

# Laskutaito X



Raija Lindroos-Heinänen  
Kirsi Talvitie  
Outi Vähä-Vahe

## Opettajan opas

# Laskutaito X

## Opettajan opas

Raija Lindroos-Heinänen

Kirsi Talvitie

Outi Vähä-Vahe

---

## **YHTEYSTIEDOT**

### **Tilaukset**

WSOY Kirjakeskus  
Porvoon asiakaspalvelu  
puh. (09) 6168 3820  
faksi (019) 580 236  
sähköposti: [wsoy-tilaukset@wsoy.fi](mailto:wsoy-tilaukset@wsoy.fi)

### **Tiedustelut**

WSOYpro Oy, Helsinki  
puh. 0203 91000  
faksi (09) 6168 3622  
sähköposti: [palvelulinja@wsoy.fi](mailto:palvelulinja@wsoy.fi)

[www.wsoypro.fi](http://www.wsoypro.fi)

Kustantaja: WSOYpro Oy  
1.–2. painos, 2010

ISBN 978-951-0-29982-1

Toimitus: Kaisa-Liisa Lavonen  
Ulkoasu: Tuula Backström  
Taitto: Eija Högman  
Kuvitus: Jussi Anttonen

© Raija Lindroos-Heinänen, Kirsi Talvitie, Outi Vähä-Vahe  
ja WSOYpro Oy 2009

### **Kopiointiehdot**

Tämä teos on opettajan materiaali. Teos on suojattu tekijänoikeuslailla (404/61).  
Tekstisivujen valokopioiminen on kielletty, ellei valokopiointiin ole hankittu lupaa.  
Tarkista, onko oppilaitoksellanne voimassa oleva valokopiointilupa. Lisätietoja antaa  
Kopiosto ry [www.kopiosto.fi](http://www.kopiosto.fi).

Teoksen tai sen osan digitaalinen kopioiminen tai muuntelu on ehdottomasti kielletty.

Teoksen kaikkien kalvopohjien ja kokeiden valokopiointi opetuskäyttöön on sallittua,  
mikäli oppilaitoksellanne on voimassa oleva valokopiointilupa.

<b>Esipuhe</b>	5
<b>Tilaston muokkaus ja tulkinta</b>	
1 Jalkapallo	6
2 Tilasto	8
3 Perusjoukko ja otos	10
4 Kyselylomake	12
5 Frekvenssi	14
6 Suhteellinen frekvenssi	16
7 Pystypylväskuvio	18
8 Erilaisia pylväskuvioita	20
9 Ympyräkuvio	22
10 Ympyräkuvion piirtäminen	24
11 Viivakuvio	26
12 Elokuvat	28
13 Ikäpyramidi	30
14 Kertaustehtäviä	32
<b>Tunnusluvut</b>	
15 Tyyppiarvo	34
16 Mediaani	36
17 Keskiarvo	38
18 Keskiarvon sovelluksia	40
19 Keskiluvut ja hajonta	42
<b>Todennäköisyyslaskenta</b>	
20 Satunnaiskoe ja tapahtuma	44
21 Todennäköisyys	46
22 Klassinen todennäköisyys	48
23 Tilastollinen todennäköisyys	50
24 Tuloperiaate	52
<b>Joustokappaleita</b>	
25 Sähkö	54
26 Itämeri	56
27 Satunnaiskokeen toistaminen	58
28 Kertaustehtäviä	60

# Monisteet

Moniste		sivu	vastaus s.	Moniste		sivu	vastaus s.
1	Tavoitteet ja itsearviointi	62		23	Kotitehtävien vastauksia	84	
2	Kertaustehtäviä	63	109	24	Ikäpyramidi v. 1950	85	
3	Muutos- ja vetailuprosentti	64	109	25	Ikäpyramidi v. 2005	86	
4	Äänestysliput	65		26	Ikäpyramidi v. 2030	87	
5	Kotitehtävien vastauksia	66		27	Kertaustehtäviä	88	111
6	Kuvioiden tulkintaa	67	109	28	Tavoitteet ja itsearviointi	90	
7	Kotitehtävien vastauksia	68		29	Kotitehtävien vastauksia	91	
8	Asteikkoja	69		30	Minuutin arviointi	92	
9	Kyselylomake	70		31	Kotitehtävien vastauksia	93	
10	Frekvenssitaulukko	71	109	32	Tilastoja laskimella	94	
11	Kotitehtävien vastauksia	72		33	Keskiluvut	95	
12	Asteikon valinta	73		34	Vinot jakaumat	96	
13	Kotitehtävien vastauksia	74		35	Eurooppalaiset perheet	97	
14	Summapylväskuvio	75	110	36	Kotitehtävien vastauksia	99	
15	Ryhmäpylväskuvio	76	110	37	Nopanheitto	100	
16	Kotitehtävien vastauksia	77		38	Suuri nopanheitto	101	
17	Ympyräkuvioita	78	110	39	Kolikonheitto	102	
18	Ympyräkuvion piirtäminen	79	110	40	Kotitehtävien vastauksia	103	
19	Ympyräkuvioita	80	111	41	Ruokalista	104	
20	Kotitehtävien vastauksia	81		42	Joukkueita	105	112
21	Lämpötiloja Sodankylässä	82		43	Toistokoe	106	112
22	Lämpötiloja	83	111	44	Tietokilpailu	107	112

Laskutaito X Opettajan opas tukee ja täydentää oppilaan kirjaa ja antaa vaihtoehtoja, kun halutaan monipuolistaa opetusta erilaisilla materiaaleilla ja opetusmenetelmillä.

## Opettajan kirjan rakenne

Opettajan opas noudattaa Laskutaito-sarjan oppaista tuttua rakennetta. Oppaan aukeamalla on pienennettynä oppilaan kirjan opetuskokonaisuus, teoria ja tuntitehtävät sekä lisä- ja kotitehtävät. Lisäksi aukeamalla on opetusvihjeitä, luettelo opittavaan asiaan liittyvistä monisteista ja kalvopohjista sekä kirjan tehtävien vastauksia ja viittaus CD-ROM -tehtävään. Monisteet ja niiden ratkaisut ovat oppaan lopussa.

Opetusvihjeet sisältävät malleja havainnollistamisesta ja viittauksia havainnollistamista tukeviin monisteisiin ja kalvopohjiin sekä ohjeita erilaisten työtapojen käyttöön.

Tilastojen muokkaus ja tulkinta -osuuden rinnalla oppilaat voivat tehdä tilastollisen tutkimuksen. Oppaassa on ohjeet kyselylomakkeen tekemiseen ja valmis kyselylomake. Tutkimus voidaan oppaan ohjeiden mukaan tehdä opiskelun rinnalla. Vaiheittain tehty tutkimus on valmis jakson opiskelun päättyessä. Tutkimus voidaan tehdä myös lopputyönä, kun tilastoihin liittyvä osuus on opiskeltu.

Tilastoja voidaan opiskella yhteistoiminnallisesti. Oppaassa on oppituntikohtaiset ohjeet kappaleiden 7–11 opiskeluun tällä menetelmällä.

**Päivän äänestys voidaan järjestää** kappaleiden 1–19 opiskelun aikana. Äänestysaihe on ehdotus. Äänestys on

mielenkiintoisempi, jos äänestysaihe on jokin ajankohtainen oppilaita koskettava asia. Äänestys muotoillaan siten, että siihen vastataan joko kyllä tai ei. **Päivän todennäköisyys** on kappaleissa 20–23. Tehtävässä pohditaan todennäköisyyteen liittyviä ongelmia.

**Sanakokeella** oppilas voi testata tilastojen ja todennäköisyyden sanaston osaamistaan ennen koetta. Koe on leikkimielinen ja jokainen oppilas tarkistaa itse kokeensa.

**Monisteissa** on tehtäviä aiemmin opitun kertaamiseen, tutkiopetukseen ja eriyttämiseen sekä käytettäväksi jakson lopussa kertaustehtävinä. Monistettava materiaali toimii tukena käytettäessä erilaisia työtapoja. Laskutaito X voidaan opiskella 7, 8 tai 9. luokalla. Oppaassa tämä on huomioitu siten, että kertaamonisteita prosenttilaskennan kertaamiseen on kaksi. Toinen oppilaille, jotka eivät ole opiskelleet Laskutaito 8 luvun Prosentti- ja potenssilaskentaa prosenttilaskennan osuutta ja toinen sen opiskelleille. Kotitehtävien vastauskalvopohjissa on vastausten kuvat ja taulukot. Eriyttävien monisteiden avulla voidaan syventää oppikirjan sisältöä erityisesti, jos tilastot ja todennäköisyys opiskellaan 9. luokalla.

**Arviointiin** oppaassa on kaksi monistetta. Opiskelujakson alussa oppilaat asettavat itselleen tavoitteet ja jakson lopussa he arvioivat, miten tavoitteet on saavutettu.

Laskutaito X ja Opettajan opas sisältävät runsaasti tehtäviä. Ryhmälle sopivien tehtävien valinta on opettajalla.

Toivomme, että tämä opettajan opas on avuksi oppituntienne suunnittelussa.

*Tekijät*

# 1 Jalkapallo

## Tavoitteet

Kerrataan prosenttilaskentaa.

## Monisteet ja kalvot

1. Tavoitteet ja itsearviointi
2. Kertaustehtäviä
3. Muutos- ja vertailuprosentti
4. Äänestysliput: 10 kyllä- ja 10 ei-lippua
5. Kotitehtävien vastauksia

CD: Tehtävän L4 taulukko

## Lisäharjoittelua

Ensimmäisellä oppitunnilla oppilaat asettavat opiskelulle tavoitteet (moniste 1). Opettaja kerää monisteet itselleen. Opiskelujakson lopussa oppilaat täyttävät itsearviointiosuuden. Tavoitteet ja itsearviointi voidaan antaa luokanvalvojalle käytettäväksi keskustelun pohjana vanhempien tapaamisissa.

Moniste 3 Muutos- ja vertailuprosentti on tarkoitettu oppilaille, jotka ovat jo opiskelleet Laskutaito 8 luvun 4 Prosentti- ja potenssilaskenta prosenttilaskennan osuuden.

**Päivän äänestys:** Äänestystä varten oppilailla on äänestyslippu (moniste 4). Äänestysliput säilytetään kirjan tai vihkon välissä. Hyvä säilytyspaikka lipuille on vihkon kannen sisäpuolelle liimattu käytetty kirjekuori. Äänestystä varten valitaan ääntenlaskijat. Kappaleissa 1–19 on ehdotus päivän äänestykseksi. Äänestyksestä tulee mielenkiintoisempi, jos äänestyksen kohteena on jokin oppilaita kiinnostava ajankohtainen aihe, esimerkiksi

- Suomi voittaa tänä keväänä jääkiekon MM-kultaa
- urheilija N. N. voittaa olympialaisissa/MM-kisoissa/EM-kisoissa kultamitalin
- N. N. selviää presidentin vaaleissa toiselle kierrokselle
- Suomeen pitää rakentaa uusi ydinvoimala
- ympäristökysymykset
- lähiympäristöön liittyvät asiat.

Äänestyksen jälkeen lasketaan kyllä- ja ei-äännet ja niiden prosenttiosuudet.

## 1 Jalkapallo



### Esimerkki 1

Desimaaliluvun muuntaminen prosenttiluvuksi:  
 $0,81 = 81\%$

Tampere Utd:n maalivahti Mikko Kavén torjui 100 maalia kaudella 2004. Kohti maalia laukauksia oli 124. Kuinka monta prosenttia laukauksista Kavén torjui?

$$\blacktriangleright \frac{100}{124} = 0,806\dots \approx 81\%$$

Vastaus: 81 %

### Esimerkki 2

Prosenttiluvun muuntaminen desimaaliluvuksi:  
 $60\% = 0,60$

Erään jalkapallo-ottelun lipputuloista lahjoitettiin 60 % hyväntekeväisyyteen. Kuinka suuri lahjoitus oli, kun lipputuloja kertyi 45 000 €?

$\blacktriangleright$  Prosenttilukua 60 % vastaava prosenttikerroin on 0,60. Kerrotaan perusarvo 45 000 € prosenttikertoimella 0,60.

$$0,60 \cdot 45\,000\,€ = 27\,000\,€$$

Vastaus: 27 000 €

## Päivän äänestys

Pelaan mieluummin jalkapalloa kuin pesäpalloa.

## Tehtävien vastauksia

1. a) 30 %    b) 20 %    c) 50 %  
 2. a) 43 %    b) 21,5 %    c) 9 %    d) 60 %  
 3. a) 50 %    b) 75 %    c) 80 %    d) 70 %  
 4. 57 %  
 5. a) 0,27    b) 0,897    c) 1,3    d) 0,05  
 6. a) 126    b) 18    c) 54  
 7. Vilmunen Mikko 86,4 %  
 Tuomala Jani 80,9 %  
 Sillanpää Henri 78,3 %  
 8. a) 52 %    b) 48 %  
 9. a) 8    b) 2    c) 2
- 
- L1. a) 55 %    b) 55 %    c) 31 %  
 L2. a) 80 %    b) 50 %  
 c) 55 %    d) 51 %  
 L3. a) 35 %    b) 19 %    c) 46 %  
 L4. a) 45 %    b) 66%    c) 36 300  
 L5. a) kotiottelut 62 %, vierasottelut 46 %  
 b) 16 prosenttiyksikköä  
 L6. a) 33 %    b) 150 %    c) 100 %

- K1. a) violetti 70 %, oranssi 20 % ja harmaa 10 %  
 b) violetti 50 %, oranssi 41,7 % ja harmaa 8,3%  
 K2. a) 58 %    b) 6 %    c) 170 %    d) 20 %  
 K3. a) 0,65    b) 2    c) 0,07    d) 0,005  
 K4. a) 78    b) 6    c) 10  
 K5. a) 47 %    b) 31 %    c) 22 %

### Harjoittele

1. Kuinka monta prosenttia ympyrästä on väritytty  
 a) oranssilla  
 b) harmaalla  
 c) turkoosilla?



2. Muunna desimaaliluku prosenttiluvuksi.  
 a) 0,43    b) 0,215  
 c) 0,09    d) 0,6
3. Kuinka monta prosenttia luku  
 a) 1 on luvusta 2  
 b) 3 on luvusta 4  
 c) 4 on luvusta 5  
 d) 7 on luvusta 10?
4. Kuinka monta prosenttia palloista on jalkapalloja?



5. Muunna prosenttiluku prosenttikertomiksi.  
 a) 27 %    b) 89,7 %  
 c) 130 %    d) 5 %
6. Kuinka paljon on  
 a) 40 % luvusta 315  
 b) 25 % luvusta 72  
 c) 9 % luvusta 600?

7. Laske maalivahtien torjuntaprosentit.

#### Maalivahtien torjunnat kaudella 2004

Maali-vahti	Joukkue	Päästetyt maalit	Laukauksia kohti
Vilmunen Mikko	FC Haka	17	125
Tuomala Jani	TPS	31	162
Sillanpää Henri	AC Allianssi	28	129

Lähde: Veikkausliiga v. 2004



### Sovella

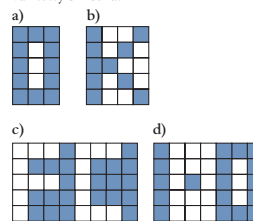
8. Tampere Utd:n Antti Pohja teki 16 maalia kaudella 2004. Pohja laukaisi maalia kohti 31 kertaa. Kuinka monta prosenttia Pohjan laukauksista  
 a) meni maaliin    b) ei mennyt maaliin?
9. Koulun joukkue pelasi yhteensä 12 ottelua. Joukkue voitti otteluista 67 % ja hävisi 17 %. Kuinka monta ottelua joukkue a) voitti b) hävisi c) pelasi tasan?

### Lisätehtäviä sivuille 6–7

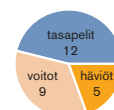
L1. Muunna prosenteiksi. Pyöristä vastaus prosentin tarkkuuteen.

- a)  $\frac{6}{11}$     b)  $\frac{52}{95}$     c)  $\frac{4}{13}$

L2. Kuinka monta prosenttia kuviosta on väritytty sinisellä?



L3. HJK:n ottelut kaudella 2004



Lähde: Veikkausliiga v. 2004

Kuinka monta prosenttia kauden 2004 otteluista HJK

- a) voitti  
 b) hävisi  
 c) pelasi tasan?



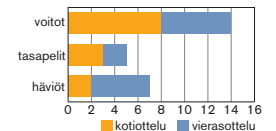
L4. Veikkausliigan kolmen parhaan joukkueen katsojamäärät v. 2004

Joukkue	Kotiottelut f	Vierasottelut f
FC Haka	28 151	x
AC Allianssi	27 505	33 982
Tampere Utd	46 865	31 021

Lähde: Veikkausliiga v. 2004

- a) Kuinka monta prosenttia AC Allianssin kotiotteluiden katsojamäärä oli AC Allianssin otteluiden koko katsojamäärästä?  
 b) Kuinka monta prosenttia enemmän oli katsojia Tampere Utd:n kotiotteluissa kuin FC Hakan kotiotteluissa?  
 c) FC Hakan vierasotteluissa oli 29,1 % enemmän katsojia kuin kotiotteluissa. Kuinka paljon katsojia oli FC Hakan vierasotteluissa?

L5. Tampere Utd:n ottelut kaudella 2004



Lähde: Veikkausliiga v. 2004

- a) Laske Tampere Utd:n voittoprosentti koti- ja vierasotteluissa kaudella 2004.  
 b) Kuinka monta prosenttiyksikköä suurempi on voittoprosentti kotiotteluissa kuin vierasotteluissa?

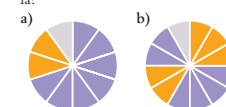
L6. Kuinka monta prosenttia useammin Tampere Utd

- a) voitti kotiottelun kuin vierasottelun  
 b) hävisi vierasottelun kuin kotiottelun  
 c) voitti ottelun kuin hävisi ottelun?

64

### Kotitehtäviä sivuille 6–7

K1. Kuinka monta prosenttia ympyrästä on väritytty violetilla, oranssilla ja harmaalla?



K2. Muunna desimaaliluku prosenttiluvuksi.

- a) 0,58    b) 0,06  
 c) 1,7    d) 0,2

K3. Muunna prosenttiluku desimaaliluvuksi.

- a) 65 %    b) 200 %  
 c) 7 %    d) 0,5 %

K4. Kuinka paljon on  
 a) 30 % luvusta 260  
 b) 12 % luvusta 50  
 c) 8 % luvusta 125?

K5. Pääsarjatasolla pelatuista otteluista FC Haka on vuoteen 2004 mennessä voittanut 597 ottelua, hävinnyt 399 ottelua ja pelannut 274 tasapeliä. Kuinka monta prosenttia otteluista FC Haka on

- a) voittanut  
 b) hävinnyt  
 c) pelannut tasan?

Lähde: <http://www.fchaka.fi> v. 2005



# 2 Tilasto

## Tavoitteet

Opitaan käsitteet tilastollinen muuttuja ja tilasto sekä tilastollisen tutkimuksen vaiheet. Harjoitellaan lukemaan tilastoja ja tilastokuvioita.

## Monisteet ja kalvot

### 6. Kuvioiden tulkintaa

CD: Tehtävien L7, L8, L9 ja L10 taulukko

## Lisäharjoittelua

**Projektityö:** Työ tehdään pareittain. Lähdemateriaalina käytetään Polkupyöräalan taskutietoa. Se löytyy osoitteesta <http://www.teknologiateollisuus.fi> tai hakusanalla polkupyöräteollisuusyhdistys. Oppilaat etsivät valitsemastansa aiheesta tietoa ja esittävät sen taulukkona sekä kertovat lyhyesti tai laativat raportin taulukon tiedoista tekemistään johtopäätöksistä. Projektityö voidaan tehdä siten, että kahdella ryhmällä on sama tehtävä. Kun tehtävä on tehty, ryhmät vertaavat tuloksiaan, keskustelevat johtopäätöksistään ja vertailevat niissä mahdollisesti olevia eroja. Opettaja voi seurata keskustelua ja johdattaa keskustelun kulkua omilla lisäkysymyksillään.

### Projektityön aiheet

1. Pyöräilykypärän käyttö eri maakunnissa
2. Pyöräilyn osuus kuljetuista matkoista
3. Polkupyörien tuonti
4. Pyöräilyn osuus liikuntaharrastuksista
5. Kevyenliikenteen väylät
6. Polkupyörien myynti Euroopassa

## Tehtävien vastauksia

10. a) punaista b) sinistä
11. a) sinistä b) hopeaa c) hopeaa
12. a) 38 % b) 15 %
13. a) 150 000 b) 300 000
14. a) 1 833 b) 886
15. a) 80 000 b) 150 000
16. a) v. 2000 b) v. 1988
17. a) 52 % b) 100 %  
c) Kypärien myynti on kaksinkertaistunut ja loukkaantuneiden lukumäärä puolittunut.
18. a) Vuosina 1986–1990 polkupyörien valmistus oli noin 180 000 vuodessa, samalla tuonnin määrä kaksinkertaistui arvoon 170 000. 1990-luvun alkuvuosina sekä valmistus että tuonti vähenivät. Alimmillaan valmistus oli 110 000 vuonna 1993 ja tuonti 130 000 vuonna 1995. Vuosina 1997–2003 valmistus vähentyi 140 000:sta 70 000:een. Tuonti on samana aikana vaihdellut 150 000 ja 200 000 välillä.  
b) v. 1992 aikana
19. 180 000 v. 1986, 70 000 v. 2003, valmistus laski n. 61 %
20. a) 120 000 enemmän b) 170 % enemmän

## 2 Tilasto

### Tilastollinen muuttuja ja tilasto

Tilastollinen muuttuja on ominaisuus, josta tietoa kerätään, esimerkiksi polkupyörän valmistusmaa, hinta, rungon väri jne. Tilasto koostuu kerätyistä tiedoista eli havainnoista.

### Esimerkki 1

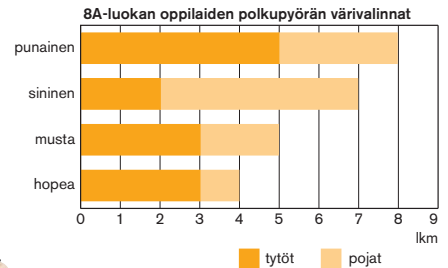
#### Tilastollisen tutkimuksen vaiheet:

1. Tutkimusongelma
2. Tietojen keruu
3. Tietojen esittäminen
4. Johtopäätökset

#### 8A-luokan oppilaiden polkupyörän värivalinnat

Väri	Tytöt	Pojat	Yht.
punainen	5	3	8
sininen	2	5	7
musta	3	2	5
hopea	3	1	4
Yhteensä	13	11	24

1. Tutkimusongelma: Polkupyöräliike halusi tutkia, mikä polkupyörän väri miellyttäisi eniten perusasteen kahdeksaluokkalaisten.
2. Tietojen keruu: Tutkimusta varten Keskuskoulun 8A-luokan oppilaille tehtiin kysely. Oppilaat valitsivat eri vaihtoehtoisista polkupyörän värin. Havaintojen tilastollinen muuttuja on polkupyörän värivalinta.
3. Tietojen esittäminen: Värivalinnat muodostavat tilaston, joka voidaan esittää taulukkona tai havainnollisesti vaakapylväskuvion avulla.



8 Tilastot ja todennäköisyys

## Päivän äänestys

Pyöräilykypärän käytön pitäisi olla vapaaehtoista.

- L7. a) 1 600 000 b) 4 800 000 c) 220 000  
d) 1 600 000 e) 280 000
- L8. a) 7,3-kertainen b) 22-kertainen
- L9. a) 11-kertainen b) 6,8-kertainen
- L10. a) 8 400  
b) Pyöräilyn suosio riippuu etäisyyksistä kaupungin sisällä, pyöriteiden määrästä ja niiden mäkisyydestä, liikenteen turvallisuudesta jne.
- L11. a) 11 % b) 7 %
- L12. a) 59 % b) 35 %
- L13. a) 7-vaihteisten  
b) aihteettomien, 3–5-vaihteisten ja 5–27-vaihteisten

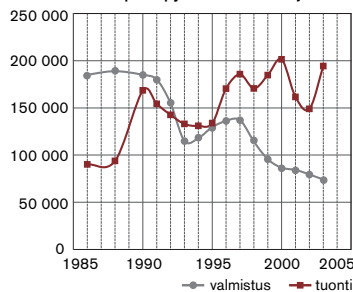
- K6. a) Suomessa b) Tanskassa
- K7. a) 4,2 % b) 5,7 %
- K8. a) 137 000 enemmän b) 1,6-kertainen
- K9. Polkupyöriä ostaneiden prosentiosuudet maiden asuk-  
asukkaista ovat samat. Ruotsin suuremmat myyntilukemat  
selittyvät suuremmalla väestömäärällä.
- K10. a) 130 % enemmän b) 57 % vähemmän

#### Pyöräliikenteessä loukkaantuneet ja pyöräilykypärien myynti Suomessa

Vuosi	Loukkaantuneet (lkm)	Kypärien myynti (kpl)
1990	1 833	150 000
1996	1 391	200 000
1998	1 102	240 000
2000	1 113	260 000
2001	992	260 000
2002	987	260 000
2003	886	300 000

Lähde: Polkupyöräalan taskutieto 2004

#### Suomen polkupyörien valmistus ja tuonti



#### Harjoittele

10. Mitä väriä Keskuskoulun 8A-luokan  
a) tytöt b) pojat valitsivat eniten?
11. Mitä väriä Keskuskoulun 8A-luokan  
a) tytöt b) pojat c) oppilaat valitsivat  
vähiten?
12. Kuinka monta prosenttia Keskuskoulun  
8A-luokan tytöistä valitsi polkupyörän  
väriksi a) punaisen b) sinisen?
13. Kuinka monta pyöräilykypärää  
Suomessa myytiin vuonna  
a) 1990 b) 2003?
14. Kuinka monta henkilöä loukkaantui  
pyöräliikenteessä vuonna  
a) 1990 b) 2003?
15. Kuinka monta polkupyörää vuonna  
2002 a) valmistettiin Suomessa  
b) tuotiin Suomeen?
16. Milloin vuosina 1986–2003 a) Suo-  
meen tuotiin b) Suomessa valmistettiin  
eniten polkupyöriä?

#### Sovella

17. Kuinka monta prosenttia vuosina 1990–  
2003  
a) laski loukkaantuneiden määrä  
b) kasvoi pyöräilykypärien myyntiä?  
c) Mikä yhteys näyttäisi olevan kypärien  
myynnin ja pyöräliikenteessä louk-  
kaantuneiden lukumäärän välillä?
18. a) Kuvaile, miten polkupyörien valmis-  
tus ja tuonti ovat muuttuneet  
vuodesta 1986 lähtien.  
b) Milloin vuosina 1986–2003 polku-  
pyörien tuonti ylitti valmistuksen?
19. Arvioi kuvaajasta Suomessa valmistettu-  
jen polkupyörien määrä vuosina 1986 ja  
2003. Kuinka monta prosenttia polku-  
pyörien valmistus laski vuodesta 1986  
vuoteen 2003?
20. a) Kuinka paljon enemmän Suomeen  
tuotiin kuin Suomessa valmistettiin  
polkupyöriä vuonna 2003?  
b) Kuinka monta prosenttia enemmän  
Suomeen tuotiin polkupyöriä vuonna  
2003 kuin Suomessa valmistettiin?

#### Lisätehtäviä sivuille 8–9

##### Polkupyörän käyttö ja myynti v. 2002

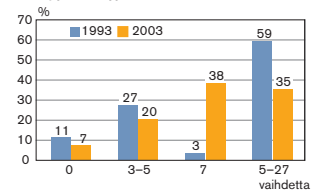
Maa	Väkiluku (milj.)	Matkat (km/hlö)	Myynti (kpl/1000 asukasta)
Alankomaat	16,2	849	98
Saksa	82,5	291	58
Suomi	5,2	251	42
Italia	57,5	154	28
Itävalta	8,1	136	35

Lähteet: Tilastokeskus, Maailma numeroina v. 2005  
ja Polkupyöräalan taskutieto v. 2004

- L7. Kuinka monta polkupyörää myytiin  
vuonna 2002  
a) Alankomaissa b) Saksassa  
c) Suomessa d) Italiassa  
e) Itävallassa?
- L8. Kuinka moninkertainen myytyjen pol-  
kupyörien määrä oli vuonna 2002  
a) Alankomaissa b) Saksassa Suomeen  
verrattuna?
- L9. Kuinka moninkertainen oli a) alanko-  
maalaisten b) italialaisen polkupyö-  
rällä ajamien matkojen pituus suoma-  
laisten polkupyörällä ajamien matkojen  
pituuksiin verrattuna?
- L10. Tampereella on noin 201 000 asukasta.  
a) Arvioi, kuinka monta polkupyörää  
Tampereella myytiin vuonna 2002.  
b) Mitkä seikat vaikuttavat tuloksen  
luotettavuuteen?



##### Polkupyörien myynti Suomessa



- L11. Kuinka monta prosenttia Suomessa  
myydyistä pyöristä oli vaihteettomia  
vuonna a) 1993 b) 2003?
- L12. Kuinka monta prosenttia Suomessa  
myydyistä pyöristä oli 5–27-vaihteisia  
vuonna a) 1993 b) 2003?
- L13. Minkälaisen polkupyörien myynti on  
a) lisääntynyt b) vähentynyt Suomessa  
vuosina 1993–2003?

65

#### Kotitehtäviä sivuille 8–9

##### Polkupyörien myynti ja ostot v. 2002

Maa	Myynti (kpl)	Ostot (% asukkaista)
Norja	245 000	5,7
Ruotsi	365 000	4,2
Suomi	228 000	4,2
Tanska	527 000	10,0

Lähde: Polkupyöräalan taskutieto v. 2004

- K6. Missä taulukon maassa myytiin vuonna  
2002 a) vähiten b) eniten polkupyöriä?
- K7. Kuinka monta prosenttia asukkaista osti  
vuonna 2002 polkupyörän  
a) Suomessa b) Norjassa?
- K8. a) Kuinka paljon enemmän myytiin  
vuonna 2002 polkupyöriä Ruotsissa  
kuin Suomessa?  
b) Kuinka moninkertainen polkupyö-  
rien myynti oli Ruotsissa Suomeen  
verrattuna?

- K9. Vertaa Suomen ja Ruotsin pyörän osta-  
neiden prosentiosuusia polkupyörien  
myyntiin. Mitä huomaat?
- K10. a) Kuinka monta prosenttia enemmän  
myytiin polkupyöriä Tanskassa kuin  
Suomessa?  
b) Kuinka monta prosenttia vähemmän  
myytiin polkupyöriä Suomessa kuin  
Tanskassa?

# 3 Perusjoukko ja otos

## Tavoitteet

Opitaan käsitteet perusjoukko, kokonaistutkimus, otos, otantatutkimus ja tasavälinen otos.

## Monisteet ja kalvot

### 7. Kotitehtävien vastauksia

## Lisäharjoittelua

**Äänestys:** Monisteen 4 äänestysliput leikataan irti ja sekoitetaan. Arvotaan 10 äänestyslippua ja lasketaan kyllä-äänien osuus prosentteina. Tai sekoitetaan 100 äänestyslippua. Arvotaan niistä **a)** 10 **b)** 20 **c)** 50 lippua ja lasketaan kyllä-äänien osuus prosentteina.

**Tutkimusmenetelmiä:** Kumpi kannattaa tehdä, kokonais- vai otantatutkimus, kun tutkitaan

1. suomalaisten kahdeksannen luokan oppilaiden pituutta (otantatutkimus)
2. eurooppalaisten koululaisten koulupäivän pituutta (otantatutkimus)
3. Keskuskoulun oppilaiden koulumatkan pituutta (otanta- tai kokonaistutkimus)
4. Keskuskoulun 8A-luokan oppilaiden koulumatkan pituutta (kokonaistutkimus)

5. virheellisten tuotteiden määrää, kun valmistetaan 50 000 tuotetta päivässä (otantatutkimus)
6. virheellisten tuotteiden määrää, kun valmistetaan 15 tuotetta päivässä (kokonaistutkimus)
7. äänien jakautumista eri puolueiden kesken seuraavissa eduskuntavaaleissa (otantatutkimus)
8. illan elokuvan katselijamäärää (otantatutkimus)
9. kotitalouksien jätteiden lajittelua (otantatutkimus)
10. kotitalouksien keittiökoneiden määrää? (otantatutkimus)

**Otoksia:** Opettaja kirjoittaa taululle tai kalvolle oppilaiden nimet aakkosjärjestyksessä. Nimen viereen opettaja kirjoittaa K tai E riippuen oppilaan vastauksesta esitettyyn kysymykseen:

Tasaväliseen otantaan valitaan joka viides vastaaja. Arvotaan otoksen ensimmäinen jäsen. Mikä on otoksen enemmistön vastaus väitteisiin:

1. luen vähintään yhden kirjan kuukaudessa
2. käyn elokuvissa vähintään kerran kuukaudessa
3. katson TV:stä elokuvia vähintään kerran viikossa
4. käytän läksyjen tekoon enemmän kuin 15 minuuttia päivässä?

## 3 Perusjoukko ja otos

Kun Suomen kaikilta yhdeksäluokkalaisilta kysytään heidän jatko-opintosuunnitelmiaan, kyseessä on kokonaistutkimus.

Kun suomalaisten oppilaiden kiinnostusta ympäristön suojeluun tutkitaan valitsemalla vastaajiksi osa Suomen koululaisista, kyseessä on otantatutkimus.

### Perusjoukko ja otos

perusjoukko



otos



**Perusjoukko on tilastollisen tutkimuksen kohteena oleva joukko.**

**Kokonaistutkimuksessa tutkitaan koko perusjoukko.**

**Otantatutkimuksessa tutkitaan jokin perusjoukon osa eli otos.**

Otantatutkimusta käytetään, kun koko perusjoukkoa ei voida tutkia tai tutkiminen tulisi liian kalliiksi. Otos pyritään valitsemaan niin, että tulosten avulla voidaan tehdä luotettavasti koko perusjoukkoa koskevia päätelmiä.

Otos voidaan valita järjestetystä perusjoukosta tasavälisellä otannalla tai arpomalla. Otokseen tarvittavat tiedot kerätään esimerkiksi henkilökyselynä, haastatteluna, kyselylomakkeella tai ne otetaan valmiista tilastoista.

### Esimerkki 1

**Tasavälinen otanta, jonka otantaväli on neljä:**

1. Järjestä perusjoukko aakkosjärjestykseen.
2. Arvo otoksen ensimmäinen jäsen perusjoukon neljästä ensimmäisestä jäsenestä.
3. Poimi otokseen ensimmäisestä jäsenestä lähtien joka neljäs perusjoukon jäsen.

Jalkapallojoukkueen 11 pelaajasta ja 5 vaihtomiehestä valitaan doping-testiin tasavälisellä otannalla joka neljäs pelaaja Benistä alkaen. Mitkä otos saadaan?

► Jalkapallojoukkue aakkosjärjestyksessä:

Anders Ben Carl Daniel Erik Frank  
Gustav Hans Ivar Johan Karl Lars  
Magnus Nick Olle Peter

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	

Vastaus: Otokseen valitaan Ben, Frank, Johan ja Nick.

## Päivän äänestys

Käytän kypärää rullaluistellessani.

21. 20,8 %
22. a) otantatutkimus b) kokonaistutkimus c) otantatutkimus
23. Anders, Erik, Ivar ja Magnus
24. a) eivät ole b) ovat
25. Aleksista tai Hennasta
26. a) Tosi, sillä Frankin testitulokset olivat negatiiviset.  
b) Tosi tai epätosi, sillä testaamattomien pelaajien dopingin käyttöä ei tiedetä.  
c) Tosi, sillä otoksen neljä pelaajaa eivät käyttäneet dopingia.
27. a) Ihmiset, jotka lukivat Keski-Suomalainen-lehden ja joilla on Internet-yhteys.  
b) Ei voida, sillä kyselyyn vastanneet eivät muodosta luotettavaa otosta lehden lukijoista.
28. a) 12 tai 13 oppilasta b) 20
29. 1. Valitse otoskooksi esim. 10 % kahdeksaslukukalasta. Tällöin otokseen valitaan noin joka kymmenes oppilas eli 18 tai 19 oppilasta.  
2. Pyydä koulun kansliasta oppilaiden nimilista aakkosjärjestyksessä ja numerot oppilaat.  
3. Arvo luvuista 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ja 10 yksi, esim. luku 7.  
4. Valitse otokseen oppilaat 7, 17, 27, ..., 187 ja tee kysely.
- L14. a) hyväksytään b) hylätään
- L15. a) hyväksytään b) hylätään
- L16. Otoksissa, joihin valitaan joka kolmas, viides, kuudes ja seitsemäs tuote, on kaksi viallista tuotetta.

- L17. a) hyväksytään b) hylätään
- K11. 35 %
- K12. a) otantatutkimus  
b) kokonais- tai otantatutkimus  
c) kokonaistutkimus
- K13. a) Antti, Jere, Nea ja Roosa  
b) Hanna, Lauri, Pekka ja Tiia  
c) Eliaksesta
- K14. a) 67 % b) 20 %
- K15. 1. Valitse otoskooksi esim. 10 % koulun oppilaista. Tällöin otokseen valitaan noin joka kymmenes oppilas.  
2. Pyydä koulun kansliasta oppilaiden nimilista aakkosjärjestyksessä ja numerot oppilaat.  
3. Arvo luvuista 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ja 10 yksi, esim. luku 7.  
4. Valitse otokseen oppilaat 7, 17, 27 jne. ja tee kysely.

Lisätehtäviä sivuille 10–11

Tutki

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Satunnaislukuja

14	15	92	65	35
58	20	97	49	44
82	14	80	86	51
48	11	17	45	02
44	28	81	09	75
45	64	85	66	92
72	45	67	00	66
78	92	59	03	60
33	05	72	70	36
07	44	62	37	99

Tuotteen järjestysnumero tuote-erässä. Virheelliset tuotteet on merkitty oranssilla.

Tehtaan tuotteiden laatua tarkkaillaan tasavälisellä otannalla. Laaduntarkailu hyökkää tuote-erän, jos otoksesta löytyy vähintään kaksi virheellistä tuotetta.

- L14. Tutki, hyväksytäänkö vai hylätäänkö 100 kappaleen tuote-erä, kun tarkastetaan joka kymmenes tuote numerosta a) 6 b) 3 alkaen.
- L15. Tutki, hyväksytäänkö vai hylätäänkö 100 kappaleen tuote-erä, kun tarkastetaan joka kahdeksas tuote numerosta a) 4 b) 5 alkaen.
- L16. Numerosta 2 lähtien valitaan joka kolmas, neljäs, ..., kymmenes tuote. Missä otoksessa on eniten virheellisiä tuotteita?



Yksinkertaisessa satunnaisotannassa tutkittavat yksiköt asetetaan järjestykseen ja otos valitaan arpomalla tai satunnaislukuja avulla.

Esimerkki

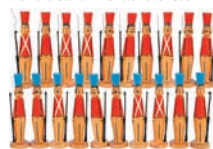
Mikä otos saadaan tehtaan tuote-erästä yksinkertaisella satunnaisotannalla, kun otokseen valitaan kymmenen tuotetta, joiden järjestysnumerot valitaan lähtien satunnaislukualueen 2. sarakkeen 3. riviltä oikealle? Numeroa 100 vastaa satunnaisluku 00. Sama satunnaisluku huomioidaan vain kerran.

► Otos on 14, 80, 86, 51, 48, 11, 17, 45, 02 ja 44. Tuote-erä olisi siis hylätty.

L17. Tehtaan laatua tarkkaillaan yksinkertaisella satunnaisotannalla valitsemalla kymmenen tuotetta satunnaislukuja avulla. Tutki, hyväksytäänkö vai hylätäänkö tuote-erä, kun otos alkaa satunnaislukualueen a) 1. sarakkeen 7. riviltä alaspäin b) 4. sarakkeen viimeiseltä riviltä ylöspäin.

Kotitehtäviä sivuille 10–11

- K11. Otoksen tutkittaviksi valitut lelut on merkitty X:llä. Kuinka monta prosenttia leluista on valittu otokseen?
- K13. Uimakoululaisista valitaan tasavälisellä otannalla joka neljäs. Mikä otos saadaan, kun ensimmäinen jäsen on a) Antti b) Hanna? c) Mistä jäsenestä otos aloitettiin, kun Sofia valittiin otokseen?
- K14. Uimakoululaisista valitaan tasavälisellä otannalla joka kolmas. Kuinka monta prosenttia valituista ei osaa uida, kun otoksen ensimmäinen jäsen on a) Antti b) Hanna?
- K15. Suunnittele otos, jonka avulla voit arvioida, kuinka moni koulusi oppilaista on nähnyt elokuvat Sormuksen ritarit, Kaksi tornia ja Kuninkaan paluu.



Uimakoulun osallistujat

Antti	Elias	Hanna	Inka
Jere	Konsta	Lauri	Miro
Nea	Oskari	Pekka	Ronja
Roosa	Sofia	Tiia	Veeti

Alleiviivattu on uimataidon osallistuja.

Harjoittele

21. Tulli valitsi merkityt tuontienomat otokseen tutkittaviksi. Kuinka monta prosenttia omenista valittiin otokseen?



22. Kumpi kannattaa tehdä, kokonais- vai otantatutkimus, kun tutkitaan a) eurooppalaisten nuorten viikonlopun viettoa b) Keskuskoulun kahdeksaslukulaisten koulumatkan pituutta c) suomalaisten tapaa viettää joulua?

23. Mikä otos saadaan, kun esimerkiksi 1 otoksen ensimmäinen jäsen on Anders?

24. Tasaväliseen otantaan valitaan joka neljäs vastaaja. Mikä olisi otoksen enemmistön mielipide, jos otoksen ensimmäinen jäsen olisi a) Iida b) Aleksis?

Kysymykseen "Ovatko elokuvalliset liian kalliita" vastanneet

Aleksis	Eetu	Henna	Iida	Juha
Kalle	Leevi	Matias	Niko	Oona
Pinja	Riina	Roosa	Sara	Tuomas
Valtteri	Ville	Yvonne		

Alleiviivatun mielipide olisi kyllä.

25. Mistä vastaajista aloittamalla tehtävän 24 otoksen enemmistön mielipide olisi kyllä?

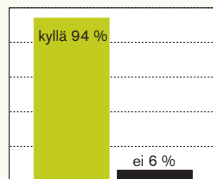
Sovella

26. Esimerkissä 1 kukaan otokseen valituista joukkueen jäsenistä ei käyttänyt dopingia. Onko väite tosi vai epätosi? Perustele.  
a) Frank ei käyttänyt dopingia.  
b) Kukaan pelaajista ei käyttänyt dopingia.  
c) Neljä pelaajaa ei käyttänyt dopingia.

27. Keski-Suomalainen-lehden Internet- ja tekstiviestikysely 21.5.2004

Mitä mieltä?

Ovatko leffaliput liian kalliita? Eiliseen kysymykseen tuli 77 vastausta.



a) Minkälaiset ihmiset vastaavat kyselyyn?  
b) Voidaanko kyselyn tuloksen perusteella päätellä, että lehden lukijoista 94 % pitää elokuvallisia liian kalliina? Perustele.

28. Tasavälisessä otannassa koulun 252 oppilaasta valitaan otokseen 5 %.

- a) Kuinka suuri otos on?  
b) Mikä on otantaväli?

29. Suunnittele otantatutkimus, jonka avulla voidaan arvioida, kuinka moni Keski-Suomen 8. luokan oppilas kulkee koulumatkat polkupyörällä. Kahdeksaslukulaisia on yhteensä 187.

# 4 Kyselylomake

## Tavoitteet

Opitaan käsitteet monivalinta- ja avoin kysymys sekä laatimaan kyselylomakkeita.

