

7. Kaasun tilanmuutos vakiopaineessa

Harjoittele

Tehtävä 7.1.

- a) B
- b) D
- c) C
- d) A
- e) C

Tehtävä 7.2.

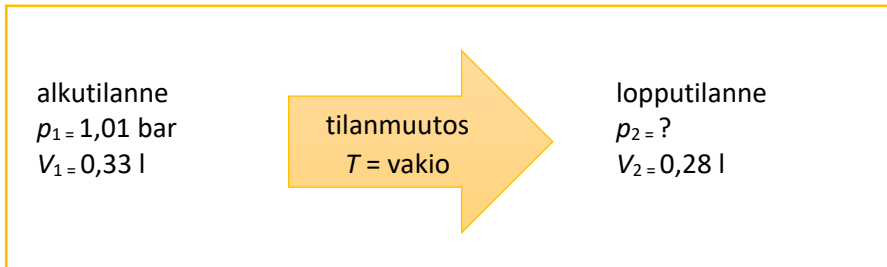
- a) Kaasua kuvaavia tilanmuuttujia ovat paine, tilavuus, lämpötila ja ainemäärä.
- b) Kun kaasun määrä ei muutu isotermisessä prosessissa, tilanmuuttujista muuttuvat paine ja tilavuus.

Tehtävä 7.3.

Kaasun tilavuus alussa $V_1 = 0,33 \text{ l}$

Kaasun paine alussa $p_1 = 1,01 \text{ bar}$

Kaasun tilavuus lopussa $V_2 = 0,28 \text{ l}$



Kaasun lämpötila ei muutu, joten kyseessä on isoterminen prosessi. Määritetään kaasun paine uudessa tilavuudessa kaasulain avulla

$$p_1 V_1 = p_2 V_2$$

Kaasun paine puristetussa pullossa on

$$p_2 = \frac{p_1 V_1}{V_2} = \frac{1,01 \text{ bar} \cdot 0,33 \text{ l}}{0,28 \text{ l}} = 1,190 \text{ bar} = 1,2 \text{ bar}.$$

Tehtävä 7.4.

Tilanmuutokselle vakiolämpötilassa pätee $pV = \text{vakio}$.
Paine ja tilavuus ovat kääntäen verrannollisia, joten
paineen kaksinkertaistuesssa tilavuus puolittuu.

Kaasun tiheys saadaan massan ja tilavuuden suhteesta

$$\rho = \frac{m}{V}.$$

Tutkitaan kaasun tiheyden muutosta, kun tilavuus
puolittuu.

Kaasun tilavuus aluksi V

Kaasun tilavuus lopuksi $\frac{1}{2}V$

Kaasun massa aluksi ja lopuksi on m

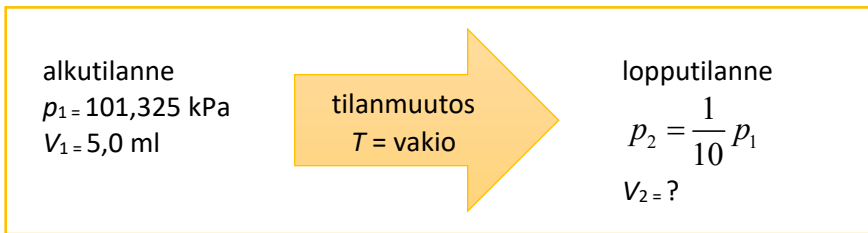
Kaasun tiheys aluksi on $\rho_{\text{alku}} = \frac{m}{V}$.

Kaasun tiheys lopuksi on $\rho_{\text{loppu}} = \frac{m}{\frac{1}{2}V} = 2\frac{m}{V} = 2\rho_{\text{alku}}$.

Eli kaasun paineen kaksinkertaistuessa se on puristettu tilavuuteen, joka on puolet alkuperäisestä. Silloin kaasun tiheys kaksinkertaistuu.

Tehtävä 7.5.

Kyseessä on isoterminen prosessi. Tilanyhtälöstä $pV = \text{vakio}$ voidaan päätellä, että kaasun tilavuuden kasvattaminen pienentää lääkeruiskun sisällä olevaa painetta.



