimmäinen jäsen  $4$
  - Toinen jäsen  $4 \cdot q$
  - Kolmas jäsen  $4 \cdot q^2$
  - Neljäs jäsen  $4 \cdot q^3$
  - Ratkaistaan yhtälö

$$4 \cdot q^3 = 7,81$$

$$q = 1.24987$$