## Monisteet ja kalvot

8. Asteikkoja: kalvopohja

9. Kyselylomake: kyselylomake harjoitustyöhön tai lopputyöhön

## Lisäharjoittelua

**Tilastollinen tutkimus:** Kappaleiden 4–20 opiskelun aikana voidaan tehdä harjoitustyönä tilastollinen tutkimus. Kun aineisto on koottu, siitä työstetään kulloinkin opiskeltavat asiat. Työ voidaan tehdä myös lopputyönä, kun kappale 20 on opiskeltu. Jos työ arvostellaan, sen osuus opiskelujakson arvosanaan ilmoitetaan oppilaille ennen työn aloittamista. Esimerkiksi harjoitus- tai lopputyö vaikuttaa arvosanaan 20 %, kokeet 70 % ja tuntiaktiivisuus 10 %. Oppilaat laativat oman kyselylomakkeensa. Jos oppilas on ollut poissa, hän voi käyttää valmista kyselylomaketta (moniste 9). Myös ajankäytöllisistä syistä voidaan käyttää valmista kyselylomaketta

Jos jokainen luokan oppilas tekee oman kyselylomakkeen, sen täyttämiseen on varattava aikaa noin yksi oppitunti ja saman verran tulosten kokoamiseen. Oman kyselylomakkeen tulosten analysointi on kiinnostavaa ja se motivoi jakson opiskeluun.

Ohjeita kyselylomakkeen laatimiseen:

- vastaajan sukupuoli
- vähintään yksi kysymys, jonka vastausvaihtoehdoissa kysytään määrää, matkaa tai aikaa
- vähintään yksi mielipidekysymys
- ei avoimia kysymyksiä, koska niiden tulosten käsittely on hankalaa
- 5–7 kysymystä

## Tehtävien vastauksia

30. hyvin harvoin
31. 41–60 min    61–80 min    yli 80 min
32. a) Mikä on viimeisin liikunnan arvosanasi?  
4  5  6  7  8  9  10
- b) Mitä mieltä olet väitteestä "jokaisen suomalaisen pitää osata hiihtää"?  
täysin eri mieltä  jokseenkin eri mieltä   
jokseenkin samaa mieltä  täysin samaa mieltä
- c) Mikä on mieluisin liikuntalajisi talvella?  
hiihto  luistelu, jääkiekko, jääpallo tms.   
laskettelu tai lumilautailu  sisäpelit   
uinti  muu laji
33. a) Kuinka monta sanomalehteä kotiin tulee?  
ei yhtään  yksi  kaksi  kolme tai useampi
- b) Kuinka usein luet sanomalehden?  
en koskaan  1–2 kertaa viikossa   
3–4 kertaa viikossa  5–6 kertaa viikossa   
joka päivä
- c) Kuinka kauan luet sanomalehteä päivittäin?  
enintään 10 min  11–20 min   
21–40 min  yli 40 min
- d) Mitä luet ensin sanomalehdestä?

## 4 Kyselylomake

### Kyselylomake

Kyselylomakkeella saadaan nopeasti suuri määrä tietoa. **Monivalintakysymyksessä on valittavana valmiit vastausvaihtoehdot, esimerkiksi**  
Sukupuoli: poika , tyttö .

**Avoimeen kysymykseen annetaan vapaamuotoinen vastaus.**

Tutkimuksen onnistuminen riippuu siitä, kuinka hyvin kysymykset asetetaan. Kyselylomake kannattaa esitellä pienellä koeryhmällä ennen varsinaista kyselyä. Kysymyksiä tai vastaus tapaa voidaan muuttaa esitettin perusteella.

### Laskutaidon liikuntakysely

Merkitse rasti vain yhteen ruutuun.

- |   |  |   |                        |
|---|--|---|------------------------|
| 1. Sukupuoli  |  | 4. Kuinka kauan harrastat liikuntaa yleensä päivittäin? |                        |
| poika <input type="checkbox"/>  |  | enintään 30 min <input type="checkbox"/>                |                        |
| tyttö <input type="checkbox"/>  |  | 31–60 min <input type="checkbox"/>                      |                        |
| 2. Mikä on mieluisin sisäpelilajisi?                                  |  | 61–90 min <input type="checkbox"/>                      |                        |
| salibandy <input type="checkbox"/>                                    |  | 91–120 min <input type="checkbox"/>                     |                        |
| lentopallo <input type="checkbox"/>                                   |  | yli 120 min <input type="checkbox"/>                    |                        |
| koripallo <input type="checkbox"/>                                    |  | 5. Mitä liikuntalajeja harrastat vapaa-aikanasi?        |                        |
| muu laji <input type="checkbox"/>                                     |  | _____   |                        |
| 3. Mitä mieltä olet väitteestä "koululiikuntaa pitäisi olla enemmän"? |  | _____   |                        |
| täysin eri mieltä <input type="checkbox"/>                            |  | _____   |                        |
| jokseenkin eri mieltä <input type="checkbox"/>                        |  | _____   |                        |
| jokseenkin samaa mieltä <input type="checkbox"/>                      |  | _____   |                        |
| täysin samaa mieltä <input type="checkbox"/>                          |  | _____   | Kiitos vastauksestasi! |



## Päivän äänestys

Kesälomien pitäisi alkaa vasta juhannuksena.

- kotimaan tai  
 ulkomaan uutiset   
 pääkirjoituksen  mielipidepalstan   
 urheilu-uutiset  sarjakuvat   
 televisio-ohjelmatiedot  jonkin muun

- 34.** a) Kuinka monta tuntia käytät tietokonetta koulupäivinä?  
 enintään 30 min  31–60 min   
 61–90 min  91–120 min   
 yli 120 min   
 b) Milloin menet nukkumaan koulupäivinä?  
 viimeistään klo 21.00  klo 21.01–22.00   
 klo 22.01–23.00  klo 23.00 jälkeen

- 35.** Kirjallisuuskysely  
 Merkitse rasti vain yhteen ruutuun.

1. Sukupuoli  
 poika  tyttö   
 2. Luetko kirjallisuutta?  
 en lue   
 joskus   
 lähes joka päivä   
 3. Minkälaista kirjallisuutta luet mieluummin? \_\_\_\_\_  
 4. Minkä kirjan olet lukenut viimeksi? \_\_\_\_\_  
 5. Kuinka monta Harry Potter -kirjaa olet lukenut?  
 en yhtään  yhden  kaksi   
 kolme  neljä  vähintään viisi

- 36.** Musiikkikysely  
 Merkitse rasti vain yhteen ruutuun.

1. Sukupuoli  
 poika  tyttö   
 2. Soitatko jotakin musiikki-instrumenttia?  
 en soita  soitan   
 3. Minkälaista musiikkia kuuntelet? \_\_\_\_\_  
 4. Kuinka monta kertaa olet käynyt konsertissa  
 viimeisen vuoden aikana?  
 en kertaakaan  kerran   
 kaksi kertaa  kolme kertaa   
 neljä kertaa tai useammin

- 37.** a) Radionkuuntelu  
 Merkitse rasti vain yhteen ruutuun.

1. Sukupuoli  
 poika  tyttö   
 2. Mitä radioasemia kuuntelet? \_\_\_\_\_  
 3. Kuinka kauan kuuntelet radiota päivittäin?  
 en kuuntele radiota  1–30 min   
 31–60 min  61–90 min   
 91–120 min  yli 120 min   
 4. Milloin kuuntelet radiota?  
 aamulla  aamupäivällä   
 iltapäivällä  illalla   
 yöllä

- b) Elokvien vuokraus  
 Merkitse rasti vain yhteen ruutuun.

1. Sukupuoli  
 poika  tyttö   
 2. Kuinka pitkä matka on kotoasi lähimpään  
 videovuokraamoon?  
 enintään 1 km  1,1–2 km   
 2,1–3 km  3,1–4 km   
 yli 4 km   
 3. Minkälaisia elokuvia vuokraat mieluummin? \_\_\_\_\_  
 4. Kuinka monta kertaa vuokraat elokuvia kuukauden  
 aikana keskimäärin?  
 korkeintaan  
 yhden kerran  2 kertaa   
 3 kertaa  4 kertaa tai useammin   
 5. Kuinka monta elokuvaa vuokraat yhdellä kerralla  
 keskimäärin?  
 yhden  kaksi  vähintään kolme

### Harjoittele

- 30.** Kirjoita puuttuva vastausvaihtoehto.

Kuinka usein teet matematiikan  
 kotitehtävät?  
 aina  
 joskus  
 \_\_\_\_\_  
 en koskaan

- 31.** Kirjoita puuttuvat vastausvaihtoehdot.

Käytän kotitehtäviin aikaa koulu-  
 päivinä keskimäärin  
 0–20 min  
 21–40 min  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

- 32.** Suunnittele monivalintakysymyksen  
 vastausvaihtoehdot.

- a) Mikä on viimeisin liikunnan arvo-  
 sanasi?  
 b) Mitä mieltä olet väitteestä ”jokaisen  
 suomalaisen pitää osata hiihtää”?  
 c) Mikä on mieluisin liikuntalajisi  
 talvella?

- 33.** Suunnittele monivalintakysymyksen  
 vastausvaihtoehdot.

- a) Kuinka monta sanomalehteä kotiisi  
 tulee?  
 b) Kuinka usein luet sanomalehden?  
 c) Kuinka kauan luet sanomalehteä  
 päivittäin?  
 d) Mitä luet ensin sanomalehdestä?

- 34.** Suunnittele Laskutaidon liikuntakyselyn  
 kysymyksen 4 kaltainen asteikko kysy-  
 mysten vastausvaihtoehtoiksi.

- a) Kuinka kauan käytät tietokonetta  
 koulupäivinä?  
 b) Milloin menet nukkumaan koulu-  
 päivinä?



### Sovella

- 35.** Laadi kyselylomake oppilaiden lukutot-  
 tumuksista. Oppilailta kysytään suku-  
 puoli, lukeeko oppilas kirjallisuutta,  
 minkälaista kirjallisuutta oppilas lukee  
 mieluiten, minkä kirjan oppilas on luke-  
 nut viimeksi ja kuinka monta Harry  
 Potter -kirjaa oppilas on lukenut.

- 36.** Laadi kyselylomake oppilaiden musiik-  
 kiharrastuksista. Oppilailta kysy-  
 tään sukupuoli, soittaako oppilas jota-  
 kin musiikki-instrumenttia, millaista  
 musiikkia oppilas kuuntelee ja kuinka  
 monta kertaa oppilas on käynyt konser-  
 tissa viimeisen vuoden aikana.

- 37.** Suunnittele kyselylomake oppilaiden  
 a) radion kuuntelusta  
 b) elokuvien vuokrauksesta.

# 5 Frekvenssi

## Tavoitteet

Kerrataan frekvenssi, taulukointi ja taulukon osien nimitykset.

## Monisteet ja kalvot

### 10. Frekvenssitaulukko

**CD:** tehtävien L18 ja L19 taulukoiden ohjattu laatiminen ja mallivastaus

## Lisäharjoittelua

**Frekvenssitaulukko:** Täydennetään frekvenssitaulukko (moniste 10). Suhteellinen frekvenssi lasketaan kappaleessa 6.

**Harjoitustyö:** Kappaleen 5 opiskelun rinnalla taulukoidaan monisteen 9 kyselylomakkeen tai oman kyselylomakkeen

tulokset ja lasketaan tyttöjen ja poikien vastausten frekvenssit. Hitaimmat oppilaat voivat laskea frekvenssit erottelematta tyttöjen ja poikien vastauksia. Monisteen 9 vastauksista 4 ja 5 lasketetaan yöunen pituus, taulukoidaan tulokset ja lasketaan frekvenssit. Jos oppilaat ovat tehneet omat kyselylomakkeensa, tulosten kokoamiseen on varattava riittävästi aikaa. Ohjeet harjoitustyön tulosten käsitteilyyn taulukkolaskentaohjelmalla ovat lisätehtävissä.

**Nimitutkimus:** Tutki oman luokkasi oppilaiden nimien pituuksia. Taulukoi nimissä olevien kirjainten lukumäärät ja laske frekvenssit. Voit tutkia etunimet ja sukunimet erikseen tai laskea yhteen etu- ja sukunimien kirjaimet.

Oman luokan etunimien pituuksia voidaan verrata opettajien etunimien pituuksiin. Opettajien etunimien tilalla voidaan käyttää oppilaiden vanhempien etunimiä. Tuloksien perusteella voidaan pohtia, onko tyttöjen ja poikien etunimien pituuksissa eroja tai onko nimien pituuksissa eroja eri sukupolvien välillä.

## 5 Frekvenssi

### Frekvenssi ja kokonaisfrekvenssi

$f$  = havainnon lukumäärä

**Frekvenssi** ilmaisee, kuinka monta kertaa tietty havainto esiintyy tilastossa. Havaintojen kokonaislukumäärä on kaikkien frekvenssien summa.

### Esimerkki 1

2. Mikä on mieluisin sisäpelilaji?  
salibandy   
lentopallo   
koripallo   
muu laji

Laskutaidon kyselylomakkeella kerättiin tietoa erään koulun 9. luokkien oppilaiden mieluisimmista sisäpelilajeista. Kyselyn tulokset taulukoitiin tukkimiehen kirjanpidolla ja laskettiin frekvenssit.

otsikko → **9. luokkien oppilaiden mieluisimmat sisäpelilajit** ← sarake

Sisäpelilaji	Tukkimiehen kirjanpito	$f$
salibandy		12 ← solu
lentopallo		16 ← rivi
koripallo		12 ← rivi
muu laji		11 ← rivi
Yhteensä		51 ← sarakesumma



Tutkimuksen havaintojen kokonaislukumäärä on 51. Salibandystä piti 12 oppilasta, sillä sen frekvenssi on 12. Pienin frekvenssi 11 osoittaa, että vaihtoehtoa ”muu laji” valittiin vähiten. Lentopalloa valittiin eniten, sillä sen frekvenssi 16 on suurin.

## Päivän äänestys

Olen kiinnostunut horoskoopeista.

**38.** 8C-luokan oppilaiden ruokalajien valinnat

Ruokalaji	Tukkimiehen kirjanpito	f
kalapaukot		4
lihapullat		9
kasviskeitto		8
Yhteensä		21

**39.** a) 8                      b) lihapullat                      c) 21

**40.** a) 19 %                      b) 43 %

**41.** 8C-luokan oppilaiden liikuntalajien valinnat

Liikuntalaji	Pojat	Tytöt	Yht.
laskettelu	5	2	7
uinti	3	2	5
hiihto	2	3	5
kävely	2	2	4
Yhteensä	12	9	21

**42.** a) laskettelu                      b) 5                      c) 7

**43.** a) hiihto                      b) laskettelu

**44.** a) 33 %                      b) 76 %

**K16.** 9. luokkien oppilaiden liikunnan harrastusajat

Aika (min/vrk)	Tytöt	Pojat	Yht.
enintään 30	0	2	2
31–60	8	9	17
61–90	3	4	7
91–120	3	4	7
yli 120	3	7	10
Yhteensä	17	26	43

**K17.** a) 2                      b) 10                      c) 31–60 min                      d) 43

**K18.** a) 31–60 min                      b) 31–60 min

**K19.** a) 53 %                      b) 58 %

**K20.** ei ole

**Lisätehtäviä sivuille 14–15**

Taulukkolaskentaohjelmalla voidaan taulukoita havaintoja, laskea havaintoihin liittyviä laskutoimituksia ja piirtää kaavioita eli diagrammeja.

**L18.** Tietojen kirjoitus, tallennus ja muotoilu

- Käynnistä taulukkolaskentaohjelma.
- Valitse solu A1 ja kirjoita siihen taulukon otsikko 9. luokkien oppilaiden mieluisin sisäpelilaji.
- Tallenna työkirja napauttamalla -painiketta. Anna työkirjalle sopiva nimi.
- Kirjoita soluun A2 teksti Sisäpelilaji ja täydennä sarakke A kuten kuvassa.
- Tartu hiiren kohdistimella sarakkeiden A ja B väliseen reunaviivaan ja vedä saraketta A leveämmäksi.
- Täydennä solualue B2:B6 kuten kuvassa.
- Kirjoita soluun B7 =-merkillä alkava kaava =B3+B4+B5+B6 ja paina ENTER. Ohjelma laskee frekvenssien summan soluun B7.
- Valitse solualue A2:B7. Lisää soluihin reunaviivat.
- Tallenna työkirja.
- Esikatsela ja tulosta työkirja, leikkaa taulukko sopivan kokoiseksi ja liimaa se vihkoosi. Sulje työkirja.

**L19.** Summakaava

- Kirjoita ja muotoile taulukko työkirjaan. Tallenna työkirja.
- Valitse solu B7 ja napauta  $\Sigma$ -painiketta.
- Ohjelma ehdottaa yhteenlaskettaviksi yläpuolella olevia soluja. Voit muuttaa valintaa. Hyväksy alue painamalla ENTER.
- Muotoile, tallenna ja tulosta työkirja.

**Koulu liikuntaa pitäisi olla enemmän.**

Vastaus	f
täysin eri mieltä	9
jokseenkin eri mieltä	8
jokseenkin samaa mieltä	35
täysin samaa mieltä	29
Yhteensä	

Muista tallentaa työkirja usein työskentelyn aikana!



67

**Kotitehtäviä sivuille 14–15**

Rengasta sopiva vaihtoehto.  
Kuinka kauan harrastat liikuntaa päivittäin?  
A enintään 30 min                      D 91–120 min  
B 31–60 min                      E yli 120 min  
C 61–90 min

**9. luokkien oppilaiden vastaukset**

Tytöt:	<input type="radio"/> A	<input type="radio"/> B	<input type="radio"/> C	<input type="radio"/> D	<input type="radio"/> E
	<input type="radio"/> A	<input type="radio"/> B	<input type="radio"/> C	<input type="radio"/> D	<input type="radio"/> E

Pojat:	<input type="radio"/> A	<input type="radio"/> B	<input type="radio"/> C	<input type="radio"/> D	<input type="radio"/> E
	<input type="radio"/> A	<input type="radio"/> B	<input type="radio"/> C	<input type="radio"/> D	<input type="radio"/> E

**9. luokkien oppilaiden liikunnan harrastusajat**

Aika (min/vrk)	Tytöt	Pojat	Yht.
<input type="radio"/> A enintään 30			
<input type="radio"/> B 31–60			
<input type="radio"/> C 61–90			
<input type="radio"/> D 91–120			
<input type="radio"/> E yli 120			
Yhteensä			

**K16.** Taulukoi tyttöjen ja poikien liikunnan harrastusaikojen frekvenssit.

**K17.** Kuinka moni oppilaista harrasti päivittäin liikuntaa a) enintään 30 min b) yli 2 tuntia? c) Mikä harrastusaika oli yleisin? d) Kuinka paljon havaintoja on yhteensä?

**K18.** Minkä harrastusajan frekvenssi on suurin a) tyytillä b) pojilla?

**K19.** Kuinka monta prosenttia a) tyytistä b) pojista harrasti liikuntaa yli tunnin vuorokaudessa?

**K20.** Onko tilaston tietojen perusteella havaittavissa eroa tyttöjen ja poikien liikunnan harrastusaikojen välillä?

**Harjoittele**

**8C-luokan oppilaiden liikuntapäivän ruoka- ja liikuntalaji**

Oppilas	Ruokalaji	Liikuntalaji
Jenni	lihapullat	laskettelu
Antti	kalapaukot	kävely
Joona	kasviskeitto	uinti
Marjo	lihapullat	hiihto
Pauli	lihapullat	laskettelu
Nina	kasviskeitto	hiihto
Krista	kasviskeitto	hiihto
Samuli	kalapaukot	hiihto
Sini	lihapullat	uinti
Niko	kasviskeitto	laskettelu
Eero	lihapullat	laskettelu
Petra	kasviskeitto	uinti
Tiina	kalapaukot	laskettelu
Pekka	lihapullat	kävely
Jussi	kasviskeitto	laskettelu
Emilia	lihapullat	kävely
Petri	kasviskeitto	laskettelu
Ville	lihapullat	hiihto
Ari	lihapullat	uinti
Mari	kasviskeitto	kävely
Sampo	kalapaukot	uinti



- Kuinka moni oppilaista valitsi kasviskeiton?
  - Mikä ruokalajeista oli suosituin?
  - Kuinka paljon havaintoja oli yhteensä?

**40.** Kuinka monta prosenttia oppilaista valitsi  
a) kalapaukot                      b) lihapullat?

**Sovella**

**41.** Taulukoi 8C-luokan tyttöjen ja poikien liikuntalajien valinnat ja laske frekvenssit.

- Mikä liikuntalaji oli suosituin?
  - Kuinka moni oppilaista valitsi hiihton?
  - Kuinka moni oppilaista valitsi laskettelon?

**43.** Minkä liikuntalajin frekvenssi oli suurin  
a) tyytillä                      b) pojilla?

**44.** Kuinka monta prosenttia oppilaista valitsi  
a) laskettelon                      b) ulkoilulajin?

**8C-luokan oppilaiden ruokalajien valinnat**

Ruokalaji	Tukkimiehen kirjanpito	f
kalapaukot		
lihapullat		
kasviskeitto		
Yhteensä		

# 6 Suhteellinen frekvenssi

## Tavoitteet

Opitaan laskemaan suhteellinen frekvenssi ja tekemään arvioita suhteellisen frekvenssin avulla.

## Monisteet ja kalvot

### 11. Kotitehtävien vastauksia

**CD:** tehtävien L20 ja L21 taulukoiden ohjattu laatiminen ja tehtävän L22 taulukko sekä mallivastaukset

## Lisäharjoittelua

**Frekvenssitaulukko:** Monisteen 10 frekvenssitaulukoihin lasketaan suhteelliset frekvenssit.

**Harjoitustyö:** Lasketaan suhteelliset frekvenssit.

**Nimitutkimus:** Jatka oman luokkasi nimien pituuksien tutkimista laskemalla taulukkoon suhteelliset frekvenssit.

## Tehtävien vastauksia

45. Pidätkö koululiikunnasta?

Vastaus	f	f (%)
pidän	18	72
en pidä	7	28
<b>Yhteensä</b>	<b>25</b>	<b>100</b>

46. n. 144

47. 9. luokkien poikien mieluisimmat sisäpelilajit

Sisäpelilaji	f	f (%)
salibandy	7	27
lentopallo	5	19
koripallo	6	23
muu laji	8	31
<b>Yhteensä</b>	<b>26</b>	<b>100</b>

48. a) pojille mieluisampi

b) tytöille mieluisampi

c) tytöille mieluisampi

49. Sami Laaksosen kaudella 2003–2004 heittämät korit

Heitto	f	f (%)
yhden pisteen heitto	130	32,5
kahden pisteen heitto	230	57,5
kolmen pisteen heitto	40	10,0
<b>Yhteensä</b>	<b>400</b>	<b>100,0</b>

50. a) 84

b) 149

c) 26

## 6 Suhteellinen frekvenssi

### Suhteellinen frekvenssi

$$f(\%) = \frac{\text{frekvenssi}}{\text{frekvenssien summa}}$$

**Suhteellinen frekvenssi** ilmaisee tietyn havainnon osuuden havaintojen kokonaislukumäärästä. Suhteellinen frekvenssi lasketaan jakamalla frekvenssi frekvenssien summalla ja sen arvo voidaan ilmoittaa murtolukuna, desimaalilukuna tai prosentteina. Suhteellisen frekvenssin avulla voidaan tehdä vertailuja eri tilastojen välillä.

### Esimerkki 1

Suhteellinen frekvenssi 44 % osoittaa, että 9. luokkien tytöistä 44 % pitää eniten lentopallosta.

Laske 9. luokkien tyttöjen mieluisimpien sisäpelilajien suhteelliset frekvenssit.

► Jaetaan frekvenssit tyttöjen kokonaislukumäärällä eli frekvenssien summalla 25.

### 9. luokkien tyttöjen mieluisimmat sisäpelilajit

Sisäpelilaji	f	f (%)
salibandy	5	$\frac{5}{25} = 0,20 = 20\%$
lentopallo	11	$\frac{11}{25} = 0,44 = 44\%$
koripallo	6	$\frac{6}{25} = 0,24 = 24\%$
muu laji	3	$\frac{3}{25} = 0,12 = 12\%$
<b>Yhteensä</b>	<b>25</b>	$\frac{25}{25} = 1 = 100\%$

Lähde: Laskutaidon liikuntatutkimus v. 2004

Suhteellisten frekvenssien summa on aina 1. Kun suhteellinen frekvenssi esitetään desimaalilukuna tai prosentteina, voi summan arvo pyöristyksistä johtuen poiketa jonkin verran arvosta 1 tai 100 %.



## Päivän äänestys

Harrastan liikuntaa, jotta pysyisin hyväkuntoisena.

**L21.** Maanosien väkiluvut v. 2003

Maanosa	f (milj.)	f (%)
Aasia	3 846	60,8
Afriikka	850	13,4
Eurooppa	726	11,5
Lat. Amerikka	543	8,6
Pohjois-Amerikka	326	5,2
Oseania	32	0,5
Yhteensä	6 323	100,0

**K21.** Onko puhelimesi saldorojoitus?

Vastaus	f	f (%)
ei	15	60
on	10	40
Yhteensä	25	100

**K22.** 7B-luokan oppilaiden matkapuhelimen merkki

Merkki	f	f (%)
Nokia	22	88
Sony Ericsson	2	8
Siemens	1	4
Yhteensä	25	100

**K23** Taru Sormusten herrasta -kirjan lukeneet

Oppilas	7A (%)	8A (%)	9A (%)
on lukenut	23	6	48
ei ole lukenut	77	94	52
Yhteensä	100	100	100

- K24.** a) 7. luokilla 27 oppilasta, 8. luokilla 6 oppilasta ja 9. luokilla 43 oppilasta.  
 b) 9. luokkien, sillä 9A-luokan oppilaiden osuus kaikkien 9. luokkien oppilaiden kokonaismäärästä on suurempi kuin 7A- ja 8A-luokkien vastaavat osuudet.

**Lisätehtäviä sivuille 16–17**



**L20.** Suhteellisen frekvenssin laskeminen

1. Kirjoita ja muotoile työkirjaan kuvan mukainen taulukko. Tallenna työkirja.
2. Laske frekvenssien summa soluun B6.
3. Kirjoita soluun C3 kaava =B3/B6 ja paina ENTER.
4. Kirjoita soluun C4 kaava =B4/B6 ja paina ENTER. Täydennä solu C5 vastaavasti.
5. Laske suhteellisten frekvenssien summa soluun C6.
6. Valitse solualue C3:C6. Muuta lukujen esitysmuodoksi prosenttiluku napauttamalla %-painiketta. Jos painike ei ole näkyvässä, valitse se kohdasta Lisää painikkeita. Muuta desimaalien määrää siten, että vastaus on yhden desimaalin tarkkuudella.
7. Tallenna ja tulosta työkirja.

**L21.** Maanosien väkiluvut v. 2003

Maanosa	f (milj.)	f (%)
Aasia	3 846	
Afriikka	850	
Eurooppa	726	
Lat. Amerikka	543	
Pohjois-Amerikka	326	
Oseania	32	
Yhteensä		

Lähde: Tilastokeskus, Maailma numeroina v. 2004

- a) Kirjoita taulukon tiedot taulukko-laskentaohjelmaan.
- b) Laske frekvenssien summa.
- c) Laske suhteelliset frekvenssit prosentteina.
- d) Laske suhteellisten frekvenssien summa.
- e) Muotoile, tallenna ja tulosta työkirja.

- a) Avaa CD-ROM-levyltä tiedosto L22.xls
- b) Laske frekvenssien summa.
- c) Laske suhteelliset frekvenssit ja suhteellisten frekvenssien summa.
- d) Muotoile, tallenna ja tulosta työkirja.



**Kotitehtäviä sivuille 16–17**

**K21.** Laske suhteelliset frekvenssit prosentteina.

Onko puhelimesi saldorojoitus?	f	f (%)
Vastaus		
ei	15	
on	10	
Yhteensä		

**K22.** Laske suhteelliset frekvenssit prosentteina.

7B-luokan oppilaiden matkapuhelimen merkki	f	f (%)
Merkki		
Nokia	22	
Sony Ericsson	2	
Siemens	1	
Yhteensä		



**K23.** Taru Sormusten herrasta -kirjan lukeneet

Oppilas	7A	8A	9A
on lukenut	6	1	11
ei ole lukenut	20	15	12

Lähde: Laskutaidon kysely v. 2004

Laske Taru Sormusten herrasta -kirjan lukeneiden oppilaiden suhteelliset frekvenssit kullakin luokalla.

- K24.** Tehtävän K23 koulun 7. luokilla oli 115, 8. luokilla 100 ja 9. luokilla 90 oppilasta.
- a) Arvioi Taru Sormusten herrasta -kirjan lukeneiden oppilaiden määrät luokka-asteittain.
  - b) Minkä luokka-asteen arvio on mielestäsi luotettavin? Miksi?



**Harjoittele**

**45.** Laske vastausten suhteelliset frekvenssit prosentteina.

**Pidätkö koululiikunnasta?**

Vastaus	f	f (%)
pidän	18	
en pidä	7	
Yhteensä		

**46.** Tehtävän 45 koulussa on 200 oppilasta. Arvioi, kuinka moni koulun oppilaista pitää koululiikunnasta.



**47.** Laske 9. luokkien poikien mieluisimpien sisäpelilajien suhteelliset frekvenssit prosentteina.

**9. luokkien poikien mieluisimmat sisäpelilajit**

Sisäpelilaji	f	f (%)
salibandy	7	
lentopallo	5	
koripallo	6	
muu laji	8	
Yhteensä		

Lähde: Laskutaidon liikuntatutkimus v. 2004

**48.** Päättele esimerkin 1 ja tehtävän 47 avulla, oliko a) salibandy b) koripallo c) lentopallo tytöille vai pojille mieluisampi sisäpelilaji.

**Sovella**

**49.** Laske Joensuun Katajan Sami Laaksosen koripallon SM-runkosarjassa kaudella 2003–2004 heittämiensä koriensa suhteelliset frekvenssit prosentteina.

Heitto	f	f (%)
yhden pisteen heitto	130	
kahden pisteen heitto	230	
kolmen pisteen heitto	40	
Yhteensä		

Lähde: Suomen Koripalloliitto ry v. 2004

**50.** Sami Laaksosen teki kauden 2002–2003 aikana 259 koria. Arvioi tehtävän 49 avulla, kuinka monta

- a) yhden pisteen
- b) kahden pisteen
- c) kolmen pisteen koria Laaksosen teki.

# 7 Pystyylväskuvio

## Tavoitteet

Opitaan esittämään ja tulkitsemaan tilastoja pystyylväskuvioiden avulla.

## Monisteet ja kalvot

12. Asteikon valinta: kalvopohja

13. Kotitehtävien vastauksia

CD: tehtävien L23 ja L24 taulukot sekä mallikuviot

## Lisäharjoittelua

**Harjoitustyö:** Monisteen 9 kysymyksen 3 vastaukset ja kysymyksistä 4 ja 5 laskettu yönen pituus esitetään pystyylväskuviona. Omaa kyselylomakettaan työstävät valitsevat yhden tai kaksi kysymystä, joiden tulokset esitetään pystyylväskuvioina.

**Yhteistoiminnallinen oppiminen:** Kappaleet 7–11 voidaan opiskella yhteistoiminnallisesti. Yhteistoiminnalliseen opiskeluun käytetään aikaa 4–5 tuntia. Luokka jaetaan neljän oppilaan ryhmiin eli kotiryhmiin. Kotiryhmissä oppilaat valitsevat itselleen kirjaimet A, B, C tai D. Valinta voidaan tehdä arpomalla tai ryhmä jakaa kirjaimet valitsemallaan tavalla. Jos ryhmässä on hyvin eritasoisia oppilaita, voi opettaja avustaa arpaa siten, että kirjaimen C saa oppilas, joka parhaiten pystyy opettamaan vaativimman asian muille ryhmänsä jäsenille. Kirjaimen A valinneet oppilaat muodostavat ns. asiantuntijaryhmän. Vastavasti B, C ja D muodostavat omat asiantuntijaryhmänsä. Jos asiantuntijaryhmään tulee enemmän kuin neljä oppilasta, voidaan ryhmä jakaa kahteen osaan. Asiantuntijaryhmät opiskelevat omat aiheensa. Opiskeluvaiheen jälkeen asiantuntijat palaavat omiin kotiryhmiinsä ja opettavat oppimansa asian muille ryhmän jäsenille. Jos yhteistoiminnallinen oppiminen on uusi työtapana, on oppilaille syytä korostaa jokaisen vastuuta muiden ryhmän jäsenten oppimisessa.

### Asiantuntijaryhmien tehtävät:

#### Ryhmä A. Pystyylväskuvio

Opiskele oppikirjan sivun 18 teoria ja tee sen avulla tehtävät 51, 52 ja 53.

#### Ryhmä B. Erilaisia pylväskuvioita

Opiskele oppikirjan sivun 20 teoria ja tee sen avulla tehtävät 55 ja 56.

#### Ryhmä C. Ympyräkuvio

Opiskele oppikirjan sivujen 22 ja 24 teoria ja tee sen avulla tehtävät 59, 60, 61 ja 64.

#### Ryhmä D. Viivakuvio

Opiskele oppikirjan sivun 26 teoria ja tee sen avulla tehtävät 71–73.

## Päivän äänestys

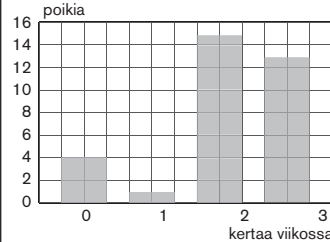
Osaan käyttää pyykinpesukonetta.

**Kotitehtävä:** Valmistaudutaan opettamaan tunnilla opittu asia muille kotiryhmän jäsenille.

Kirjallisuutta: Koppinen, M-L. ja Pollari, J. (1993): Yhteistoiminnallinen oppiminen – Tie tuloksiin. WSOY. Opetus 2000, Helsinki.

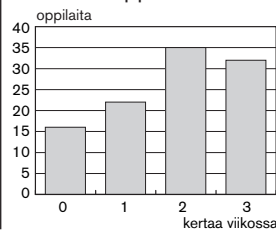
## Tehtävien vastauksia

51. a) 8. luokkien poikien saunominen



b) 5 c) 28

52. 8. luokan oppilaiden saunominen



## 7 Pystyylväskuvio

Pystyylväskuviossa vaak-akselille merkittyjen havaintoarvojen kohdille piirretään pystyylväät kuvaamaan näiden arvojen frekvenssejä.

### Esimerkki 1

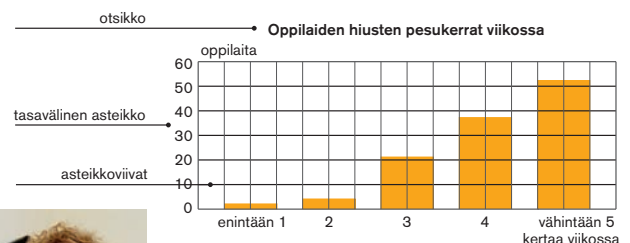
#### Oppilaiden hiusten pesukerrat viikossa

Pesukerrat (lkm/vk)	f
enintään 1	2
2	4
3	21
4	37
vähintään 5	52

Laskutaidon kysely v. 2004

Pystyylväskuvion piirtäminen oppilaiden hiusten pesukertoista viikossa:

1. Merkitse pesukertojen lukumäärät viikossa vaak-akselille. Valitse pylvään leveydeksi kaksi ruudun sivua ja pylväiden välin pituudeksi yksi ruudun sivu.
2. Valitse pystyakselilla yksi viikon ruudun sivu vastaamaan frekvenssiä 10 eli valitse yksiköksi 10. Silloin kuusi ruudun korkeutta kattaa kaikki havainnot. Lukumäärä pystyakselilla alkaa arvosta nolla.
3. Piirrä pesukertojen kohdalle tasalevyiset pystysuorat pylväät, joiden korkeus on havaintojen lukumäärä.
4. Nimeä akselit ja lisää kuvioon otsikko.

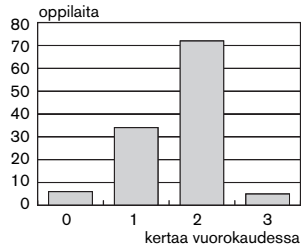


Yleisin hiusten pesukertojen lukumäärä viikossa oli ”vähintään 5”. Kuusi oppilasta pesi hiuksensa enintään kaksi kertaa viikossa.

#### Pystyakselin yksiköitä:

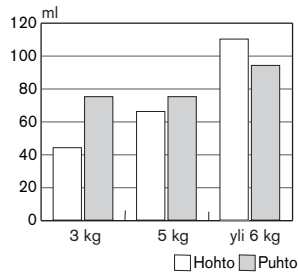
1	2	5
10	20	50
100	200	500

53. a) 8. luokkien oppilaiden hampaiden pesu



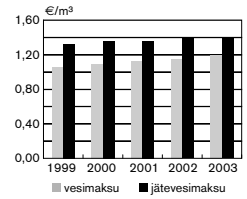
b) Yleisin pesukertojen lukumäärä oli kaksi kertaa vuorokaudessa, kuusi 8. luokkien oppilasta ei pessyt hampaitaan joka päivä.

54. a) Pesuaineen annostelu likaiselle pyykille



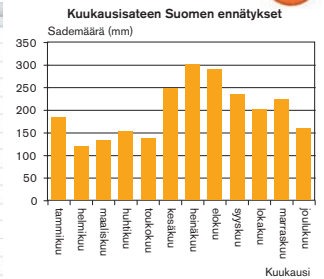
b) Yli 6 kg:n pyykkimäärällä Puhtoa kuluu vähemmän. Korkeintaan 5 kg:n pyykkimäärällä Hohtoa kuluu vähemmän.

L24. Vesimaksut Jyväskylässä v. 1999–2003



Lisätehtäviä sivuille 18–19

Kuukausi	Sademäärä (mm)
1 tammikuu	183
2 helmikuu	119
3 maaliskuu	133
4 huhtikuu	152
5 toukokuu	137
6 kesäkuu	248
7 heinäkuu	302
8 elokuu	291
9 syyskuu	234
10 lokakuu	202
11 marraskuu	223
12 joulukuu	159



L23. Pylväsruokan piirtäminen

- Kirjoita ja muotoile työkirjaan kuvan mukainen taulukko. Tallenna työkirja.
- Valitse solualue B3:B14.
- Napauta Ohjattu kaavion luominen-painiketta.
- Kaavion laji Pylväs on valittu, joten napauta Seuraava.
- Avaa Sarja-välilehti. Napauta Luokkakselin otsikot-riviltä Arvot-ruutua. Valitse solualue A3:A14 ja hyväksy valinta. Napauta Seuraava.
- Kirjoita Otsikot-välilehdelle kaavion otsikoksi Kuukausi Suomen ennätykset ja akselien otsikoiksi Kuukausi ja Sademäärä (mm).
- Poista rasti Selite-välilehden Näytä selite-ruudusta. Napauta Seuraava.
- Sijoita kaavio objektina laskentataulukon napauttamalla Valmis.
- Tallenna ja tulosta työkirja.

Napauta -painiketta ja esikatsela työkirja ennen tulostusta!



L24. Pylväsryhmä

Vesimaksut Jyväskylässä v. 1999–2003

Vuosi	Vesimaksu (€/m³)	Jätevesimaksu (€/m³)
1999	1,05	1,32
2000	1,09	1,36
2001	1,13	1,36
2002	1,15	1,40
2003	1,20	1,40

- Kirjoita ja muotoile taulukko työkirjaan. Tallenna työkirja.
- Valitse solualue B3:C7.
- Napauta -painiketta. Kaavion laji Pylväs on valittu, joten napauta Seuraava.
- Avaa Sarja-välilehti. Napauta Luokkakselin otsikot-riviltä Arvot-ruutua. Valitse solualue A3:A7 ja hyväksy valinta. Kirjoita Sarjan 1 nimeksi Vesimaksu ja Sarjan 2 nimeksi Jätevesimaksu. Napauta Seuraava.
- Kirjoita kaavion otsikko ja nimeä akselit. Napauta Seuraava.
- Sijoita kaavio objektina laskentataulukon napauttamalla Valmis.

69

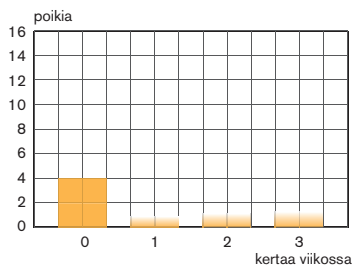
Harjoittele

51. 8. luokkien oppilaiden saunominen viikossa

Saunominen (kertaan/vk)	Tytöt	Pojat
0	12	4
1	21	1
2	20	15
3	19	13

Lähde: Laskutaidon kysely v. 2004

8. luokkien poikien saunominen



Kuvion pystyakselin yksikkö on 2 eli yksi ruudun sivu vastaa kahta poikaa.

- Kopioi ja täydennä kuvio.
- Kuinka moni pojista saunoo enintään kerran viikossa?
- Kuinka moni pojista saunoo ainakin kaksi kertaa viikossa?

52. a) Piirrä kaikkien 8. luokan oppilaiden saunomiskertojen pystypylväskuvio valitsemalla pystyakselin yksiköksi viisi.  
b) Otsikoi kuvio ja akselit.

53. 8. luokkien oppilaiden hampaiden pesu

Hampaiden pesu (kertaan/vrk)	f
0	6
1	34
2	72
3	5

Lähde: Laskutaidon kysely v. 2004

- Piirrä 8. luokkien oppilaiden hampaiden pesukertojen pystypylväskuvio valitsemalla pystyakselin yksiköksi kymmenen.
- Kirjoita kaksi johtopäätöstä kuvion perusteella.

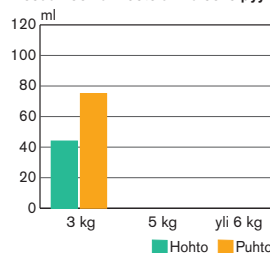
Sovella

54. Pesuaineen annostelu likaiselle pyykille

Koneen koko	Hohto (ml)	Puhto (ml)
3 kg	44	75
5 kg	66	75
yli 6 kg	110	94

- Kopioi ja täydennä ryhmäpylväskuvio.
- Kirjoita kaksi johtopäätöstä kuvion perusteella.

Pesuaineen annostelu likaiselle pyykille

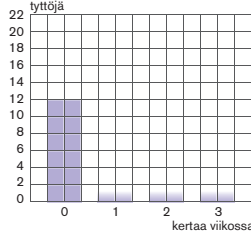


K25. 8. luokkien tyttöjen saunominen

Saunominen (kertaan/viikko)	f
0	12
1	21
2	20
3	19

Lähde: Laskutaidon kysely v. 2004

8. luokkien tyttöjen saunominen



- Tyttöjen saunomiskertojen pystyakselin yksikkö on kaksi.
- Kopioi ja täydennä kuvio.
  - Kuinka moni tytöistä saunoo enintään kerran viikossa?
  - Kuinka moni tytöistä saunoo vähintään kerran viikossa?



K26. 8. luokkien tyttöjen hampaiden pesu

Hampaiden pesu (kertaan/vrk)	f
0	4
1	7
2	56
3	5

Lähde: Laskutaidon kysely v. 2004

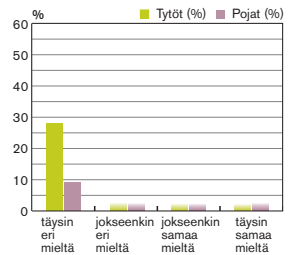
- Piirrä pystypylväskuvio 8. luokkien tyttöjen hampaiden pesusta valitsemalla pystyakselin yksiköksi viisi.
- Kirjoita kaksi johtopäätöstä kuvion perusteella.

K27. Vain suomalaiset osaavat saunaa.

Vastaus	Tytöt (%)	Pojat (%)
täysin eri mieltä	28	9
jokseenkin eri mieltä	36	13
jokseenkin samaa mieltä	21	22
täysin samaa mieltä	15	56

Lähde: Laskutaidon kysely v. 2004

Vain suomalaiset osaavat saunaa.



- Piirrä ja täydennä pylväsryhmäkuvio viikkoosi.
- Kirjoita kaksi johtopäätöstä kuvion perusteella.

# 8 Erilaisia pylväskuvioita

## Tavoitteet

Opitaan esittämään ja tulkitsemaan tilastoja erilaisten pylväskuvioiden avulla.

## Monisteet ja kalvot

**14. Summapylväskuvio:** piirretään summapylväskuvio valmiista ja omasta aineistosta

**15. Ryhmäpylväskuvio:** vaativia ryhmäpylväskuvioita

**16. Kotitehtävien vastauksia**

CD: tehtävien L25 ja L26 taulukot sekä mallikuviot

## Lisäharjoittelua

**Harjoitustyö:** Monisteen 9 kyselylomakkeen kysymyksen 6 tulokset esitetään vaakapylväskuviona. Oma kyselylomakettaan työstävät valitsevat yhden kysymyksen, jonka tulos esitetään vaakapylväskuvion avulla.

