

5. Työ ja energia

Harjoittele

Tehtävä 5.1.

a) B

b) C

c) A

d) D

e) B

f) D

Tehtävä 5.2.

a) Voima $F = 95 \text{ N}$

Siirtymä $s = 1,5 \text{ m}$

Tehty työ $W = Fs = 95 \text{ N} \cdot 1,5 \text{ m} = 142,5 \text{ J} \approx 140 \text{ J}$

b) Voima $F = 95 \text{ N}$

Siirtymä $s = 0 \text{ m}$

Jos laatikko ei siirry, työtä ei tehdä, koska työ

$W = Fs = 95 \text{ N} \cdot 0 \text{ m} = 0 \text{ J}.$

Tehtävä 5.3.

a) Nostotyön tekee nostava voima.

b) Kuulan massa $m = 7,26$ kg

Korkeuden muutos $\Delta h = 1,6$ m

Nostotyön suuruus on

$$W = Fs$$

$$= G\Delta h$$

$$= mg\Delta h$$

$$= 7,26 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1,6 \text{ m}$$

$$= 113,95296 \text{ J} \approx 110 \text{ J.}$$

c) Kuulan potentiaalienergia muuttuu nostotyön verran eli 110 J.

Tehtävä 5.4.

Kilpailijan massa $m = 63 \text{ kg}$

Nousukorkeus $h = 370 \text{ m}$

Nostotyön suuruus on $W = Fs = Gh = mgh$.

$$W = Fs = Gh = mgh$$

$$= 63 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 370 \text{ m} = 228671,1 \text{ J} \approx 230 \text{ kJ.}$$

Nousemisessa tehty työ on 230 kJ.

Tehtävä 5.5.

Auton liike-energia $E = 502\,000\text{ J}$

keskimääräinen kitkavoima jarrutuksessa $F_\mu = 5\,400\text{ N}$

Jarrutuksessa kitkan tekemä työ muuntaa auton liike-energiaa renkaan ja tienpinnan sisäenergiaksi, jolloin liike-energia pienenee.

Merkitään kitkan tekemä työ yhtä suureksi liike-energian kanssa.

$$W = E$$

$$F_\mu s = E$$

Ratkaistaan yhtälöstä jarrutusmatka.

$$s = \frac{E}{F_\mu} = \frac{502\,000\text{ J}}{5\,400\text{ N}} = 92,963\text{ m} \approx 93\text{ m.}$$

Jarrutusmatka on 93 m.

Tehtävä 5.6.

- a) Jääkiekkoon vaikuttavia voimia ovat sen paino, jään tukivoima, kitka ja ilmanvastus.

Kun jääkiekko liukuu jäällä, työtä tekevät kitka ja ilmanvastus. Kitkavoima ja ilmanvastus ovat molemmat vastakkaissuuntaisia jääkiekon siirtymään nähden, joten näiden voimien tekemät työt ovat negatiivisia.

Jääkiekon liike-energia pienenee kitkan ja ilmanvastuksen tekemien töiden vuoksi.

Koska kiekon paino ja tukivoima ovat kohtisuorassa kiekon siirtymään nähden, nämä voimat eivät tee työtä.

- b) Meteoriittiin vaikuttavia voimia ovat sen paino ja ilmanvastus.

Kun meteoriitti osuu Maan ilmakehään, työtä tekevät nämä molemmat voimat.

Ilmanvastus on vastakkaissuuntainen meteoriitin liikkeeseen nähden, joten sen tekemä työ on negatiivinen. Koska meteoriitti liikkuu ainakin osittain alaspäin ilmakehässä, tekee painovoima työtä.

Painovoiman tekemä työ on tilanteessa positiivinen.

Tehtävä 5.7.

a) Työntävä voima ja kitka tekevät tilanteessa työtä.

Työntävä voima on samaan suuntaan laatikon siirtymän kanssa, joten sen tekemä työ on positiivinen. Kitka on vastakkaissuuntainen siirtymään nähden, joten kitkan tekemä työ on negatiivinen.

Koska laatikon paino ja tukivoima ovat kohtisuorassa laatikon siirtymään nähden, nämä voimat eivät tee työtä.

b) Molemmat voimat, paino ja ilmanvastus, tekevät tilanteessa työtä.

Paino on paperiarkin putoamisliikkeen suuntainen, joten sen tekemä työ on positiivinen. Ilmanvastus on liikkeelle vastakkaissuuntainen, joten ilmanvastuksen tekemä työ on negatiivinen.

c) Pallo on paikoillaan, joten kumpikaan voimista ei tee työtä.

Tehtävä 5.8.