Ratkaistaan tilanyhtälöstä $p_1 V_1 = p_2 V_2$ tilavuus muutoksen jälkeen eli V_2 .

$$V_2 = \frac{p_1 V_1}{p_2} = \frac{\cancel{p_1} V_1}{\frac{1}{10} \cancel{p_1}} = 10 \cdot V_1 = 10 \cdot 5,0 \text{ ml} = 50 \text{ ml}$$

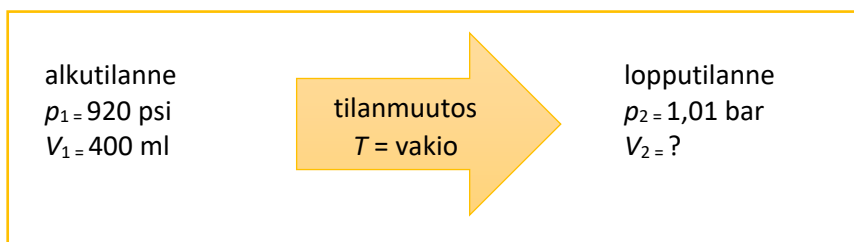
Tilavuus pitää kymmenkertaistaa 50 ml:aan.

Tehtävä 7.6.

Kaasun tilavuus alussa $V_1 = 400 \text{ ml}$

Kaasun paine alussa $p_1 = 920 \text{ psi}$

Kaasun paine lopussa $p_2 = 1,01 \text{ bar}$



Muutetaan kaasun paine alussa samaan yksikköön kuin se on lopussa.

$$p_1 = 920 \cdot 6,894757 \cdot 10^3 \text{ Pa} = 6343176,44 \text{ Pa} = 63,4317644 \text{ bar}$$

Isotermisessä prosessissa pätee kaasulaki

$$p_1 V_1 = p_2 V_2$$

Kun kaasun paine on 1,01 bar, sen tilavuus on

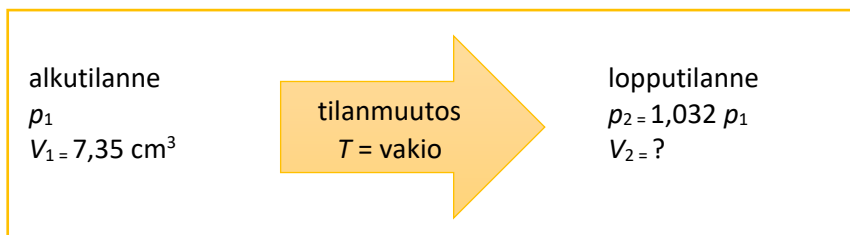
$$V_2 = \frac{p_1 V_1}{p_2} = \frac{63,4317644 \text{ bar} \cdot 400 \text{ ml}}{1,01 \text{ bar}} = 25\,121,49 \text{ ml} \approx 25 \text{ l.}$$

Tehtävä 7.7.

Uimarakon koko alussa $V_1 = 7,35 \text{ ml} = 7,35 \text{ cm}^3$

Uimarakon paine alussa on p_1 .

Uimarakon paine kasvaa 3,2 %, joten uimarakon paine lopussa on $p_2 = 1,032 p_1$.



Uimarakon kaasun lämpötila ei muutu, joten kyseessä on isoterminen prosessi. Kaasulain mukaan

$$p_1 V_1 = p_2 V_2$$

Uimarakon tilavuus saadaan kaasun tilan muutoksella

$$V_2 = \frac{p_1 V_1}{p_2} = \frac{p_1 \cdot 7,35 \text{ cm}^3}{1,032 p_1} = \frac{7,35 \text{ cm}^3}{1,032} = 7,122 \text{ cm}^3 \approx 7,12 \text{ cm}^3.$$

Sovella

Tehtävä 7.8.