**Yhteistoiminnallinen oppiminen:** Asiantuntijat palaavat kotiryhmiinsä. Asiantuntija A opettaa kotiryhmän muille jäsenille opiskelemansa pystypylväskuvion piirtämisen. Yhdessä tehdään kirjan tehtävät 51–54 ja lisätehtävät L23 ja L24. Tehtävät tarkistetaan yhteisesti. Samalla varmistetaan, että käsitteet on opittu oikein.

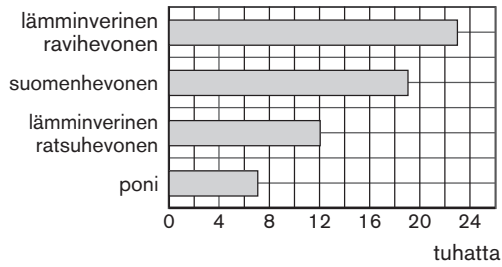
**Ryhmäpylväskuvio:** Monisteen 15 taulukon kysymykset nuorten tulevaisuuden työtehtäviin ja uraan liittyvistä toiveista voidaan esittää luokalle. Kysymyksiin vastataan asteikolla 1–4, missä 1 = en ole kiinnostunut, 2 = olen jonkin verran kiinnostunut, 3 = olen melko kiinnostunut ja 4 = olen erittäin kiinnostunut. Tulokset kootaan ja niistä lasketaan tyttöjen ja poikien vastauksien keskiarvot sekä piirretään ryhmäpylväskuvio.

## Päivän äänestys

Minulla on lemmikkieläin.

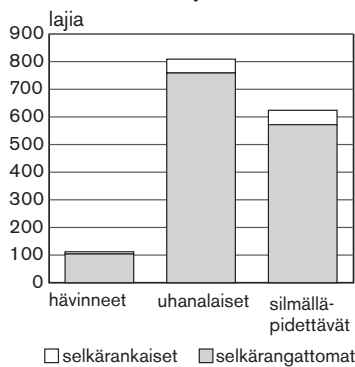
## Tehtävien vastauksia

**55.** Suomen hevoscanta v. 2004



**56.** a) 61 000    b) 4 000 hevosta enemmän    c) 31 %

**57.** a) Suomen eläinlajien uhanalaisuus v. 2000



b) 21,6 %    c) 1420 %

## 8 Erilaisia pylväskuvioita

### Esimerkki 1



#### Vaaka-akselin yksiköitä:

1	2	5
10	20	50
100	200	500



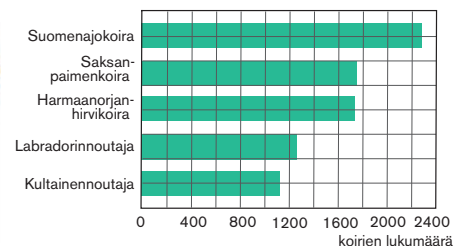
Vaakapylväskuvion piirtäminen Suomen viiden suosituimman koirarodun lukumääristä:

#### Suomen suosituimmat koirarodut v. 2003

Rotu	f	Pyöristetty lukumäärä
Suomenajokoira	2 286	2 290
Saksanpaimenkoira	1 758	1 760
Harmaanorjanhirkko	1 740	1 740
Labradorinnoutaja	1 267	1 270
Kultainnoutaja	1 131	1 130

1. Merkitse lukumäärät vaaka-akselille ja valitse vaaka-akselin yksiköksi 200. Tällöin 12 ruutua kattaa frekvenssit arvoon 2 400 saakka. Lukumäärä alkaa aina arvosta nolla.
2. Merkitse rodut pystyakselille suuruusjärjestyksessä ylhäältä frekvenssiltään suurimmasta alkaen.
3. Piirrä rotujen kohdalle tasalevyiset vaakasuorat pylväät, joiden pituus on havaintojen pyöristetty lukumäärä.
4. Nimeä akselit ja lisää kuvioon otsikko.

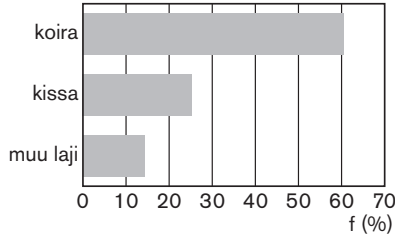
#### Suomen suosituimmat koirarodut v. 2003



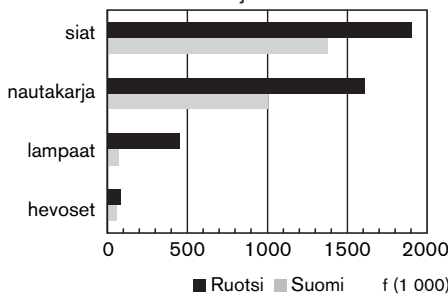
58. a) 8. luokkien oppilaiden lemmikit

Lemmikki	f	f (%)
koira	55	60,4
kissa	23	25,3
muu laji	13	14,3
Yhteensä	91	100,0

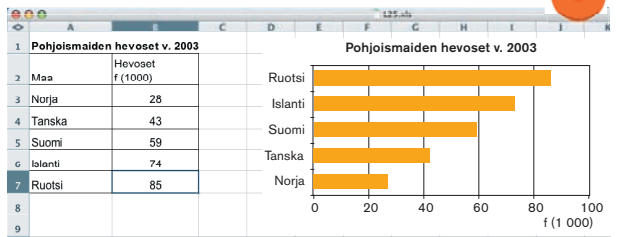
b) 8. luokkien oppilaiden lemmikit



L26. Kotieläimet Suomessa ja Ruotsissa v. 2003



Lisätehtäviä sivuille 20–21



L25. Vaakapylväskuvion piirtäminen

- Kirjoita ja muotoile työkirjan kuvan mukainen taulukko. Talleta työkirja.
- Valitse solualue B3:B7.
- Napauta -painiketta. Valitse kaavion lajiksi Palkki ja napauta Seuraava.
- Avaa Sarja-välilehti. Napauta Luokka-akselin otsikot-riviltä Arvot-ruutua. Valitse solualue A3:A7 ja hyväksy valinta. Napauta Seuraava.
- Kirjoita Otsikot-välilehdelle kaavion otsikoksi Pohjoismaiden hevoset v. 2003 ja arvoakselin otsikoksi f (1 000).
- Poista rasti Selite-välilehden Näytä selite-ruudusta. Napauta Seuraava.
- Napauta Valmis.
- Talleta ja tulosta työkirja.

L26. Vaakapylväsryhmä

Kotieläimet Suomessa ja Ruotsissa v. 2003

Kotieläimet	Suomi (1000)	Ruotsi (1000)
hevoset	59	85
lampaat	67	451
nautakarja	1000	1612
siat	1375	1904

Lähde: Suomen tilastollinen vuosikirja 2004

- Kirjoita ja muotoile taulukko työkirjan. Talleta työkirja.
- Valitse solualue B3:C6.
- Napauta -painiketta. Valitse kaavion lajiksi Palkki ja napauta Seuraava.
- Avaa Sarja-välilehti. Napauta Luokka-akselin otsikot-riviltä Arvot-ruutua. Valitse solualue A3:A6 ja hyväksy valinta. Kirjoita Sarjan 1 nimeksi Suomi ja Sarjan 2 nimeksi Ruotsi. Napauta Seuraava.
- Kirjoita otsikot kaaville ja akselleille.
- Napauta Valmis.
- Talleta ja tulosta työkirja.

Harjoittele

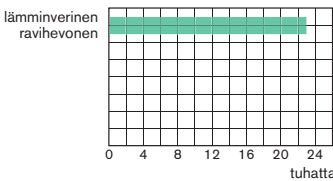
Suomen hevostanta v. 2004

Laji	f (1 000)
lämminverinen ravihevonen	23
suomenhevonen	19
lämminverinen ratsuhevonen	12
poni	7

Lähde: Hippos ry v. 2005

55. Kopioi ja täydennä vaakapylväskuvio.

Suomen hevostanta v. 2004



- Kuinka suuri Suomen hevostanta oli vuonna 2004?
- Kuinka paljon enemmän oli lämminverisiä ravihevosia kuin suomenhevosia?
- Kuinka monta prosenttia hevosista oli suomenhevosia vuonna 2004?

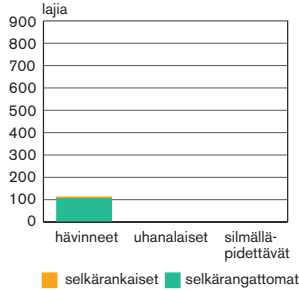
Sovella

57. Suomen eläinlajien uhanalaisuus v. 2000

Uhanalaisuus	Selkärangattomat	Selkärangaiset
hävinneet	104	8
uhanalaiset	759	50
silmälläpidettävät	572	52

Lähde: WWF Suomi v. 2005

Suomen eläinlajien uhanalaisuus v. 2000



- Kopioi ja täydennä summapylväskuvio. Arvioi, kuinka monta prosenttia enemmän vuonna 2000 Suomessa oli uhanalaisia selkärangattomia lajeja kuin
- silmälläpidettäviä eläinlajeja
- uhanalaisia selkärangaisia eläinlajeja.



Vesikkoja ei ole tavattu Suomessa vuoden 1965 jälkeen.

58. 8. luokkien oppilaiden lemmikit

Lemmikki	f	f (%)
koira	55	
kissa	23	
muu laji	13	
Yhteensä		

Lähde: Laskutaidon kysely v. 2004

- Kopioi taulukko ja laske lemmikkien lukumäärien suhteelliset frekvenssit prosentteina.
- Piirrä lemmikkien lukumäärien suhteellisten frekvenssien vaakapylväskuvio.



Voit kopioida kaavion leikepöydälle (Ctrl+C) ja liittää sen (Ctrl+V) esimerkiksi tekstin-käsittelyohjelmaan.

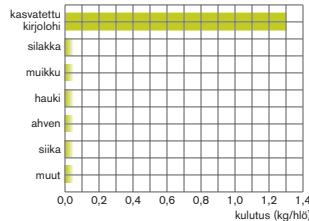
Kotitehtäviä sivuille 20–21

K28. Kotimaisen kalan kulutus v. 2003

Kalalaji	Kulutus (kg/hlö)
kasvatettu kirjolohi	1,3
silakka	0,9
muikku	0,8
hauki	0,7
ahven	0,6
siika	0,3
muut	1,0

Lähde: Rista- ja kalatalouden tutkimuslaitos v. 2004

Kotimaisen kalan kulutus v. 2003



- Mikä on kuvion vaak-akselin yksikkö?
- Kopioi ja täydennä vaakapylväskuvio.

K29. Kuinka monta prosenttia kotimaisen kalan kulutuksesta oli a) kasvatettua kirjolohia b) silakkaa?

K30. Piirrä aasien lukumäärän vaakapylväskuvio.

Aasien lukumäärä eräissä maissa v. 2002

Maa	f (1 000)
Kiina	8 815
Pakistan	3 900
Etiopia	3 414
Meksiko	3 260
Egypti	3 050
Iran	1 600

Lähde: Tilastokeskus, Maailma numeroina v. 2005

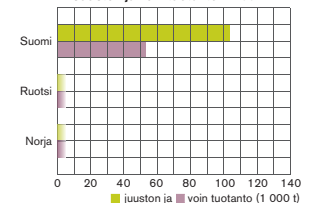
K31. Juuston ja voin tuotanto v. 2002

Maa	Juusto (1 000 t)	Voi (1 000 t)
Suomi	104	53
Ruotsi	136	47
Norja	82	14

Lähde: Tilastokeskus, Maailma numeroina v. 2005

- Piirrä vaakapylväsryhmäkuvio vihkoosi ja täydennä kuvioon Norjan ja Ruotsin juuston ja voin tuotannot.
- Kirjoita kaksi johtopäätöstä kuvion perusteella.

Juuston ja voin tuotanto v. 2002



# 9 Ympyräkuvio

## Tavoitteet

Kerrataan ympyräkuvio ja opitaan laskemaan keskuskulma, kun tunnetaan havainnon suhteellinen frekvenssi ja päinvastoin.

## Monisteet ja kalvot

17. Ympyräkuvioita: arvioidaan ja lasketaan keskuskulman suuruus

## Lisäharjoittelua

**Yhteistoiminnallinen oppiminen:** Asiantuntija B opettaa erilaisten pylväskuvioiden piirtämisen muille kotiryhmänsä jäsenille. Opettamisen apuna käytetään tehtäviä 55–58. Lisäharjoitteluun käytetään monisteita 14 ja 15 sekä lisätehtäviä L23 ja L24. Opettaja varmistaa, että käsitteet on opittu oikein.

## 9 Ympyräkuvio

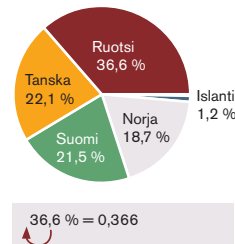
### Ympyräkuvio



Ympyräkuviossa koko ympyrä vastaa kaikkia havaintoja. Ympyrä jaetaan sektoreihin, joiden keskuskulmat vastaavat eri havaintojen osuuksia. Ympyräkuvio soveltuu hyvin kuvaamaan tilastoa, jonka havainnot voidaan vain luokitella jonkin ominaisuuden perusteella.

### Esimerkki 1

Osuus Pohjoismaiden väkiluvusta v. 2003

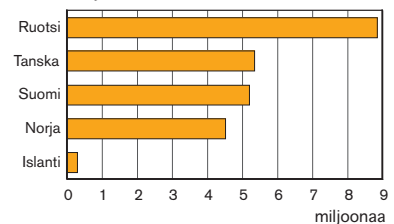


Pohjoismaiden väkiluku oli vuonna 2003 yhteensä 24,3 miljoonaa. a) Lasketaan eri Pohjoismaiden väkiluvut. b) Piirretään vaakapylväskuvio Pohjoismaiden väkiluvuista.

- a) Ruotsalaisia on 36,6 % Pohjoismaiden asukkaista. Ruotsin väkiluku on siis  $0,366 \cdot 24,3 \text{ milj.} \approx 8,894 \text{ milj.} \approx 8,89 \text{ milj.}$  Muiden Pohjoismaiden väkiluvut ovat:  
Tanska  $0,221 \cdot 24,3 \text{ milj.} = 5,3703 \text{ milj.} \approx 5,37 \text{ milj.}$   
Suomi  $0,215 \cdot 24,3 \text{ milj.} = 5,2245 \text{ milj.} \approx 5,22 \text{ milj.}$   
Norja  $0,187 \cdot 24,3 \text{ milj.} = 4,5441 \text{ milj.} \approx 4,54 \text{ milj.}$   
Islanti  $0,012 \cdot 24,3 \text{ milj.} = 0,29216 \text{ milj.} \approx 0,29 \text{ milj.}$

- b) Suurin frekvenssi on 8,89 miljoonaa. Valitaan vaakakselin yksiköksi 1 miljoonaa.

Pohjoismaiden väkiluvut v. 2003



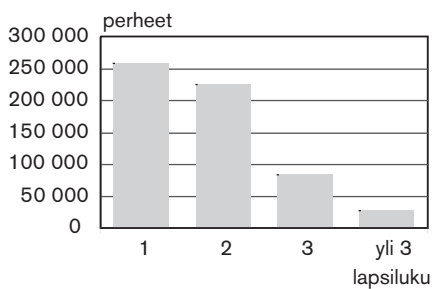
Ympyräkuvio esittää kokonaisuuden jakautumista osiin, pylväskuvion avulla voidaan vertailla eri arvojen välisiä suuruuksia.

## Päivän äänestys

Matkapuhelimen runsas käyttö vahingoittaa aivoja.

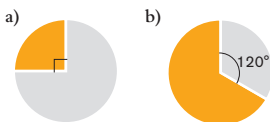
59. a) 25 %      b) 67 %  
 60. a) 180°     b) 36°  
 61. a) ruotsi     b) 1,6 prosenttiyksikköä  
 c) 13,5 prosenttiyksikköä  
 62. a) 8,14 milj.   b) 4,86 milj.  
 c) 0,29 milj.   d) 5,18 milj.  
 63. a) yksi lapsi: 257 600 perhettä  
 kaksi lasta: 226 100 perhettä  
 kolme lasta: 83 300 perhettä  
 yli 3 lasta: 28 000 perhettä

**b)**  
**Suomen lapsiperheet**  
**lapsiluvun mukaan v. 2003**

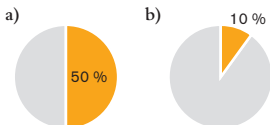


**Harjoittele**

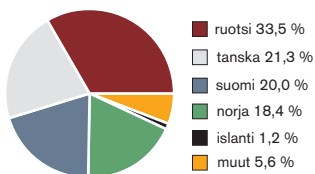
59. Kuinka monta prosenttia on väritetty oranssilla?



60. Laske keskuskulman suuruus.



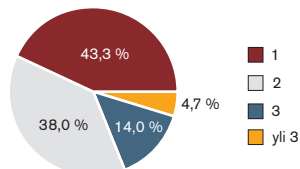
61. Äidinkielet Pohjoismaissa v. 2003



- a) Mikä oli yleisin äidinkieli Pohjoismaissa vuonna 2003?  
 b) Kuinka monta prosenttiyksikköä suurempi oli suomen kuin norjan kielen osuus äidinkielistä?  
 c) Kuinka monta prosenttiyksikköä suurempi oli ruotsin kuin suomen kielen osuus äidinkielistä?  
 62. Pohjoismaiden väkiluku oli vuonna 2003 yhteensä 24,3 miljoonaa. Kuinka moni pohjoismaalaisista puhui vuonna 2003 äidinkielenään  
 a) ruotsia      b) suomea  
 c) islantia     d) tanskaa?

**Sovella**

63. Suomen lapsiperheet lapsiluvun mukaan v. 2003



Lähde: Suomen tilastollinen vuosikirja 2004

Suomessa oli 595 027 lapsiperhettä vuonna 2003.

- a) Laske lapsiperheiden lukumäärät lapsiluvun mukaan.  
 b) Piirrä pystypylväskuvio lapsiperheiden lukumääristä.



# 10 Ympyräkuvion piirtäminen

## Tavoitteet

Opitaan piirtämään ympyräkuvio.

## Monisteet ja kalvot

18. Ympyräkuvion piirtäminen: helppoja ympyräkuvioita

19. Ympyräkuvioita: vaativia ympyräkuvioita

20. Kotitehtävien vastauksia

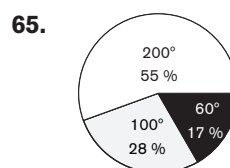
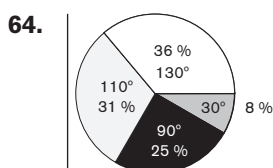
CD: tehtävien L27, L28 ja L29 taulukot sekä mallikuviot

## Lisäharjoittelua

**Harjoitustyö:** Monisteen 9 kyselylomakkeen kysymyksen 2 tulokset esitetään ympyräkuviolla. Oma kyselylomakettaan työstävät valitsevat yhden tai kaksi kysymystä, joiden tulokset esitetään ympyräkuviolla avulla.

**Yhteistoiminnallinen oppiminen:** Asiantuntija C opettaa ympyräkuvion tulkitsemisen ja piirtämisen muille kotiryhmänsä jäsenille. Opettamisen apuna käytetään tehtäviä 59, 60, 61 ja 64. Lisäharjoitteluna käytetään tehtäviä 63, 65 ja 66 sekä lisätehtäviä L27–L29. Tehtävät tarkistetaan yhteisesti.

## Tehtävien vastauksia



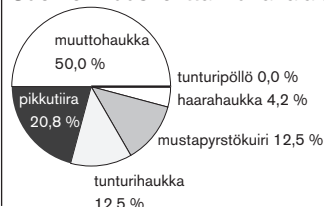
66. a) A 162°, B 90°, C 72° ja D 36°

b) A 252°, B 64,8°, C 25,2° ja D 18°

67. Suomen kuusi erittäin uhanalaista lintulajia

Lintulaji	Pesivät parit $f$	$f$ (%)	Keskuskulma
muuttohaukka	120	50,0	180°
pikkutiira	50	20,8	75°
tunturihaukka	30	12,5	45°
mustapyrstökuiiri	30	12,5	45°
haarahaukka	10	4,2	15°
tunturipöllö	0	0,0	0°
<b>Yhteensä</b>	<b>240</b>	<b>100,0</b>	<b>360°</b>

Suomen kuusi erittäin uhanalaista lintulajia



# 10 Ympyräkuvion piirtäminen

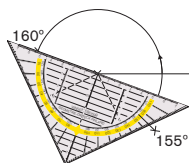
## Esimerkki 1

Suomen suurpedot v. 2003

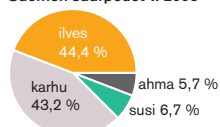
Suurpeto	$f$
ilves	925
karhu	900
susi	140
ahma	120
<b>Yhteensä</b>	<b>2 085</b>

Lähde: www.metsa.fi

Ilvesten suhteellinen frekvenssi prosentteina  
 $\frac{925}{2\,085} = 0,4436... = 44,4\%$   
 Keskuskulman suuruus on  
 $0,444 \cdot 360^\circ \approx 160^\circ$



Suomen suurpedot v. 2003



Ympyräkuvion piirtäminen Suomen suurpetojen prosentti-osuuksista vuonna 2003:

- Laske taulukkoon suurpetojen suhteelliset frekvenssit prosentteina.
- Laske suhteellisten frekvenssien avulla sektorien keskuskulmien suuruudet.

Suurpeto	$f$	$f$ (%)	Keskuskulma
ilves	925	44,4	160°
karhu	900	43,2	155°
susi	140	6,7	24°
ahma	120	5,7	21°
<b>Yhteensä</b>	<b>2 085</b>	<b>100</b>	<b>360°</b>

- Piirrä ympyrä ja siihen ilvesten osuutta vastaava keskuskulma 160°, jonka oikea kylki on kellotaulun kohdassa 3.
- Mittaa kulman 160° vasemmasta kyljestä alkaen karhujen osuutta vastaava kulma 155°.
- Mittaa kulman 155° vasemmasta kyljestä alkaen kulma 24°. Loppuosaa täydestä kulmasta on 21°.
- Merkitse sektoreihin suurpedot ja niiden prosenttiosuudet. Lisää kuvioon otsikko. Värejä käyttämällä saat kuvion havainnollisemman.



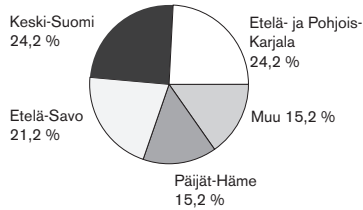
## Päivän äänestys

Kasvisruoka on terveellistä.

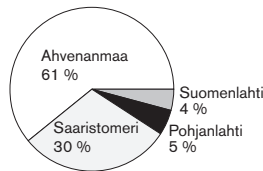
68. Valkoselkätikan pesinnät Suomessa

Alue	Pesinnät <i>f</i>	<i>f</i> (%)	Keskuskulma
Etelä- ja Pohjois-Karjala	8	24,2	87°
Keski-Suomi	8	24,2	87°
Etelä-Savo	7	21,2	76°
Päijät-Häme	5	15,2	55°
Muu	5	15,2	55°
<b>Yhteensä</b>	<b>33</b>	<b>100</b>	<b>360°</b>

Valkoselkätikan pesinnät Suomessa



69. Harmaahylkeiden elinpaikat Suomessa v. 2003

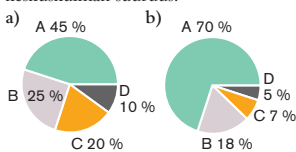


Harjoittele

64. Piirrä ympyräkuvio, jonka keskuskulmien suuruudet ovat 130°, 110°, 90° ja 30°.

65. Piirrä ympyräkuvio, jonka keskuskulmien suuruudet ovat 200°, 100° ja 60°.

66. Laske kunkin sektorin A, B, C ja D keskuskulman suuruus.



67. Laske suhteelliset frekvenssit ja keskuskulmien suuruudet. Piirrä ympyräkuvio Suomen erittäin uhanalaisista lintulajeista. Ohje: Piirrä tunturipöllölle pelkkä viiva ja merkitse sen kohdalle 0%.

Suomen kuusi erittäin uhanalaista lintulajia

Lintulaji	Pesivät parit <i>f</i>	<i>f</i> (%)	Keskuskulma
muuttohaukka	120		
pikkutiira	50		
mustapyrstökuiri	30		
tunturihaukka	30		
haarahaukka	10		
tunturipöllö	0		
<b>Yhteensä</b>			

Lähde: BirdLife Suomi v. 2005



68. Laske suhteelliset frekvenssit ja keskuskulmien suuruudet. Piirrä ympyräkuvio valkoselkätikan esiintymisalueista.

Valkoselkätikan pesinnät Suomessa

Alue	Pesinnät <i>f</i>	<i>f</i> (%)	Keskuskulma
Etelä- ja Pohjois-Karjala	8		
Keski-Suomi	8		
Etelä-Savo	7		
Päijät-Häme	5		
Muu	5		
<b>Yhteensä</b>			

Lähde: BirdLife Suomi v. 2005

Sovella

69. Piirrä ympyräkuvio harmaahylkeiden elinpaikoista.

Harmaahylkeiden elinpaikat Suomessa v. 2003

Alue	<i>f</i>
Suomenlahti	280
Saaristomeri	2 000
Ahvenanmaa	4 000
Pohjanlahti	300
<b>Yhteensä</b>	

Lähde: WWF Suomi

70. Ruotsissa eli vuoden 2003 lopussa arviolta 1 500 ilvestä, 1 000 karhua, 300 ahmaa ja 100 sutta. Laske suurpetojen osuudet prosentteina ja piirrä niistä ympyräkuvio.

Tunturipöllö on vaelluslintu, joka pesii Suomessa vain hyvinä sopulivuosina.

70. Ruotsin suurpedot v. 2003

Suurpeto	<i>f</i>	<i>f</i> (%)	Keskuskulma
ilves	1 500	51,7	186°
karhu	1 000	34,5	124°
ahma	300	10,3	37°
susi	100	3,4	12°
<b>Yhteensä</b>	<b>2 900</b>	<b>99,9</b>	<b>359°</b>

Lisätehtäviä sivuille 24–25

Lähde: Riista- ja kalatalouden tutkimuslaitos v. 2004

L27. Ympyräkuvioiden piirtäminen

- Kirjoita ja muotoile työkirjaan kuvan mukainen taulukko. Tallenna työkirja.
- Valitse solualue B3:B8
- Napauta -painiketta. Valitse kaavion lajiksi Ympyrä ja napauta Seuraava.
- Avaa Sarja-välilehti. Napauta Luokkakäsitin otsikot-riviltä Arvot-ruutua. Valitse solualue A3:A8 ja hyväksy valinta. Napauta Seuraava.
- Avaa Otsikot-välilehti ja kirjoita kaavion otsikoksi Ammattikalastuksen saaliin määrä sisävesillä v. 2002.
- Avaa Selite-välilehti ja valitse Näytä selite alhaalla-ruutu.
- Avaa Arvopisteiden otsikot-välilehti ja valitse Näytä prosentti-ruutu. Napauta Seuraava.
- Napauta Valmis.
- Tallenna ja tulosta työkirja.

- L28. a) Avaa CD-ROM-levyltä tiedosto L28.xls.  
b) Piirrä ympyräkuvio saaliin arvosta.  
c) Tallenna ja tulosta työkirja.

- L29. a) Avaa CD-ROM-levyltä tiedosto L29.xls.  
b) Piirrä ympyräkuvio Pohjoismaiden kalasaliista.  
c) Tallenna ja tulosta työkirja.



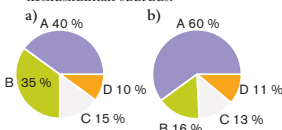
Voit muuttaa fontin kokoa kaaviossa tai taulukossa. 1. Napauta solua, otsikkoa, selitettä tai koko kaaviota. 2. Muuta fonttikoko työkaluriviltä. Voit muuttaa monia muitakin taulukon tai kaavion ominaisuuksia. Kokeile!

Kotitehtäviä sivuille 24–25



K32. Piirrä ympyräkuvio, jonka keskuskulmien suuruudet ovat 120°, 100°, 80° ja 60°.

K33. Laske kunkin sektorin A, B, C ja D keskuskulman suuruus.



K34. Laske suhteelliset frekvenssit ja keskuskulmien suuruudet. Piirrä ympyräkuvio Suomen äärimmäisen uhanalaisista lintulajeista.

Suomen viisi äärimmäisen uhanalaista lintulajia

Lintulaji	Pesivät parit <i>f</i>	<i>f</i> (%)	Keskuskulma
etelänsuosiri	100		
kultasirkku	30		
valkoselkätikka	30		
rantakurvi	20		
tunturikiuru	5		
<b>Yhteensä</b>			

Lähde: BirdLife Suomi v. 2005

K35. Piirrä ympyräkuvio Suomen ja sen lähialueiden ilveskannasta.

Suomen ja sen lähialueiden ilveskanta

Alue	<i>f</i>
Ruotsi	1500
Suomi	925
Venäjän Karjala	750
Viro	700
Norja	600

Lähde: Metsähallitus v. 2004

# 11 Viivakuvio

## Tavoitteet

Kerrataan viivakuvion piirtäminen ja tulkitseminen.

## Monisteet ja kalvot

21. Lämpötiloja Sodankylässä: kalvopohja  
 22. Lämpötiloja: viivadiagrammi keskilämpötiloista  
 23. Kotitehtävien vastauksia

CD: tehtävien L30 ja L31 taulukot sekä mallikuviot

## Lisäharjoittelua

Lämpötiloja ja sademääriä: Opettaja näyttää kalvopohjan 21 oppilaille ja esittää kysymyksiä.

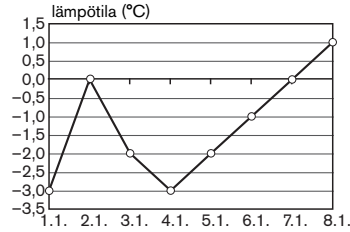
- Mikä oli toukokuun korkein päivän ylin lämpötila? (19,5 °C)
- Minä päivänä ylin lämpötila saavutettiin? (24.5.)
- Mikä oli toukokuun alhaisin päivän ylin lämpötila? (1 °C)
- Mikä oli kesäkuun alhaisin yön alin lämpötila maan pinnalla? (-5 °C)
- Minä päivänä alin lämpötila saavutettiin? (19.5. ja 31.5.)
- Minä päivänä toukokuussa vuorokauden keskilämpötila ylitti termisen kasvukauden rajan? (12.5.)
- Kuinka monena yönä alitettiin ankan hallan raja? (kolmena yönä)
- Minä päivänä toukokuussa saavutettiin termisen kasvukauden raja? (6.5.)
- Milloin termisen kasvukauden raja ylitettiin viitenä päivänä peräkkäin? (22.5.)
- Milloin vuorokauden keskilämpötila oli yli 10 °C? (23.–26.5.)

**Harjoitustyö:** Monisteen 9 kyselylomakkeen kysymyksien 4 ja 5 nukkumaanmeno- ja heräämisajat esitetään viivakuviona. Omaa kyselylomakettaan työstävät valitsevat yhden kysymyksen, jonka tulos esitetään viivakuvion avulla.

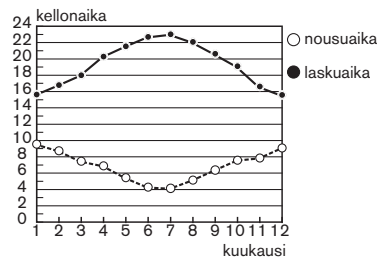
**Yhteistoiminnallinen oppiminen:** Asiantuntija D opettaa viivakuvion piirtämisen muille kotiryhmänsä jäsenille. Opettamisen apuna käytetään tehtäviä 71–73. Lisäharjoitteluna käytetään tehtäviä 74 ja 75 sekä lisätehtäviä L30 ja L31. Tehtävät tarkistetaan yhteisesti.

## Tehtävien vastauksia

71. a) 85 cm      b) 120 cm  
 72. a) 22 000      b) 6 000      c) v. 1970      d) v. 1971  
 73. a) v. 1991      b) 1 300 €      c) v. 1993  
 74. Vuorokauden alin lämpötila 1.–8.1.05 Helsingissä



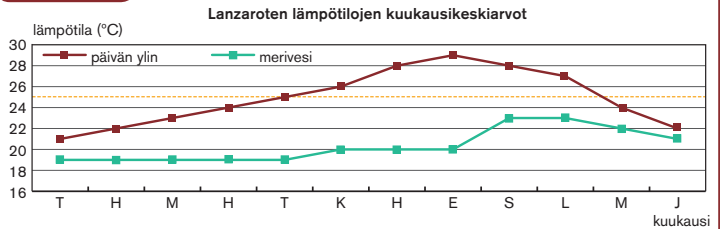
75. a) Auringon nousu- ja laskuajat kuukauden 1. päivänä Helsingissä



- b) Heinäkuun alussa, päivän pituus on 19 h.  
 c) Tammikuun alussa, päivän pituus on 6 h.

# 11 Viivakuvio

### Esimerkki 1



- a) Minä kuukausina Lanzaroten päivän ylimpien lämpötilojen kuukausikeskiarvo ylittää hellerajan 25 °C?  
 b) Mikä on Lanzaroten meriveden lämpötilan korkein kuukausikeskiarvo ja missä kuussa se saavutetaan?  
 ▶ a) Helleraja ylittyy toukokuusta lokakuun loppuun.  
 b) Meriveden lämpötilan korkein kuukausikeskiarvo on 23 °C ja se saavutetaan syyskuussa ja lokakuussa.

### Esimerkki 2

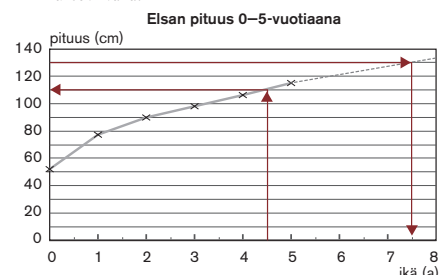
#### Elsan pituus 0–5-vuotiaana

Ikä (a)	Pituus (cm)
0	52
1	77
2	90
3	98
4	106
5	115

Elsan pituus oli 4,5-vuotiaana noin 110 cm ja on 130 cm noin 7,5-vuotiaana.

Viivakuvion piirtäminen Elsan pituuskasvusta:

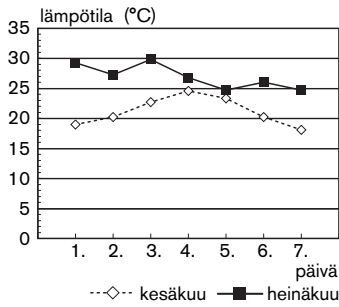
- Merkitse ikä koordinaatiston vaakakselille. Valitse vaakakselin yksiköksi puoli vuotta.
- Merkitse pituus pystyakselille. Valitse pystyakselin yksiköksi 10 cm.
- Merkitse ikää vastaavat pituudet pisteinä ja yhdistä pisteet murtoviivalla.



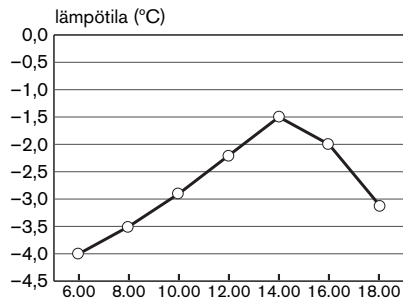
## Päivän äänestys

Olen huolestunut ilmaston lämpenemisestä.

**L31.** Suomen korkein lämpötila kesä- ja heinäkuun alussa v. 2004



- K36.** a) 15 kg      b) 3-kertaiseksi  
 c) neljän ensimmäisen kuukauden aikana      d) n. 20 kg  
**K37.** a) Jyväskylän lämpötiloja 5.1.2005      b) -2,5 °C



**Lisätehtäviä sivuille 26–27**

**L30.** Viivakuvion piirtäminen

- Kirjoita ja muotoile työkirjaan kuvan mukainen taulukko. Tallenna työkirja.
- Valitse solualue B3:B9.
- Napauta -painiketta.
- Valitse kaavion lajiksi Piste ja sieltä pistekaavio, jonka arvopisteet on yhdistetty viivoilla. Napauta Seuraava.
- Avaa Sarja-välilehti. Napauta X-arvot-riviltä Arvot-ruutua. Valitse solualue A3:A9 ja hyväksy valinta. Napauta Seuraava.
- Kirjoita Otsikot-välilehdelle kaavion otsikoksi Suomen korkein lämpötila kesäkuun alussa v. 2004, arvoakselin (X) otsikoksi Päivä ja arvoakselin (Y) otsikoksi Lämpötila (°C).
- Poista rasti Selite-välilehden Näytä selite-ruudusta.
- Napauta Valmis.
- Tallenna ja tulosta työkirja.

**L31.** Sarjan lisääminen viivakuviioon

- Avaa tehtävässä L30 tallentamasi työkirja ellei se ole jo auki.
- Napauta kaavioaluetta hiiren oikean puoleisella painikkeella ja valitse Lähdetiedot.
- Avaa Sarja-välilehti ja napauta Lisää.
- Napauta Y-arvot-riviltä Arvot-ruutua. Valitse solualue C3:C9. Napauta X-arvot riviltä Arvot-ruutua. Valitse solualue A3:A9 ja hyväksy valinta. Kirjoita Sarjan 1 nimeksi Kesäkuu ja Sarjan 2 nimeksi Heinäkuu. Napauta OK.
- Napauta uudelleen kaavioaluetta hiiren oikealla painikkeella ja valitse Kaavion asetukset.
- Kirjoita Otsikot-välilehdelle kaavion otsikoksi Suomen korkein lämpötila kesä- ja heinäkuun alussa v. 2004 ja lisää rasti Selite-välilehden Näytä selite-ruutuun. Napauta OK.

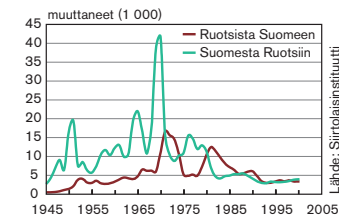


Voit muuttaa kaavion lähdetietoja, asetuksia ja lajia jälkikäteen. Kokeile!

**Harjoittele**

- 71.** a) Arvioi Elsan pituus 1,5-vuotiaana.  
 b) Ennusta Elsan pituus 6-vuotiaana.

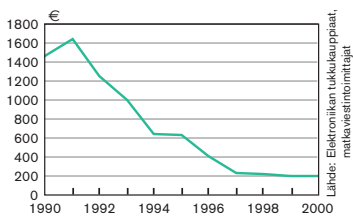
**72.** Maastamuutto Suomen ja Ruotsin välillä



Lähde: Siirtoinstituutti

- Kuinka paljon oli Suomesta Ruotsiin muuttaneita vuonna 1965?
- Kuinka paljon oli Ruotsista Suomeen muuttaneita vuonna 1990?
- Milloin muutti eniten ihmisiä Suomesta Ruotsiin?
- Milloin muutti eniten ihmisiä Ruotsista Suomeen?

**73.** Matkapuhelinten keskihinta Suomessa



Lähde: Elektronisen viestikauden matkaviestintäitajat

- Milloin matkapuhelinten keskihinta oli korkeimmallaan 1990-luvulla?
- Kuinka paljon matkapuhelinten keskihinta laski vuosina 1990–2000?
- Minä vuonna matkapuhelinten keskihinta alitti 1000 €?

**Sovella**

- 74.** Piirrä viivakuviio vuorokauden alimmista lämpötiloista Helsingissä 1.–8.1.05.

**Vuorokauden alin lämpötila Helsingissä**

Päivämäärä	Lämpötila (°C)
1.1.05	-3
2.1.05	0
3.1.05	-2
4.1.05	-3
5.1.05	-2
6.1.05	-1
7.1.05	0
8.1.05	1

- 75.** a) Piirrä samaan kuvioon Auringon nousu- ja laskuaikojen viivakuviio. Ohje: Valitse vaak-akselin yksiköksi kuukausi ja pystyakselin yksiköksi kaksi tuntia. Arvioi kuvaajasta, milloin Helsingissä päivä on b) pisimmillään c) lyhimillään ja laske taulukon avulla päivän pituus.

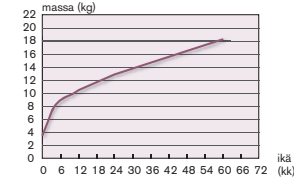
**Auringon nousu- ja laskuajat kuukauden 1. päivänä Helsingissä v. 2005**

Kuukausi	Nousuaika	Laskuaika
1	9.24	15.24
2	8.35	16.34
3	7.19	17.47
4	6.45	20.04
5	5.17	21.19
6	4.08	22.29
7	4.00	22.47
8	5.00	21.52
9	6.14	20.24
10	7.26	18.53
11	7.43	16.24
12	8.56	15.22

Lähde: Helsingin yliopiston almanakkatoimisto

**Kotitehtäviä sivuille 26–27**

**K36.** Eeron painokäyrä



- Kuinka paljon Eero painoi kolmen vuoden ikäisenä?
- Kuinka moninkertaiseksi Eeron massa kasvoi syntymästä 1,5-vuotiaaksi?
- Milloin Eeron painon nousu oli nopeinta?
- Ennusta, kuinka paljon Eero painaa kuuden vuoden ikäisenä.



- K37.** a) Piirrä viivakuviio Jyväskylän lämpötiloista.  
 b) Arvioi Jyväskylän lämpötila 5.1.2005 kello 11.00.

**Jyväskylän lämpötiloja 5.1.2005**

Kello	Lämpötila (°C)
6.00	-4,0
8.00	-3,5
10.00	-2,9
12.00	-2,2
14.00	-1,5
16.00	-2,0
18.00	-3,1

- K38.** a) Piirrä viivakuviio kasvisostojen Suomessa v. 1975–2000.  
 b) Arvioi kuviosta, minä vuonna kasviostot ylittivät 600 miljoonaa euroa.

**Kasvisostot Suomessa v. 1975–2000**

Vuosi	Ostot (milj. €)
1975	281
1980	419
1985	452
1990	537
1995	691
2000	760

Lähde: Tilastokeskus, Kansantalouden tilinpito



- K39.** a) Piirrä viivakuviio kirjaostojen Suomessa v. 1978–2002.  
 b) Arvioi kuviosta, minä vuonna kirjaostot alittivat 300 miljoonaa euroa.

**Kirjaostot Suomessa v. 1978–2002**

Vuosi	Kirjaostot (milj. €)
1978	400
1982	348
1986	287
1990	271
1994	218
1998	248
2002	249

Lähde: Tilastokeskus, Kansantalouden tilinpito

- K40.** Piirrä oma pituusikäyräsi neuvola-kortistasi.

# 12 Elokuvat

## Tavoitteet

Joustokappale Elokuvat voidaan opiskella paritöinä.

## Lisäharjoittelua

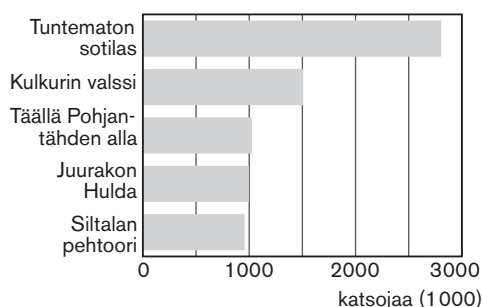
**Parityö:** Oppilaat tekevät pareittain kirjan tehtävät 76–83.

### Tutkimustehtäviä:

- Etsi tietoa teatterilipun keskihinnan muutoksista ja vertaa muutoksia elokuvaalipun keskihinnan muutoksiin.
- Etsi tietoa katsotuimmista ulkomaalaisista elokuvista Suomessa ja vertaa katsojalukuja kotimaisten elokuvien vastaaviin lukuihin.

## Tehtävien vastauksia

76. a) 5 €      b) 4 €      c) 7 €  
 77. a) v. 1978      b) v. 1990  
 78. 8–9 €  
 79. a) Lipun hinta viisinkertaistui 50 sentistä 2,50 euroon.  
 b) Lipun hinta kasvoi vuosina 1980–1986 2,50 eurosta 4,20 euroon. Vuonna 1986 hinta laski 3,50 euroon ja nousi vuoteen 1990 mennessä 5 euroon.  
 80. Katsotuimmat kotimaiset elokuvat



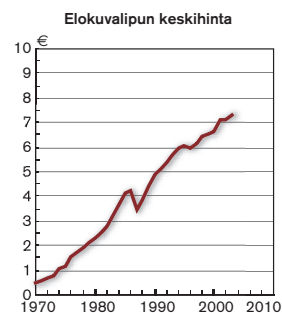
## 12 Elokuvat



Titanic (1998) on Suomen kolmanneksi katsutuin elokuva.