Kun hiomapaperia työnnetään puun pintaa pitkin, käden työntävä voima tekee työtä. Hiomapaperin ja puun välinen kitka tekee työtä, joka muuntaa osan käden ja hiomapaperin liike-energiasta puun ja hiekkapaperin sisäenergiaksi. Tällöin hiomapaperi ja puun pinta lämpenevät. Osa liike-energiasta irrottaa sahanpurua puun pinnasta ja siirtyy sahanpurun liike-energiaksi.

Tehtävä 5.9.

Fysiikassa työhön liittyy aina voima ja siirtymä. Tällaisia tilanteita ovat esimerkiksi

- portaiden kiipeäminen
- tuolilta nouseminen
- tiskikoneen tyhjentäminen yläpuolella olevaan astiakaappiin

Fysiikan kannalta työtä ei ole esimerkiksi raskaan tarjottimen kannattelemisen, sillä siihen ei liity siirtymää.

Sovella

Tehtävä 5.10.

- a) Pyöräilijällä on liikkueessaan liike-energiaa. Jarrutuksessa kitka tekee työtä ja pienentää pyöräilijän liike-energiaa. Kitkan tekemä työ siirtyy polkupyörän renkaan ja tien sisäenergiaksi.
- b) Pyöräilijän liike-energia $E = 940 \text{ J}$

Pyöräilijän jarrutuksessa kulkema matka $s = 1,6 \text{ m}$

Pyöräilijän liike-energia on jarrutuksen jälkeen nolla, koska pyöräilijä pysähtyy. Jarrutuksen aikana kitkan tekemä työ muuntaa pyöräilijän liike-energian mm. sisäenergioiksi, joten

$$W = E$$

$$F_{\mu}s = E$$

Kitka jarrutuksen aikana

$$F_{\mu} = \frac{E}{s} = \frac{940 \text{ J}}{1,6 \text{ m}} = 587,5 \text{ N} \approx 590 \text{ N}.$$

Kitka on keskimäärin 590 N.

Tehtävä 5.11.

a) Kattilaa nostetaan matka $\Delta h_1 = 0,67 \text{ m}$

Kattilan massa $m = 750 \text{ g} = 0,75 \text{ kg}$

Kun kattilaa nostetaan tiskipöydälle, on kattilaa kannatteleva voima F yhtä suuri kuin kattilan paino $G = mg$. Siirtymä s on yhä suuri kuin Δh_1 . Voima on liikkeen suuntainen, joten nostavan voiman tekemän työn merkki on positiivinen ja voiman tekemä työ on

$$W = Fs = mg\Delta h_1 = 0,75 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,67 \text{ m} = 4,9295 \text{ J} \approx 4,9 \text{ J}.$$

b) Kun kattilaa siirretään vaakasuunnassa, kannatteleva voima on kohtisuorassa siirtosuuntaa vastaan. Tällöin kannatteleva voima ei tee työtä. Kannattelevan voiman tekemä työ on 0 J.

c) Kun kattilaa lasketaan, voidaan siirtymä merkitä negatiivisella etumerkillä $\Delta h_2 = -0,41 \text{ m}$.

Kattilan massa $m = 750 \text{ g} = 0,75 \text{ kg}$

Kun kattilaa laitetaan alempana olevaan kaappiin, kannatteleva voima on liikesuuntaa vastaan, joten työ on negatiivinen. Laskettaessa kattilaa alaspäin kannatteleva voima F on yhtä suuri, mutta vastakkaisuuntainen kuin kattilan paino G . Kannattelevan voiman tekemä työ on

$$W = Fs = mg\Delta h_2 = 0,75 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (-0,41 \text{ m}) = -3,0166 \text{ J} \approx -3,0 \text{ J}.$$

Tehtävä 5.12.

Koska molemmat reitit päätyvät tunturin laelle, täytyy molempia reittejä pitkin noustessa tehdä sama nostotyö W . Työ on voiman ja matkan tulo, $W = Fs$, joten jos jyrkemmässä vaihtoehdossa matka on kolmasosa loivemmasta vaihtoehdosta, täytyy keskimääräisen voiman olla kolminkertainen.

Tehtävä 5.13.

Keilapallon massa $m = 5,5 \text{ kg}$

Keilapallon nousukorkeus $h = 0,5 \text{ m}$

Nostotyö on $W = Gh = mgh$.

Toisaalta ramppia pitkin voiman F pitää tehdä sama työ matkan $s = 1,0 \text{ m}$ aikana.

Merkitään nostotyö yhtä suureksi voiman F tekemän työn kanssa ja ratkaistaan voima.

$$Fs = mgh$$

$$F = \frac{mgh}{s} = \frac{5,5 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,5 \text{ m}}{1,0 \text{ m}} = 26,9775 \text{ N} \approx 27 \text{ N}$$

Tarvittava voima on 27 N.

Tehtävä 5.14.