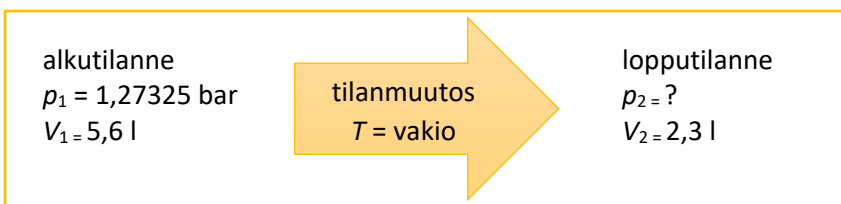
Kaasun tilavuus alussa $V_1 = 5,6 \text{ l}$

Normaali ilmanpaine $p_0 = 1,01325 \text{ bar}$

Kaasun tilavuus lopussa $V_2 = 2,3 \text{ l}$

Koska painemittari näyttää ylipainetta, on kaasun paine alussa

$$p_1 = 0,26 \text{ bar} + 1,01325 \text{ bar} = 1,27325 \text{ bar.}$$



Kaasun tilavuuden muutos on isoterminen, jolloin kaasun paine saadaan kaasulain mukaan

$$p_1 V_1 = p_2 V_2$$

$$p_2 = \frac{p_1 V_1}{V_2} = \frac{1,27325 \text{ bar} \cdot 5,6 \text{ l}}{2,3 \text{ l}} = 3,10009 \text{ bar.}$$

Painemittarin lukema puristamisen jälkeen

$$p = p_2 - p_0 = 3,10009 \text{ bar} - 1,01325 \text{ bar} = 2,08684 \text{ bar} \approx 2,1 \text{ bar.}$$

Tehtävä 7.9.

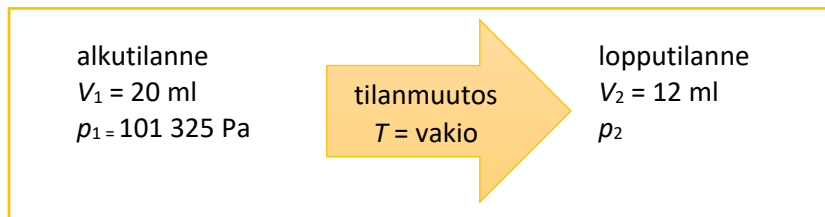
- a) Sukelluskello on sukeltamiseen tehty laite, jonka toiminta perustuu veteen lasketun kuvun alle muodostuvaan ilmataskuun. Ilma on vettä kevyempää eikä tämän vuoksi poistu kuvusta, kun kupu upotetaan alassuun veteen.
- b) Sukelluskellon sisällä olevalla ilmalla on yhtä suuri paine kuin ympäröivä hydrostaattinen paine on. Kun sukelluskello laskeutuu syvemmälle vedessä, ympäröivän veden hydrostaattinen paine kasvaa. Koska $pV = \text{vakio}$, voidaan päätellä, että kaasun paineen kasvaessa sen tilavuus pienenee. Kun ilman tilavuus sukelluskellossa pienenee, niin vedenpinta sukelluskellon sisällä nousee. Sukellussyvyyden voi siis päätellä sukelluskellon sisällä olevan vedenpinnan korkeudesta.

Tehtävä 7.10.

Männän poikkileikkaus on ympyrä, jonka pinta-ala on $A = \pi r^2$.

Männän halkaisija $d = 8,6$ mm eli säde $r = 4,3$ mm = $4,3 \cdot 10^{-3}$ m.

Kyseessä on kaasun tilanmuutos vakio­lämpötilassa.



Tilanmuutokselle vakio­lämpötilassa pätee $p_1 V_1 = p_2 V_2$,

$$\text{josta } p_2 = \frac{p_1 V_1}{V_2}.$$

Mäntää on työnnettävä yhtä suurella, mutta vastakkaisuuntaisella voimalla kuin millä ruiskussa oleva ilma työntää mäntää. Voima saadaan paineen ja ruiskun