### Harjoittele

76. Päättele kuvaajasta elokuvaalipun keskihinta vuonna  
 a) 1990      b) 1985      c) 2003.  
 77. Arvioi, milloin elokuvaalipun keskihinta nousi yli  
 a) kahden euron      b) viiden euron.  
 78. Ennusta kuvaajan perusteella elokuvaalipun keskihinta vuonna 2010.  
 79. Kuvaile elokuvaalipun keskihinnan muuttumista  
 a) 1970-luvulla      b) 1980-luvulla.

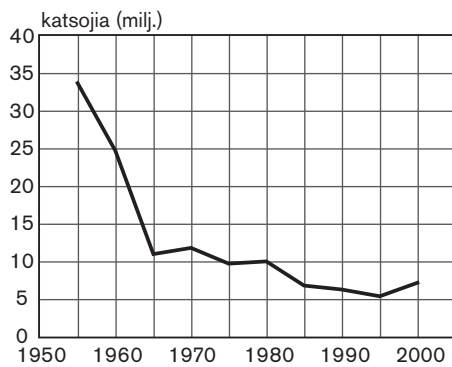


Lähde: Suomen elokuvasaatiö v. 2003

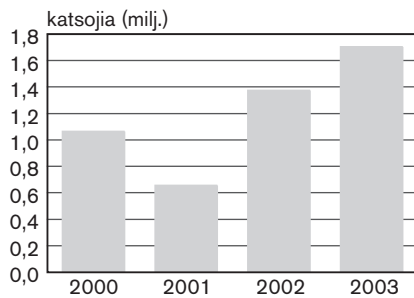
## Päivän äänestys

Elokuvaliput ovat kalliita.

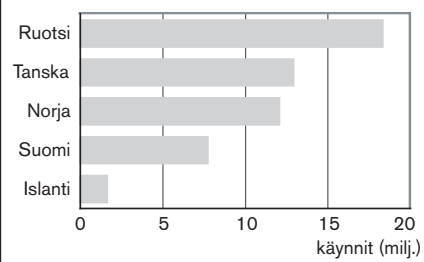
81. Elokvakäynnit Suomessa v. 1955–2000



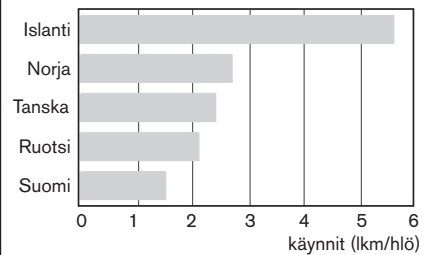
82. Kotimaisten elokuvien katsojamäärät v. 2000–2003



83. a) Elokvakäynnit Pohjoismaissa v. 2002



b) Elokvakäynnit henkilöä kohti Pohjoismaissa v. 2002



c) a-kohdan kuviossa on esitetty Pohjoismaiden todellinen elokvakäyntien määrä. b-kohdan kuvassa a-kohdan käyntimäärät on jaettu valtion asukasluvulla, jotta on saatu käynnit henkilöä kohden.

Katsotuimmat kotimaiset elokuvat

Elokuva	Ensi-ilta-vuosi	Katsojat *)
Tuntematon sotilas	1955	2 800 000
Kulkurin valssi	1941	1 500 000
Täällä Pohjantähden alla	1968	1 020 000
Juurakon Hulda	1937	990 000
Siltalan pehtoori	1934	950 000

\*) Katsojamäärät perustuvat arvioihin.  
Lähde: Suomen elokuvasäätiö v. 2003

Kotimaisten elokuvien katsojaosuus ja elokvakäynnit Suomessa

Vuosi	Osuus (%)	Käynnit (milj.)
2000	14,90	7,1
2001	10,00	6,5
2002	17,75	7,7
2003	22,02	7,7

Lähde: Suomen elokuvasäätiö v. 2003

Elokvakäynnit Pohjoismaissa v. 2002

Maa	Käynnit (1 000)	Käynnit (lkm/hlö)
Ruotsi	18 300	2,1
Tanska	12 910	2,4
Norja	12 040	2,7
Suomi	7 700	1,5
Islanti	1 620	5,6

Lähde: Tilastokeskus, Maailma numeroina v. 2005

Elokvakäynnit Suomessa vuosina 1955–2000

Vuosi	f (milj.)	Vuosi	f (milj.)
1955	33,6	1980	9,9
1960	24,6	1985	6,7
1965	10,9	1990	6,2
1970	11,7	1995	5,3
1975	9,6	2000	7,1

Sovella

80. Piirrä vaakapylväskuvio katsotuimmista kotimaisista elokuvista.
81. Piirrä viivakuvi elokvakäynneistä Suomessa vuosina 1955–2000.
82. Laske kotimaisten elokuvien katsojamäärät vuosina 2000–2003 ja piirrä niistä pystypylväskuvio.
83. a) Piirrä vaakapylväskuvio elokvakäynneistä Pohjoismaissa.  
b) Piirrä vaakapylväskuvio elokvakäynneistä Pohjoismaissa henkilöä kohden.  
c) Selitä, miksi a- ja b-kohtien kuviot ovat erilaiset.



Elokuva Uuno Turhapuro armeijan leivissä (1984) on 10. katsotuin kotimainen elokuva.

# 13 Ikäpyramidi

## Tavoitteet

Joustokappale Ikäpyramidi voidaan opiskella ryhmittäin tai projektityönä.

## Monisteet ja kalvot

24. Ikäpyramidi v. 1950: kalvopohja

25. Ikäpyramidi v. 2005: kalvopohja

26. Ikäpyramidi v. 2030: kalvopohja

## Lisäharjoittelua

**Ryhmätyö:** Luokkaan muodostetaan 3–4 oppilaan ryhmiä. Ryhmätyötehtäviä on kolme, joten sama aihe on useammalla ryhmällä.

1. Ikäpyramidi v. 1950. Tee tehtävät 86, 88, 90a, 91, 92 v. 1950 ja 93.
2. Ikäpyramidi v. 2005. Tee tehtävät 84a, 85, 87, 88, 90b, 92 v. 2005 ja 93.
3. Ikäpyramidi v. 2030. Tee tehtävät 84b, 88, 90c, 92 v. 2030 ja 93.

Ryhmätöiden purkaminen voidaan tehdä siten, että yksi ryhmä esittelee tulokset ja muut saman tehtävän tehneet ryhmät toimivat opponentteina.

**Projektityö:** Etsi osoitteesta <http://www.census.gov/ipc/www/idbpyr.html> ikäpyramideja tai käytä hakusanaa "population pyramid". Vertaa Suomen vuoden 2005 ikäpyramidia esim. Meksikon, Kiinan ja Sudanin ikäpyramidiin.

**Integraatio maantietoon:** Ikäpyramidit-kappale voidaan opiskella integroituna maantiedon opetukseen. Projektityö voi olla yhteinen matematiikan ja maantiedon kanssa. Maantiedonopettajan kanssa voidaan keskustella syvällisemmin syistä, jotka vaikuttavat ikäpyramidien erilaisuuteen Suomessa eri aikoina sekä Suomessa ja kehitysmaissa 2000-luvulla.

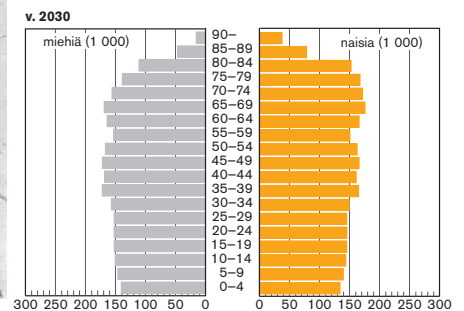
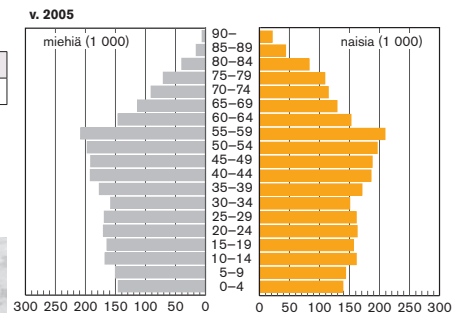
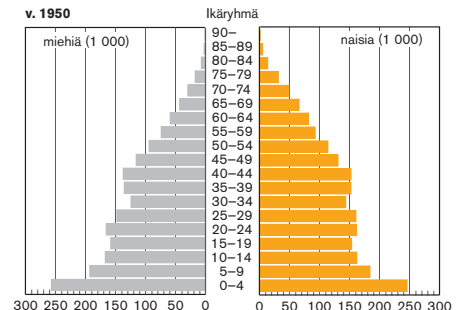
## 13 Ikäpyramidi

Suomen väestön ikäpyramidit vuosina 1950, 2005 ja 2030

Ikäpyramidi muodostuu kahdesta vaakapylväskuvioista, jotka kuvaavat väestön jakautumista sukupuolen mukaan eri ikäluokkiin. Ikäpyramidi kuvaa havainnollisesti väestörakennetta.

Suomen väkiluku

Vuosi	1950	2005	2030
Väkiluku (milj.)	4,0	5,2	5,4



Lähde: Tilastokeskus

## Päivän äänestys

Maapallon väestönkasvu pysähtyy tulevaisuudessa.

84. a)

Syntymävuosi	Ikä vuonna 2005 (v)	Ikäluokka
1990	15	15–19
1991	14	10–14
1992	13	10–14
1993	12	10–14
1994	11	10–14
1995	10	10–14
1996	9	5–9
1997	8	5–9

b)

Syntymävuosi	Ikä vuonna 2030 (v)	Ikäluokka
1990	40	40–44
1991	39	35–39
1992	38	35–39
1993	37	35–39
1994	36	35–39
1995	35	35–39
1996	34	30–34
1997	33	30–34

85. a) naisia      b) miehiä
86. a) 245 000    b) 255 000      c) 500 000
87. a) 280 000    b) 330 000
88. 1946–1950
89. a) 55–59      b) 60–64
90. a) 0–4        b) 55–59      c) 80–84
91. a) 420 000    b) 260 000
92. a) 1950: 280 000,  
2005: 840 000,  
2030: 1 430 000
- b) 1950: 7 %, 2005: 16 %, 2030: 26 % 65-vuotiaiden ja vanhempien osuus Suomen väestöstä on kasvanut.



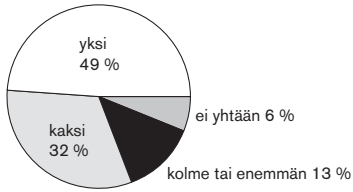
Sovella

Harjoittele

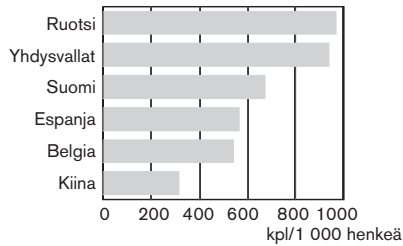
84. Mihin ikäluokkaan kuulut  
a) vuoden 2005 ikäpyramidissa  
b) vuoden 2030 ikäpyramidissa?
85. Kumpia oli vuonna 2005 enemmän, naisia vai miehiä,  
a) 70–74-vuotiaista  
b) 10–14-vuotiaista?
86. Arvioi vuoden 1950 ikäpyramidista, kuinka paljon Suomessa oli  
a) 0–4-vuotiaita tyttöjä  
b) 0–4-vuotiaita poikia  
c) 0–4-vuotiaita lapsia.
87. Arvioi vuoden 2005 ikäpyramidista, kuinka paljon Suomessa oli  
a) 0–4-vuotiaita lapsia  
b) 10–14-vuotiaita nuoria.
88. Milloin ns. suuret ikäluokat ovat syntyneet?
89. Mihin ikäryhmään kuuluu vuoden 2030 ikäpyramidissa a) vuonna 1975 syntynyt nainen b) vuonna 1968 syntynyt mies?
90. Pirkko on syntynyt vuonna 1948. Mihin ikäryhmään Pirkko kuuluu vuoden a) 1950 ikäpyramidissa b) 2005 ikäpyramidissa c) 2030 ikäpyramidissa?
91. Arvioi vuoden 1950 ikäpyramidin 0–4-vuotiaiden lukumäärä vuoden a) 2005 ikäpyramidissa b) 2030 ikäpyramidissa.
92. a) Arvioi yli 65-vuotiaiden lukumäärä vuosina 1950, 2005 ja 2030.  
b) Laske 65-vuotiaiden ja sitä vanhempien prosenttiosuus väkiluvusta vuosina 1950, 2005 ja 2030. Mitä huomaat?
93. Etsi eri maiden ikäpyramideja Internetistä hakusanoilla population pyramid. Mitä eroja on Suomen, Ruotsin ja Egyptin väestörakenteissa?



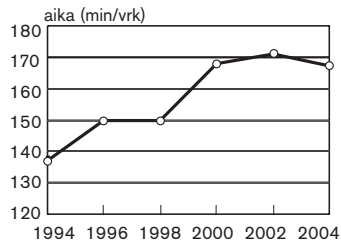
101. TV-vastaanottimien lukumäärä kotitalouksissa v. 2004



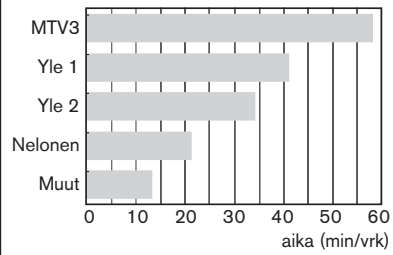
102. Televisiot tuhatta henkeä kohden v. 2001



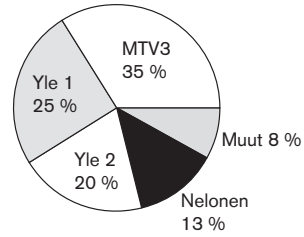
103. Television katselu-aika v. 1994–2004



104. a) Television katselu-aika kanavittain v. 2004



b) Television katselu-aika kanavittain v. 2004



Maailmassa on keskimäärin 275 televisiota tuhatta henkilöä kohden, Suomessa 670.

**Sovella**

101. TV-vastaanottimien lukumäärä kotitalouksissa v. 2004

Lukumäärä	f (%)
0	6
1	49
2	32
3 tai enemmän	13

Lähde: Finnpanel Oy, TV-taloudet Suomessa -tutkimus v. 2005

Piirrä ympyräkuvio TV-vastaanottimien lukumääristä kotitalouksissa.

102. Televisiot tuhatta henkeä kohden v. 2001

Maa	f (kpl/1 000 henkeä)
Belgia	543
Espanja	564
Kiina	312
Ruotsi	965
Suomi	670
Yhdysvallat	938

Lähde: Tilastokeskus, Maailma numeroina

Piirrä vaakapylväskuvio televisioiden lukumääristä tuhatta henkilöä kohden eri maissa.

103. Television katselu-aika v. 1994–2004

Vuosi	Aika (min/vrk)
1994	137
1996	150
1998	150
2000	168
2002	171
2004	167

Lähde: Finnpanel Oy, TV-mittaritutkimus v. 2005

Piirrä viivakuvio television katseluun käytetystä ajasta v. 1994–2004.

104. Televisiokanavien katselu-aika v. 2004

Kanava	Aika (min/vrk)
MTV3	58
Yle 1	41
Yle 2	34
Nelonen	21
Muut	13

Lähde: Finnpanel Oy, TV-mittaritutkimus v. 2005

- a) Piirrä televisiokanavien katseluun käytetyn ajan vaakapylväskuvio.
- b) Piirrä televisiokanavien katseluun käytetyn ajan ympyräkuvio.

# 15 Tyyppiarvo

## Tavoitteet

Kerrataan käsite tyyppiarvo.

## Monisteet ja kalvot

28. Tavoitteet ja itsearviointi

29. Kotitehtävien vastauksia

CD: tehtävän L35 taulukko

## Lisäharjoittelua

Opiskelujakson alussa oppilaat asettavat opiskelulle tavoitteet (moniste 28). Opettaja kerää monisteet itselleen. Opiskelujakson lopussa oppilaat täyttävät itsearviointiosuuden. Tavoitteet ja itsearviointi voidaan antaa luokanvalvojalle käytettäväksi keskustelun pohjana vanhempien tapaamisissa.

Ajankäytöllisistä syistä kappaleet 15 ja 16 voidaan käsitellä yhdessä.

Tyyppiarvoa on käsitelty opetus suunnitelman mukaisesti viidennellä luokalla. Mieleen palauttaminen voidaan tehdä siten, että kootaan taulukkoon oppilaiden syntymäkuukaudet. Etsitään kuukausi, jolloin on eniten syntyneitä.

**Tyyppiarvoharjoituksia:** Taululle kootaan taulukkoon

- oppilaiden etunimien kirjainten lukumäärä
- silmien väri
- puseron väri
- serkkujen lukumäärä.

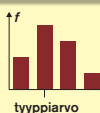
Lasketaan frekvenssit ja määritetään tyyppiarvo.

**Harjoitustyö:** Monisteen 9 kysymysten 2, 3 ja 6 vastauksista määritetään tyyppiarvo.

## 15 Tyyppiarvo

Tilastollisen muuttujan arvojen keskimääräistä suuruutta kuvaavat keskiluvut, joita ovat tyyppiarvo, mediaani ja keskiarvo.

### Tyyppiarvo



**Tyyppiarvo** on tilaston havainto, jonka frekvenssi on suurin. Jos suurin lukumäärä on usealla eri havainnolla, ne kaikki ovat tyyppiarvoja.

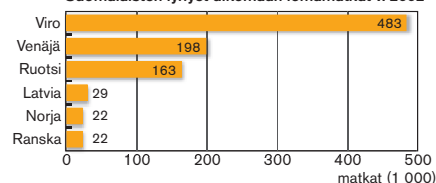
### Esimerkki 1

Suomalaisten pitkät ulkomaan lomamatkat v. 2002

Kohdema	Matkat
Espanja	324 000
Italia	78 000
Kreikka	134 000
Ruotsi	151 000
Viro	149 000

Lähde: Tilastokeskus v. 2003

Suomalaisten lyhyet ulkomaan lomamatkat v. 2002



- a) 15–74-vuotiaat suomalaiset tekivät vuonna 2002 yli 1,6 miljoonaa pitkää, vähintään neljä yöpymistä kestänyttä, ulkomaan lomamatkaa. Mikä maa oli näiden lomamatkojen yleisin kohde?
- b) Mikä maa oli lyhyiden, 1–3 yöpymistä kestäneiden, ulkomaan lomamatkojen tyyppiarvo v. 2002?
- a) Suurin frekvenssi 324 000 oli Espanjalla, joka oli siis pitkien ulkomaan lomamatkojen yleisin kohde.
- b) Suurin frekvenssi 483 000 oli Virolla, joka oli siis lyhyiden ulkomaan lomamatkojen tyyppiarvo.

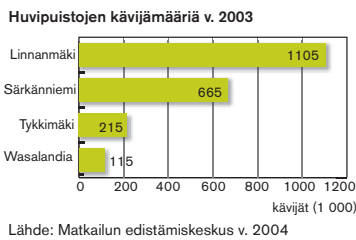
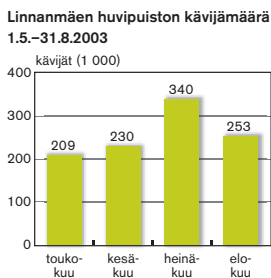
Vastaus: a) Espanja b) Viro



## Päivän äänestys

Käynti huvipuistossa kuuluu kesään.

105. a) 8                    b) 7  
 106. a) 9                    b) 7 cm  
 107. a) heinäkuu        b) 340 000            c) 73 000  
 108. a) Linnanmäki    b) 215 000            c) 2 100 000  
 109. 25 °C  
 110. 6 ja 13  
 111. a) esim. 1, 2, 3, 4, 4  
       b) esim. 2, 4, 6, 8, 8  
       c) esim. -2, -2, -2, -1, 0  
 112. a) "kerran"        b) 80                    c) 30
- 
- L32. a) heinäkuu        b) 265 000            c) 1 200  
 L33. a) 6                    b) pysyy samana    c) tyyppiärovoja ovat 6 ja 7  
 L34. a) USA                b) Eurooppa  
 L35. a) v. 2001–2003: Ruotsi  
       b) v. 2001–2002: Venäjä, v. 2003: Saksa  
       c) v. 2001–2003: Yhdysvallat
- 
- K41. a) 15                    b) 32  
 K42. a) Ruka              b) 300 000  
 K43. -5 °C  
 K44. 1

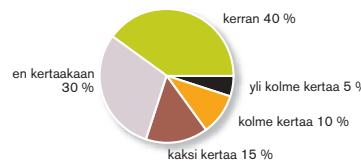


**Sovella**

**Harjoittele**

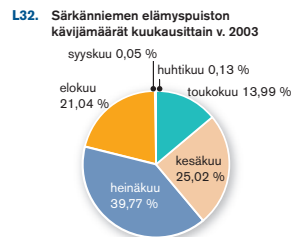
105. Mikä on havaintoarvojen tyyppiärovo?  
 a) 6, 7, 7, 8, 8, 8, 8, 9 ja 10  
 b) 4, 13, 5, 7, 6, 7 ja 2
106. Mikä on havaintoarvojen tyyppiärovo?  
 a) 9, 23, 4, 11, 9, 11, 6, 9, 14, 5 ja 19  
 b) 11 cm, 6 cm, 4 cm, 7 cm, 7 cm, 3 cm, 6 cm, 10 cm, 4 cm ja 7 cm
107. a) Mikä kuukausi oli Linnanmäen huvipuiston suosituin kävijäkuukausi vuonna 2003?  
 b) Kuinka monta vierasta huvipuistossa silloin kävi?  
 c) Vuonna 2003 Linnanmäen huvipuiston kokonaiskävijämäärä oli 1 105 000. Kuinka monta kävijää huvipuistossa oli huhti- ja syyskuussa?
108. a) Mikä huvipuisto oli suosituin kohde vuonna 2003?  
 b) Kuinka suuri oli Tykkimäen kävijämäärä vuonna 2003?  
 c) Kuinka monta kävijää kuvion huvipuistoissa oli yhteensä vuonna 2003?

109. Lomamatkan aikana korkeimmat päivälämpötilat Marmariksessä olivat 22, 23, 25, 25, 27, 30, 31, 33, 29, 27, 26, 26 ja 25 (°C). Mikä oli lomamatkan päivälämpötilojen tyyppiärovo?
110. Mikä on havaintoarvojen 10, 13, 6, 12, 3, 2, 6, 15 ja 13 tyyppiärovo?
111. Kirjoita viisi havaintoarvoa, joiden tyyppiärovo on a) 4 b) 8 c) -2.
112. Kuinka monta kertaa olet risteillyt Ruotsin-laivalla?



Kyselyyn vastasi 200 Keskuskoulun oppilasta.  
 a) Mikä oli vastausten tyyppiärovo?  
 b) Kuinka moni oppilaista oli risteillyt tyyppiärovon verran?  
 c) Kuinka moni oppilaista oli risteillyt kaksi kertaa?

**Lisätehtäviä sivuille 34–35**



Lähde: Matkailun edistämiskeskus v. 2004

Särkänniemen elämyspuistossa kävi vuonna 2003 yhteensä 665 298 vierasta.

- a) Mikä kuukausi oli Särkänniemen elämyspuiston kävijämäärien tyyppiärovo?  
 b) Kuinka monta vierasta huvipuistossa tuolloin kävi?  
 c) Kuinka monta kävijää huvipuistossa oli huhti- ja syyskuussa yhteensä?
- L33. a) Mikä on havaintoarvojen 8, 7, 6, 7, 6, 7, 6, 8 ja 6 tyyppiärovo?  
 b) Miten muuttuu a-kohdan havaintoarvojen tyyppiärovo, jos havainnoista poistetaan suurin?  
 c) Miten muuttuu a-kohdan havaintoarvojen tyyppiärovo, jos havainnoista poistetaan pienin?
- L34. Kansainvälisen kesäleirin osanottajien kotimaat: USA 17, Belgia 5, Iso-Britannia 7, Japani 9, Kiina 15, Kroatia 2, Italia 6, Kanada 4, Norja 2, Puola 7, Suomi 3 ja Unkari 4.  
 a) Mikä maa oli osanottajien kotimaan tyyppiärovo?  
 b) Mikä maanos oli leiriläisten kotimaanosien tyyppiärovo?



Ohje: Leiriläiset tulevat kolmesta maanosasta Aasiasta, Amerikasta ja Euroopasta.

- L35. Mikä oli tyyppillisin Suomessa yöpyneiden a) ulkomaalaisten b) muiden kuin pohjoismaalaisten c) muiden kuin eurooppalaisten asuinmaa vuosina 2001, 2002 ja 2003?

**Ulkomaalaisten yöpyminen majoitusliikkeissä Suomessa**

Asuinmaa	2001	2002	2003
Alankomaat	158 808	196 896	219 479
Britannia	370 643	378 732	413 802
Japani	143 643	136 247	131 062
Norja	230 710	235 756	215 098
Ranska	152 253	164 687	192 403
Ruotsi	628 473	613 494	612 607
Saksa	489 066	514 796	532 953
Venäjä	520 671	531 556	478 433
Yhdysvallat	220 826	205 559	192 423

Lähde: Tilastokeskus v. 2004

**Kotitehtäviä sivuille 34–35**

- K41. Mikä on havaintoarvojen tyyppiärovo?  
 a) 13, 14, 14, 15, 15, 15 ja 16  
 b) 32, 32, 32, 34, 36, 36, 38 ja 40
- K42. a) Mikä hiihtokeskus oli suosituin kohde?  
 b) Kuinka monta kävijää oli Levillä?  
 Hiihtokeskusten kävijämäärät v. 2003
- 
- | Hiihtokeskus | Kävijät (1 000) |
|--------------|-----------------|
| Ruka         | 350             |
| Levi         | 300             |
| Himos        | 150             |
| Tahko        | 100             |
| Vuokatti     | 100             |
| Pyhä         | 100             |
- Lähde: Matkailun edistämiskeskus v. 2004
- K43. Hiihtolomaviikon päivälämpötilat Himoksella olivat -1, 0, 4, -5, -7, -5 ja -8 (°C). Mikä oli lomaviikon päivälämpötilojen tyyppiärovo?



# 16 Mediaani

## Tavoitteet

Kerrataan käsite mediaani.

**CD:** tehtävän L36 taulukko, tehtävien L38, L40 ja L41 taulukot sekä mallivastaukset

## Lisäharjoittelua

Mediaania on käsitelty opetussuunnitelman mukaisesti viidennellä luokalla.

**Mediaaniharjoituksia:** Määritetään serkkujen lukumäärän mediaani.

**Toiminnallinen tehtävä:** Opettaja panee pussiin kuivat-  
tuja herneitä, rusinoita tai pieniä helmiä n. 50 kappaletta.  
Opettaja tietää tarkan määrän. Oppilaat arvioivat hernei-  
den tai helmien lukumäärän. Tulokset kootaan ja niistä et-  
sitään arvion tyypiarvo ja mediaani. Verrataan tuloksia oi-  
keaan tulokseen.

## 16 Mediaani

### Mediaani

5 7 7 8 9  
↑  
mediaani

**Mediaani on tilaston suuruusjärjestykseen kirjoitetuista havaintoarvoista keskimäinen, jos havaintojen lukumäärä on pariton. Jos havaintojen lukumäärä on parillinen, mediaani on kahden keskimäisen havaintoarvon keskiarvo.**

Mediaani on hyvä keskiluku tilastolle, jossa on muista havaintoarvoista huomattavasti poikkeavia, suuria tai pieniä, arvoja.

### Esimerkki 1



Mikä on tikkataulun osumien 6, 4, 8, 10, 7 ja 9 mediaani?

► Kirjoitetaan osumat suuruusjärjestykseen:

4 6 7 8 9 10  
3 havaintoa      3 havaintoa  
↑  
mediaani 7,5

Havaintojen lukumäärä on parillinen, joten mediaani on kahden keskimäisen havaintoarvon 7 ja 8 keskiarvo

$$\frac{7 + 8}{2} = \frac{15}{2} = 7,5.$$

Mediaani on 7,5, vaikka se ei esiinny tilastossa.

Vastaus: Osumien mediaani on 7,5.

### Esimerkki 2

**8A-luokan oppilaiden sisarusten lukumäärät**

Sisaruksia	f
0	6
1	5
2	7
3	3
4	2
<b>Yhteensä</b>	<b>23</b>

Mikä on 8A-luokan oppilaiden sisarusten lukumäärien mediaani?

► Kirjoitetaan havaintoarvot suuruusjärjestykseen:  
0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 2 3 3 3 4 4  
11 havaintoa      12. havainto      11 havaintoa

Havaintoja on yhteensä 23. Koska  $23 = 11 + 1 + 11$ , niin mediaani on 12. havaintoarvo. Laskemalla frekvenssejä yhteen alusta lukien huomataan, että havaintoarvoja 0 ja 1 on yhteensä 11. Kahdestoista havaintoarvo on 2 sisarusta.

Vastaus: Sisarusten lukumäärien mediaani on 2.

## Päivän äänestys

Katsoisin televisiosta lempiohjelmani, vaikka se tulisi myöhään.

113. a) 7                      b) 58                      c) 14                      K45. a) 6                      b) 33  
 114. a) 59 snt                b) 79 g                      K46. a) 22 g                b) 366 g  
 115. a) 8                      b) 7                      K47. a) 14                      b) 13  
 116. a) 

tulos	<i>f</i>
1	5
2	3
3	3
4	6
5	3
6	4

                      K48. a) 43                      b) 42                      c) 25                      d) 1 067  
           b) 4                      c) 4  
 117. a) 8                      b) 7 ja 8                      c) 25  
 118. a) 18                      b) 19  
 119. a) tosi                      b) tosi                      c) epätosi                      d) tosi  
           e) epätosi (esimerkiksi 149, 150, 165, 166)  
 L36. a) tyyppi-arvo on keltainen, mediaania ei voi määrittää  
           b) tyyppi-arvo on 2,50 €, mediaani on 3,00 €  
 L37. a) 5                      b) 9, 10, 11, 12, 13 tai 14

Harjoittele

113. Mikä on havaintoarvojen mediaani?  
 a) 1, 4, 7, 8 ja 11  
 b) 55, 57, 58, 58, 58 ja 58  
 c) 12, 12, 13, 13, 15, 15, 16 ja 19
114. Kirjoita havaintoarvot suuruusjärjestykseen ja määritä mediaani.  
 a) Maitolitrin hinnat (snt): 75, 55, 58, 70, 60 ja 55  
 b) Omenoiden massat (g): 98, 77, 65, 69, 92, 81, 68, 90, 75 ja 97
115. Tomaattien lukumäärät pakkauksissa
- | Tomaatteja | <i>f</i> |
|------------|----------|
| 6          | 1        |
| 7          | 5        |
| 8          | 4        |
| 9          | 3        |
- Mikä on tomaattien lukumäärien  
 a) mediaani                      b) tyyppi-arvo?

116. 

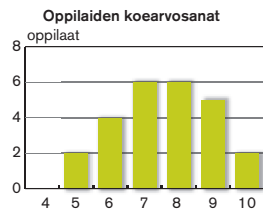
1	5	1	4	6	4	5	3
4	4	1	2	3	6	2	5
6	1	3	4	6	4	1	2

- a) Taulukoi nopanheiton tulosten frekvenssit.  
 b) Mikä on nopanheiton tulosten mediaani?  
 c) Mikä on nopanheiton tulosten tyyppi-arvo?



Sovella

117. Mikä on luokan oppilaiden kokeen arvosanojen  
 a) mediaani                      b) tyyppi-arvo?  
 c) Kuinka monta oppilasta luokalla on?



118. Männyn pottitaimien pituudet

Pituus (cm)	<i>f</i>
15	14
17	33
19	39
21	8

- Mikä on männyn pottitaimien pituuksien  
 a) mediaani                      b) tyyppi-arvo?

119. Oppilaiden pituudet on mitattu senttimetrin tarkkuudella. Onko väite tosi vai epätosi, kun pituuksien mediaani on 157,5 cm?  
 a) Puolet oppilasta on lyhempiä kuin 157,5 cm.  
 b) Puolet oppilasta on pitempiä kuin 157,5 cm.  
 c) Yhdenkään oppilaan pituus ei voi olla yli 180 cm.  
 d) On mahdollista, että 40 % pituuksista on yli 180 cm.  
 e) On mahdotonta, että puolet pituuksista olisi alle 155 cm.

Lisätehtäviä sivuille 36–37

- L36. Määritä tyyppi-arvo ja mediaani, jos mahdollista.

a) Tulppaanien väri

Väri	<i>f</i>
punainen	12
keltainen	18
oranssi	11
valkoinen	5

b) Taskurahan määrä

Määrä (€)	<i>f</i>
2,50	8
3,00	3
3,50	2
4,00	5
4,50	2

- L37. Havaintoarvojen *x*, 1, 5, 7, 9 ja 12 ensimmäinen arvo *x* on epäselvästi merkitty. Määritä arvo *x*, kun havaintoarvojen  
 a) mediaani on 6 ja tyyppi-arvo 5  
 b) mediaani on 8 ja mittaus tulokset ovat pienempiä kuin 15.



Kotitehtäviä sivuille 36–37

- K45. Kirjoita havaintoarvot suuruusjärjestykseen ja määritä mediaani.  
 a) 7, 7, 9, 4, 3, 6 ja 1  
 b) 34, 28, 32, 29, 37 ja 39
- K46. Kirjoita havaintoarvot suuruusjärjestykseen ja määritä mediaani.  
 a) Mansikan massa (g): 28, 21, 25, 22, 19, 17 ja 24  
 b) Appelsiinin massa (g): 284, 490, 347, 362, 370, 296, 442 ja 413

K47. Herkkusienien lukumäärät rasioissa

Herkkusieniä (kpl/rasia)	<i>f</i>
12	2
13	15
14	13
15	4
16	1

- Mikä on herkkusienien lukumäärien  
 a) mediaani                      b) tyyppi-arvo?

L38. Tyyppi-arvon laskeminen

1. Kirjoita taulukkolaskentaohjelman soluun A1 kaava =MOODI(2;2;3;4;5) ja paina ENTER.
2. Kirjoita soluihin B1:B5 luvut 2, 2, 3, 4 ja 5 kukin luvuista omaan soluunsa. Kirjoita soluun B7 kaava =MOODI(B1:B5) ja paina ENTER.
3. Muuta solujen B1:B5 arvoja ja vertaa solun B7 tyyppi-arvoon. Kumpi, kohdan 1 vai 2, tapa on mielestäsi parempi? Perustele.

- L39. Lasse lukujen 2, 2, 3, 3 ja 5 tyyppi-arvo taulukkolaskentaohjelmalla. Pohdi taulukkolaskentaohjelman antamaa vastausta.

L40. Mediaanin laskeminen

1. Kirjoita taulukkolaskentaohjelman soluun A1 kaava =MEDIAANI(2;2;3;4;5) ja paina ENTER.
2. Kirjoita soluihin B1:B5 luvut 2, 2, 3, 4 ja 5 kukin luvuista omaan soluunsa. Kirjoita soluun B7 kaava =MEDIAANI(B1:B5) ja paina ENTER.
3. Muuta solujen B1:B5 arvoja ja vertaa solun B7 mediaaniin. Kumpi, kohdan 1 vai 2, tapa on mielestäsi parempi? Perustele.

L41. Tyyppi-arvo ja mediaani

1. Avaa CD-ROM levyllä tiedosto L41.xls.
2. Kirjoita soluun D3 teksti Tyyppi-arvo: ja laske pituuksien tyyppi-arvo soluun E3.
3. Kirjoita soluun D4 teksti Mediaani: ja laske pituuksien mediaani soluun E4.
4. Muotoile, tallenna ja tulosta työkirja.

# 17 Keskiarvo

## Tavoitteet

Kerrataan aritmeettisen keskiarvon laskeminen.

## Monisteet ja kalvot

30. **Minuutin arviointi:** kalvopohja tulosten kokoamiseen

31. **Kotitehtävien vastauksia**

CD: tehtävien L48 ja L49 taulukot ja mallivastaukset

## Lisäharjoittelua

**Minuutin arviointi:** Tehtävää varten tarvitaan sekuntikelloja. Jos kelloja ei ole jokaiselle oppilaalle, tehtävät tehdään ryhmissä. Oppilaan silmät peitetään. Oppilas painaa kellon

käyntiin ja arvioituaan minuutin kuluneen, hän painaa kellon kiinni. Tulos pyöristetään sekunnin tarkkuuteen ja ilmoitetaan opettajalle. Opettaja kirjaa tuloksen piirtämällä pallon oppilaan ilmoittaman sekuntimäärän kohdalle kalvopohjalle 30. Jos tulos ei ole kalvolla annetulla alueella, voidaan kalvopohjalle lisätä tarvittavia lukuja. Tuloksista määritetään tyyppiarvo, mediaani ja keskiarvo.

**Janan pituuden arviointi:** Opettaja piirtää taululle janan. Oppilaat arvioivat janan pituuden. Tulokset pyöristetään sentin tarkkuuteen. Tulokset kootaan kuten minuutin arviointiin.

**Harjoitustyö:** Laske keskimääräinen yöunesi pituus kouluviikolla ja viikonloppuna (moniste 9 tehtävät 4, 5 ja 6).

## 17 Keskiarvo

### Keskiarvo

**Keskiarvo** saadaan jakamalla havaintoarvojen summa niiden lukumäärällä. Keskiarvo kuvaa yhden luvun avulla tilaston keskimääräistä havaintoarvoa.

### Esimerkki 1

Laske havaintoarvojen 7, 4, 6, 7, 8 ja 9 keskiarvo yhden desimaalin tarkkuudella.

► Havaintoja on 6, joten niiden keskiarvo on  $\frac{7 + 4 + 6 + 7 + 8 + 9}{6} = \frac{41}{6} = 6,83\dots \approx 6,8$ .

Vastaus: 6,8

### Laskinohje

7 + 4 + 6 + 7 + 8 + 9 = 41  
41 ÷ 6 = 6,833333333333333

### Esimerkki 2

Henna pilkki 8 ahventa, jotka painoivat yhteensä 720 g. Kuinka paljon yksi ahven painoi keskimäärin?

► Ahventen massojen keskiarvo eli keskimassa on  $\frac{720 \text{ g}}{8} = 90 \text{ g}$ .

Vastaus: 90 g

### Esimerkki 3

summa = lukumäärä · keskiarvo

Omenoiden keskimassa on 182 g. Kuinka paljon laatikon 55 omenaa painavat yhteensä?

► Koska yksi omena painaa keskimäärin 182 g, laatikon 55 omenaa painavat yhteensä

$55 \cdot 182 \text{ g} = 10\,010 \text{ g} \approx 10 \text{ kg}$ .

Vastaus: 10 kg

## Päivän äänestys

Pelaan mieluummin tietokonepelejä kuin katson TV:tä.

120. a) 8,0                      b) 67 min  
 121. a) tyyppi-arvo 7 s, mediaani 8 s ja keskiarvo 8,3 s  
 b) tyyppi-arvo -3 °C, mediaani 0,5 °C ja keskiarvo 0,5 °C  
 122. a) 7,6                      b) 7,5                      c) 7  
 123. 84  
 124. 1 120 g  
 125. a) 55 kg                      b) 870 kg  
 126. a)  $x = 13$                       b)  $x = 2$   
 127. 9

- L42. a) tyyppi-arvo, mediaani ja keskiarvo  
 b) tyyppi-arvo    c) tyyppi-arvo (mediaani)  
 d) tyyppi-arvo    e) tyyppi-arvo, mediaani ja keskiarvo  
 L43. a) kasvaa luvulla 5                      b) kasvaa luvulla 5  
 c) kasvaa luvulla 5  
 L44. a) viisinkertaistuu                      b) viisinkertaistuu  
 c) viisinkertaistuu  
 L45. 5, 5, 6, 7, 12 tai 5, 5, 6, 8, 11 tai 5, 5, 6, 9, 10  
 L46. 156 cm

Ohje:  $\frac{158 \cdot 10 - 176}{9} = 156$

- L47. 14  
 Ohje:  $\frac{10 \cdot 5 - x}{9} = 4$ , josta  $x = 14$

- K49. a) tyyppi-arvo: 32, mediaani: 32, keskiarvo: 32  
 b) tyyppi-arvo: -15 °C, mediaani: -16 °C, keskiarvo: -17 °C  
 K50. a) 7,0                      b) 7,2                      c) 7,1  
 K51. a) 7,7                      b) 8,0                      c) 8,0  
 K52. a) 260 g                      b) 10 kg  
 K53. a)  $x = 8$  °C                      b)  $x = -10$  °C

**Harjoittele**

120. Laske keskiarvo kahden numeron tarkkuudella.  
 a) Todistuksen arvosanat: 7, 8, 7, 10, 8, 7, 6, 9, 8 ja 10  
 b) Hihtoaika valaistulla ladulla (min): 65, 63, 74, 58 ja 75  
 121. Määritä tyyppi-arvo, mediaani ja keskiarvo yhden desimaalin tarkkuudella.  
 a) Aika nopeustestissä (s): 9, 11, 7, 6, 7, 8 ja 10  
 b) Lämpötila (°C): 2, 5, -3, 0, 3, -3, -1 ja 1  
 122. Oppilaat hyväksytään jatko-opintoihin keskiarvojen mukaisessa paremmuusjärjestyksessä. Laske Nooran lukuaineiden arvosanojen

**Nooran peruskoulun päättötodistuksen lukuaineiden arvosanat**

Lukuaine	Arvosana
äidinkieli ja kirjallisuus	8
uskonto	9
englannin kieli (A1)	8
ruotsin kieli (B1)	7
historia	8
yhteiskuntaoppi	9
matematiikka	7
fysiikka	6
kemia	7
biologia	7
maantieto	7
terveys-tieto	8



**Sovella**

123. Seitsemän havaintoarvon keskiarvo on 12. Kuinka suuri on niiden summa?  
 124. Appelsiinien keskimassa on 223 g. Kuinka paljon painaa viiden appelsiinin pussi?  
 125. Yhdeksän villisian laumassa on 6 porsasta, jotka painavat yhteensä 330 kg ja 3 emakkoa, joiden keskimassa on 180 kg. Laske  
 a) porsaan keskimassa  
 b) villisikalauaman massa.  
 126. Kolmen havaintoarvon keskiarvo on 9. Ratkaise tuntematon havaintoarvo  $x$ .  
 a)  $x, 11$  ja  $3$                       b)  $13, x$  ja  $12$   
 127. Elsan matematiikan kokeiden arvosanat olivat 7, 9-, 7- ja  $8\frac{1}{2}$ . Mikä arvosana Elsan pitäisi saada viidennestä kokeesta, jotta arvosanojen keskiarvo olisi 8,0?

**Lisätehtäviä sivuille 38–39**

- L42. Mitä keskilukuja, mediaani, tyyppi-arvo tai keskiarvo, voidaan laskea seuraaville tilastollisille muuttujille?  
 a) pituushypyn tulos  
 b) sukupuoli  
 c) mielipide avaruusmatkailusta  
 d) lempiväri  
 e) sisarusten lukumäärä  
 L43. Jos jokainen havaintoarvo kasvaa luvulla 5, miten muuttuu havaintoarvojen  
 a) keskiarvo  
 b) mediaani  
 c) tyyppi-arvo?  
 L44. Jos jokainen havaintoarvo viisinkertaistuu, miten muuttuu havaintoarvojen  
 a) keskiarvo  
 b) mediaani  
 c) tyyppi-arvo?  
 L45. Kirjoita viisi havaintoarvoa, joiden keskiarvo on 7, mediaani on 6 ja tyyppi-arvo on 5.  
 L46. Kymmenen henkilön ryhmän pituuskien keskiarvo on 158 cm. Henkilö, jonka pituus on 176 cm, poistuu ryhmästä. Mikä on jäljelle jääneiden henkilöiden pituuskien keskiarvo?  
 L47. Kymmenen havaintoarvon keskiarvo on 5. Kun suurin havaintoarvoista poistetaan, on jäljelle jääneiden yhdeksän havaintoarvon keskiarvo 4. Mikä oli poistettu havaintoarvo?