- a) Tilanteessa 1 voima on vakiovoima. Voiman suuruus on koko ajan 12 N. Tilanteessa 2 voima kasvaa tasaisesti paikan funktiona. Alussa voima on 0 N, mutta lopussa jo 20 N.
- b) Voiman tekemä työ saadaan graafisella integroinnilla eli voiman kuvaajan ja aika-akselin väliin jäävästä pinta-alasta.

Tilanteessa 1 fysikaalinen pinta-ala saadaan suorakulmion pinta-alasta.

Työ on $W_1 = 5,0 \text{ m} \cdot 12 \text{ N} = 60 \text{ J}$.

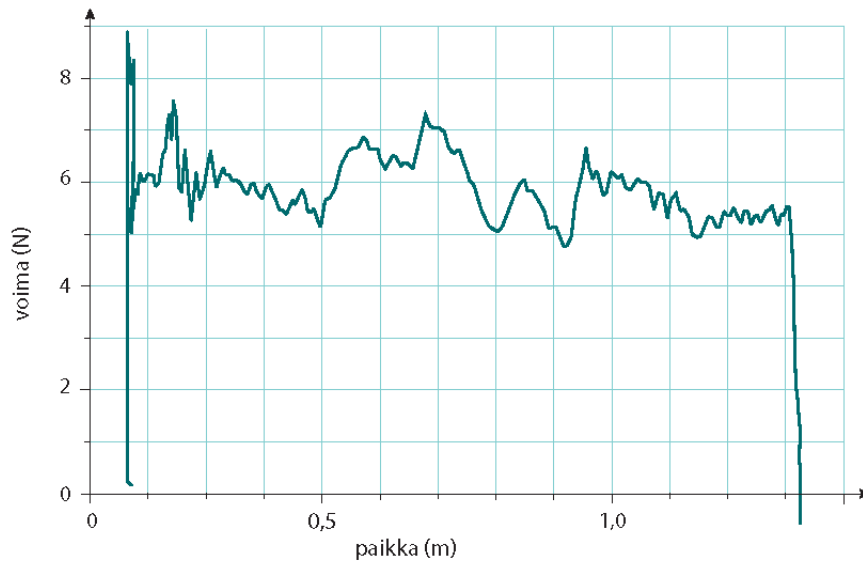
Tilanteessa 2 fysikaalinen pinta-ala saadaan kolmion pinta-alasta.

Työ on $W_2 = \frac{5,0 \text{ m} \cdot 20 \text{ N}}{2} = 50 \text{ J}$.

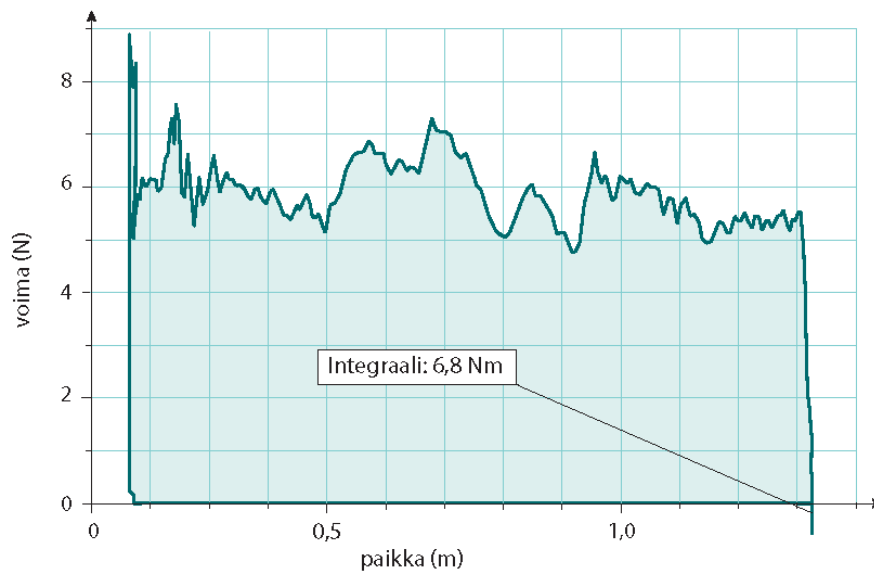
$W_1 > W_2$ eli Tilanteessa 1 voiman tekemä työ on suurempi kuin tilanteessa 2.

Tehtävä 5.15.

a)



b) Pulkan vetämiseen tehty työ saadaan (paikka, voima)-koordinaatiston fysikaalisesta pinta-alasta.



Vetämisessä tehty työ on $W \approx 6,8 \text{ J}$.

c) Pulkkaa vetävä voima tekee työtä ja muuttaa alussa pulkan liike-energiaa. Pulkan ja lattian välinen kitka vastustaa pulkan liikettä ja tekee työtä pulkan vetämistä vastaan. Jos pulkka liikkuu vakionopeudella, kitkan tekemä työ on yhtä suuri kuin vetävän voiman tekemä työ, eikä liike-energia muutu. Kitkavoiman tekemä työ siirtyy pulkan ja lattian sisäenergiaksi. Osa energiasta siirtyy äänenä ilman sisäenergiaksi, mutta sen osuus on merkityksetön.