pinta-alan avulla $p_2 = \frac{F}{A}$, josta

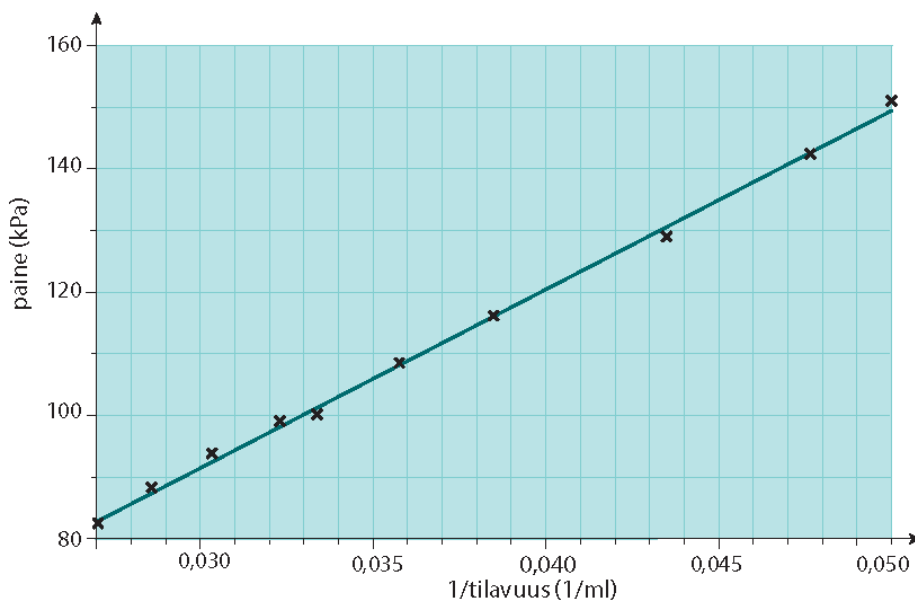
$$\begin{aligned} F &= p_2 A = p_2 \pi r^2 \\ &= \frac{p_1 V_1}{V_2} \pi r^2 \\ &= \frac{101325 \text{ Pa} \cdot 20 \text{ ml}}{12 \text{ ml}} \cdot \pi \cdot (4,3 \cdot 10^{-3} \text{ m})^2 \\ &= 9,8096 \text{ N} \approx 9,8 \text{ N}. \end{aligned}$$

Tehtävä 7.11.

a)

Tilavuus (ml)	Paine (kPa)	1/Tilavuus (1/ml)
30	99,9	0,033333333
28	108,3	0,035714286
26	116	0,038461538
23	128,8	0,043478261
21	142,2	0,047619048
20	150,9	0,05
31	98,9	0,032258065
33	93,6	0,03030303
35	88	0,028571429
37	82,3	0,027027027

Tehdään mittausaineistosta $\left(\frac{1}{V}, p\right)$ -koordinaatiston kuvaaja.



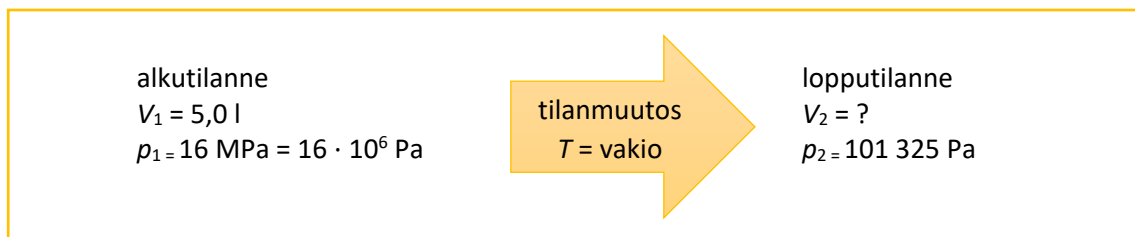
b) Koska $\left(\frac{1}{V}, p\right)$ -koordinaatiston kuvaajana on suora, voidaan päätellä, että paine ja tilavuus ovat kääntäen verrannollisia.

c) Isotermisessä prosessissa $pV = \text{vakio}$, joten $p = \text{vakio} \cdot \frac{1}{V}$.

Mittauspisteet asettuvat $\left(\frac{1}{V}, p\right)$ -koordinaatistoon sovitetulle suoralle, joten kyseessä on isoterminen prosessi.

Tehtävä 7.12.

Selvitetään kuinka suuren tilavuuden pullossa oleva kaasu vie normaalissa ilmanpaineessa. Lämpötila pysyy koko ajan samana. Ajatellaan alkutilanteeksi kaasu pullossa, ennen kuin sitä on käytetty. Lopputilanteessa kaikki pullossa ollut kaasu on päästetty normaaliin ilmanpaineeseen.