**L48. Keskiarvon laskeminen**

- Kirjoita ja muotoile taulukko työkirjaan alkaen solusta A1. Tallenna työkirja.
- Kirjoita soluun A16 teksti Keskiarvo: ja soluun B16 kaava =KESKIARVO(B3:B14). Paina ENTER.
- Muotoile, tallenna ja tulosta työkirja. Leikkaa taulukko sopivan kokoiseksi ja liimaa se vihkoosi.

**Helkin peruskoulun päättötodistuksen lukuaineiden arvosanat**

Lukuaine	Arvosana
Äidinkieli ja kirjallisuus	9
Uskonto	9
Englannin kieli (A1)	7
Ruotsin kieli (B1)	6
Historia	8
Yhteiskuntaoppi	7
Matematiikka	8
Fysiikka	9
Kemia	8
Biologia	7
Maantieto	6
Terveystieto	9

**L49. Keskiarvojen vertailu**

- Avaa CD-ROM-levyltä tiedosto L49.xls
- Laske taulukkoon työntösarjojen keskiarvot. Kenen työntöjen keskiarvo on paras? Entä heikoin?
- Muotoile, tallenna ja tulosta työkirja. Leikkaa taulukko sopivan kokoiseksi ja liimaa se vihkoosi.

**Kotitehtäviä sivuille 38–39**

- K49. Määritä tyyppi-arvo, mediaani ja keskiarvo. a) Tikanheiton yhteistulokset: 35, 28, 32, 37, 32, 29, 31 ja 32  
 b) Vuoden ensimmäisen viikon korkeimmat päivälämpötilat (°C): -16, -20, -21, -19, -15, -15 ja -13  
 K50. Pääsälaskutehtävissä tyttöjen pisteet ovat 9, 5, 7, 6, 7 ja 8. Poikien pisteet ovat 10, 5, 6, 8 ja 7. Laske yhden desimaalin tarkkuudella a) tyttöjen b) poikien c) koko ryhmän pisteiden keskiarvo.  
 K52. a) Viisi appelsiinia painoivat yhteensä 1 kg 300 g. Mikä on yhden appelsiinin keskimassa? b) Mandariinien keskimassa on 113 g. Kuinka paljon laatikon 89 mandariinia painavat yhteensä?  
 K53. Kolmen lämpötilan keskiarvo on 5 °C. Ratkaise tuntematon lämpötila  $x$ .  
 a)  $x, 4$  °C ja  $3$  °C  
 b)  $x, 12$  °C ja  $13$  °C

**K51. Antin peruskoulun päättötodistuksen lukuaineiden arvosanat**

Lukuaine	Arvosana
Äidinkieli ja kirjallisuus	7
Uskonto	8
Englannin kieli (A1)	8
Ruotsin kieli (B1)	7
Historia	8
Yhteiskuntaoppi	9
Matematiikka	9
Fysiikka	8
Kemia	8
Biologia	7
Maantieto	6
Terveystieto	7

Määritä yhden desimaalin tarkkuudella Antin lukuaineiden arvosanojen a) keskiarvo b) mediaani c) tyyppi-arvo.

# 18 Keskiarvon sovelluksia

## Tavoitteet

Opitaan laskemaan keskiarvo frekvenssien avulla.

## Monisteet ja kalvot

32. Tilastoja laskimella: kalvopohja

CD: tehtävien L50 ja L51 taulukot ja mallivastaukset

## Lisäharjoittelua

**Laskinohje:** Frekvenssitaulukon syöttö laskimeen Casio fx-82MS

Paperipinon paksuus (arkkia)	f
100	5
105	10
108	4
110	4

Tilastotoiminnot      MODE      SD      2

Muistin tyhjentäminen      SHIFT      CLR      1      STO      RCL      =

Tietojen syöttäminen      100      SHIFT      ;      5      M+      DT

105      SHIFT      ;      10      M+      DT

108      SHIFT      ;      4      M+      DT

110      SHIFT      ;      4      M+      DT

Keskiarvo      SHIFT      S-VAR      2      1      =

Laskimen näyttöön tulee keskiarvo 105,3

**Toiminnallinen tehtävä:** Pöydällä on 1–2 cm paksu nip-pu paperiarukkeja. Opettaja tietää arkkien tarkan määrän. Oppilaat arvioivat arkkien määrän. Luokan tulokset kootaan ja määritetään aineistosta mediaani ja keskiarvo. Tulokset kootaan kuten sekunnin arvioinnissa.

## 18 Keskiarvon sovelluksia

### Esimerkki 1

7F-luokan oppilaiden matematiikan arvosanat

Arvosana	f
7	4
8	6
9	7
10	3
<b>Yhteensä</b>	<b>20</b>

7F-luokan oppilaiden matematiikan todistusarvosanat olivat 8, 9, 7, 8, 8, 9, 7, 9, 8, 9, 7, 9, 9, 7, 10, 9, 10, 8, 8 ja 10. Laske matematiikan arvosanojen keskiarvo yhden desimaalin tarkkuudella a) arvosanojen summan b) frekvenssien avulla.

► a) Arvosanojen summa on  
 $8 + 9 + 7 + 8 + 8 + 9 + 7 + 9 + 8 + 9 + 7 + 9 + 9 + 7 + 10 + 9 + 10 + 8 + 8 + 10 = 169$ . Koska oppilaita on 20, matematiikan arvosanojen keskiarvo on  $169 : 20 = 8,45 \approx 8,5$ .

b) Frekvenssi osoittaa, kuinka monta kertaa arvosana on mukana lukujen summassa. Keskiarvo on

$$\frac{(7 + 7 + 7 + 7) + (8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8) + (9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9) + (10 + 10 + 10)}{20}$$

$$= \frac{4 \cdot 7 + 6 \cdot 8 + 7 \cdot 9 + 3 \cdot 10}{20}$$

$$= \frac{169}{20} = 8,45 \approx 8,5.$$

Vastaus: 8,5

### Esimerkki 2

Laske koko luokan englannin kielen arvosanojen keskiarvo, kun seitsemän tytön keskiarvo on 8,3 ja neljäntoista pojan keskiarvo on 7,2.

► Tyttöjen arvosanojen summa saadaan kertomalla keskiarvo 8,3 tyttöjen lukumäärällä,  $8,3 \cdot 7 = 58,1$ .

Poikien arvosanojen summa on  $7,2 \cdot 14 = 100,8$ .

Luokan keskiarvo saadaan jakamalla arvosanojen summa  $58,1 + 100,8 = 158,9$  oppilaiden lukumäärällä  $7 + 14 = 21$ . Koko luokan keskiarvo on

$$\frac{158,9}{21} = 7,566... \approx 7,6.$$

Vastaus: 7,6

Keskiarvo on yleensä pyöristetty luku. Siksi arvosanojen summat  $8,3 \cdot 7 = 58,1$   $7,2 \cdot 14 = 100,8$  eivät ole kokonaislukuja.

## Päivän äänestys

Matematiikan opiskelu on mukavaa.

128. 8  
 129. 38  
 130. 7,5  
 131. a) 31 cm      b) 29 cm      c) 30 cm  
 132. 47  
 133. a) 8,1      b) 8,1      c) 8,1

- K54. 8,2 tuntia  
 K55. 1,6 sisarusta  
 K56. a) 9      b) 8,5      c) 8,5  
 K57. 2,1 km

L52. a)  $10 + \frac{1+3+4+1+2}{5} = 12,2$   
 b)  $27 + \frac{-2+2+1-2-1}{5} = 26,6$   
 c)  $90 + \frac{-1+0+5+4+4}{5} = 92,4$

Harjoittele

128. Laske, kuinka monta tomaattia on keskimäärin rasiassa.

Tomaattien määrät rasioissa

Tomaatteja (kpl/rasia)	f
6	1
7	3
8	1
9	5

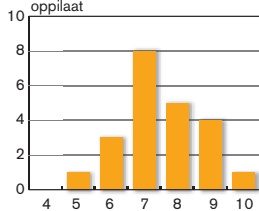
129. Laske luokan tyttöjen kengännumeroiden keskiarvo.

Keskuskoulun 8D-luokan tyttöjen kengännumerot

Kengännumero	f
37	5
38	3
39	3
40	1

130. Laske oppilaiden ruotsin kielen arvosanojen keskiarvo yhden desimaalin tarkkuudella.

Keskuskoulun 8B-luokan oppilaiden ruotsin kielen arvosanat oppilaat



Sovella

131. Leimikon runkolukujakauma

Läpimitta (cm)	f
19	2
21	5
23	9
25	31
27	61
29	116
31	135
33	57
35	15

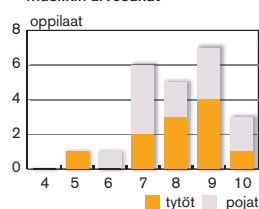
Runkolukujakauma on runkojen läpimitan vaihtelu.

Mikä on runkojen läpimittojen a) tyyppi- arvo b) mediaani c) keskiarvo?

132. Laske viidentoista havaintoarvon keskiarvo, kun kymmenen ensimmäisen havaintoarvon keskiarvo on 65 ja viiden viimeisen keskiarvo on 10.

133. Laske a) koko luokan b) tyttöjen c) poikien musiikin arvosanojen keski- arvo yhden desimaalin tarkkuudella.

Keskuskoulun 8B-luokan oppilaiden musiikin arvosanat oppilaat



Lisätehtäviä sivuille 40–41

L50. Keskiarvon laskeminen taulukkolaskennan avulla

- Kirjoita ja muotoile taulukko työkirjan alkaen solusta A1. Tallenna työkirja.
- Kirjoita soluun A11 teksti Keskiarvo:
- Laske summakaavalla soluun B9 solujen B3:B8 summa.
- Kirjoita soluun C3 kaava =A3\*B3 ja paina ENTER.
- Kirjoita soluun C4 kaava =A4\*B4 ja paina ENTER. Täydennä solualue C5:C8 vastaavasti.
- Laske summakaavalla soluun C9 solujen C3:C8 summa.
- Kirjoita soluun B11 kaava =C9/B9 ja paina ENTER. Palaa soluun B11 ja muuta desimaalien määrää siten, että vastaus on yhden desimaalin tarkkuudella.
- Tallenna ja tulosta työkirja. Leikkaa taulukko sopivan kokoiseksi ja liimaa se vihkoosi.

Keskuskoulun 7. luokkien tyttöjen matematiikan arvosanat

Arvosana	Tytöt	Arvosanojen summa
5	9	
6	25	
7	37	
8	56	
9	39	
10	11	
Yhteensä		

L51. Keskiarvon laskeminen

- Avaa CD-ROM-levyltä tiedosto L51.xls
- Laske poikien matematiikan arvosanojen keskiarvo.
- Tallenna ja tulosta työkirja. Leikkaa taulukko sopivan kokoiseksi ja liimaa se vihkoosi.

Tutki

Keskiarvon laskeminen väliaikaisen keskiarvon avulla

Esimerkki

Laske lukujen 17, 19, 15, 21 ja 15 keskiarvo pääsälaskulla.

- Valitse jokin annettujen lukujoukon keskiluvuilla oleva luku eli väliaikainen keskiarvo, esimerkiksi luku 18.
- Laske annettujen lukujen poikkeamat luvusta 18:  
 $17 - 18 = -1$        $19 - 18 = 1$   
 $15 - 18 = -3$        $21 - 18 = 3$   
 $15 - 18 = -3$
- Laske poikkeamien keskiarvo:  
 $\frac{-1 + 1 - 3 + 3 - 3}{5} = -\frac{3}{5} = -0,6$
- Lukujen keskiarvo on  $18 + (-0,6) = 17,4$ .

L52. Laske lukujen keskiarvo väliaikaisen keskiarvon avulla.

- 11, 13, 14, 11 ja 12
- 25, 29, 28, 25 ja 26
- 89, 90, 95, 94 ja 94

Kotitehtäviä sivuille 40–41

K54. Keskuskoulun 8B-luokan oppilaiden yöunen pituus

Yöunen pituus (h)	f
7	3
8	12
9	7

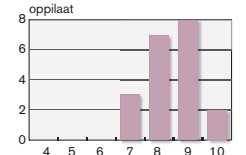
Kuinka monta tuntia 8B-luokan oppilaat nukkuvat keskimäärin yössä?

K55. Keskuskoulun 8B-luokan oppilaiden sisarusten lukumäärä

Sisarukset	f
0	5
1	7
2	5
3	3
4	1
5	0
6	1

Kuinka monta sisarusta 8B-luokan oppilailla on keskimäärin?

K56. Keskuskoulun 7D-luokan oppilaiden matematiikan arvosanat oppilaat



Laske 7D-luokan matematiikan arvosanojen a) tyyppi- arvo b) mediaani ja c) keski- arvo yhden desimaalin tarkkuudella.

K57. 7F-luokalla on 12 tyttöä ja 8 poikaa. Koulumatkan pituuden keskiarvo on tytöillä 2,7 km ja pojilla 1,2 km. Laske koko luokan koulumatkojen pituuksien keskiarvo.

# 19 Keskiluvut ja hajonta

## Tavoitteet

Lasketaan keskilukuja ja opitaan hajontaluvuista vaihteluvälin pituus.

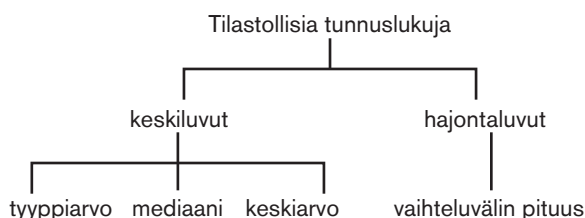
## Monisteet ja kalvot

33. Keskiluvut: vaativia tehtäviä

34. Vinot jakaumat: kalvopohja opetuskeskustelua varten

## Lisäharjoittelua

Hajonnan kuvaamisessa rajoitetaan vaihteluvälin pituuteen. Oppilaille voidaan kertoa, että hajontaa voidaan kuvata muillakin tunnusluvuilla, mutta ne opiskellaan myöhemmin. Keskilukuja ja hajontaa voidaan kuvata kaaviolla.



**Sanakoe:** Opettaja kirjoittaa taululle tai kalvolle tilastoihin liittyviä sanoja ja oppilaat kirjoittavat selityksen. Kun kaikki selitykset on kirjoitettu, opettaja sanoo oikean selityksen. Oppilaat tarkistavat oman sanakokeensa.

1. tyyppiarvo
2. mediaani
3. vaihteluväli
4. ympyräkuvio
5. keskiarvo

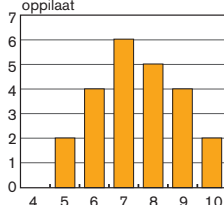
**Toiminnallinen tehtävä:** Oppilaat arvioivat opettajan pöydän pituuden senttimetrin tarkkuudella. Tulokset kootaan ja niistä lasketaan keskiarvo ja vaihteluväli.

**Harjoitustyö:** Lasketaan yön pitemmän vaihteluväli.

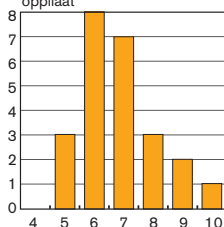
## 19 Keskiluvut ja hajonta

### Esimerkki 1

7B-luokan oppilaiden ruotsin kielen arvosanat oppilaat



7F-luokan oppilaiden ruotsin kielen arvosanat oppilaat



Laske a) 7B-luokan b) 7F-luokan oppilaiden ruotsin kielen arvosanojen keskiarvo ja mediaani. c) Kumpi keskiluku kuvaa paremmin 7B- ja 7F-luokkien oppilaiden keskimääräistä ruotsin kielen arvosanaa?

► a) 7B-luokassa on 23 oppilasta. Mediaani on siten kahdestoista arvosana 7. Keskiarvo on

$$\frac{2 \cdot 5 + 4 \cdot 6 + 6 \cdot 7 + 5 \cdot 8 + 4 \cdot 9 + 2 \cdot 10}{23} = 7,47 \dots \approx 7,5.$$

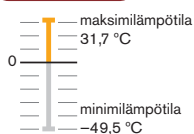
b) 7F-luokassa on 24 oppilasta. Koska kahdestoista ja kolmastoista arvosana kumpikin ovat 7, niin mediaani on 7. Keskiarvo on

$$\frac{3 \cdot 5 + 8 \cdot 6 + 7 \cdot 7 + 3 \cdot 8 + 2 \cdot 9 + 1 \cdot 10}{24} = 6,83 \dots \approx 6,8.$$

c) Keskiarvo soveltuu kuvaamaan havaintoarvoja, joiden kuvaaja on likimain symmetrinen. Siten keskiarvo 7,5 antaa paremman käsityksen 7B-luokan oppilaiden ruotsinkielen arvosanoista. 7F-luokan oppilaiden ruotsinkielen arvosanoja kuvaa paremmin mediaani 7.

Keskiluvut kuvaavat tilaston keskimääräistä havaintoarvoa. Hajontaluvut kuvaavat havaintoarvojen sijoittumista keskiarvon ympärille. Yksinkertaisin hajontaluvuista on vaihteluvälin pituus eli suurimman ja pienimmän havaintoarvon erotus.

### Esimerkki 2



Lämpötilojen ääriarvot Sodankylässä

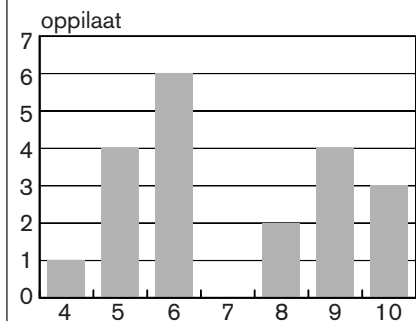
Laske lämpötilojen ääriarvojen vaihteluvälin pituus Sodankylässä.

► Lämpötilojen ääriarvojen vaihteluvälin pituus Sodankylässä on  $31,7 \text{ °C} - (-49,5 \text{ °C}) = 31,7 \text{ °C} + 49,5 \text{ °C} = 81,2 \text{ °C}$ .

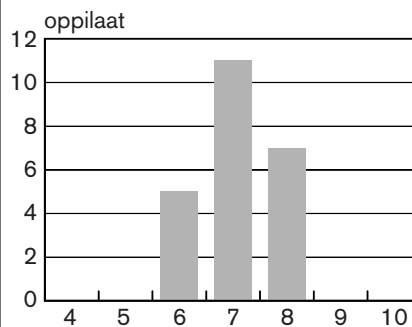
## Päivän äänestys

Matematiikan opiskelu on hyödyllistä.

134. a) 228 €      b) 425 €  
 135. a) 10 °C      b) 10,5 °C      c) 11,1 °C      d) 7 °C  
 136. a) tosi      b) epätosi, vaihteluvälin pituus on 3  
 c) tosi      d) epätosi, yleisin on 16 tomaattia rasiassa  
 e) tosi  
 137. a) Keskuskoulun 7A-luokan oppilaiden ruotsin kielen arvosanat



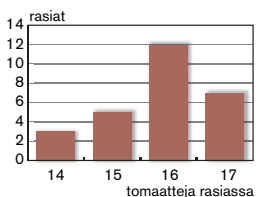
- b) Keskuskoulun 7B-luokan oppilaiden ruotsin kielen arvosanat



138. a) 7A: 6, 7B: 7      b) 7A: 6, 7B: 7  
 c) 7A: 7,1; 7B: 7,1      d) 7A: 6, 7B: 2

Harjoittele

134. Oppilaiden kesäansiot olivat: Jenni 203 €, Tuija 178 €, Hannu 478 € ja Lauri 53 €. Laske kesäansioiden  
 a) keskiarvo  
 b) vaihteluvälin pituus.  
 135. Mikä on lämpötilojen 11, 16, 9, 13, 12, 10, 9, 10, 10 ja 11 (°C)  
 a) tyyppiarvo  
 b) mediaani  
 c) keskiarvo  
 d) vaihteluvälin pituus?  
 136. Kirsikkatomaattien lukumäärät rasioissa



- Onko väite tosi vai epätosi?  
 a) On tutkittu yhteensä 27 rasiaa.  
 b) Vaihteluvälin pituus on 17.  
 c) Rasioissa oli keskimäärin 16 tomaattia.  
 d) Yleisin arvo oli 15 tomaattia rasiassa.  
 e) Tutkimuksessa oli mukana yhteensä 428 tomaattia.



137. Keskuskoulun 7A- ja 7B-luokkien oppilaiden ruotsin kielen arvosanat

Arvosana	f (7A)	f (7B)
4	1	-
5	4	-
6	6	5
7	-	11
8	2	7
9	4	-
10	3	-

Piirrä pystypylväskuvio Keskuskoulun a) 7A-luokan b) 7B-luokan oppilaiden ruotsin kielen arvosanoista.

Sovella

138. Mikä on Keskuskoulun 7A- ja 7B-luokkien oppilaiden ruotsin kielen arvosanojen  
 a) tyyppiarvo  
 b) mediaani  
 c) keskiarvo yhden desimaalin tarkkuudella  
 d) vaihteluvälin pituus?

# 20 Satunnaiskoe ja tapahtuma

## Tavoitteet

Opitaan käsitteet satunnaiskoe, alkeistapaus, tapahtuma, suotuisa alkeistapaus ja symmetriset alkeistapaukset.

## Monisteet ja kalvot

### 35. Eurooppalaiset perheet

## Lisäharjoittelua

Pelikortit kestävät käytössä paremmin, jos ne liimataan pahville tai laminoidaan. Korttitehtäviä varten opettajan kannattaa ottaa itselleen kalvo korteista.

**Alkeistapauksia:** Eurooppalaiset perheet -korttipakasta nostetaan yksi kortti. Luettele satunnaiskokeen alkeistapaukset

1. "kortin henkilö on aikuinen mies"
2. "kortin henkilön sukupuoli on mies"
3. "kortin henkilöllä on silmälasit"
4. "kortin henkilöllä on hattu"
5. "kortin henkilöllä on pitkät hiukset"
6. "kortin perheen lemmikki on koira"
7. "kortin henkilöllä on jalkapallo"
8. "kortin henkilöllä ei ole silmälasia"
9. "kortin henkilöllä on polvihousut"

Täyttääkö peli satunnaiskokeen määritelmän?

1. Lotto-arvonta (kyllä)
2. Jokeriarvonta (kyllä)
3. V5-raviveikkaus (ei)
4. Vakioveikkaus (ei)

**Päivän todennäköisyys:** Päivän todennäköisyys on väite, johon vastataan kyllä tai ei. Päivän todennäköisyyttä voidaan käyttää keskustelun pohjana.

## Päivän todennäköisyys

Pussissa on 20 palloa. Palloista 15 on mustia ja 5 valkoisia. Ensimmäinen pussista nostettu pallo on varmasti musta. (ei)

## 20 Satunnaiskoe ja tapahtuma

Kolikonheitto on koe, jonka tulos riippuu sattumasta. Kokeen tulokset, klaava tai kruuna, ovat yhtä mahdolliset.



kruuna



klaava

### Satunnaiskoe ja alkeistapaus

Satunnaiskokeessa on vähintään kaksi tulosta eli alkeistapautta, jotka määräytyvät sattumanvaraisesti. Alkeistapaukset ovat symmetriset, jos ne ovat yhtä mahdolliset.

### Esimerkki 1

Luettele satunnaiskokeen alkeistapaukset ja päätele, ovatko ne yhtä mahdolliset, kun a) nopaa heitetään kerran b) nastaa heitetään kerran.

- ▶ a) Satunnaiskokeessa "noppaa heitetään kerran" on kuusi alkeistapautta. Nopan symmetrian johdosta pisteluvut 1, 2, 3, 4, 5 ja 6 ovat yhtä mahdolliset.
- ▶ b) Satunnaiskokeen "nastaa heitetään kerran" alkeistapaukset "kärki alas" ja "kärki ylös" eivät ole yhtä mahdolliset nastan epäsymmetrisyydestä johtuen.

### Tapahtuma ja suotuisa alkeistapaus

Satunnaiskokeessa **tapahtuma** tarkoittaa, että tulos täyttää tietyn ehdon. Esimerkiksi nopanheitossa "tulee pariton pisteluku" on tapahtuma. Ehdon täyttävät tulokset 1, 3 ja 5 ovat tapahtumalle **suotuisia alkeistapauksia**.

### Esimerkki 2




Noppaa heitetään kerran. Luettele suotuisat alkeistapaukset tapahtumalle a) "pisteluku on parillinen" b) "pisteluku on korkeintaan 2".

- ▶ a) Suotuisia ovat alkeistapaukset 2, 4 ja 6.
- ▶ b) Suotuisia ovat alkeistapaukset 1 ja 2.

139. maanantai, tiistai, keskiviikko, torstai, perjantai, lauantai, sunnuntai
140. a) 1, 3 ja 5    b) 4, 5 ja 6    c) 1, 2, 3, 4, 5 ja 6  
d) 1, 2, 3, 4 ja 6    e) 2, 3 ja 4
141. a) 3    b) 5    c) 1    d) 6
142. a) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ja 9    b) 10, 20 ja 30  
c) ei suotuisia alkeistapauksia  
d) kaikki alkeistapaukset ovat suotuisia
143. a) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ja 10; eivät ole  
b) pystyyn, lappeelleen, kyljelleen; eivät ole  
c) 1, 2, 3, ..., 38 ja 39; ovat
144. a) ei ole    b) ei ole    c) ei ole
145. a) 

20 sentin tulos	50 sentin tulos
kruuna	kruuna
kruuna	klaava
klaava	kruuna
klaava	klaava
- b) 2
146. a) 15 ja 1, 15 ja 2, ..., 15 ja 9  
b) 15 ja 5, 15 ja 10, 15 ja 20, 15 ja 25, 15 ja 30, 15 ja 35  
c) 15 ja 10, 15 ja 11, 15 ja 12 15 ja 13, 15 ja 14, 15 ja 16, 15 ja 17
147. a) 8    b) 16

**Harjoittele**

139. Satunnaisesti valitulta oppilaalta kysytään, minä viikonpäivänä hänen syntymäpäivänsä on. Luettele satunnaiskokeen alkeistapaukset.
140. Noppaa heitetään kerran. Luettele suotuisat alkeistapaukset tapahtumalle  
a) "pisteluku on pariton"  
b) "pisteluku on vähintään 4"  
c) "pisteluku on enintään 7"  
d) "pisteluku ei ole 5"  
e) "pisteluku on vähintään 2 ja enintään 4".
141. 
- Oheisista hedelmistä valitaan sattumanvaraisesti yksi. Kuinka monta suotuisaa alkeistapausta on tapahtumalle  
a) "saadaan omena"  
b) "saadaan appelsiini"  
c) "saadaan sitruuna"  
d) "saadaan sitruhedelmä"?
142. Arvotaan yksi luvuista 1, 2, 3, ..., ja 39. Luettele suotuisat alkeistapaukset tapahtumalle  
a) "saatu luku on yksinumeroinen"  
b) "saatu luku on jaollinen kymmenellä"  
c) "saatu luku on suurempi kuin 40"  
d) "saatu luku on pienempi kuin 40".
143. Luettele satunnaiskokeen alkeistapaukset ja päättele, ovatko alkeistapaukset symmetriset.  
a) Tikkaa heitetään kerran.  
b) Tulitikkurasiaa heitetään kerran.  
c) Lottokone arpoo ensimmäisen pallon.

**Sovella**

144. 20 sentin kolikkoa heitetään neljä kertaa ja jokaisella heitolla saadaan klaava. Onko totta, että seuraava heitto on  
a) varmasti klaava  
b) todennäköisemmin klaava kuin kruuna  
c) todennäköisemmin kruuna kuin klaava?
145. Heitettäessä samanaikaisesti 20 ja 50 sentin kolikkoja voidaan alkeistapaukset kirjata esimerkiksi taulukkoon, jossa ensin ilmoitetaan 20 sentin tulos ja sitten 50 sentin tulos.  
a) Kahden erilaisen kolikon heitossa on yhteensä neljä alkeistapausta. Kopioi taulukko ja täydennä alkeistapaukset.
- |                 |                 |
|-----------------|-----------------|
| 20 sentin tulos | 50 sentin tulos |
| kruuna          | kruuna          |
- b) Kuinka monta suotuisaa alkeistapausta on tapahtumalle "saadaan yksi klaava"?
146. Arvotaan kaksi luvuista 1, 2, 3, ... ja 39. Lukua ei palauteta uudelleen arvottavaksi. Luettele suotuisat alkeistapaukset tapahtumalle "ensimmäisenä saatu luku on 15 ja toisena saatu luku on  
a) yksinumeroinen"  
b) jaollinen viidellä"  
c) kaksinumeroinen ja pienempi kuin 18".
147. Kuinka monta erilaista alkeistapausta saadaan, kun heitetään samanaikaisesti  
a) kolmea b) neljää erilaista kolikkoa?

# 21 Todennäköisyys

## Tavoitteet

Opitaan käsitteet todennäköisyys, mahdoton tapahtuma ja varma tapahtuma.

## Monisteet ja kalvot

### 36. Kotitehtävien vastauksia

## Lisäharjoittelua

**Todennäköisyyslaskennan historiaa:** Arpakuutio on saanut nykyisen muotonsa yli 3000 vuotta sitten. Muinaisessa Egyptissä ja antiikin Kreikassa arpakuutioita käytettiin pelivälineenä ja jumalten tahdon selville saamiseksi – ajateltiin, että arpakuutio ilmaisee jumalien tahdon.

Jo muinoin on peleihin liittyviä voittomahdollisuuksia yritetty arvioida, mutta varsinaisen todennäköisyyslaskennan synty ajoitetaan vuoteen 1654, jolloin ranskalaiset matemaatikot Blaise Pascal ja Pierre de Fermat ratkaisivat kirjeenvaihdossaan uhkapelien harrastajan Chevalier de Méré'n esittämiä ongelmia.

Pascal ja Fermat kehittivät kirjeissään todennäköisyyslaskennan perusedat, joiden pohjalta hollantilainen Chris-

tian Huygens julkaisi jo kolmen vuoden kuluttua (1657) ensimmäisen todennäköisyyslaskennan oppikirjan *De Ratiociniis in Aleae Ludo* (suom. Arpapeleihin liittyvistä laskelmista). Nykyaikaisen todennäköisyyslaskennan perusteet esitti venäläinen Andrei Kolmogorov 1933 julkaisemassaan kirjassa *Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung* (suom. Todennäköisyyslaskennan perusteet).

**Todennäköisyyksiä:** Eurooppalaiset perheet -korttipakasta nostetaan yksi kortti. Millä todennäköisyydellä pakasta

1. nostetussa kortissa on poika
2. nostetussa kortissa on lapsi
3. nostetussa kortissa on aikuinen
4. nostetussa kortissa on nelijalkainen lemmikki
5. nostetussa kortissa on kaksijalkainen lemmikki
6. nostetun kortin henkilöllä on silmälasit
7. nostetun kortin henkilöllä on pitkät hiukset
8. nostetun kortin henkilöllä on polvihousut
9. nostetun kortin henkilöllä on mustat kengät
10. nostetun kortin henkilöllä on polvisukat
11. nostetun kortin henkilöllä on hattu?

## 21 Todennäköisyys

### Esimerkki 1



Todennäköisyyksien summa on yksi:  
 $\frac{3}{7} + \frac{4}{7} = 1$

Pussissa on 3 sinistä ja 4 ruskeaa palloa. Pallot sekoitetaan hyvin ja niistä nostetaan sattumanvaraisesti yksi pallo. Kuinka suuri mahdollisuus on saada a) sininen b) ruskea c) värillinen d) valkoinen pallo?

- a) Koska pussissa on kolme sinistä palloa, on 3 mahdollisuutta 7:stä saada sininen pallo eli todennäköisyys saada sininen pallo on  $\frac{3}{7}$ . Merkitään todennäköisyyttä kirjaimella P. Siis  $P(\text{sininen}) = \frac{3}{7} \approx 0,43 = 43\%$ .
- b) Vastaavasti on 4 mahdollisuutta 7:stä saada ruskea pallo eli  $P(\text{ruskea}) = \frac{4}{7} \approx 0,57 = 57\%$ .
- c) Koska jokainen pallo on värillinen, niin  $P(\text{värillinen}) = \frac{7}{7} = 1 = 100\%$ .
- d) Pussissa ei ole valkoisia palloja, joten  $P(\text{valkoinen}) = \frac{0}{7} = 0$ .

### Todennäköisyys

$P(\text{mahdoton}) = 0$

$P(\text{varma}) = 1$

**Todennäköisyys** kuvaa tapahtuman toteutumismahdollisuutta.

**Mahdoton tapahtuma** ei toteudu koskaan ja sen todennäköisyys on 0.

**Varma tapahtuma** toteutuu aina ja sen todennäköisyys on 1.



Tapahtumat vaihtelevat mahdottoman ja varman välillä. Todennäköisyys ilmoitetaan usein desimaalilukuna.

## Päivän todennäköisyys

Pussissa on 20 palloa. Palloista 15 on mustia ja 5 valkoisia. Pussista nostetaan yhtä aikaa viisi palloa. Yksi palloista on varmasti musta. (ei)

148. a) 0,67      b) 0,33  
 149. a) 0,25      b) 0,75  
 150. a) A, D      b) B      c) C, E  
 151. a) 0,40      b) 0,60      c) 0,40  
 152. a) 0,55      b) 0,45      c) 0,045  
      d) 0,045      e) 1,00



154. 0,069

155. B

L53. 0,10

L54. 0,40

Ohje: Koska todennäköisyys saada ensimmäisenä punainen on 50 %, niin pussissa on 3 punaista palloa, joista yksi nostetaan. Jäljelle jää 2 punaista ja kolme keltaista palloa.

L55. a)  $\frac{1}{3} \approx 0,33$       b)  $\frac{2}{3} \approx 0,67$

L56. a) 0      b)  $\frac{2}{3} \approx 0,67$

L57. 3

L58.  $\frac{7}{20} = 0,35$

Ohje: Pussissa A on 5 ja pussissa B 2 punaista palloa.

L59. a)  $\bar{A}$  = "pisteluku on pariton"      b) 1, 3, 5      c) 0,50

L60.  $P(\bar{A}) = 1 - 0,3 = 0,7$

K58. a) A: 0,50      B: 0,38      C: 0,33

b) Onnenpyörässä A, koska siinä voiton todennäköisyys on suurin.

K59. a) 0,17      b) 0,50      c) 0,67

d) 0      e) 0,33      f) 1

K60. a) 0,10      b) 0,20      c) 0      d) 0,50

K61. a) 0,35      b) 0,65      c) 0,38

K62. a) 0,40      b) 0,60      c) 0,05      d) 0,05

Lisätehtäviä sivuille 46–47

L53. Äiti muistaa pankkikorttinsa tunnusluvun kolme ensimmäistä numeroa. Mikä on todennäköisyys tapahtumalle, että hän arvaa oikein tunnusluvun viimeisen numeron, joka voi olla 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 tai 9?

5	4	6	
---	---	---	--

L54. Pussissa on kuusi palloa, joista osa on punaisia ja osa keltaisia. Todennäköisyys, että pussista saadaan ensimmäisellä nostolla punainen pallo on 0,5. Pussista nostetaan yksi pallo ja se on punainen. Palloa ei palauteta pussiin. Millä todennäköisyydellä toinenkin nostettu pallo on punainen?

L55. Muropaketissa on yksi neljästä kuvasta:



Ilmes tarvitsee hiiren kuvan ja Elsa sammakon ja linnun kuvat. Tytöt ostavat yhdessä muropaketin. Muropaketin avaa tyttöjen isoäiti ja kertoo tytöille, että kuvassa ei ole apina. Laske todennäköisyys, että kuva on sellainen, jonka tarvitsee a) ilmes b) Elsa.

L56. Ratkaise tehtävä L55, jos isoäiti kertoo tytöille, ettei kuvassa ole hiiri.

L57. Purkissa olevista paperiliittimistä osa on valkoisia ja osa punaisia. Mikä on purkissa olevien punaisten liittimien pienin mahdollinen lukumäärä, jos sieltä sattumanvaraisesti nostettu liitin on valkoinen todennäköisyydellä  $\frac{1}{4}$ ?

L58. Pusseissa A ja B on molemmissa 10 palloa. Pusseissa olevista palloista osa on valkoisia ja osa punaisia. Todennäköisyys saada punainen pallo pussista A on 0,5 ja pussista B 0,2. Pusseissa olevat pallot kaadetaan uuteen tyhjiin pussiin. Millillä todennäköisyydellä yhdistetystä pussista nostettu pallo on punainen?

Tutki

Tapahtuma  $\bar{A}$  = "A ei tapahdu" on A:n vastatapahtuma.

Esimerkki



Nopanheiton tapahtuma A = "pisteluku on enintään kaksi".

- a) Kirjoita sanoin tapahtuma  $\bar{A}$ .  
 b) Mitkä ovat tapahtumalle  $\bar{A}$  suotuisia alkeistapauksia?  
 c) Laske  $\bar{A}$ :n todennäköisyys.

- a)  $\bar{A}$  = "pisteluku on suurempi kuin 2".  
 b) Tapahtumalle  $\bar{A}$  suotuisia alkeistapauksia ovat 3, 4, 5 ja 6.  
 c)  $P(\bar{A}) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \approx 0,67$ .

L59. Nopanheiton tapahtuma A = "pisteluku on parillinen".

- a) Kirjoita sanoin tapahtuma  $\bar{A}$   
 b) Mitkä ovat tapahtumalle  $\bar{A}$  suotuisia alkeistapauksia?  
 c) Laske  $\bar{A}$ :n todennäköisyys.

L60. Tapahtuman A todennäköisyys on  $P(A) = 0,30$ . Laske tapahtuman  $\bar{A}$  todennäköisyys.

Harjoittele



Millä todennäköisyydellä kennosta sattumanvaraisesti otettu muna on a) valkoinen b) ruskea?

149. Kotelossa on 3 lyijytättekynää ja 9 kuulakärkikynää. Millä todennäköisyydellä kotelosta sattumanvaraisesti otettu kynä on a) lyijytättekynää b) kuulakärkikynää?

150. A: "Kolikonheitossa saadaan kruuna tai klaava."  
 B: "Nopanheitossa saadaan tulos 7."  
 C: "Oppilas on syntynyt jouluaattona."  
 D: "Oppilas on nuorempi kuin äitinsä."  
 E: "Yhdellä lottorivillä saadaan kaikki oikein."

Arvioi, mitkä tapahtumista A, B, C, D ja E ovat

- a) varmoja eli  $P = 1$   
 b) mahdottomia eli  $P = 0$   
 c) mahdollisia, mutta eivät varmoja, eli  $0 < P < 1$ .

151. Onnenpyörässä on viisi yhtä suurta sektoria. Millä todennäköisyydellä yhdellä pyöräytyksellä saadaan a) parillinen luku b) pariton luku c) vähintään 4?



152. Aleksin ja Lauran luokalla on 12 poikaa ja 10 tyttöä. Oppilaiden kesken arvotaan elokuvalippu. Laske todennäköisyys, että lipun saa a) poika b) tyttö c) Aleksin d) Lauran. e) Kuinka suuri on a- ja b-kohdientodennäköisyyksien summa eli todennäköisyys, että lipun saa poika tai tyttö?

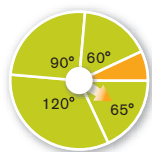
Sovella

153. Piirrä lukusuora ja merkitse tapahtuman kirjain lukusuoralle todennäköisyyden kohdalle.

- A: "Singaporessa sataa huomenna lunta."  
 B: "Syöt huomenna aamiaisen."  
 C: "Heität noppaa ja saat ykkösen."  
 D: "Heität kolikkoa ja saat klaavan."



154. Millä todennäköisyydellä onnenpyörän viisari pysähtyy oranssiin sektoriin?



155. Pussissa A on 9 valkoista ja 11 punaista palloa. Pussissa B on 7 valkoista ja 8 punaista palloa. Saara saa nostaa yhden pallon. Kumpi pussi hänen kannatta valita, kun hän haluaa valkoisen pallon?

Kotitehtäviä sivuille 46–47



Onnenpyörissä A, B ja C voittoa vihreissä sektoreissa.

- a) Laske onnenpyöräiden A, B ja C voittojen todennäköisyydet.  
 b) Missä onnenpyörässä on suurin mahdollisuus saada voitto? Miksi?

K59. 1 2 3 4 5 6

Pussissa on 6 numeroitua palloa. Mikä on todennäköisyys, että nostetun pallon numero on a) 6 b) parillinen c) vähintään 3 d) 7 e) korkeintaan 2 f) alle 8?

K60. Sanasta LASKUTAITO valitaan sattumanvaraisesti yksi kirjain. Millä todennäköisyydellä se on a) O b) A c) P d) vokaali?

K61. Arpajaisissa on 400 arpa, joista 140 on voittoarpoja. Millä todennäköisyydellä ensimmäisellä arvalla a) saa voiton b) ei saa voittoa? c) Tunnin kuluttua arvoista oli myyty 60, joista voittoarpoja oli 10. Mikä on nyt todennäköisyys, että ostettu arpa on voittoarpa?

K62. Mikon ja Annin luokalla on 8 tyttöä ja 12 poikaa. Opettaja arpoo ensimmäisen kirjaestelmän pitäjän. Millä todennäköisyydellä oppilas on a) tyttö b) poika c) Mikko d) Anni?

# 22 Klassinen todennäköisyys

## Tavoitteet

Opitaan laskemaan tapahtuman klassinen todennäköisyys.

## Monisteet ja kalvot

### 37. Nopanheitto

## Lisäharjoittelua

Todennäköisyyslaskennassa vastauksena hyväksytään murtoluku, prosenttiluku tai desimaaliluku.

**Todennäköisyyksiä:** Eurooppalaiset perheet -korttipakasta nostetaan yksi kortti. Millä todennäköisyydellä pakasta nostetussa kortissa on

1. pitkähiuksinen tyttö  $\left(\frac{3}{16}\right)$
2. silmälasipäinen mies  $\left(\frac{1}{8}\right)$
3. mustakenkäinen nainen (0)
4. nainen, jolla on lyhyet hiukset (0)
5. hattupäinen lapsi?  $\left(\frac{1}{8}\right)$

## Päivän todennäköisyys

Pussissa on 20 palloa. Palloista 15 on mustia ja 5 valkoisia. Pussista nostetaan yksi pallo. Todennäköisyys, että pallo on valkoinen, on 0,25. (kyllä)

## 22 Klassinen todennäköisyys

### Esimerkki 1



alkeistapaukset



suotuisa alkeistapaus

Kolikkoa heitetään kerran. Mikä on todennäköisyys, että saadaan klaava?

► Kolikonheitossa on kaksi symmetristä alkeistapausta, klaava ja kruuna. Tapahtumalle "saadaan klaava" on yksi suotuisa alkeistapaus. Koska jokainen alkeistapaus on yhtä mahdollinen, on yksi mahdollisuus kahdesta saada klaava eli

$$P(\text{klaava}) = \frac{1}{2} = 0,5 = 50\%$$

Vastaus:  $P(\text{klaava}) = 0,5$

### Tapahtuman klassinen todennäköisyys

$$P(\text{tapahtuma}) = \frac{\text{suotuisien alkeistapausten lukumäärä}}{\text{kaikkien alkeistapausten lukumäärä}}$$

### Esimerkki 2



alkeistapaukset



suotuisat alkeistapaukset

Noppaa heitetään kerran. Millä todennäköisyydellä saadaan a) pisteluku 6 b) vähintään pisteluku 4?