Tehtävä 5.16.

- a) Lämpökamerakuvasta nähdään, että pöydän pinnan lämpötila nousee, kun pyyhekumilla hangataan pöydän pintaa. Tästä voidaan päätellä, että pöydän pinnan sisäenergia kasvaa.
- b) Kun pyyhekumi liikkuu pöydän pintaa pitkin, kumin ja pöydän pinnan välinen kitka tekee työtä. Kitkan tekemä työ siirtyy kumin ja pöydän pinnan sisäenergioiksi.
- c) Sisäenergian muutos on sitä suurempi, mitä suuremman työn kitka tilanteessa tekee. Mitä pidempään kumilla hangataan pöydän pintaa, sitä pidempi on kumin liikkuma matka. Toisaalta mitä voimakkaammin kumia painetaan pöytää vasten, sitä suurempi on kumin ja pinnan välinen kitka. Kitkan tekemä työ, ja samalla sisäenergian muutos, on siis sitä suurempi, mitä pidempään hangataan, tai mitä suuremmalla voimalla kumia painetaan pöytää vasten.

Syvennä

Tehtävä 5.17.

- a) Lämmön ja työn ekvivalenssi tarkoittaa, että työllä voidaan tuottaa yhtä paljon lämpöä kuin lämmöllä työtä.
- b) Punnuksen potentiaalienergia muuntui punnuksen liike-energiaksi. Punnuksen liike-energia muuntui siipirattaan liike-energiaksi. Osa punnuksen liike-energiasta muuntui väkipyörissä ja narussa kitkan tekemäksi työksi. Siipirattaan liike-energia muuntui lopulta veden sisäenergiaksi sekä vesiastian ja ympäristön sisäenergiaksi.

c) Käytetyt yksiköt ovat: jalka $1 \text{ ft} = 0,3048 \text{ m}$ ja pauna
 $1 \text{ lb} = 0,4536 \text{ kg}$.

Punnuksen massa $m = 1 \text{ lb} = 0,4536 \text{ kg}$

Punnuksen putoamismatka

$$s = 772 \text{ ft} = 772 \cdot 0,3048 \text{ m} = 235,3056 \text{ m}$$

Jotta veden lämpötila muuttuu yhden fahrenheitasteen, pitää veteen tuoda energia, joka on yhtä suuri kuin painovoiman tekemä työ punnuksen pudotessa 772 jalan matkan.

Lasketaan, kuinka suuren työn painovoima tekee tällä matkalla.

$$W = Fs = Gs = mgs$$

$$= 0,4536 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 772 \cdot 0,3048 \text{ m} = 1047,0666 \text{ J} \approx 1050 \text{ J}$$

Veden sisäenergia kasvaa tuolloin 1 050 J:lla.

Tehtävä 5.18.

a) Fysiikassa *voima* tekee aina työn. Oikein: Nostava voima tekee työn.

(Ymmärretty, että voima tekee työn eikä laite, 3 p)

b) Nostamiseen tarvittava voima $F = 3,5 \text{ kN} = 3\,500 \text{ N}$

Moottorin nostokorkeus $\Delta h = 77 \text{ cm} = 0,77 \text{ m}$

Moottorin nostamisessa tehty työ on

$$W = Fs = F\Delta h = 3\,500 \text{ N} \cdot 0,77 \text{ m} = 2\,695 \text{ J} \approx 2\,700 \text{ J}.$$

Nostotyö on 2 700 J.

(kaava 2 p, sijoitus 1 p, vastaus 1 p, oikea tarkkuus 1 p)

c) Nostoteho on $P = 550 \text{ W}$

Moottorin nostamisessa tehty työ laskettiin edellisessä kohdassa, $W = Fs = F\Delta h$, jossa $F = 3\,500 \text{ N}$ ja $\Delta h = 0,77 \text{ m}$.

Toisaalta työ saadaan tehon ja ajan avulla, $W = Pt$.

Yhdistetään edelliset yhtälöt ja ratkaistaan tehon avulla tarvittava aika.

$$F\Delta h = Pt$$

$$t = \frac{F\Delta h}{P} = \frac{3500 \text{ N} \cdot 0,77 \text{ m}}{550 \text{ W}} = 4,9 \text{ s}$$

Nostaminen kestää 4,9 sekuntia.

(työn ja tehon välinen yhtälö 2 p, ajan ratkaiseminen yhtälöstä 1 p, sijoitus 1 p, vastaus 1 p)