Tilanmuutokselle vakiolämpötilassa pätee $p_1 V_1 = p_2 V_2$, josta

$$V_2 = \frac{p_1 V_1}{p_2} = \frac{16 \cdot 10^6 \text{ Pa} \cdot 5,0 \text{ l}}{101325 \text{ Pa}} = 789,539 \text{ l}$$

Eli kaasupullostasta otettu helium vie normaalipaineisena tilavuuden 789,5 litraa eli $789,5 \text{ dm}^3$. Verrataan tätä yhden ilmapallon tilavuuteen $V_0 = 14 \text{ dm}^3$.

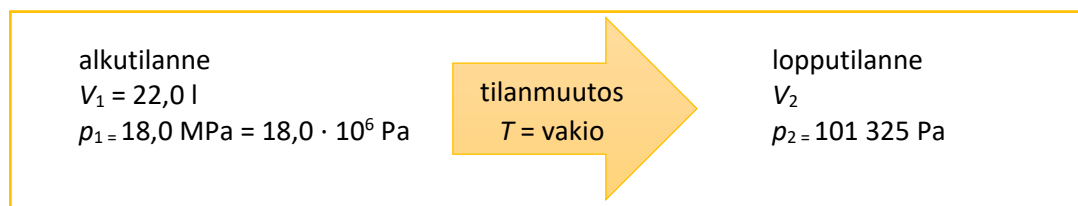
$$\frac{V_2}{V_0} = \frac{789,539 \text{ dm}^3}{14 \text{ dm}^3} = 56,396 \approx 56$$

Kaasupullon avulla voidaan täyttää 56 heliumpalloa.

Todellisuudessa kaasupullo ei tyhjene kokonaan, mutta tämä ei vaikuta merkittävästi täytettyjen ilmapallojen määrään.

Tehtävä 7.13.

Selvitetään kuinka suuren tilavuuden pullossa oleva kaasu ottaisi normaali-ilmanpaineisena. Lämpötila pysyy koko ajan samana. Ajatellaan alkutilanteeksi kaasu pullossa, ennen kuin sitä on käytetty. Lopputilanteessa kaikki pullossa ollut kaasu on päästetty normaaliin ilmanpaineeseen.



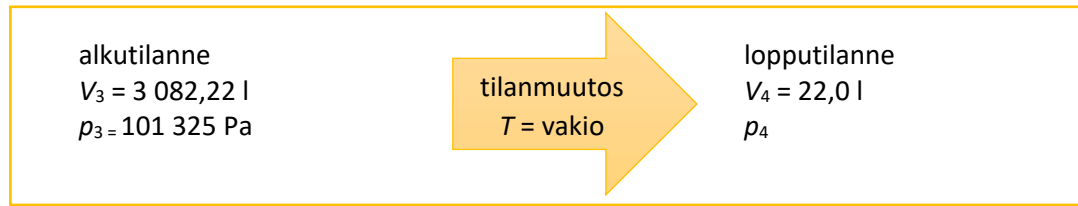
Tilanmuutokselle vakiolämpötilassa pätee $p_1V_1 = p_2V_2$, josta

$$V_2 = \frac{p_1V_1}{p_2} = \frac{18,0 \cdot 10^6 \text{ Pa} \cdot 22,0 \text{ l}}{101325 \text{ Pa}} = 3908,2161 \text{ l} \approx 3908,22 \text{ l}$$

Eli kaasupullostasta otettu kaasu vie normaalipaineisena tilavuuden 3 908 litraa. Jos kaasua käytetään 826 litraa, jää normaalipaineista kaasua jäljelle

$$V_3 = 3\,908,22 \text{ l} - 826 \text{ l} = 3\,082,22 \text{ l}.$$

Lasketaan tämän kaasun paine kaasupullon tilavuudessa.