► Nopanheitto on symmetrinen satunnaiskoee, jolla on kuusi alkeistapausta 1, 2, 3, 4, 5 ja 6.

a) Tapahtumalle "saadaan 6" on yksi suotuisa alkeistapaus.

$$P(6) = \frac{1}{6} \approx 0,17 = 17\%$$

b) Tapahtumalle "saadaan vähintään 4" on kolme suotuisaa alkeistapausta 4, 5 ja 6.

$$P(\text{vähintään } 4) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0,5 = 50\%$$

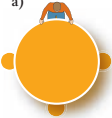

Vastaus: a)  $P(6) \approx 0,17$  b)  $P(\text{vähintään } 4) = 0,5$

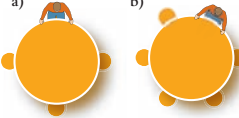
156. 0,50  
 157. a) 0,50      b) 0,67      c) 0,67      d) 1  
 158. a) 0,52      b) 0,48      c) 0,50  
 159. a) 0,026      b) 0,23      c) 0,26      d) 0,33  
 160. a) 0,50      b) 0,80      c) 0,50  
 161. a) 0,5      b) 0,63      c) 0,13      d) 0  
 162. a) 0,5      b) 0,67  
 163. a) 0,070      b) 0,22      c) 0,0000033      d) 0,23  
 e) 0,77      f) 2 313 996

- K63. a) 0,17      b) 0,33      c) 0  
 d) 0,33      e) 0,17      f) 0,50  
 K64. a) 0,68      b) 0,32      c) 0      d) 0,053  
 K65. a) 0,04      b) 0,05  
 K66. a) 0,12      b) 0,16  
 K67. a) 0,83      b) 0,17

- L61. a)  $\frac{2}{3} \approx 0,67$       b)  $\frac{2}{5} = 0,4$   
 L62. a) 0,50      b) 0,50  
 L63. a) 6      b) 7  
 L64. a)  $\frac{9}{27} \approx 0,33$       b)  $\frac{9}{26} \approx 0,35$   
 c)  $\frac{9}{25} = 0,36$       d)  $\frac{9}{24} \approx 0,38$   
 L65. a)  $\frac{7}{10} = 0,7$       b)  $\frac{7}{9} \approx 0,78$   
 c)  $\frac{7}{8} \approx 0,88$       d)  $\frac{6}{7} \approx 0,86$   
 L66. Ennen ensimmäistä nostoa laatikossa oli  $0,75 \cdot 8 = 6$  sinistä autoa ja  $8 - 6 = 2$  valkoista autoa. a) 0,83 b) 1  
 L67. a) 2      b) 3

Lisätehtäviä sivuille 48–49

- L61. Antti istuu pyöreän pöydän ääressä. Pöydän ympärillä olevat muut tuolit ovat vapaita. Millä todennäköisyydellä Erkin sattumanvaraisesti valitsema paikka on Antin viereissä?  
 a)       b) 
- c) kolmannella nostolla, kun ensimmäisellä tuli sininen ja toisella valkoinen kortti  
 d) neljännellä nostolla, kun ensimmäisellä tuli sininen, toisella valkoinen ja kolmannella valkoinen kortti?



- L65. Samilla on laatikossa 3 valkoista ja 7 mustaa pikkuautoa. Sami nostelee laatikosta autoja sattumanvaraisesti. Millä todennäköisyydellä musta auto tulee

- a) ensimmäisellä nostolla  
 b) toisella nostolla, kun ensimmäisellä tuli valkoinen  
 c) kolmannella nostolla, kun ensimmäisellä tuli valkoinen ja toisella valkoinen  
 d) neljännellä nostolla, kun ensimmäisellä tuli valkoinen, toisella valkoinen ja kolmannella musta?

- L63. Kaikki pyöreän pöydän ympärille istuutuvat valitsevat paikkansa sattumanvaraisesti. Päättele, kuinka monta tuolia on pöydän ympärillä, kun todennäköisyys, että Erkki ja Outi eivät istu vierekkäin on  
 a) 0,6      b) 0,67.

L64.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2	3	4	5	6	7	8	9

- Sekoitetusta korttipakasta nostetaan pois kortteja. Millä todennäköisyydellä oransi kortti tulee  
 a) ensimmäisellä nostolla  
 b) toisella nostolla, kun ensimmäisellä nostolla tuli sininen kortti

- L66. Sakun laatikossa on 8 pikkuautoa, joista osa on valkoisia ja osa sinisiä. Todennäköisyys, että laatikosta saadaan ensimmäisellä nostolla sininen auto on 0,75. Millä todennäköisyydellä kolmannella nostolla saadaan sininen auto, kun ensimmäisellä nostolla saatiin valkoinen ja toisella nostolla  
 a) sininen      b) valkoinen?

- L67. Sukkalaatikossa on irrallaan 10 mustaa ja 8 valkoista sukkaa. Sajja nostelee laatikosta sattumanvaraisesti pois sukkaa. Kuinka monta sukkaa hänen on  
 a) vähintään  
 b) enintään nostettava, jotta hän saa samanväriset sukut?



Kotitehtäviä sivuille 48–49

- K63. Noppaa heitetään kerran. Millä todennäköisyydellä saatu pisteluku on  
 a) 1      b) 5 tai 6  
 c) 7      d) pienempi kuin 3  
 e) vähintään 6      f) suurempi kuin 3?
- K64. 7C:llä on 19 oppilasta, joista 6 on poikia. Oppilaiden kesken arvotaan rinkka. Millä todennäköisyydellä rinkan saa 7C-luokan  
 a) tyttö  
 b) poika  
 c) matematiikan opettaja  
 d) oppilas Viivi?
- K65. Lassi ja Leevi myyvät markkinoilla arpoja. Lassilla on 500 arpoa, joista 20 voittoa ja Leevillä 300 arpoa, joista 15 voittoa. Millä todennäköisyydellä ensimmäinen  
 a) Lassin myymä arpa on voittoarpa  
 b) Leevin myymä arpa on voittoarpa?
- K66. Jenna myy vanhempainillassa arpoja. Hänellä on 150 arpoa, joista 18 voittoa. a) Millä todennäköisyydellä ensimmäinen Jennan myymä arpa on voittoarpa?  
 b) Tunnin kuluttua Jenna oli myynyt 89 arpoa, joista 8 oli voittorpoja. Millä todennäköisyydellä seuraava Jennan myymä arpa on voittoarpa?
- K67. Hanna on syntynyt 31.10.1995. Ville on syntynyt samana vuonna, mutta eri päivänä. Millä todennäköisyydellä Ville on a) nuorempi b) vanhempi kuin Hanna?

Harjoittele

156. Kolikkoa heitetään kerran. Mikä on tapahtuman "saadaan kruuna" todennäköisyys?  
 157. Noppaa heitetään kerran. Millä todennäköisyydellä saatu pisteluku on  
 a) parillinen      b) suurempi kuin 2  
 c) enintään 4      d) vähintään 1?  
 158. 7B-luokan 23 oppilaasta 12 on poikia. Millä todennäköisyydellä luokasta satunnaisesti valittu oppilas on a) poika b) tyttö? c) Jos ensimmäinen oppilas on poika, millä todennäköisyydellä toisena valittu oppilas on myös poika?  
 159. Lottopelissä arvotaan 39:stä numeroidusta pallosta seitsemän varsinaista lottonumeroa ja kolme lisänumeroa. Millä todennäköisyydellä ensimmäisenä arvotun pallon luku on a) 1 b) yksinumeroinen c) vähintään 30 d) enintään 13?  
 160. Laatikossa on 6 valkoista, 4 punaista ja 10 keltaista palloa. Palloista nostetaan sattumanvaraisesti yksi. Lasse todennäköisyys tapahtumalle, että nostettu pallo  
 a) on keltainen  
 b) ei ole punainen  
 c) on valkoinen tai punainen.



Sovella

161. 51 62 74 81 94 102 105 111  
 Laatikon luvuista valitaan sattumanvaraisesti yksi. Lasse todennäköisyys tapahtumalle, että luku on  
 a) pariton  
 b) jaollinen luvulla 3  
 c) jaollinen luvulla 7  
 d) pienempi kuin 51.

162. Noppaa heitetään kaksi kertaa. Ensimmäisen heiton pisteluku on 6. Millä todennäköisyydellä toisen heiton pisteluku on  
 a) parillinen b) suurempi kuin 2?

163. Ässä-arpojen voitonjako

Voitto (€)	Ässä-arpoja
3,50	390 000
5	211 000
10	51 500
20	22 000
30	10 000
200	1 250
1 000	125
2 000	120
50 000	10

- Yhdelle kierrokselle on painettu 3 000 000 Ässä-arpoa. Minna ostaa ensimmäisen arvan. Millä todennäköisyydellä hän  
 a) voittaa 5 €  
 b) voittaa enintään 10 €  
 c) saa päävoiton  
 d) saa jonkin voiton  
 e) ei saa voittoa?  
 f) Kuinka monta arpoa Minnan on ostettava, jotta hän saa varmasti ainakin yhden voiton?

# 23 Tilastollinen todennäköisyys

## Tavoitteet

Opitaan tapahtuman tilastollinen todennäköisyys.

## Monisteet ja kalvot

- 38. **Suuri nopanheitto:** moniste ja kalvopohja koko luokan nopanheitosta
- 39. **Kolikonheitto**
- 40. **Kotitehtävien vastauksia**

## Lisäharjoittelua

Monisteen 38 Suuri nopanheitto tuloksien kokoamista varten opettaja tarvitsee kalvon. Oppilaat kirjoittavat vuoro-

tellen kalvolle kohtaan "heittojen tulokset" omien heittojensa pistelukujen frekvenssit (moniste 37). Koko luokan frekvenssit lasketaan yhteen. Oppilaat kirjaavat koko luokan frekvenssit omaan monisteeseensa, laskevat suhteelliset frekvenssit ja piirtävät pystypylväskuvion. Pylväskuvion piirtämisen jälkeen keskustellaan, miksi monisteen 37 "oma tulos" ja monisteen 38 "koko luokan tulos" poikkeavat toisistaan.

**Ryhmätyö:** Ryhmä tarvitsee kyllä- ja ei-kortteja (moniste 4). Kortit sekoitetaan samaan pakkaan. Pakasta nostetaan 10 korttia. Lasketaan nostettujen kyllä- ja ei-korttien frekvenssit ja suhteelliset frekvenssit.

## 23 Tilastollinen todennäköisyys

Tapahtuman todennäköisyyden likiarvo voidaan määrittää kokeellisesti toistamalla satunnaiskoe monta kertaa ja laske-  
malla tapahtuman suhteellinen frekvenssi. Likiarvo on yleensä  
sitä tarkempi, mitä useammin koe toistetaan.

### Tilastollinen todennäköisyys

$$P(\text{tapahtuma}) \approx \frac{\text{tapahtuman frekvenssi}}{\text{frekvenssien summa}}$$

### Esimerkki 1

#### Nastanheitto

Alkeistapaus	$f$
kärki ylös	512
kärki alas	288
Yhteensä	800

Nastaa heitettiin 800 kertaa. Laske tapahtumien "kärki ylös" ja "kärki alas" tilastollinen todennäköisyys.

► Suhteellisen frekvenssin avulla saadaan

$$P(\text{kärki ylös}) \approx \frac{512}{800} = 0,64$$

$$P(\text{kärki alas}) \approx \frac{288}{800} = 0,36$$

Tilastollinen todennäköisyys osoittaa, että nastanheiton alkeistapaukset "kärki ylös" ja "kärki alas" eivät ole yhtä todennäköisiä.

### Esimerkki 2

#### Suomessa syntyneet lapset v. 2000–2003

Sukupuoli	$f$
poika	115 353
tyttö	109 763
Yhteensä	225 116

Lähde: Suomen tilastollinen vuosikirja 2004



- a) Millä todennäköisyydellä Suomessa vuosina 2000–2003 syntynyt lapsi oli poika?
- b) Varsinais-Suomessa syntyi vuosina 2000–2003 yhteensä 18 587 lasta. Kuinka monta poikaa syntyi?

► a)  $P(\text{poika}) \approx \frac{115\,353}{225\,116} \approx 0,5124 \approx 0,512$ .

b) Todennäköisyys ilmaisee, että syntyneistä lapsista oli poikia 51,24 %. Syntyneiden poikien lukumäärä on  $0,5124 \cdot 18\,587 \approx 9\,523,98 \approx 9\,500$ .

Vastaus: a)  $P(\text{poika}) = 0,512$  b) 9 500 poikaa

## Päivän todennäköisyys

Pussissa on 20 palloa. Palloista 15 on mustia ja 5 valkoisia. Kun pussista nostettiin yhtä aikaa viisi palloa, kaikki nostetut pallot olivat mustia. Todennäköisyys, että seuraavaksi nostettu pallo on musta, on 0,67. (kyllä)

164. a) 0,51      b) 0,49      c) 250      d) 400  
 165. a) 0,92      b) 0,08      c) 22 oppilaalla  
 166. a) 0,62      b) 0,28      c) 3      d) 4  
 167. a) 0,011      b) 0,23      c) 0,19

- L68. a) 0,52      b) 0,48      c) 0,57      d) 0,14  
 L69. a) 0,36      b) 0,64      c) 115  
 L70. a)      b)

tulos	tilastollinen todennäköisyys	poikkeama klassisesta todennäköisyydestä
1	0,12	-28 %
2	0,18	+8 %
3	0,17	+3 %
4	0,16	-3 %
5	0,15	-8 %
6	0,21	+28 %

c) Mahdollisesti, sillä ykkösen todennäköisyys on 28 % pienempi ja kuutosen todennäköisyys on vastaavasti 28 % suurempi kuin klassisen todennäköisyyden arvo 1/6, mutta poikkeama ei vielä ole niin suuri, etteikö se selittyisi sattumalla.

- L71. a) 0,69      b) 0,28      c)  $\frac{94}{278} \approx 0,34$

- K68. a) 0,17      b) 0,087      c) 0,26      d) 0,74  
 K69. a) 0,53  
 b) Tilastollisesti määritetty todennäköisyys 0,53 poikkeaa vain kolme sadasosaa eli hyvin vähän klassisesta todennäköisyydestä 0,5.  
 K70. a) 0,36      b) 0,11      c) 6      d) 4

Lisätehtäviä sivuille 50–51

L68. Keskuskoulun 9B-luokan oppilaiden koulumatkan pituus

Koulumatkan pituus	Tytöt f	Pojat f
enintään 2 km	3	6
yli 2 km	7	5

Laske todennäköisyys, että 9B-luokalta sattumanvaraisesti valittu oppilas on a) poika b) tyttö c) oppilas, jonka koulumatkan pituus on yli 2 km d) tyttö, jonka koulumatkan pituus on enintään 2 km.

L69. Jaakko heitti vääntynyttä 50 sentin kolikkoa 90 kertaa ja sai 32 klaavaa. Millä todennäköisyydellä tällä kolikolla saadaan yhdellä heitolla a) klaava b) kruuna? c) Jaana heitti samaa kolikkoa 179 kertaa. Kuinka monta kruunaa oli odotettavissa?

L70. Nopanheiton tulokset

Tulos	f
1	120
2	180
3	172
4	161
5	154
6	213

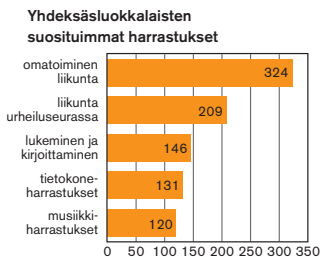
Sampo epäili, että pelissä käytetty noppa oli väärennety painottamalla se nopan sisään asennetulla lyijyllä. a) Laske heittotulosten tilastolliset todennäköisyydet. b) Kuinka monta prosenttia tilaston antamat alkeistapausten todennäköisyydet poikkeavat klassisen todennäköisyyden arvoista? c) Onko noppa mielestäsi väärennety?

L71. Lampunvalmistaja tutki valmistamiensa hehkulamppujen polttoikää. Tutkimuksessa oli mukana 10 000 hehkulamppua, joiden sammumishetket kirjattiin ylös 1 000 tunnin välein.

Hehkulamppujen polttoikä

Kulunut aika (h)	Palavat lamput f
1 000	10 000
2 000	3 127
3 000	799
4 000	278
5 000	94

Laske todennäköisyys, että lamppu palaa a) alle 2 000 tuntia b) yli 2 000, mutta alle 4 000 tuntia. c) Millä todennäköisyydellä 4 000 tuntia palanut lamppu palaa vielä 5000 tunnin jälkeen?



Lähde: Nuorten harrastuskysely, TAK Oy, v. 2004



Harjoittele

164. Kahden euron kolikkoa heitettiin 250 kertaa ja saatiin 127 klaavaa. Laske tapahtuman a) "saadaan klaava" b) "saadaan kruuna" tilastollinen todennäköisyys.

Kuinka monta klaavaa tutkimuksen mukaan on odotettavissa, kun heitetään kolikkoa c) 500 d) 800 kertaa?

165. Nuorten harrastuskyselyyn mukaan 522 yhdeksäsluokkalaista 480:llä oli jokin harrastus. Mikä on todennäköisyys, että tutkimuksessa mukana olleella yhdeksäsluokkalaista a) on jokin harrastus b) ei ole harrastusta? c) Luokalla on 24 oppilasta. Kuinka monella oppilaalla tutkimuksen mukaan on jokin harrastus?

Sovella

166. Nuorten harrastuskyselyyn osallistui 522 yhdeksäsluokkalaista. Millä todennäköisyydellä sattumanvaraisesti valitun kyselyyn osallistuneen yhdeksäsluokkalaisten suosituimpia harrastuksia ovat a) omatoiminen liikunta

b) lukeminen ja kirjoittaminen? Valitaan sattumanvaraisesti 15 oppilaan ryhmä. Kuinka moni valituista tutkimuksen mukaan harrastaisi c) musiikkia d) tietokoneharrastuksia?

167. Mikä on todennäköisyys, että Lasten ja nuorten muuttuva mediakulttuuri -tutkimuksessa mukana ollut nuori a) ei katso televisiota b) 15-vuotias katsoo televisiota yli 4 tuntia c) 13-vuotias katsoo televisiota, mutta enintään 2 tuntia viikonloppuisin?

Television katselu-aika viikonloppuisin

Katselu-aika (min)	13-vuotiaat	15-vuotiaat
ei katso TV:tä	2	2
1–60	7	17
61–120	27	35
121–180	44	45
181–240	35	45
yli 240	62	43
Yhteensä	177	187

Lähde: Marja Saanilahti, Lasten ja nuorten muuttuva mediakulttuuri, Tampereen yliopisto, 1999



Kotitehtäviä sivuille 50–51

K68. Keskuskoulun 7B-luokan oppilaiden englannin kielen arvosanat

Arvosana	f
6	2
7	4
8	8
9	5
10	4
Yhteensä	23

Laske todennäköisyys, että sattumanvaraisesti valitun 7B-luokan oppilaan englannin kielen arvosana on a) 10 b) 6 c) enintään 7 d) vähintään 8.

K69. Paulilla oli 30 kappaletta 50 sentin kolikkoja. Pauli heitti kolikkoja yhtä aikaa 40 kertaa ja sai yhteensä 630 klaavaa. a) Laske klaavan tilastollinen todennäköisyys. b) Vertaa tilastollista todennäköisyyttä klassiseen todennäköisyyteen.

K70. Kansanedustajien syntymävuodet v. 2003

Syntymävuosi	f
1930–39	5
1940–49	72
1950–59	58
1960–69	43
1970–79	22

Lähde: www.eduskunta.fi 21.7.2004

Millä todennäköisyydellä sattumanvaraisesti valittu kansanedustaja on syntynyt a) 1940-luvulla b) 1970-luvulla?

Valitaan sattumanvaraisesti 20 kansanedustajan ryhmä. Kuinka monta c) 1950-luvulla d) 1960-luvulla syntynyt ryhmään voidaan odottaa kuuluvan?

# 24 Tuloperiaate

## Tavoitteet

Opitaan laskemaan tuloperiaatteen avulla valintamahdollisuuksien kokonaismäärä.

## Monisteet ja kalvot

41. Ruokalista: puumallien piirtämisharjoitus  
42. Joukkueita

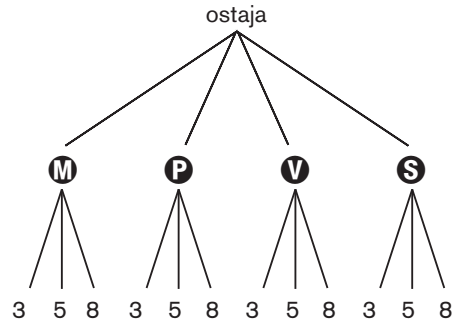
## Lisäharjoittelua

**Ruokalista:** Monisteen 41 ruokalistasta oppilaat voivat itse keksiä erilaisia vaihtoehtoja.

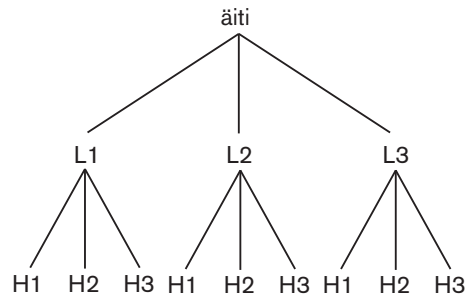
**Kaverikuva:** 3–4 oppilaan ryhmä kokeilee, kuinka monella eri tavalla he voivat asettua kaverikuvaan rinnakkain.

## Tehtävien vastauksia

168. 6  
169. 4  
170. 12



171. 9



## 24 Tuloperiaate

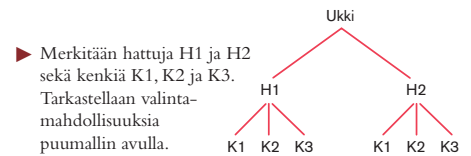
### Esimerkki 1



#### Ukin asut:

H1, K1	H2, K1
H1, K2	H2, K2
H1, K3	H2, K3

Ukilla on matkalla mukanaan kaksi hattua ja kolme kenkäparia. Kuinka monella eri tavalla Ukki voi niihin pukeutua?



► Merkitään hattuja H1 ja H2 sekä kenkiä K1, K2 ja K3. Tarkastellaan valintamahdollisuuksia puumallin avulla.

Hatun valinnan jälkeen kenkäpari voidaan valita kolmella eri tavalla. Koska hattuja on kaksi, niin valintoja eli peräkkäisiä reittejä on  $2 \cdot 3 = 6$ .

### Tuloperiaate

Jos peräkkäisissä valinnoissa on useita vaihtoehtoja, valintamahdollisuuksien kokonaismäärä saadaan kertomalla valintavaihtoehtojen lukumäärät keskenään.

### Esimerkki 1

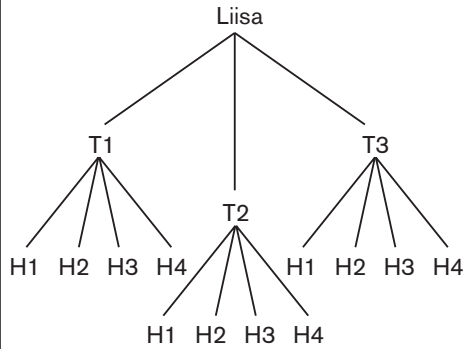
Valinta	Vaihtoehtoja
1. Puheenjohtaja	23
2. Sihteeri	22
3. Rahastonhoitaja	21

8A-luokalle valitaan toimikunta, johon kuuluu puheenjohtaja, sihteeri ja rahastonhoitaja. Kuinka monta erilaista toimikuntaa voidaan valita? 8A-luokalla on 23 oppilasta.

► Puheenjohtajaksi voidaan valita kuka tahansa luokan 23 oppilaasta, sihteeriksi kuka tahansa jäljellä olevista 22 oppilaasta ja rahastonhoitajaksi kuka tahansa lopuista 21 oppilaasta. Tuloperiaatteen mukaan erilaisten toimikuntien lukumäärä on  $23 \cdot 22 \cdot 21 = 10\,626$ .

Vastaus: 10 626

172. 12



173. a) 120      b) 132      c) 90  
 174. 160  
 175. a) 6      b) 10      c) 15  
 176. a) 60      b) 12      c) 0,017  
 177. a) 10 000      b) 5 040

- L72. a) 120      b) 3 628 800      c) n.  $1,31 \cdot 10^{12}$   
 L73. 24 eri tavalla  
 L74. 720 eri tavalla  
 L75. a)  $\frac{2}{6} = \frac{1}{3} \approx 0,33$       b)  $\frac{2}{6} = \frac{1}{3} \approx 0,33$   
 c)  $\frac{4}{6} = \frac{2}{3} \approx 0,67$       d)  $\frac{2}{6} = \frac{1}{3} \approx 0,33$

- L76. 18 mahdollista tunnuslukua  
 Ohje: 1. numero, 3 vaihtoehtoa  
 2. numero, 3 vaihtoehtoa  
 3. numero, 2 vaihtoehtoa  
 4. numero, 1 vaihtoehto

Tuloperiaatteella  $3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 18$

- L77. a)  $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 360$  eri tavalla      b)  $6^4 = 1\,296$  eri tavalla

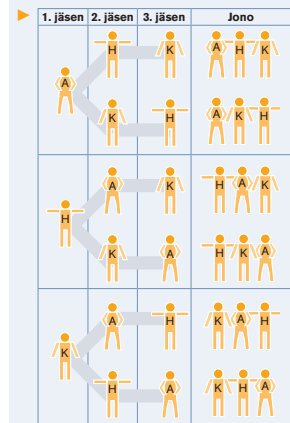
**Lisätehtäviä sivuille 52–53**

**Tutki**

**Jonojen lukumäärä**

**Esimerkki**

Kuinka monella eri tavalla kolme henkilöä, Antti, Henri ja Kasper, voivat olla jonossa peräkkäin? Luettele eri jonot.



Jonot ovat AHK, AKH, HAK, HKA, KAH ja KHA.

Jonon 1. jäsen voi olla kuka tahansa kolmesta henkilöstä. Kun jonon 1. jäsen on valittu, 2. jäsen voidaan valita kahdella tavalla. Kun jonon 1. ja 2. jäsen on valittu, on jäljellä yksi henkilö. Jonon viimeinen henkilö voidaan valita yhdellä tavalla.

Tuloperiaatteen mukaan jonojen lukumäärä on:  $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ .

Peräkkäisten kokonaislukujen tulo  $3 \cdot 2 \cdot 1$  merkitään  $3!$  ja se luetaan "luvun kolme kertoma".

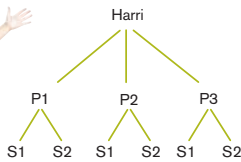


- L72. Laske. a)  $5!$  b)  $10!$  c)  $15!$   
 L73. Kuinka monella eri tavalla Laskutaito-kirjat LT7, LT8, LT9 ja LTX voidaan asetella hyllyyn peräkkäin?  
 L74. Kuinka monella eri tavalla kuusi perheenjäsentä voivat asettua valokuvaan vierekkäin?  
 L75. Mikä on todennäköisyys, että esimerkiksi jonossa  
 a) Antti on ensimmäisenä  
 b) Antti on toisena  
 c) Antti ja Kasper ovat peräkkäin  
 d) Antti ja Kasper eivät ole peräkkäin?  
 L76. Kirsi onhoiti pankkikorttinsa tunnusluvun numeroiden järjestyksen. Hän muisti, että numerot olivat 0, 2, 4 ja 8 ja että ensimmäinen numero ei ole 0. Laske Kirsin pankkikortin mahdollisten tunnuslukujen lukumäärä.  
 L77. Pussissa on kuusi numeroitua korttia 1, 2, 3, 4, 5 ja 6. Nostetaan neljä korttia. Kuinka monella eri tavalla kortit voidaan nostaa  
 a) korttia ei palauteta noston jälkeen  
 b) kortti palautetaan noston jälkeen?



**Harjoittele**

168. Harrilla on kolme paitaa ja kahdet shortsit. Kuinka monella eri tavalla Harri voi niihin pukeutua?



169. Ruokailussa Anu voi valita juomaksi veden tai maidon ja keitoksi kala- tai kasviskeiton. Kuinka monta erilaista ateriaa Anu voi valita?



170. Polkupyörään voidaan valita neljä runkoväriä ja kolme vaihteistotyyppiä:  
 Runkovärit: M P V S  
 Vaihteistot: 3 5 8  
 Piirrä puumalli ja laske, kuinka monta erilaista polkupyörää on valittavana.

171. Perheessä on kolme lasta ja äidillä kolme erilaista hedelmää. Jokainen lapsi saa yhden hedelmän. Piirrä puumalli ja laske, kuinka monella eri tavalla hedelmät voidaan lapsille jakaa.

**Sovella**

172. Liisalla on kolme päällystakkia ja neljät housut. Piirrä puumalli ja laske, kuinka monella eri tavalla Liisa voi niihin pukeutua.

173. Luokalla on 12 poikaa ja 10 tyttöä. Kuinka monella eri tavalla luokalle voidaan valita  $2 \times 60$ -metrin viestijoukkue, jonka juoksijoista  
 a) ensimmäinen on tyttö ja toinen poika  
 b) molemmat ovat poikia  
 c) molemmat ovat tyttöjä?

174. Autoa valittaessa on kaksi moottorivaihtoehtoa, 10 ulkoverivaihtoehtoa ja 8 sisustusvaihtoehtoa. Kuinka monella eri tavalla auto voidaan valita?

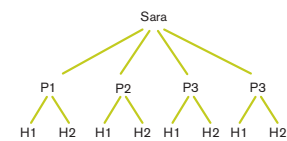
175. Vieraat kättelevät toisensa. Kuinka monta kättelyä tarvitaan, kun vieraita on a) 4 b) 5 c) 6?

176. a) Purkissa on viisi korttia, joissa on kirjaimet K, A, I, S ja U. Purkista nostetaan palauttamatta kolme korttia, jotka asetetaan pöydälle nostojärjestyksessä. Kuinka monta erilaista kirjainyhdistelmää voidaan muodostaa?  
 b) Kuinka moni a-kohdan kirjainyhdistelmistä alkaa K-kirjaimella?  
 c) Millä todennäköisyydellä muodostuu sana ASU?

177. Pankkikortin tunnusluku on nelinumeroinen.  
 a) Kuinka monta erilaista tunnuslukua voidaan muodostaa?  
 b) Kuinka monessa tunnusluvussa kaikki numerot ovat erisuuret?

**Kotitehtäviä sivuille 52–53**

- K71. Saralla on neljä erilaista paitaa ja kaksi hametta. Kuinka monella eri tavalla Sara voi niihin pukeutua?



- K72. Tommilla on siniset ja mustat farmarihousut sekä viisi erilaista paitaa. Piirrä puumalli ja laske, kuinka monella eri tavalla Tommi voi niihin pukeutua.

- K73. Opiskelijaravintolan välipalaksi on tarjolla kahta eri leipää, kolmea eri leivettä ja kahta eri jogurttia. Piirrä puumalli ja laske, kuinka monta erilaista välipalaa vaihtoehtoista voidaan muodostaa, kun välipalasta valitaan jokaista ruokalajia.

- K74. Luokalla on 11 tyttöä ja 10 poikaa. Luokan oppilaiden kesken arvotaan kolme erilaista kirjaa. Kuinka monella eri tavalla arvonta voidaan tehdä, jos kirjat annetaan  
 a) tytöille  
 b) pojille  
 c) yhdelle tytölle ja kahdelle pojalle?

- K75. a) Purkissa on viisi korttia, joissa on kirjaimet V, A, L, O ja T. Purkista nostetaan palauttamatta neljä korttia. Kuinka monta erilaista kirjainyhdistelmää voidaan muodostaa?  
 b) Millä todennäköisyydellä kirjainyhdistelmästä muodostuu mielekäs suomen kielen sana?

## Tavoitteet

Joustokappaleen Sähkö opiskelu voidaan integroida maantiedon opetukseen tekemällä projektityö. Työssä vertaillaan energiantuotantoa, energian hintaa eri tavoilla tuotettuna ja eri energian tuotantotapojen ympäristövaikutuksia.

## Lisäharjoittelua

**Harjoitustyö:** Joustokappaleiden opiskelun rinnalla voidaan tehdä kappaleiden 4–20 aikana aloitettu harjoitustyö loppuun. Jos harjoitustyötä ei ole aloitettu, se voidaan aloittaa joustokappaleiden opiskelun aikana. Harjoitustyön tekemistä jatketaan tässä tapauksessa kotona.

## 25 Sähkö

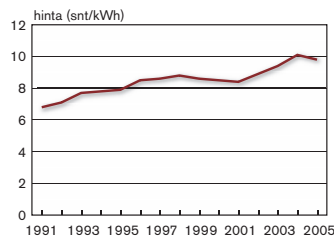
Sähköntarve pohjoisissa teollisuusvaltioissa on suurempi kuin muualla maailmassa.

Pohjoismaissa eräs keskeisimmistä sähköntuotantotavoista on ekologinen vesivoima. Norjassa tuotetaan lähes 100 % maan tarvitsemasta sähköenergiasta vesivoimalla ja Ruotsissa noin puolet. Vuonna 2004 Suomen sähköenergiasta tuotettiin 55,3 % lämpövoimalla, 26,6 % ydinvoimalla, 18,0 % vesivoimalla ja 0,1 % tuulivoimalla.

Vesivoima, tuulivoima, bioenergia ja aurinkosähkö ovat uusiutuvia energialähteitä, jotka ovat kestävä kehityksen kannalta parempia energialähteitä kuin esimerkiksi fossiiliset polttoaineet tai uraani.

Vesivoimakaan ei ole ongelmaton ympäristölle, sillä maisema ja vesistön ekosysteemi voivat muuttua peruuttamattomasti vesivoimaloita rakennettaessa. Kuvassa Lokan pato ja allas.

### Sähkönhinta Suomessa v. 1991–2005



### Sähkönkulutus ja väkiluku Suomessa v. 1970–2000

Vuosi	Sähkönkulutus (GWh)	Väkiluku (1 000)
1970	21 817	4 598
1980	39 921	4 788
1990	62 334	4 998
2000	79 158	5 181

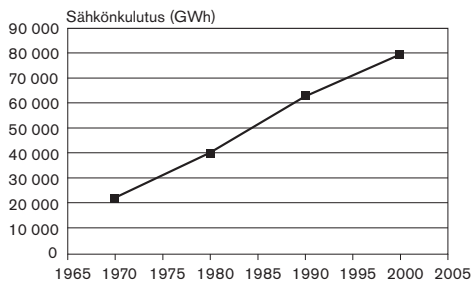
Lähde: <http://www.energia.fi/>



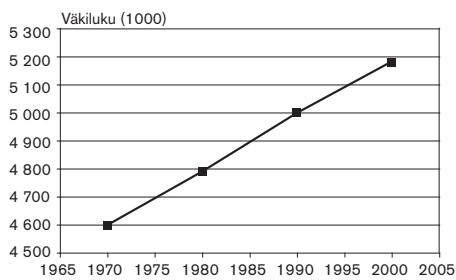
### Harjoittele

178. Kuinka monta prosenttiyksikköä enemmän Suomessa tuotettiin sähköä
- lämpövoimalla kuin vesivoimalla
  - ydinvoimalla kuin vesivoimalla?
179. Vuonna 2004 Suomessa tuotettiin sähköä 81 920 GWh. Kuinka paljon tuotettiin sähköä
- lämpövoimalla
  - ydinvoimalla
  - vesivoimalla
  - tuulivoimalla?
180. a) Minä vuonna sähkönhinta ylitti 8 senttiä kilowattitunnilta?  
b) Mikä oli sähkönhinta vuonna 2000?

181. a) 2 snt/kWh b) 25 %  
 182. a) 4,74 MWh b) 8,34 MWh c) 12,5 MWh d) 15,3 MWh  
 183. a) Sähkönkulutus Suomessa v. 1970–2000



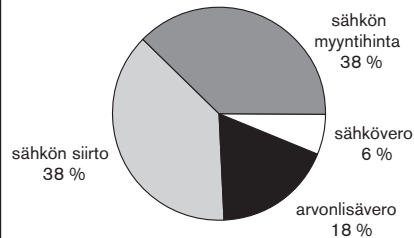
- b) Suomen väkiluku v. 1970–2000



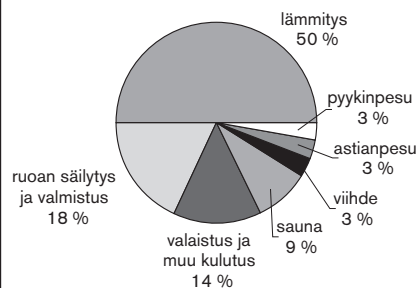
184. a) Selittää osittain. Tehtävästä 182 käy kuitenkin ilmi, että myös asukasta kohti laskettu sähkönkulutus on kasvanut, joten pienehkö väestön kasvu ei kokonaan selitä lähes nelinkertaiseksi kasvanutta sähkönkulutusta.

- b) Teollisuuden kasvanut sähkön tarve, sähkölämmityksen ja sähkökäyttöisten kodinkoneiden lisääntyminen.  
 c) Käyttämällä mahdollisimman vähän jalostettuja tuotteita, välttämällä turhien tavaroiden ja paljon energiaa kuluttavien kodinkoneiden ostamista ja vähentämällä sähköä kuluttavien kodinkoneiden käyttöä.

185. Sähkön hinnanmuodostus



186. Nelihenkisen rivitalossa asuvan perheen sähkönkulutus vuodessa



Sovella

181. a) Kuinka paljon sähkönhinta on noussut vuosina 1995–2005?  
 b) Kuinka monta prosenttia sähkönhinta on noussut vuosina 1995–2005?  
 182. Laske, kuinka paljon Suomessa kulutettiin keskimäärin sähköä asukasta kohden vuonna  
 a) 1970 b) 1980  
 c) 1990 d) 2000.  
 183. Piirrä viivakuvio vuosien 1970–2000  
 a) sähkönkulutuksesta  
 b) väkiluvun kehityksestä.  
 184. Vertaa tehtävän 183 a- ja b-kohtien kuvioita.  
 a) Selittääkö väestönkasvu sähkönkulutuksen kasvun?  
 b) Mitkä syyt ovat mielestäsi johtaneet sähkönkulutuksen kasvuun?  
 c) Miten voit pienentää omaa sähkönkulutustasi?

185. Sähkön hinnanmuodostus

Kategoria	Osuus (%)
Sähkön myyntihinta	38
Sähkön siirto	38
Arvonlisävero	18
Sähkövero	6

Lähde: Imatran seudun sähkö Oy v. 2005  
 Piirrä ympyräkuvio sähkön hinnanmuodostuksesta.

186. Nelihenkisen rivitalossa asuvan perheen sähkönkulutus vuodessa

Kohde	Sähkönkulutus (kWh)
lämmitys	4 500
ruoan säilytys ja valmistus	1 600
valaistus ja muu kulutus	1 250
saunominen	850
viihde	300
pyykinpesu	250
astianpesu	250

Piirrä ympyräkuvio perheen sähkönkulutuksesta.



# 26 Itämeri

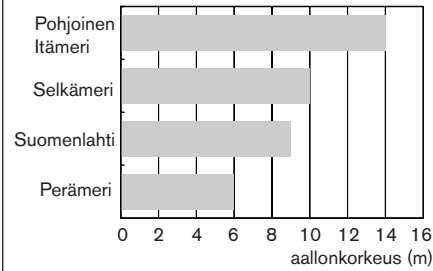
## Lisäharjoittelua

Joustokappale Itämeri voidaan opiskella itsenäisesti. Oppilaat tekevät kappaleen tehtävät. Kun tehtävät on tehty, oppilaat valitsevat itselleen tutkimusmeren esim. Välimeri. Oppilaat vastaavat Välimeren tai valitsemansa meren tietojen pohjalta kirjan kysymyksiin

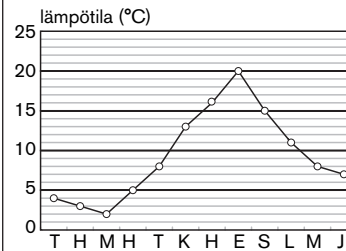
1. korkein havaittu aalto
2. pintaveden lämpötila
3. keskiyvyys ja suurin syvyys.

## Tehtävien vastauksia

187. Korkeimmat yksittäiset aallot Itämerellä



188. Pintaveden lämpötilojen kuukausikeskiarvot Itämerellä v. 2004



## 26 Itämeri



**Itämeren** pinta-ala on 415 266 km<sup>2</sup>, keskiyvyys 52 m ja vesimäärä 21 000 km<sup>3</sup>. Itämeren suurin syvyys, 459 m, on mitattu Landsortin syvänteessä lähellä Ruotsin rannikkoa Gotlannin pohjoispuolella. Tanskan salmien mataluuden vuoksi Itämereen tulee vahvasti suoлаista vettä vähän, joten vesi pysyy heikosti suolaisena murtovetenä ja sen suolapitoisuus on 0,8 %.

**Atlantin valtameren** pinta-ala on 92,14 milj. km<sup>2</sup>, vesimäärä 329 milj. km<sup>3</sup> ja keskiyvyys 3 575 m. Atlantin sivumeriä ovat Pohjoinen jäämeri, Pohjanmeri, Itämeri, Irlanninmeri, Englannin kanaali, Välimeri, Karibianmeri, Meksikonlahti, Saint Lawrence'n lahti ja Hudsoninlahti. Atlantin syvin kohta on Milwaukeeen syväne, 9 219 m, Puerto Ricon haudassa. Atlantin pintaveden keskimääräinen suolapitoisuus on 3,5 % ja Välimeren 3,8 %.

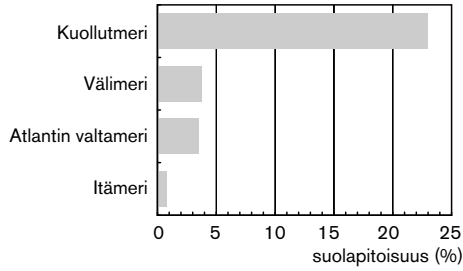
**Pohjoisen jäämeren** pinta-ala on 13,2 milj. km<sup>2</sup> ja keskiyvyys 1 038 m. Sen suurin syvyys 5 449 m on mitattu Huippuvuorten pohjoispuolella.

**Tyynimeri** on suurin kolmesta valtamerestä. Tyynenmeren keskiyvyys on 3 939 m, vesimäärä 708 milj. km<sup>3</sup> ja pinta-ala 179,7 milj. km<sup>2</sup>. Mannerlaattojen törmäyskohtiin on muodostunut syvänmerenhaustoja, joista syvin, Mariaanien hauta, 11 034 m, on myös maapallon syvin kohta.

**Intian valtameren** pinta-ala on 74,9 milj. km<sup>2</sup>, keskiyvyys 3 840 m ja vesimäärä 288 milj. km<sup>3</sup>. Intian valtameren syvin kohta on Jaavan hauta, 7 455 m, Länsi-Australian altaassa. Pintaveden suolapitoisuus vaihtelee alueittain huomattavasti. Keskimäärin se on 3,4–3,6 %, mutta Persianlahdessa ja Punaisessa-sameressä yli 4,0 % ja Bengalinlahdessa vain 3,0–3,3 %.

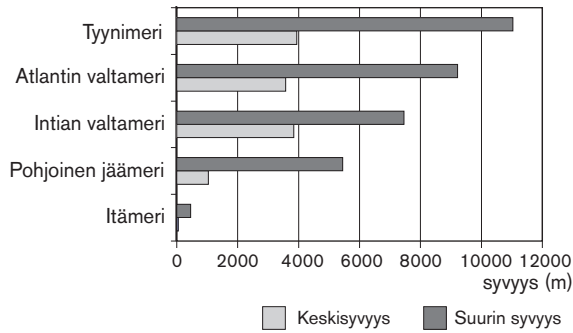
**Kuollutmeri** on laskujoeton suolajärvi, jonka pinta on 415 m Välimeren pintaa alempana. Kuolleemeren suolapitoisuus on 23 %.

**189.** Suolapitoisuuksia

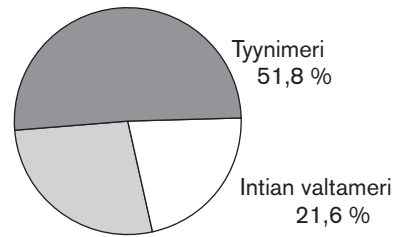


**190.** a) 80 g      b) 350 g      c) 380 g      d) 2,3 kg

**191.** Merien syvyydet



**192.** Valtamerien pinta-alat



**193.** Maapallon vesivarastot

	Osuus (%)	Tilavuus (10 <sup>6</sup> km <sup>3</sup> )
Valtameret	97 %	1300
Mantereet		
jäätiköt	2,2 %	30
pohjavesi	1 %	13
järvet	0,01 %	0,1
maavesi	0,01 %	0,1
joet	0,002 %	0,03
Ilmakehä	0,001 %	0,01

**194.** a) 0,45 %      b) 0,0016 %

**Korkeimmat yksittäiset aallot Itämerellä**

Sijainti	Aallonkorkeus (m)
Pohjoinen Itämeri	14
Selkämeri	10
Suomenlahti	9
Perämeri	6

Lähde: www.fimr.fi

**Itämeren pintaveden lämpötilojen keskiarvot v. 2004**

Kuukausi	Lämpötila (°C)
tammikuu	4
helmikuu	3
maaliskuu	2
huhtikuu	5
toukokuu	8
kesäkuu	13
heinäkuu	16
elokuu	20
syyskuu	15
lokakuu	11
marraskuu	8
joulukuu	7

Lähde: www.fimr.fi

**Sovella**

**190.** Astiassa on 10 litraa vettä. Kuinka paljon astiassa on suolaa, kun vesi on  
a) Itämerestä      b) Atlantista  
c) Välimerestä  
d) Kuolleesta merestä?

