

Aritmeettinen summa

Tarkastellaan aritmeettista jonoa 2, 7, 12, 17, . . .

Laske yhteen jonon 250 ensimmäistä jäsentä.

Aritmeettisen jonon summa

$$S = n \cdot \frac{a_1 + a_n}{2}$$

missä

n = yhteenlaskettavien lukumäärä

a_1 = ensimmäinen yhteenlaskettava

a_n = viimeinen yhteenlaskettava

Tarkastellaan aritmeettista jonoa 2, 7, 12, 17, . . .

Laske yhteen jonon 250 ensimmäistä jäsentä.

$$S = n \cdot \frac{a_1 + a_n}{2}$$

Tehtävänannon perusteella $n=250$ ja $a_1=2$

Viimeinen yhteenlaskettava, eli 250. jäsen pitää selvittää

Aritmeettisen jonon yleinen jäsen

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$$

Jonon differenssi $d=7-2 \blacktriangleright d=5$

Yleinen jäsen on siis $a_n = 2 + (n-1) \cdot 5 \blacktriangleright a_n = 5 \cdot n - 3$

250. jäsen on siis $5 \cdot 250 - 3 \blacktriangleright 1247$

Summa on siis $250 \cdot \frac{2+1247}{2} \blacktriangleright 156125$

Marianna on päättänyt osallistua Naisten kymppi –tapahtumaan. Hänen kuntonsa on rapistunut, joten hän aloittaa harjoittelun hyvissä ajoin. Ensimmäisellä viikolla Marianna juoksee 2,0 km lenkin. Seuraavalla viikolla hän juoksee 400m pidemmän lenkin. Hän jatkaa samalla tavoin pidentäen lenkkiä joka viikkoa 400 metrillä.

- a) Kuinka monta viikkoa Mariannalla kestää saavuttaa täysi 10 kilometrin lenkki?
b) Kuinka monta kilometriä hän yhteensä juoksee harjoituskauden aikana?

viikko	lenkin pituus (km)
1	2,0
2	$2,0+0,4 = 2,4$
3	$2,4+0,4 = 2,8$
n	??

Lenkin pituuteen lisätään aina sama luku eli kyseessä on aritmeettinen jono. Millä viikolla tulee 10km täyteen?

jonon yleinen jäsen $a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$
eli $a_n = 2 + (n-1) \cdot 0.4 \rightarrow 0.4 \cdot n + 1.6$

Mikä on n, kun matka on 10km?
solve($0.4 \cdot n + 1.6 = 10, n$) $\rightarrow n = 21$.

Vastaus: 10km lenkki täyttyy 21. viikolla

b) lasketaan lenkit yhteen eli lasketaan aritmeettinen summa

$$s = n \cdot \frac{a_1 + a_n}{2}$$

$$n = 21$$

$$a_1 = 2$$

$$a_n = 10$$

$$21 \cdot \frac{2+10}{2} = 126$$

Vastaus: Lenkkien yhteispituus on 126 km