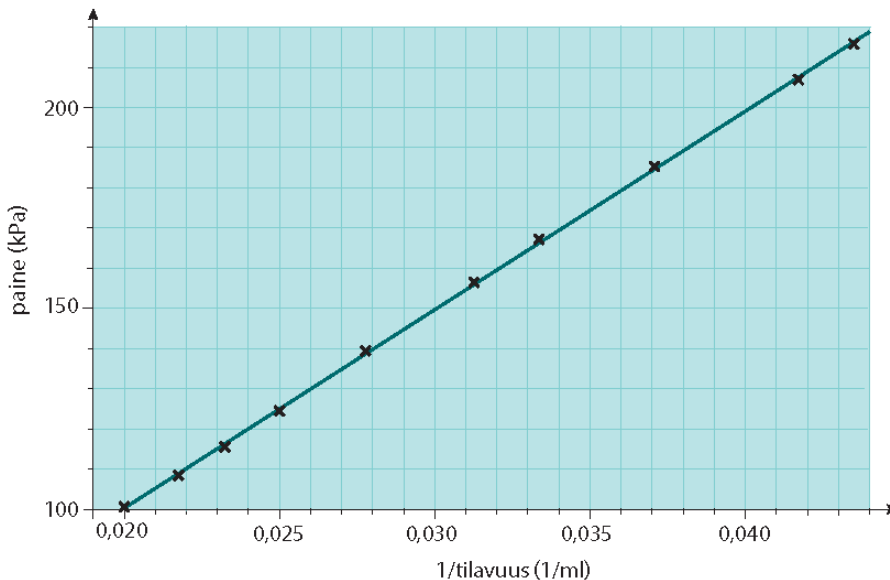
Tilanmuutokselle vakiolämpötilassa pätee $p_3V_3 = p_4V_4$, josta

$$p_4 = \frac{p_3V_3}{V_4} = \frac{101325\text{ Pa} \cdot 3082,22\text{ l}}{22,0\text{ l}} = 14195724,6\text{ Pa} \approx 14,2\text{ MPa}.$$

Jos pullosta on käytetty normaalipaineista kaasua 826 litraa, on paine pullossa 14,2 MPa.

Tehtävä 7.14.

- a) Lasketaan uusi sarake $\frac{1}{V}$ ja tehdään $(\frac{1}{V}, p)$ -koordinaatiston kuvaaja.



- b) Koska $(\frac{1}{V}, p)$ -koordinaatiston kuvaajana on suora, on suureet kääntäen verrannolliset.
- c) Kaasun paine $p = 1,75 \text{ bar} = 175 \text{ kPa}$. Interpoloidaan kuvaajasta tilavuuden käänteisluku paineella 175 kPa

$$\frac{1}{V} = 0,0351 \frac{1}{\text{ml}}.$$

Kaasun tilavuus on $V = 28,4900 \text{ ml} \approx 28,5 \text{ ml}$.

Tehtävä 7.15.

- a) Hengitysilman typpimolekyylit (N_2) aiheuttavat sukeltajantaudin, ja sukeltaja saa niitä hengityslaitteesta sukelluksen aikana.
- b) Elimistön typen osapaine kasvaa, koska sukeltajaa ympäröivä paine suurenee syvemmälle sukeltaessa. Tällöin elimistöön liukenee typpeä enemmän kuin ilmanpaineessa.
- c) Kaasulain perusteella kaasun paineen ja tilavuuden tulo pysyy vakiona, kun kaasun lämpötila ei muutu. Kun sukeltaja nousee pintaan, typen paine elimistössä pienenee myös. Jotta paineen ja tilavuuden tulo pysyisi samana sukeltajan noustessa pintaan, pitää typen tilavuuden kasvaa.
- d) Sukeltajantaudin hoito voidaan aloittaa paineistetussa kammiossa, jolloin elimistön typpikaasun painetta pystytään nostamaan uudelleen. Tällöin typpikaasun viemä tilavuus pienenee kaasulain perusteella, ja verenkierron kuplat pienentyvät.

Tehtävä 7.16.