**191.** Piirrä ryhmäpylväskuvio Itämeren, Pohjoisen jäämeren, Intian valtameren, Atlantin valtameren sekä Tyynenmeren keskisyyvyyksistä ja suurimmista syvyyksistä.

**192.** Piirrä ympyräkuvio valtamerien pinta-aloista.

**193.** Kopioi ja täydennä taulukko.

**Maapallon vesivarastot**

	Osuus (%)	Tilavuus (10 <sup>6</sup> km <sup>3</sup> )
Valtameret	97 %	
Mantereet		
jäätiköt	2,2 %	
pohjavesi	1 %	
järvet	0,01 %	
maavesi	0,01 %	
joet	0,002 %	
Ilmakehä	0,001 %	

**194.** Kuinka monta prosenttia Itämeren  
a) pinta-ala on Atlantin pinta-alasta  
b) vesimäärä on maapallon vesimäärästä?

**Harjoittele**

**187.** Piirrä vaakapylväskuvio Itämeren korkeimmista aalloista.

**188.** Piirrä viivakuvio pintaveden lämpötilojen keskiarvoista Itämerellä vuonna 2004.

**189.** Piirrä vaakapylväskuvio Itämeren, Atlantin valtameren, Välimeren ja Kuolleenmeren suolapitoisuuksista.



# 27 Satunnaiskokeen toistaminen

## Tavoitteet

Joustokappale Satunnaiskokeen toistaminen voidaan opiskella eri tavoin ryhmän taidot huomioon ottaen.

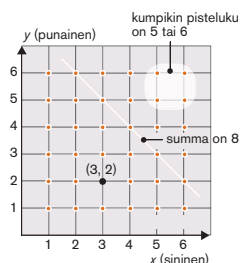
Satunnaiskokeen toistoa voidaan havainnollistaa kappaleessa 24 opittujen puumallien avulla.

## Monisteet ja kalvot

### 43. Toistokoe

## 27 Satunnaiskokeen toistaminen

### Esimerkki 1



Sinistä ja punaista noppaa heitetään kerran.

- Kuinka monta alkeistapausta kokeessa on?
- Piirrä alkeistapaukset koordinaatistoon.
- Laske todennäköisyys, että kummankin nopan antama pisteluku on 5 tai 6.
- Laske todennäköisyys, että pistelukujen summa on 8.

- a) Koska yhden nopan heitossa on 6 alkeistapausta, niin tuloperiaatteen mukaan kahden nopan heitossa on  $6 \cdot 6 = 36$  alkeistapausta.
- b) Alkeistapaus voidaan esittää lukuparina  $(x, y)$ , missä  $x$  on sinisen nopan tulos ja  $y$  on punaisen nopan tulos. Tulos  $(3, 2)$  tarkoittaa, että sinisellä nopalla saadaan 3 ja punaisella 2.
- c) Suotuisia alkeistapauksia on neljä eli pistelukuparit  $(5, 5)$ ,  $(5, 6)$ ,  $(6, 5)$  ja  $(6, 6)$ . Siis  $P(\text{kumpikin on } 5 \text{ tai } 6) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9} \approx 0,11$ .
- d) Suotuisia alkeistapauksia on viisi eli pistelukuparit  $(2, 6)$ ,  $(3, 5)$ ,  $(4, 4)$ ,  $(5, 3)$  ja  $(6, 2)$ . Siis  $P(\text{summa on } 8) = \frac{5}{36} = 0,138\dots \approx 0,14$ .

### Kilpajuoksu



Peliä pelataan 2–5 oppilaan ryhmissä. Ryhmä tarvitsee kaksi noppaa, kaksi erilaista kolikkoa ja pelimerkin jokaiselle pelaajalle.

Säännöt: Pelaajat asettavat pelimerkinsä lähtöruutuun. Vanhin pelaaja aloittaa pelin siirtämällä pelimerkinsä valintansa mukaan ruutuun A tai B. Jos hän onnistuu ruudun satunnaiskokeessa, hän voi siirtyä ruutuun C tai D ja yrittää onnistua uudessa satunnaiskokeessa. Jos pelaaja epäonnistuu, vuoro siirtyy seuraavalle pelaajalle. Ruudusta voi poistua vain suorittamalla ruudussa olevan tehtävän oikein. Voittaja on pelaaja, joka ylittää maaliviivan ensimmäisenä.

Pelin tehtävien todennäköisyydet A–J voi myös laskea ja etsiä nopein reitti maaliin.

## Lähtö

**A** Silmäluku on parillinen.



**B** Tulos on kruuna.



**C** Ainakin toinen silmäluku on 1.



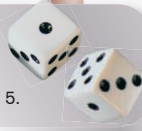
**D** Silmäluku on 1 tai 2.



**E** Suuremmalla kolikolla tulee kruuna ja pienemmällä klaava.



**F** Silmälukujen summa on korkeintaan 5.



**G** Silmäluku on 3.



**H** Silmälukujen summa on 7.



**I** Molemmilla kolikoilla tulee kruuna tai molemmilla kolikoilla tulee klaava.



**J** Silmälukujen summa on suurempi kuin 7.



## Maali

# 28 Kertaustehtäviä

## Tavoitteet

Kerrataan

- tyyppiarvo
- mediaani
- keskiarvo ja sen sovelluksia
- keskiluvut ja hajonta
- satunnaiskoe ja tapahtuma
- todennäköisyys
- klassinen todennäköisyys
- tilastollinen todennäköisyys
- tuloperiaate.

## Monisteet ja kalvot

### 44. Tietokilpailu

### Lisäharjoittelua

Opiskelijakson lopussa oppilaat täyttävät monisteen 28 itsearviointiosuuden. Tavoitteet ja itsearviointi voidaan antaa luokanvalvojalle käytettäväksi keskustelun pohjana vanhempien tapaamisissa.

**Tietokilpailu:** Monisteen 44 tietokilpailua varten muodostetaan 2–4 oppilaan ryhmiä. Ryhmä tarvitsee vihkon tai ison paperin vastauksia varten. Opettaja näyttää tehtävän piirtoheittimellä tai kirjoittaa sen taululle.

Kun ryhmä on ratkaissut tehtävän, yksi ryhmän jäsen nousee seisomaan. Nopeimmin tehtävän ratkaissut ryhmä saa vastausvuoron. Jos vastaus on oikein, ryhmä saa kaksi pistettä. Jos vastaus on väärin, vastausvuoro siirtyy seuraavalle ryhmälle. Nyt oikein vastannut ryhmä saa yhden pisteen.

Vaihtoehtoisesti jokainen ryhmä kirjoittaa vastauksensa paperille. Kun opettajan ilmoittaa vastausajan päättyneen, ryhmät nostavat vastauksensa näkyviin. Jokaisesta oikeasta vastauksesta ryhmä saa pisteen.

**Sanakoe:** Opettaja kirjoittaa taululle tai kalvolle tilastoihin liittyviä sanoja ja oppilaat kirjoittavat selityksen. Kun kaikki selitykset on kirjoitettu, opettaja sanoo oikean selityksen. Oppilaat tarkistavat oman sanakokeensa.

1. tyyppiarvo
2. mediaani
3. keskiarvo
4. keskiluvut
5. hajonta
6. satunnaiskoe
7. tapahtuma
8. todennäköisyys
9. tuloperiaate



## 28 Kertaustehtäviä

### Harjoittele

195. Mikä on lämpötilojen  $-1\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $2\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $-1\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $-3\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $4\text{ }^{\circ}\text{C}$  ja  $1\text{ }^{\circ}\text{C}$
- a) tyyppiarvo
  - b) mediaani
  - c) keskiarvo yhden desimaalin tarkkuudella?

196. Television päivittäinen katseluaika Keskuskoulun luokilla 9B ja 9C

Katseluaika (min)	9B f	9C f
0	1	2
1–60	3	7
61–120	7	5
121–180	8	4
181–	2	5

Mikä on television katseluaikojen tyyppiarvo luokalla a) 9B b) 9C? Mikä on katseluaikojen mediaani luokalla c) 9B d) 9C?

197. Pysäköintihallin on jätetty 28 autoa, joista 12 on sinisiä, 6 punaisia ja loput mustia. Lasko todennäköisyys, että ensimmäisenä pois lähtevä auto a) on punainen b) ei ole musta c) on musta d) on musta tai punainen.

198. Sanasta KERTAUSTEHTÄVIÄ valitaan sattumanvaraisesti yksi kirjain. Millä todennäköisyydellä se a) on K b) on T c) on vokaali d) ei ole Ä?

199. Kuinka monta kättelyä tarvitaan, kun a) taitoluistelun mitalikolmikko kättelee toisiaan b) jäätanssin mitalistiparit kättelevät kaikkia muita mitalistiparien luistelijoita, paitsi omaa pariaan?

200. Koulun salibandyturnaukseen osallistuvat joukkueet pelaavat kerran jokaista muuta joukkuetta vastaan. Kuinka monta ottelua pelataan, kun joukkueita on a) 5 b) 6 c) 10?

195. a)  $-1\text{ }^{\circ}\text{C}$       b)  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$       c)  $0,3\text{ }^{\circ}\text{C}$   
 196. a) 121–180 min      b) 1–60 min  
       c) 61–120 min      d) 61–120 min  
 197. a) 0,21      b) 0,64      c) 0,36      d) 0,57  
 198. a) 0,067      b) 0,20      c) 0,47      d) 0,87  
 199. a) 3      b) 12  
 200. a) 10      b) 15      c) 45  
 201. a) 7      b) 7,5      c) 7,5  
 202. 10  
 203. a) 0,25      b) 226      c) 0,29  
 204. a) 0,068      b) 0,16      c) 0,30  
 205. 12  
 206. a) 2-3      b) 3  
 207. a) 0,40      b) 0,15  
 208. a) 630      b) 150

Sovella

201. 7A-luokan oppilaiden englannin kielen arvosanat

Arvosana	f
4	0
5	1
6	3
7	7
8	6
9	4
10	1

Mikä on 7A-luokan oppilaiden englannin kielen arvosanojen a) tyyppiarvo b) mediaani c) keskiarvo yhden desimaalin tarkkuudella?

202. Esa oli saanut matematiikan kokeista arvosanat  $7\frac{1}{2}$ , 8- ja 7-. Mikä arvosana seuraavasta kokeesta pitäisi saada, jotta arvosanojen keskiarvo olisi 8,0?
203. Arpajaisissa on 300 arpaa, joista 75 on voittoarpoja.  
 a) Mikä on voiton todennäköisyys, jos ostaa yhden arvan?  
 b) Kuinka monta arpaa on ostettava, jotta varmasti saa yhden voiton?  
 c) Tunnin kuluttua arvoista oli myyty 180, joista voittoarpoja oli 40. Mikä on nyt voiton todennäköisyys, jos ostaa yhden arvan?
204. Laske tehtävän 196 taulukon tietojen perusteella todennäköisyys, että kyselytutkimuksessa mukana ollut oppilas  
 a) ei katso televisiota  
 b) katsoo televisiota yli 3 tuntia päivässä  
 c) katsoo televisiota enintään yhden tunnin päivässä.

205.

Ruokalista

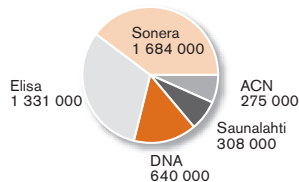


- Alkuruoat:** vihersalaatti, sienikeitto  
**Pääruoat:** kasvispihvi, grillipihvi, paistettu kala  
**Jälkiruoat:** hedelmäsalaatti, jäätelö

Piirrä puumalli ja laske, kuinka monta erilaista alku-, pää- ja jälkiruoan sisältävää ateriakokonaisuutta asiakkaalla on valittavana.

206. Tehtävän 196 tutkimuksessa mukana olleista oppilaista valitaan sattumanvaraisesti viiden oppilaan ryhmä. Kuinka moni heistä katsoo tutkimuksen mukaan televisiota, mutta enintään 2 tuntia päivässä, kun oppilaat valitaan luokalta a) 9B b) 9C?

207. Matkapuhelinliittymät heinäkuussa 2004



Lähde: HS 3.9.2004

Millä todennäköisyydellä sattumanvaraisesti valittu suomalaisen matkapuhelinliittymän omistaja on valinnut operaattorikseen a) Soneran b) DNA:n?

208. Valitaan sattumanvaraisesti 2 000 suomalaisen matkapuhelinliittymän omistajaa. Arvioi, kuinka moni heistä käyttää operaattorina a) Elisaa b) Saunalahtea.

# 1. Tavoitteet ja itsearviointi

Nimi: \_\_\_\_\_

Täytä tämä osa tilastojen opiskelun alkaessa.

Rastita sopivat vaihtoehdot.

## 1. Aion

- |  |  |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> seurata opetusta                  | <input type="checkbox"/> osallistua opetuskeskusteluun |
| <input type="checkbox"/> tehdä tuntitehtävät huolellisesti | <input type="checkbox"/> tehdä kotitehtävät.           |
| <input type="checkbox"/> valmistautua hyvin kokeeseen      |  |
| <input type="checkbox"/> Muuta, mitä? _____                |  |

## 2. Tavoitearvosana kokeesta \_\_\_\_\_.

Täytä tämä osa opiskelujakson päättyessä.

Rastita sopiva vaihtoehto.

## 3. Arvioi osaamistasi.

Osaan	erittäin hyvin	hyvin	kohtalaisesti	jonkin verran
tulkita kuvioita ja taulukoita				
laatia kyselylomakkeen				
laskea suhteellisen frekvenssin				
piirtää tilastoista erilaisia kuvioita.				

## 4. Arvioi työskentelyäsi.

Rastita sopivat vaihtoehdot.

- |  |  |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> tein harjoitustyötä | <input type="checkbox"/> valmistauduin kokeeseen                         |
| <input type="checkbox"/> tein tuntitehtävät  | <input type="checkbox"/> osallistuin aktiivisesti opetukseen             |
| <input type="checkbox"/> tein kotitehtävät   | <input type="checkbox"/> osallistuin yhteistoiminnalliseen työskentelyyn |
| <input type="checkbox"/> seurasin opetusta   |  |

## 5. Saavutin asettamani tavoitteet

- |   |                                   |
|---|-----------------------------------|
| <input type="checkbox"/> erittäin hyvin | <input type="checkbox"/> hyvin    |
| <input type="checkbox"/> kohtalaisesti  | <input type="checkbox"/> huonosti |

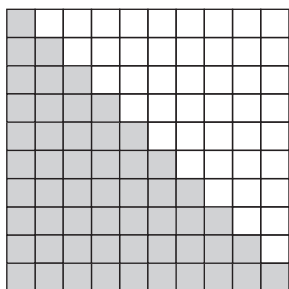
## 6. Miksi saavutit tai et saavuttanut tavoitteitasi? \_\_\_\_\_

## 7. Antaisin itselleni opiskelujaksosta arvosanan \_\_\_\_\_.

Tilaa opettajan arvioinnille:

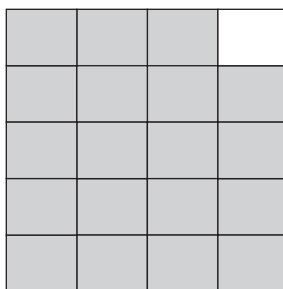
1. Kuinka monta prosenttia kuviosta on väritetty?

a)



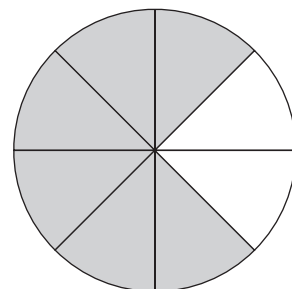
\_\_\_\_\_

b)



\_\_\_\_\_

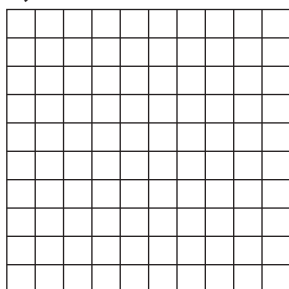
c)



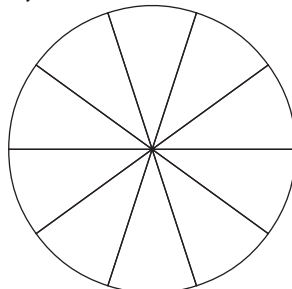
\_\_\_\_\_

2. Värity kuviosta

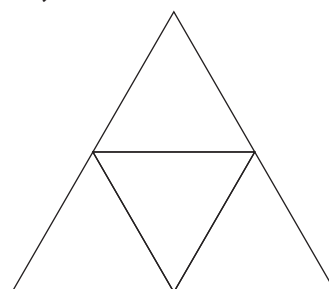
a) 29 %



b) 70 %



c) 25 %.



3. Muunna prosenttiluvuksi.

a)  $0,13 =$  \_\_\_\_\_b)  $0,9 =$  \_\_\_\_\_c)  $0,05 =$  \_\_\_\_\_

4. Muunna desimaaliluvuksi.

a)  $60 \% =$  \_\_\_\_\_b)  $7 \% =$  \_\_\_\_\_c)  $200 \% =$  \_\_\_\_\_

5. Isä antaa Maijalle 20 % pöydällä olevista rahoista.

a) Kuinka paljon Maija saa rahaa?



b) Maija kuluttaa rahoista 60 % ja laittaa loput säästöön. Kuinka paljon Maija laittoi rahaa säästöön?

### 3. Muutos- ja vertailuprosentti

Nimi:

1. Kuinka monta prosenttia kalatuotteisiin käytetty rahamäärä kasvoi vuosina

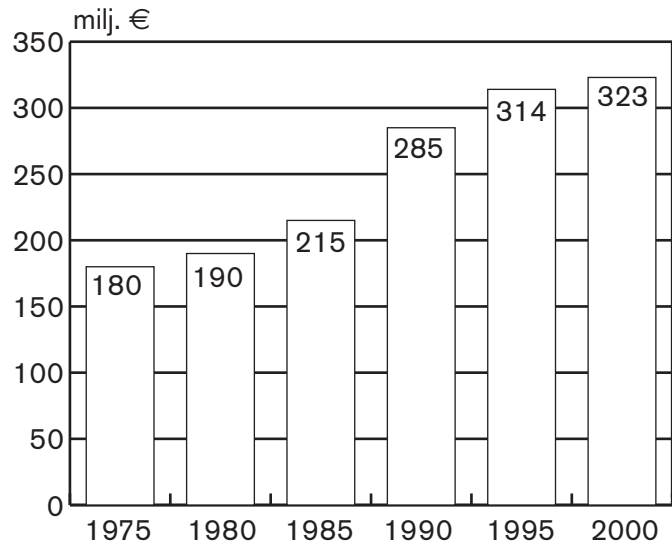
a) 1975–1985

b) 1985–1995

c) 1975–1995

d) 1975–2000?

#### Kalatuotteisiin käytetty rahamäärä



Lähde: Tilastokeskus, Kansantalouden tilinpito

2. Sami ja Anssi olivat kalastamassa. Kuinka monta prosenttia

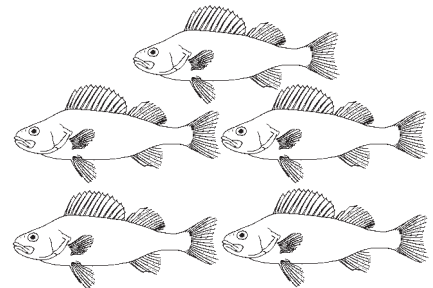
a) enemmän Sami sai kaloja kuin Anssi

b) vähemmän Anssi sai kaloja kuin Sami

c) enemmän painoivat Anssin kalat kuin Samin kalat

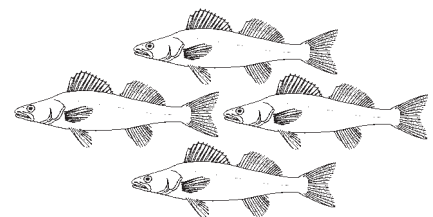
d) vähemmän painoivat Samin kalat kuin Anssin kalat?

#### Samin kalansaalis



Yhteensä: 2,0 kg

#### Anssin kalansaalis



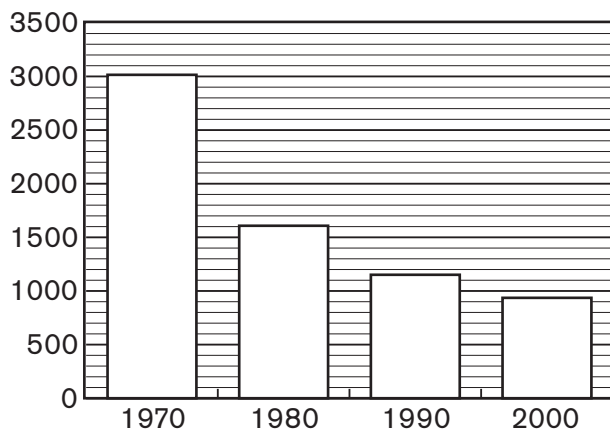
Yhteensä: 4,5 kg

#### 4. Äänestysliput

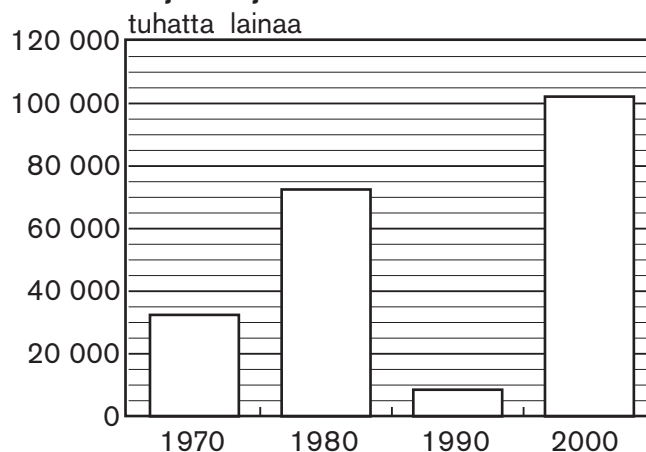
KYLLÄ	KYLLÄ	KYLLÄ	KYLLÄ
KYLLÄ	KYLLÄ	KYLLÄ	KYLLÄ
KYLLÄ	KYLLÄ	EI	EI
EI	EI	EI	EI
EI	EI	EI	EI



Kirjastojen lukumäärä v. 1970–2000



Kirjalainojen lukumäärä v. 1970–2000



1. Kuinka monta kirjastoa Suomessa oli
  - a) vuonna 1970
  - b) vuonna 2000?
2. Kuinka monta kirjastoa lakkautettiin
  - a) vuosina 1970–1980
  - b) vuosina 1990–2000
  - c) vuosina 1970–2000?
3. Kuinka monta prosenttia kirjastojen määrä väheni vuosina 1990–2000?
4. Milloin kirjastoja lakkautettiin eniten?
5. Kuinka paljon lainojen määrä kasvoi
  - a) vuosina 1970–1980
  - b) vuosina 1990–2000
  - c) vuosina 1970–2000?
6. Kuinka monta prosenttia lainojen määrä kasvoi
  - a) vuosina 1970–1980
  - b) vuosina 1990–2000?
7. Kuinka monta lainausta tehtiin keskimäärin yhden kuukauden aikana
  - a) vuonna 1970
  - b) vuonna 2000?

## 7. Kotitehtävien vastauksia

---

**K11.** 35 %

**K12. a)** otantatutkimus

**b)** kokonais- tai otantatutkimus

**c)** kokonaistutkimus

**K13. a)** Antti, Jere, Nea ja Roosa

**b)** Hanna, Lauri, Pekka ja Tiia

**c)** Eliaksesta

**K14. a)** 67 %

**b)** 20 %

**K15. 1.** Valitse otoskooksi esim. 10 % koulun oppilaista. Tällöin otokseen valitaan noin joka kymmenes oppilas.

**2.** Pyydä koulun kansliasta oppilaiden nimilista aakkosjärjestyksessä ja numeroi oppilaat.

**3.** Arvo luvuista 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ja 10 yksi, esim. luku 7.

**4.** Valitse otokseen oppilaat 7, 17, 27 jne. ja tee kysely.

---

**K16.** 9. luokkien oppilaiden liikunnan harrastusajat

Aika (min/vrk)	Tytöt	Pojat	Yht.
enintään 30	0	2	2
31–60	8	9	17
61–90	3	4	7
91–120	3	4	7
yli 120	3	7	10
Yhteensä	17	26	43

**K17. a)** 2

**b)** 10

**c)** 31–60 min

**d)** 43

**K18. a)** 31–60 min

**b)** 31–60 min

**K19. a)** 53 %

**b)** 58 %

**K20.** ei ole

## 8. Asteikkoja

---

Kirjoita vastausvaihtoehdot.

- 1.** Tiedetään, että vastaajien koulumatkojen pituudet ovat alle 2 kilometriä.

<input type="checkbox"/> _____	<input type="checkbox"/> _____
<input type="checkbox"/> _____	<input type="checkbox"/> _____

- 2.** Tiedetään, että vastaajien koulumatkojen pituudet ovat alle 30 kilometriä.

<input type="checkbox"/> _____	<input type="checkbox"/> _____
<input type="checkbox"/> _____	<input type="checkbox"/> _____
<input type="checkbox"/> _____	<input type="checkbox"/> _____

- 3.** Tiedetään, että vastaajien 100 metrin juoksun ajat sijoittuvat välille 12,1–23,6 s.

<input type="checkbox"/> _____	<input type="checkbox"/> _____
<input type="checkbox"/> _____	<input type="checkbox"/> _____

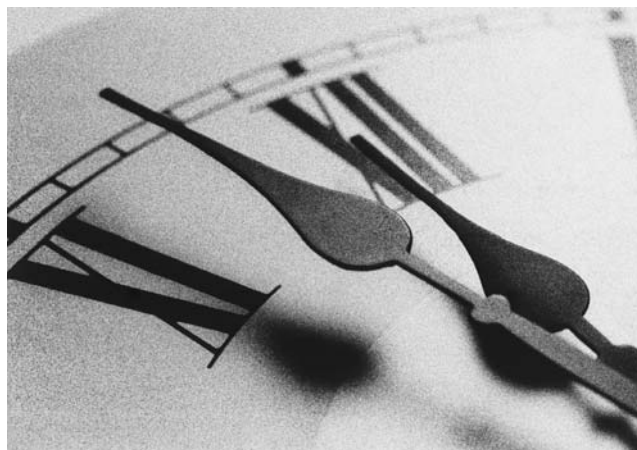
- 4.** Tiedetään, että vastaajien pituushypyn tulokset sijoittuvat välille 2,02–4,82 m.

<input type="checkbox"/> _____	<input type="checkbox"/> _____
<input type="checkbox"/> _____	<input type="checkbox"/> _____
<input type="checkbox"/> _____	<input type="checkbox"/> _____

## 9. Kyselylomake

Palauta lomake:

---



1. Sukupuoli

tyttö  poika

2. Nukutko riittävästi kouluviikon aikana?

aina  yleensä   
harvoin  en koskaan

3. Olitko viime kouluviikon aikana väsynyt  
aamuisin?

en kertaakaan  kerran   
kaksi kertaa  kolme kertaa   
neljä kertaa  viisi kertaa

4. Mihin kellonaikaan menet nukkumaan?

sunnuntaisin klo \_\_\_\_\_  
maanantaisin klo \_\_\_\_\_  
tiistaisin klo \_\_\_\_\_  
keskiviikkoisin klo \_\_\_\_\_  
torstaisin klo \_\_\_\_\_

5. Mihin kellonaikaan heräät

koulupäivinä?

maanantaisin klo \_\_\_\_\_

tiistaisin klo \_\_\_\_\_

keskiviikkoisin klo \_\_\_\_\_

torstaisin klo \_\_\_\_\_

perjantaisin klo \_\_\_\_\_

6. Arvioi tunnin tarkkuudella, kuinka  
monta tuntia nukut öisin kouluviikolla.

enintään 8 h  9 h

10 h  yli 10 h

7. Mihin kellonaikaan koulun tulisi alkaa?

klo 8.00  klo 9.00

klo 10.00  klo 11.00

Kiitos vastauksestasi!

1. Taulukoi 9A-luokan oppilaiden sukunimet kirjainten lukumäärän perusteella, kun sukunimissä on kirjaimia 9, 9, 7, 11, 11, 10, 10, 9, 8, 10, 9, 10, 4, 6, 6, 9 ja 8.

Kirjaimia	Tukkimiehen kirjanpito	$f$	$f$ (%)
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
	Yhteensä		

2. Taulukoi 8A-luokan oppilaiden etunimet Ilmari, Outi, Paula, Jaana, Pinja, Jesse, Pia, Eero, Sara, Mia-Maria, Emilia, Tuula, Johannes, Satu-Mari, Jani, Maaria, Petteri, Arttu, Niko, Senja, Samuli, Leo, Krista ja Vera kirjainten lukumäärän perusteella.

Kirjaimia	Tukkimiehenkirjanpito	$f$	$f$ (%)
3			
4			
5			
6			
7			
8			
	Yhteensä		

## 11. Kotitehtävien vastauksia

---

**K21.** Onko puhelimesiasi saldorajoitus?

Vastaus	$f$	$f$ (%)
ei	15	60
on	10	40
Yhteensä	25	100

**K22.** 7B-luokan oppilaiden matkapuhelimen merkki

Merkki	$f$	$f$ (%)
Nokia	22	88
Sony Ericsson	2	8
Siemens	1	4
Yhteensä	25	100

**K23.** Taru Sormusten herrasta -kirjan lukeneet

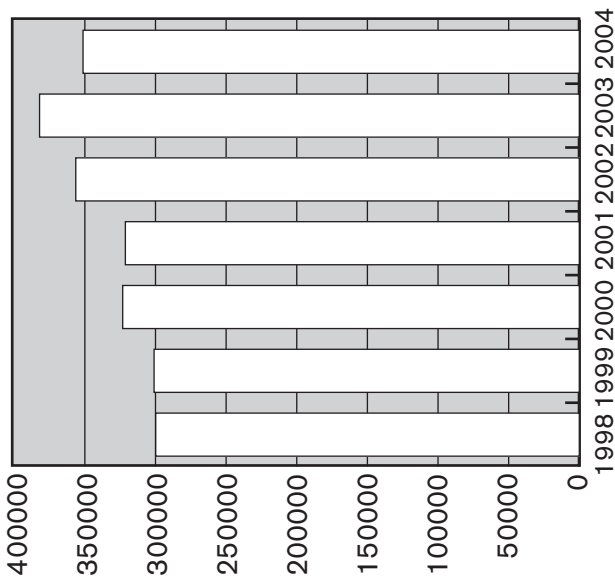
Oppilas	7A (%)	8A (%)	9A (%)
on lukenut	23	6	48
ei ole lukenut	77	94	52
Yhteensä	100	100	100

**K24. a)** 7. luokilla 27 oppilasta, 8. luokilla 6 oppilasta ja 9. luokilla 43 oppilasta.

**b)** 9. luokkien, sillä 9A-luokan oppilaiden osuus kaikkien 9. luokkien oppilaiden kokonaismäärästä on suurempi kuin 7A- ja 8A-luokkien vastaavat osuudet.

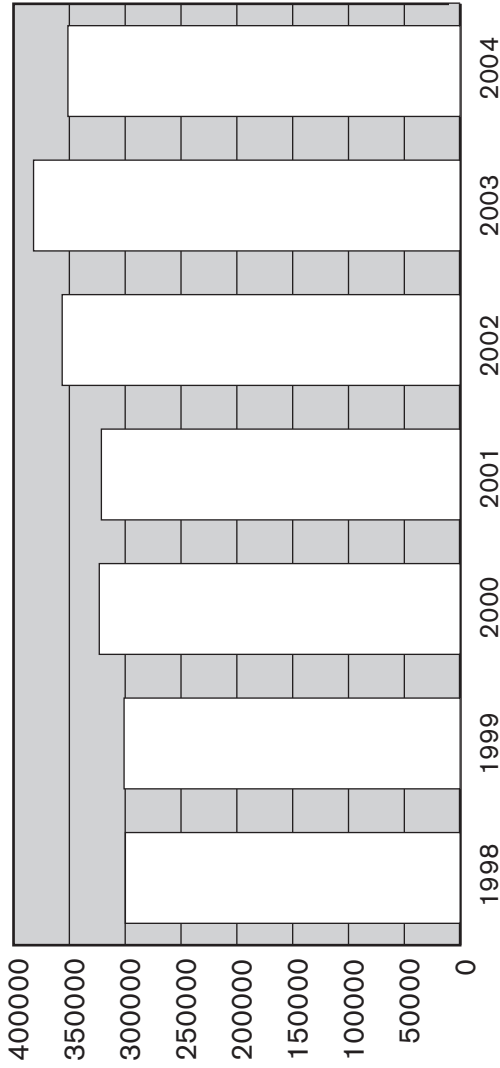
# 12. Asteikon valinta

Ajokorttien lukumäärä Suomessa v. 1998–2004

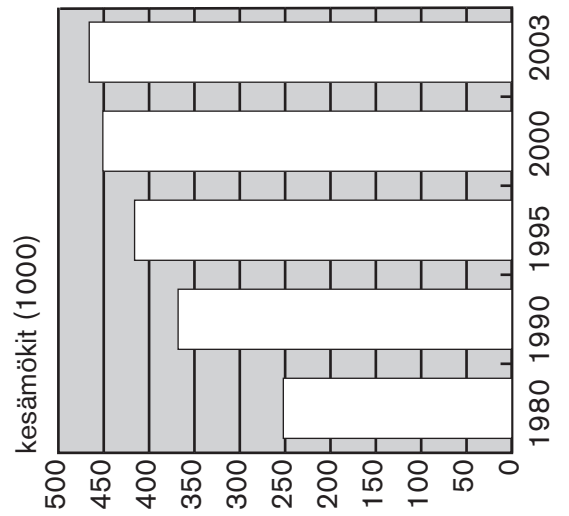


Lähde: Ajoneuvorekisterikeskus

Ajokorttien lukumäärä Suomessa v. 1998–2004

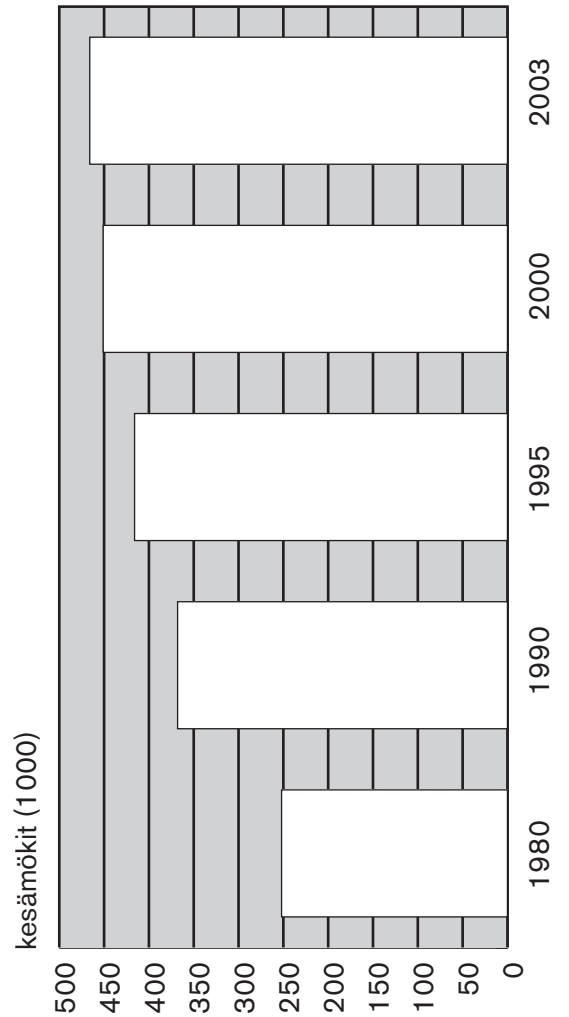


Kesämökkien lukumäärä Suomessa v. 1980–2003



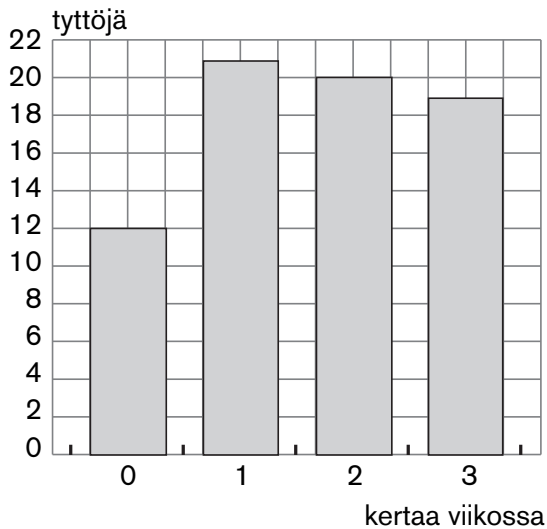
Lähde: Tilastokeskus

Kesämökkien lukumäärä Suomessa v. 1980–2003



## 13. Kotitehtävien vastauksia

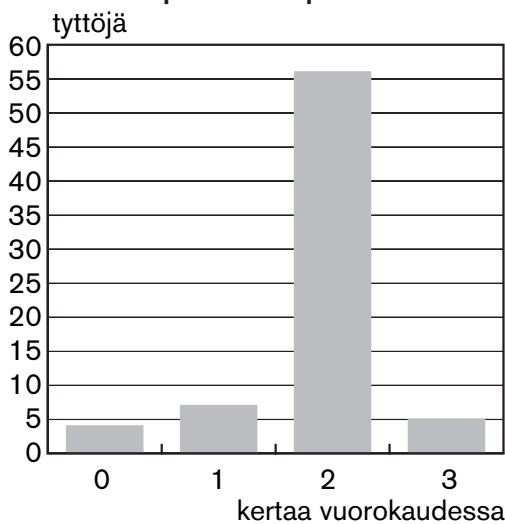
### K25. a) 8. luokkien tyttöjen saunominen



b) 33

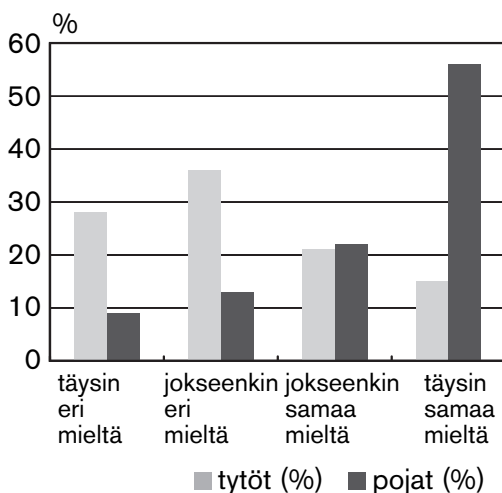
c) 60

### K26. a) 8. luokkien tyttöjen hampaiden pesu



b) Yleisin hampaiden pesukertojen lukumäärä on 2 kertaa vuorokaudessa. Vähemmän kuin 2 kertaa vuorokaudessa pesi 11 oppilasta 72:sta.

### K27. a) Vain suomalaiset osaavat saunoa.

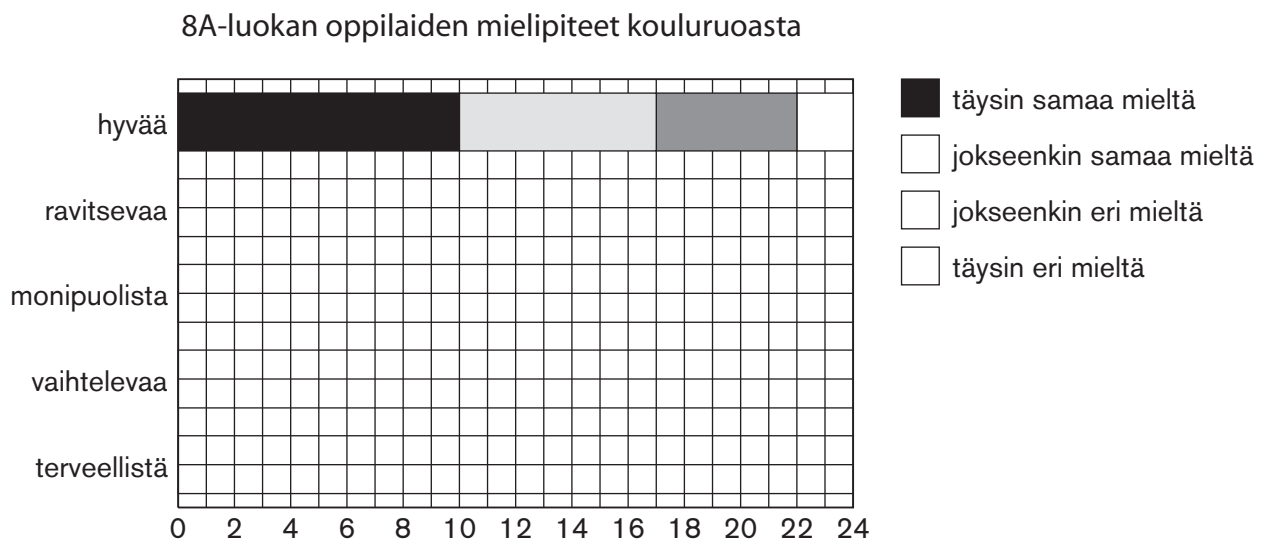


b) Enemmistö pojista (78 %) on väitteen kannalla. Enemmistö tytöistä (64 %) on eri mieltä.

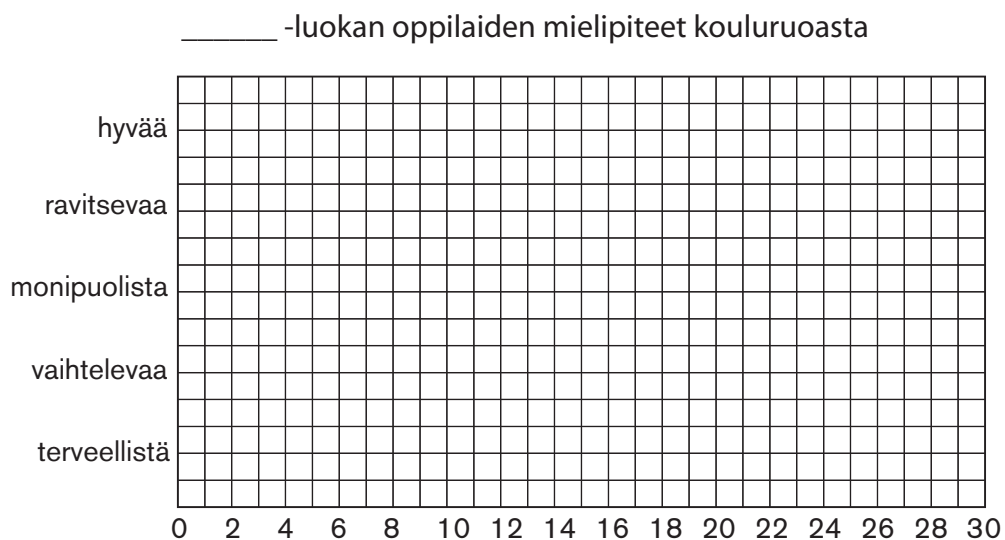
## 1. 8A-luokan oppilaiden mielipiteet kouluruoasta

	täysin samaa mieltä	jokseenkin samaa mieltä	jokseenkin eri mieltä	täysin eri mieltä
hyvää	10	7	5	2
ravitsevaa	10	6	6	2
monipuolista	12	7	2	3
vaihtelevaa	4	13	6	1
terveellistä	4	12	7	1

Täydennä summapylväskuvio. Väritä sama mielipide samalla värillä.