Pumpun tilavuus $V_0 = 294 \text{ cm}^3$

Normaali ilmanpaine $p_0 = 1,01325 \text{ bar}$

a) Pumpun tilavuus puristuksen jälkeen $V_1 = 46 \text{ cm}^3$

Pumpussa olevaa ilmaa puristetaan hitaasti kokoon, jolloin kaasun lämpötila pysyy vakiona ja voidaan tutkia isotermistä prosessia. Isotermisessä prosessissa

$$p_0 V_0 = p_1 V_1 \quad (1 \text{ p})$$

Pumpun sisällä olevan kaasun paineeksi saadaan

$$p_1 = \frac{p_0 V_0}{V_1} = \frac{1,01325 \text{ bar} \cdot 294 \text{ cm}^3}{46 \text{ cm}^3} = 6,476 \text{ bar} \approx 6,5 \text{ bar}.$$

(2 p)

b) Painemittari on ylipainemittari, jolloin renkaassa oleva paine

$$p_r = p_m + p_0 = 1,5 \text{ bar} + 1,01325 \text{ bar} = 2,51325 \text{ bar} \approx 2,5 \text{ bar}.$$

(2 p)

c) Kaksi seuraavista (1 p/kohta):

- Renkaassa oleva kaasu on ilmaa. Ilmassa on sähköisiä vuorovaikutuksia sekä molekyylien että molekyylien ja pumpun materiaalin välillä. Ideaalikaasulla ei ole sähköisiä vuorovaikutuksia molekyylien välillä.
- Renkaassa olevilla kaasumolekyyleillä on myös tilavuus, jota ideaalikaasulla ei ole.
- Renkaassa olevien kaasumolekyylien liike ei ole suoraviivaista, sillä toisten molekyylien ja pumpun materiaalin aiheuttama sähköinen vuorovaikutus muuttaa molekyylien rataa. Ideaalikaasun rakenneosasten liike on suoraviivaista.
- Kun kaasua puristetaan kokoon, kaasun paine kasvaa. Todellisuudessa kun kaasua puristetaan pumpulla renkaaseen, renkaassa oleva kaasu myös lämpenee. Siksi kaasumolekyylien törmäykset eivät ole täysin kimmoisia, kuten ideaalikaasulla, vaan osa energiasta muuntuu kaasun sisäenergiaksi.

d) Renkaan paine alussa

$$p_1 = 1,5 \text{ bar} + 1,01325 \text{ bar} = 2,51325 \text{ bar}$$

Renkaan tilavuus alussa $V_1 = 3,82 \text{ l}$

Renkaan paine lopussa

$$p_2 = 2,1 \text{ bar} + 1,01325 \text{ bar} = 3,11325 \text{ bar}$$

Renkaan tilavuus lopussa $V_2 = 3,98 \text{ l}$

(renkaassa olevien paineiden laskut 1 p.)

Lasketaan, kuinka suuri tilavuus renkaassa olevalla kaasulla olisi normaalissa ilmanpaineessa, kun lämpötila pysyy vakiona

$$\text{Alussa: } p_1 V_1 = p_0 V_{01}$$

Kaasun tilavuus normaalissa ilmanpaineessa

$$V_{01} = \frac{p_1 V_1}{p_0} = \frac{2,51325 \text{ bar} \cdot 3,82 \text{ l}}{1,01325 \text{ bar}} = 9,47507 \text{ l. (2 p)}$$

$$\text{Lopussa: } p_2 V_2 = p_0 V_{02}$$

Kaasun tilavuus normaalissa ilmanpaineessa

$$V_{02} = \frac{p_2 V_2}{p_0} = \frac{3,11325 \text{ bar} \cdot 3,98 \text{ l}}{1,01325 \text{ bar}} = 12,2287 \text{ l. (2 p)}$$

Kaasua tarvitaan

$$\Delta V = V_{02} - V_{01} = 12,2287 \text{ l} - 9,47507 \text{ l} = 2,75363 \text{ l} \quad (1 \text{ p.})$$

Pyöränpumpulla täytyy pumpata

$$N = \frac{\Delta V}{V_0} = \frac{2,75693 \text{ l}}{0,294 \text{ l}} = 9,3661 \approx 9,4 \text{ pumpullista.} \quad (2 \text{ p.})$$

HUOM! Jos laskettu 1,5 bar ja 2,1 bar paineilla, saa d)-kohdasta enintään 6 pistettä.