## 2. Kokoa oman luokkasi mielipiteet ja esitä tulokset summapylväskuviona.



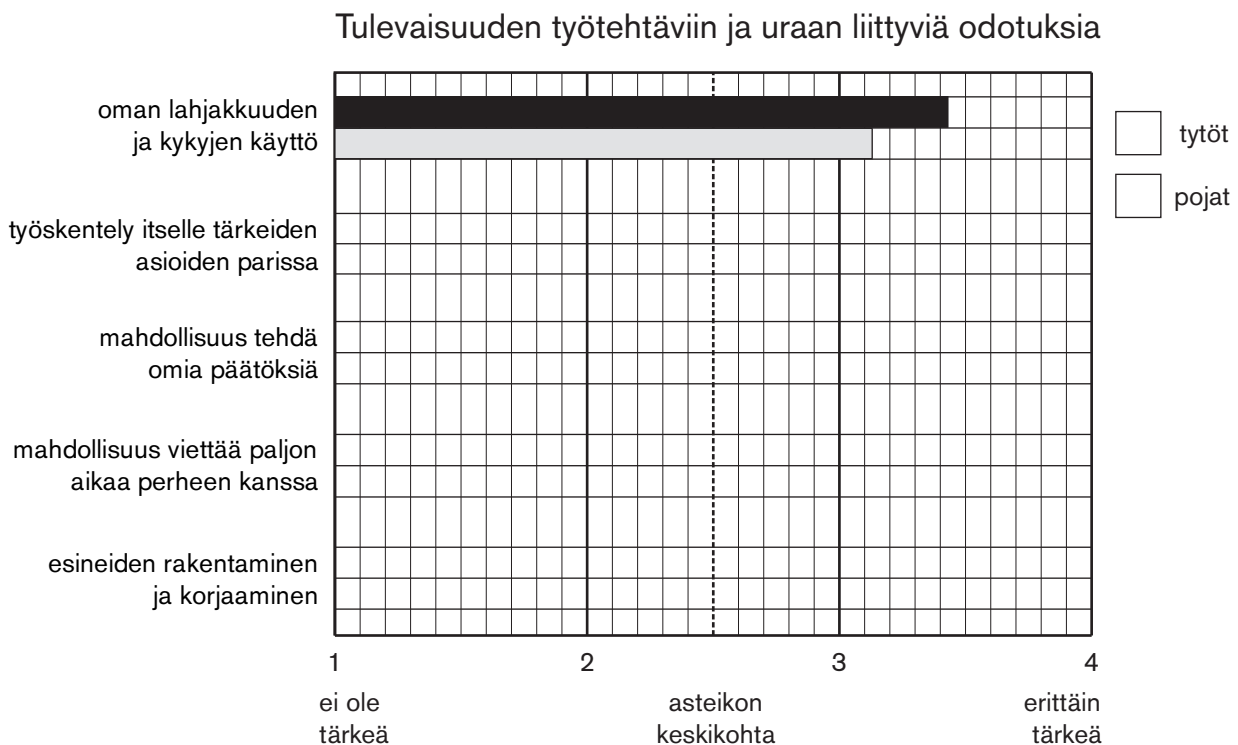
Tulevaisuuden työtehtäviin ja uraan liittyviä odotuksia.

	Tytöt	Pojat
Oman lahjakkuuden ja kykyjen käyttö	3,43	3,13
Mahdollisuus tehdä omia päätöksiä	3,35	3,09
Mahdollisuus viettää paljon aikaa perheen kanssa	3,15	2,93
Työskentely itselle tärkeiden asioiden parissa	3,42	2,93
Esineiden rakentaminen ja korjaaminen	1,84	2,62

Lähde: Tutkimustuloksia nuorten näkemyksistä teknologia-alasta ja luonnontieteiden opetuksesta. 2005. Teknologiateollisuus ry

Taulukossa on 9-luokkalaisille tehdyn kyselyn tulokset. Oppilaat ovat vastanneet kysymyksiin neliportaisella asteikolla, jonka ääripäätt olivat: 1. Ei ole tärkeä, 4. Erittäin tärkeä. Vastaukset pisteytettiin numeroilla 1, 2, 3 ja 4. Taulukossa on vastausten pisteiden keskiarvot.

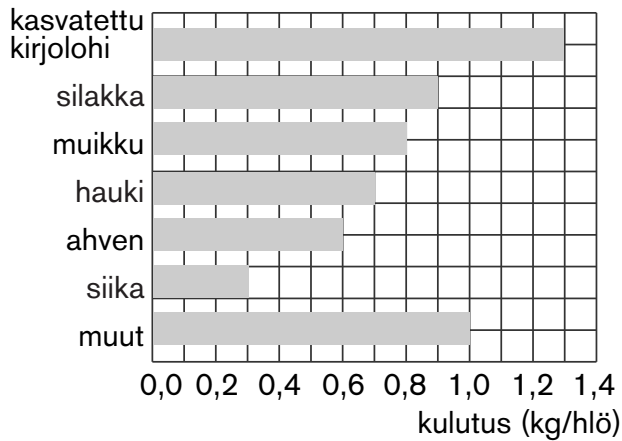
Täydennä ryhmäpylväskuvio.



## 16. Kotitehtävien vastauksia

**K28. a)** 0,2 kg/hlö

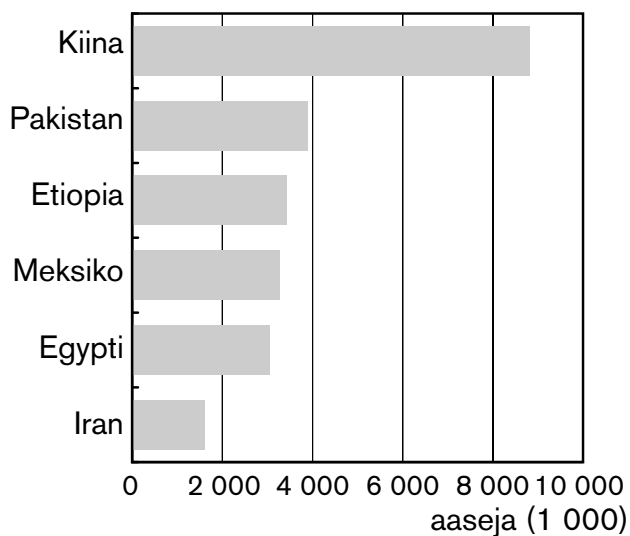
**b)** Kotimaisen kalan kulutus v. 2003



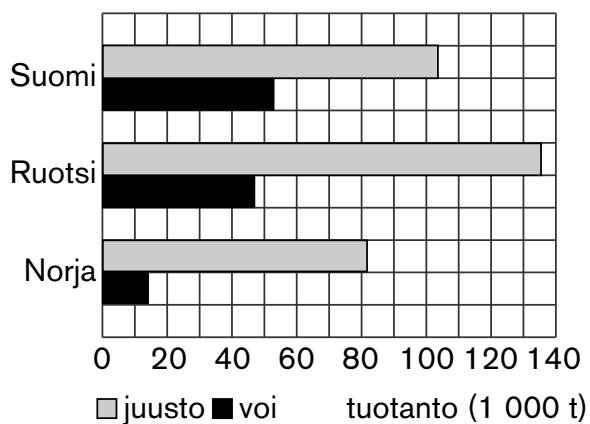
**K29. a)** 23 %

**b)** 16 %

**K30.** Aasian lukumäärä v. 2002



**K31. a)** Juuston ja voin tuotanto v. 2002

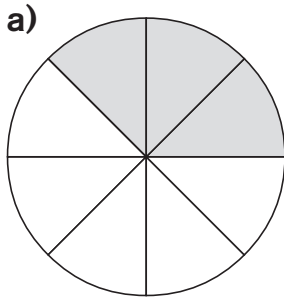


**b)** Vuonna 2002 Suomi oli suurin voin ja Ruotsi suurin juuston tuottajamaa.

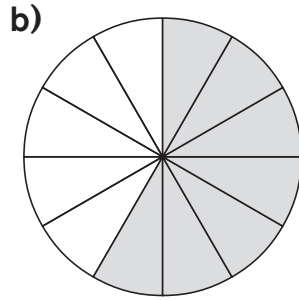
# 17. Ympyräkuvioita

Nimi: \_\_\_\_\_

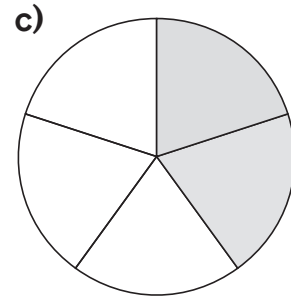
1. Kuinka monta prosenttia kuviosta on väritetty?



\_\_\_\_\_

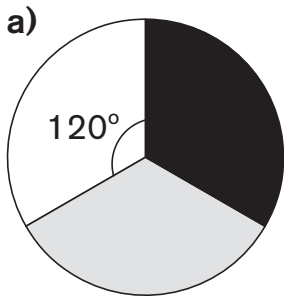


\_\_\_\_\_

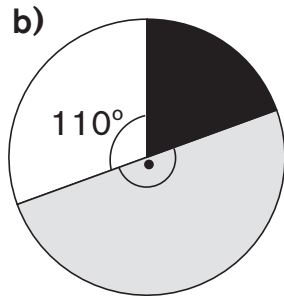


\_\_\_\_\_

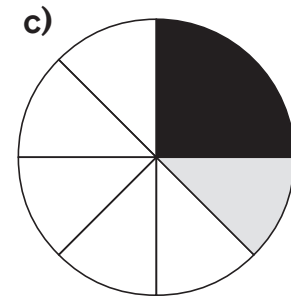
2. Arvioi, kuinka monta prosenttia kuviosta on väritetty mustalla ja kuinka monta prosenttia harmaalla.



\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

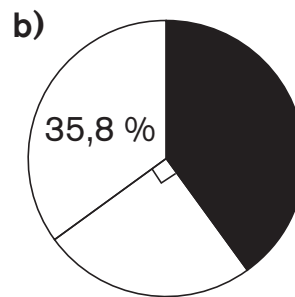
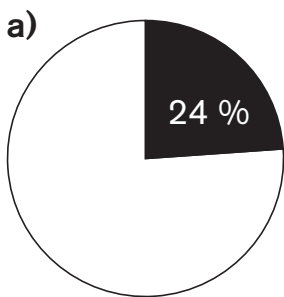


\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_



\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

3. Laske mustan keskuskulman suuruus.



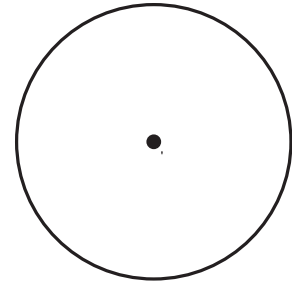
# 18. Ympyräkuvion piirtäminen

Nimi: \_\_\_\_\_

1. Laske keskuskulman suuruus ja piirrä ympyräkuvio suomalaisten koti- ja ulkomaanmatkoista. Väritä sektorit eri väreillä.

Suomalaisten matkat v. 2000.

Kohde	$f$ (%)	Keskuskulman suuruus
kotimaa		
ulkomaat		
Yhteensä		

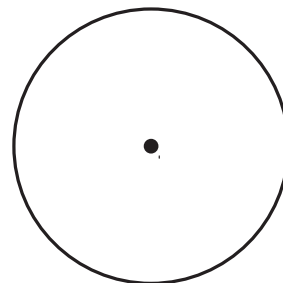
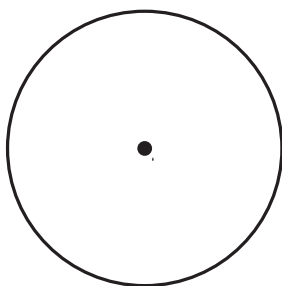


Lähde: Tilastokeskus

2. Laske keskuskulman suuruus ja piirrä ympyräkuvio tyttöjen ja poikien lemmikkieläimistä.

Lemmikkieläimet

Lemmikkieläimiä	Poika		Keskuskulman suuruus	Tyttö		Keskuskulman suuruus
	$f$	$f$ (%)		$f$		
ei yhtään	5			6		
yksi	4			3		
kaksi	1			1		
kolme	0			0		
enemmän kuin kolme	2			2		
Yhteensä						



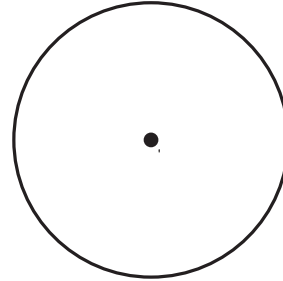
# 19. Ympyräkuvioita

Nimi:

1. Täydennä taulukko ja piirrä ympyräkuvio suurpetojen vähimmäismääristä itäisessä Suomessa vuoden 2003 lopussa.

Suurpedot Itä-Suomessa v. 2003

Suurpeto	$f$	$f$ (%)	keskuskulma
karhu	335		
ilves	290		
susi	105		
ahma	40		
Yhteensä			

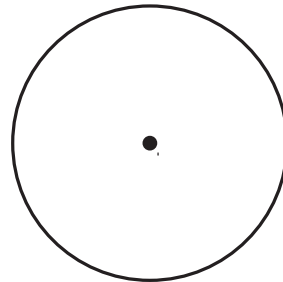


Lähde: www.metsa.fi

2. Piirrä ympyräkuviot susien määristä Suomessa vuonna a) 2000 b) 2003. Väritä sektorit eri väreillä.

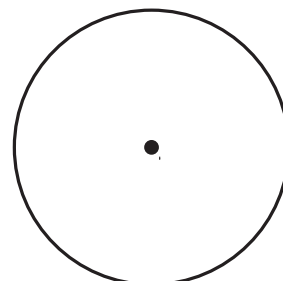
Susien lukumäärät vuonna 2000

Alue	Susia	$f$ (%)	keskuskulma
Pohjois-Suomi	10		
Läntinen Suomi	5		
Sisä-Suomi	15		
Itäinen Suomi	100		
Yhteensä	130		



Susien lukumäärät vuonna 2003

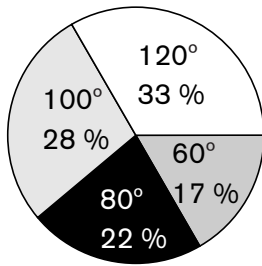
Alue	Susia	$f$ (%)	keskuskulma
Pohjois-Suomi	10		
Läntinen Suomi	10		
Sisä-Suomi	25		
Itäinen Suomi	105		
Yhteensä	150		



Lähde: www.metsa.fi

## 20. Kotitehtävien vastauksia

**K32.**



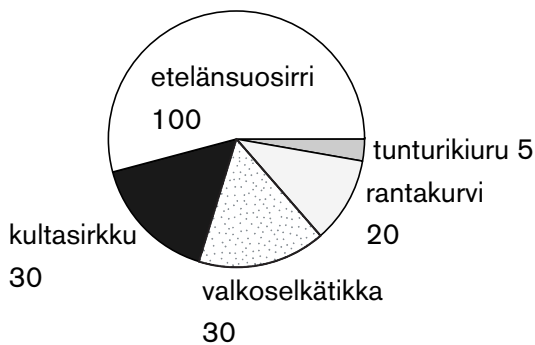
**K33. a)** A 144°, B 126°, C 54° ja D 36°

**b)** A 216°, B 57,6°; C 46,8° ja 39,6°

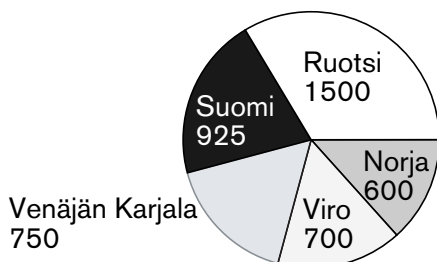
**K34.** Suomen viisi äärimmäisen uhanalaista lintulajia

Lintulaji	Pesivät parit $f$	$f$ (%)	Keskuskulma
etelänsuosirri	100	0,54	195°
kultasirkku	30	0,16	58°
valkoselkätikka	30	0,16	58°
rantakurvi	20	0,11	39°
tunturikiuru	5	0,03	10°
Yhteensä	185	1,00	360°

Suomen viisi äärimmäisen uhanalaista lintulajia (pesivät parit)

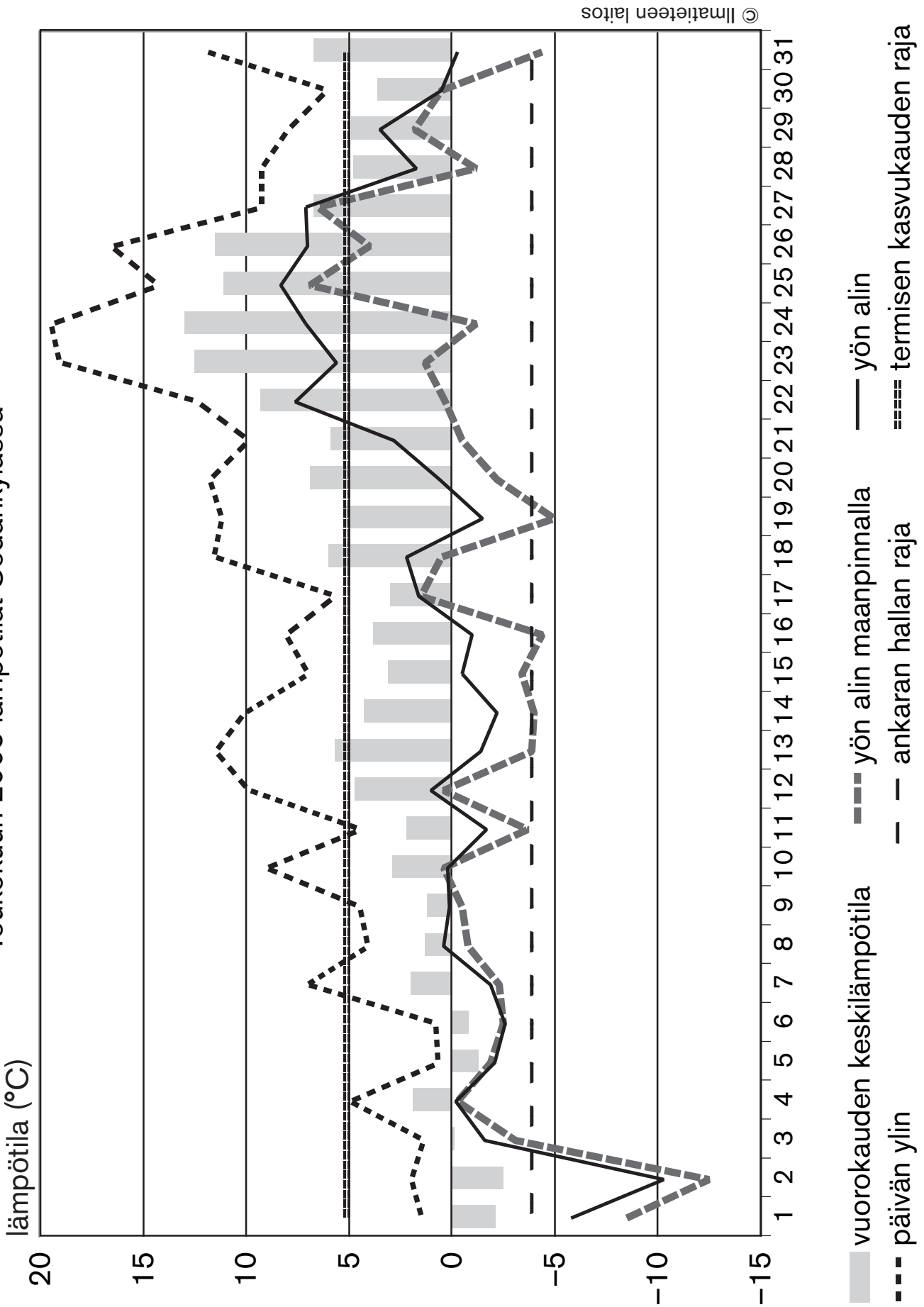


**K35.** Suomen ja sen lähialueiden ilveskanta



# 21. Lämpötiloja Sodankylässä

Toukokuun 2005 lämpötilat Sodankylässä



## 22. Lämpötiloja

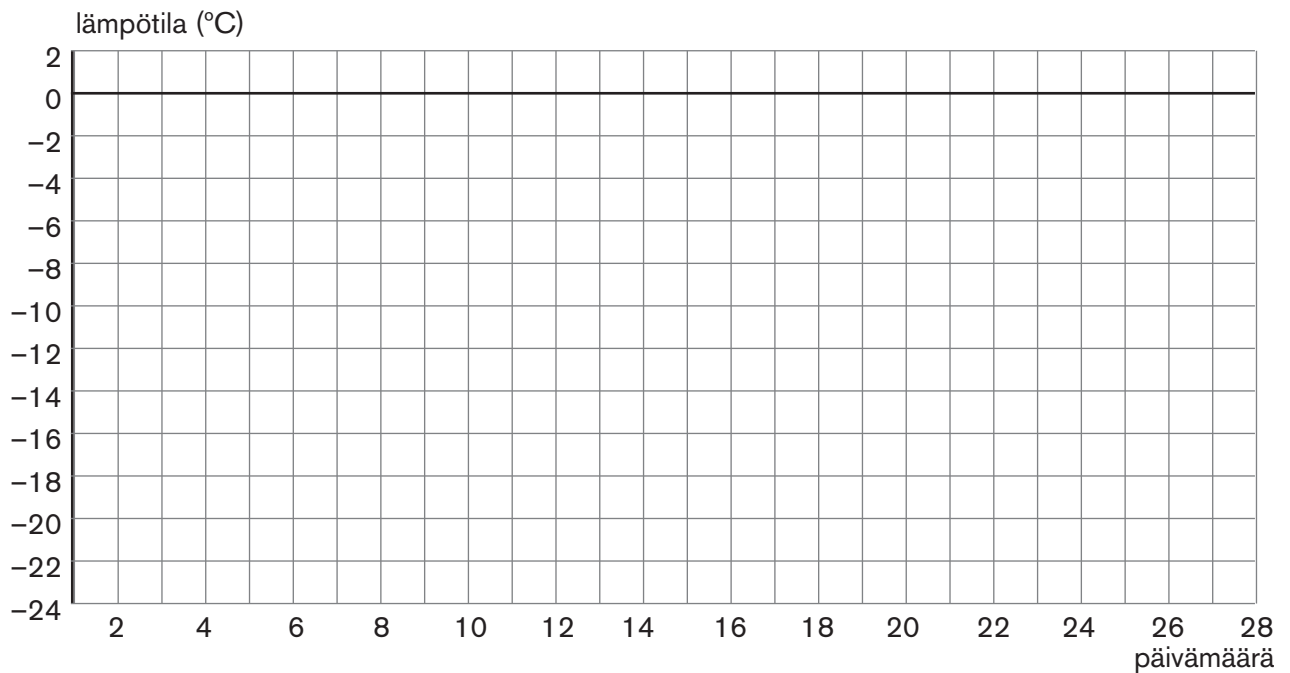
Nimi:

Piirrä viivadiagrammi Kuusamon keskilämpötiloista helmikuussa 2005.

Päivä	Lämpötila (°C)
1	-8
2	-12
3	-8
4	-3
5	0
6	-9
7	-8
8	-5
9	-6
10	-6
11	-2
12	-5
13	-5
14	-10

Päivä	Lämpötila (°C)
15	-18
16	-17
17	-15
18	-10
19	-12
20	-12
21	-16
22	-23
23	-20
24	-9
25	-10
26	-12
27	-14
28	-23

Kuusamon keskilämpötilat helmikussa 2005

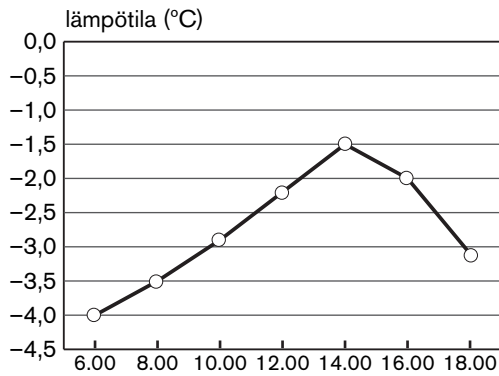


## 23. Kotitehtävien vastauksia

- K36. a)** 15 kg  
**b)** 3-kertaiseksi  
**c)** neljän ensimmäisen kuukauden aikana  
**d)** n. 20 kg

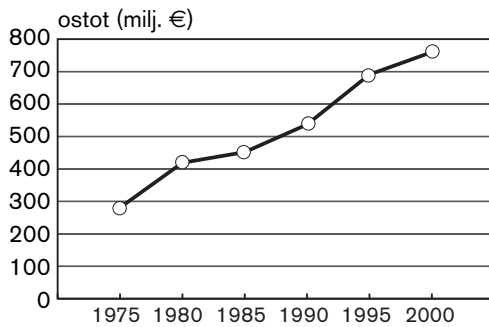
**K37. a)** Jyväskylän lämpötiloja 5.1.2005

**b)**  $-2,5\text{ °C}$



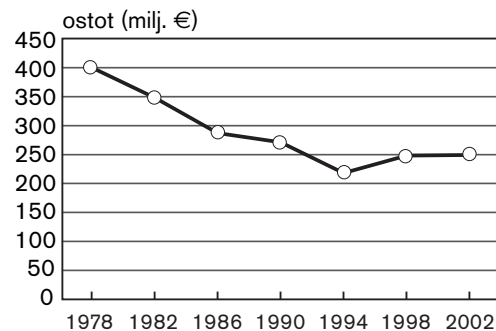
**K38. a)** Kasvisostot Suomessa v. 1975–2000

**b)** v. 1992



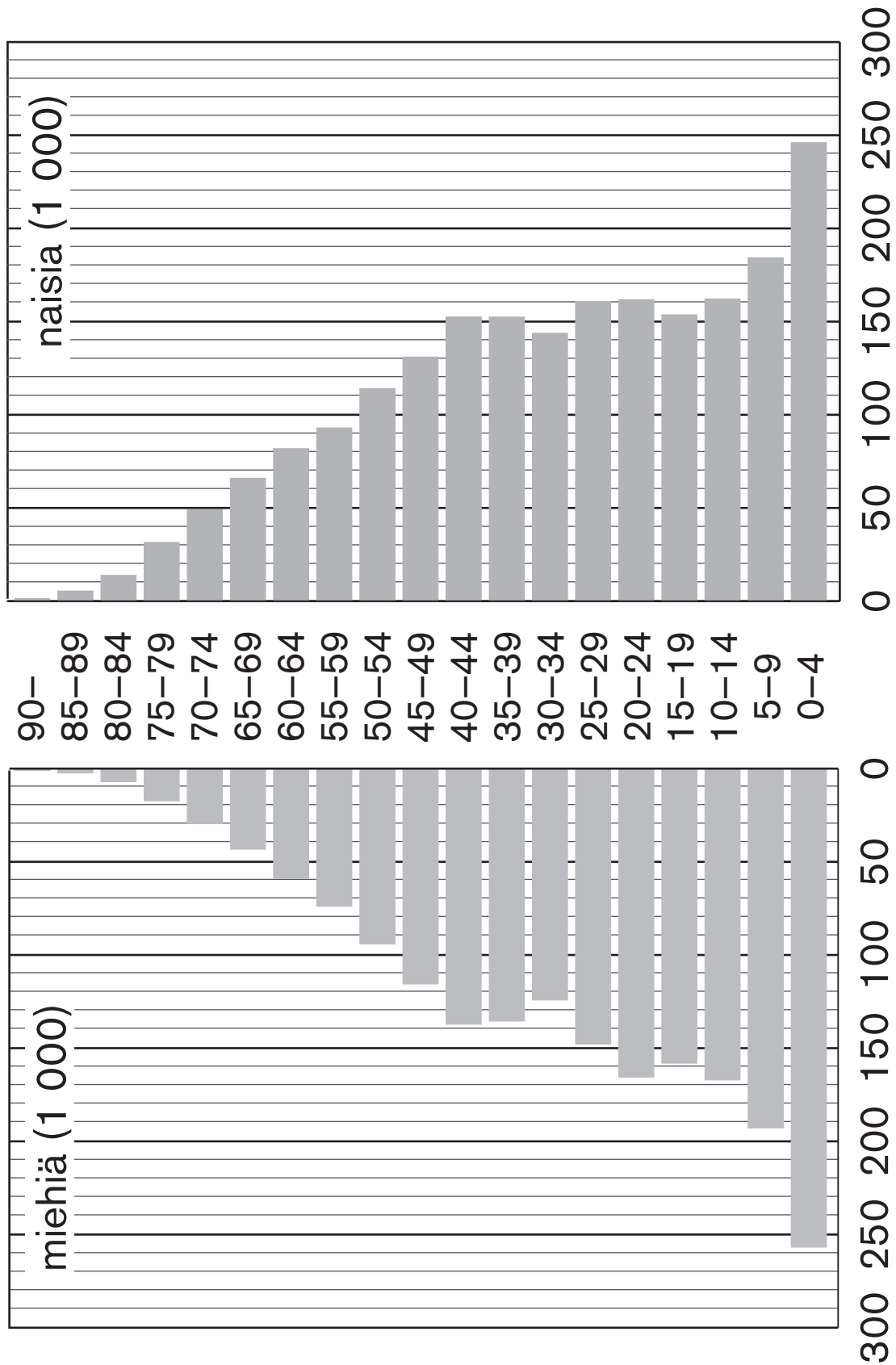
**K39. a)** Kirjaostot Suomessa v. 1978–2002

**b)** 1985



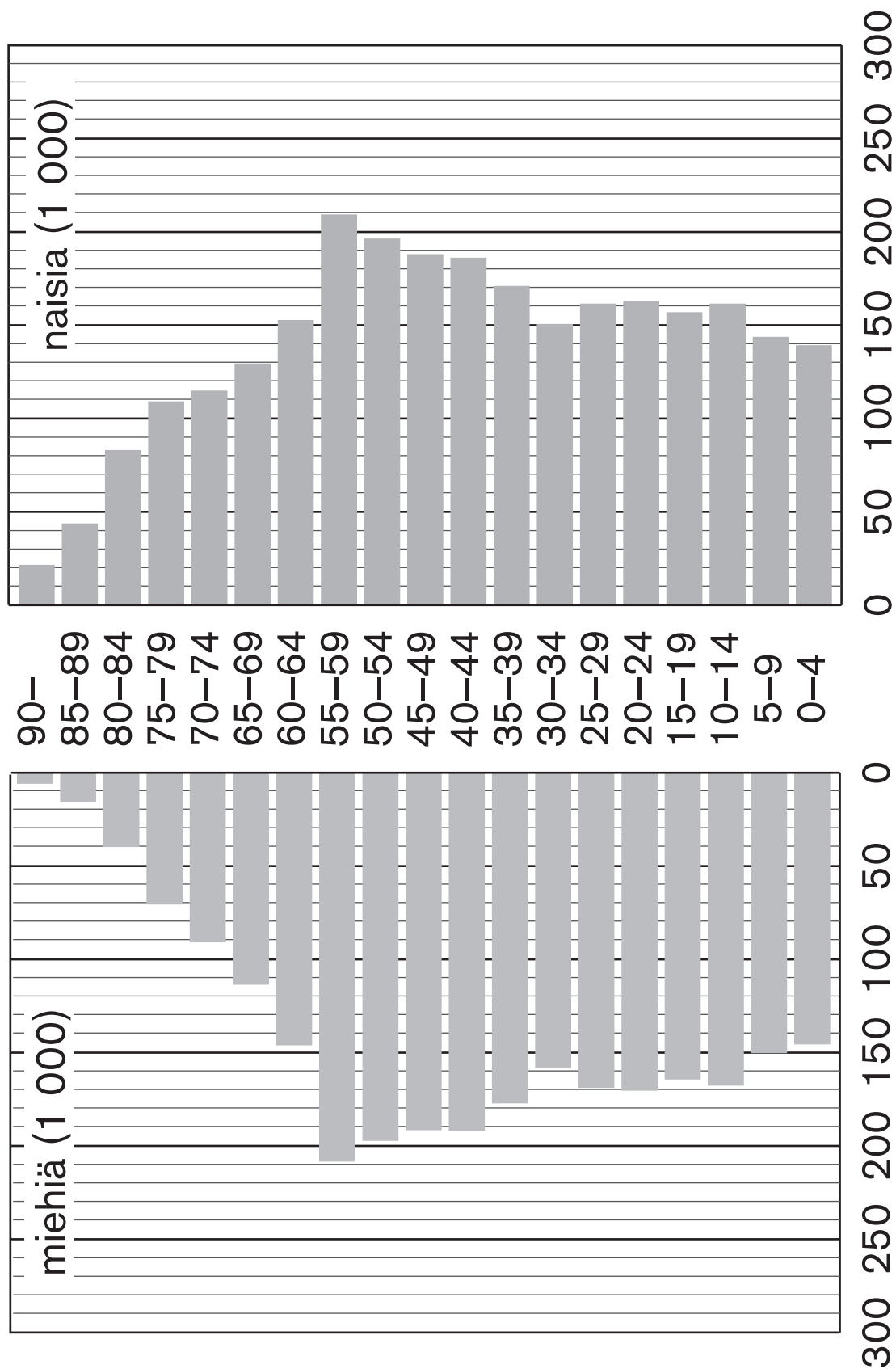
## 24. Ikäpyramidi v. 1950

**v. 1950**

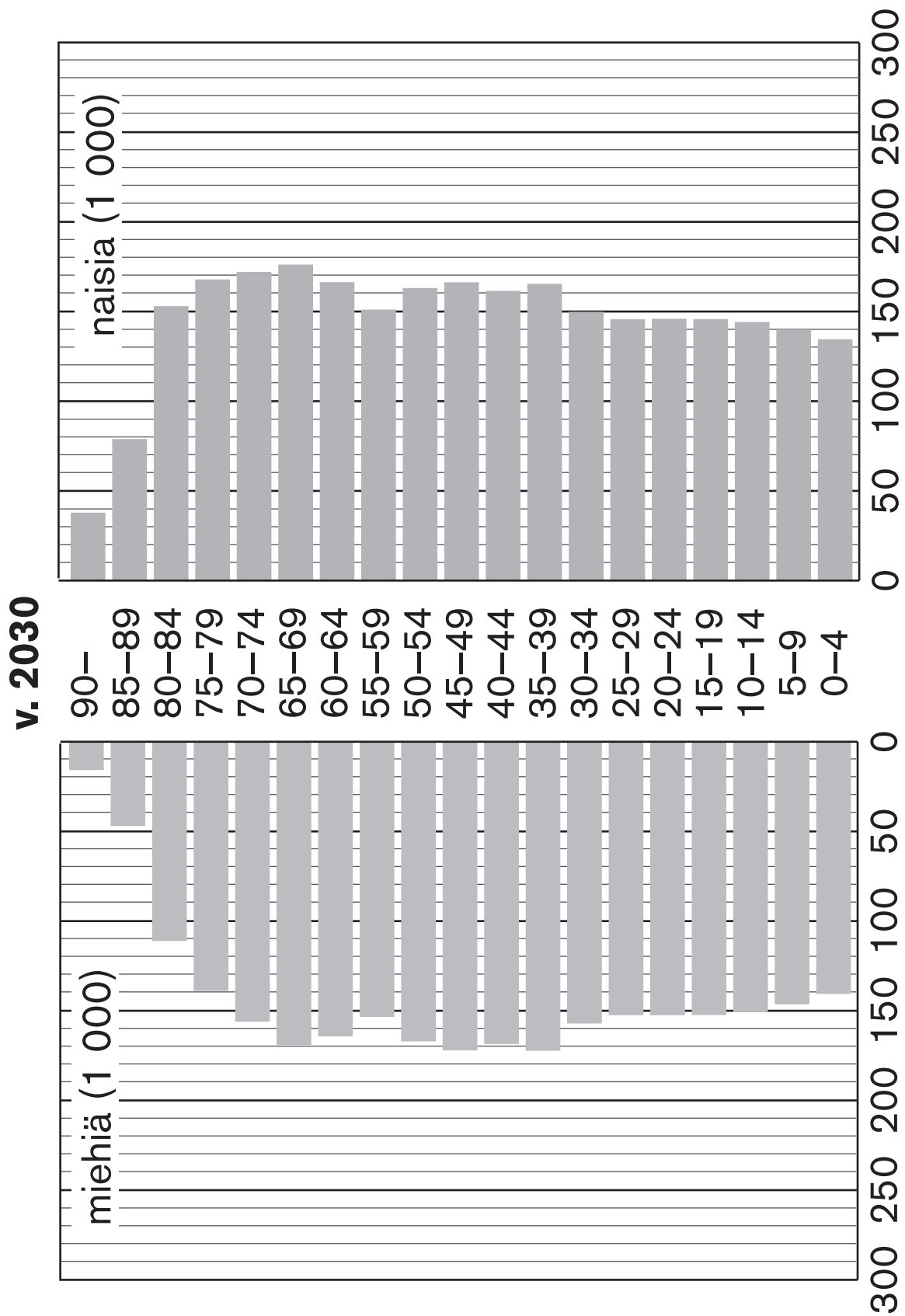


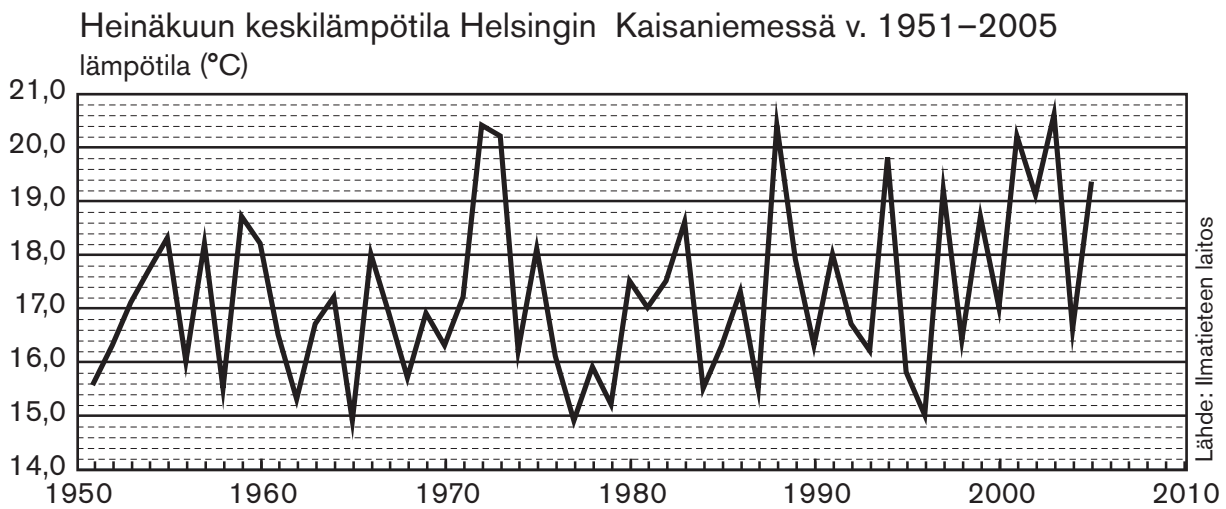
## 25. Ikäpyramidi v. 2005

v. 2005



## 26. Ikäpyramidi v. 2030





1.
  - a) Mikä on Helsingin korkein heinäkuun keskilämpötila?
  - b) Milloin korkein lämpötila on mitattu?
  - c) Mikä on Helsingin alhaisin heinäkuun keskilämpötila?
  - d) Milloin alhaisin lämpötila on mitattu?

2. Täydennä taulukko.

Keskuskoulun oppilaiden mieliruoka koulussa

Mieliruoka	Tytöt $f$	$f$ (%)	Pojat $f$	$f$ (%)
lasagne	35		46	
kalapuikot	25		30	
lihapullat	24		28	
kasviskeitto	11		5	
Yhteensä				

3. Täydennä taulukko. Oppilaiden matematiikan arvosanat todistuksissa ovat 8, 9, 6, 9, 7, 10, 8, 10, 10, 5, 8, 7, 7, 8, 9, 6, 7, 8, 7, 10, 9, 8, 9 ja 9.

Arvosana	Tukkimiehen kirjanpito	$f$	$f$ (%)
	Yhteensä		

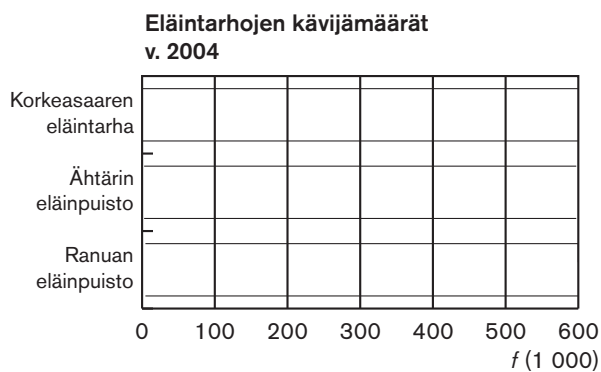
Käännä!

Eläintarhojen kävijämäärät Suomessa v. 2001–2004

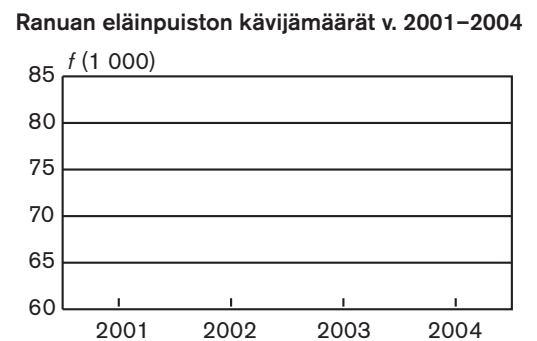
Eläintarha	v. 2001	v. 2002	v. 2003	v. 2004
Korkeasaaren eläintarha	505 800	566 574	469 059	547 087
Ähtärin eläinpuisto	113 765	120 480	120 185	122 751
Ranuan eläinpuisto	67 365	77 891	79 113	81 655

Lähde: Matkailun edistämiskeskus 2004

4. Piirrä vaakapylväskuvio kävijämääristä eläintarhoissa v. 2004.

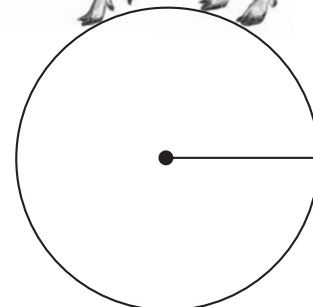
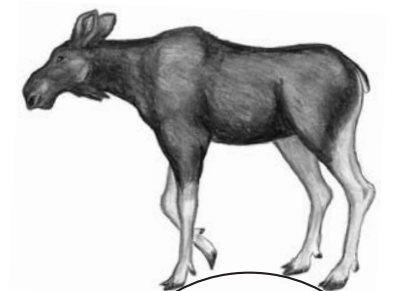


5. Piirrä viivakuviot kävijämääristä Ranuan eläinpuistossa.



6. Piirrä ympyräkuviot eläintarhojen kävijämääristä v. 2004.

Eläintarhojen kävijämäärät v. 2004



- Korkeasaaren eläintarha  
 Ähtärin eläinpuisto  
 Ranuan eläinpuisto

## 28. Tavoitteet ja itsearviointi

Nimi: \_\_\_\_\_

Täytä tämä osa opiskelujakson alkaessa.

Rastita sopivat vaihtoehdot.

### 1. Aion

- seurata opetusta  osallistua opetuskeskusteluun  
 tehdä tuntitehtävät huolellisesti  tehdä kotitehtävät.  
 valmistautua hyvin kokeeseen  
 Muuta, mitä? \_\_\_\_\_

### 2. Tavoitearvosana kokeesta \_\_\_\_\_.

Täytä tämä osa opiskelujakson päättyessä.

Rastita sopiva vaihtoehto.

### 3. Arvioi osaamistasi.

Osaan	erittäin hyvin	hyvin	kohtalaisesti	jonkin verran
tyyppiarvon				
mediaanin				
laskea keskiarvon				
laskea satunnaiskokeen ja tapahtuman				
laskea klassisen todennäköisyyden				
tuloperiaateen				

### 4. Arvioi työskentelyäsi.

Rastita sopivat vaihtoehdot.

- tein harjoitustyön  tein tuntitehtävät  
 tein kotitehtävät  seurasin opetusta  
 osallistuin aktiivisesti opetukseen  valmistauduin kokeeseen

### 5. Saavutin asettamani tavoitteet

- erittäin hyvin  hyvin  
 kohtalaisesti  huonosti

### 6. Miksi saavutit tai et saavuttanut tavoitteitasi?

\_\_\_\_\_

### 7. Antaisin itselleni opiskelujaksosta arvosanan \_\_\_\_\_.

Tilaa opettajan arvioinnille:

## 29. Kotitehtävien vastauksia

---

**K41. a)** 15      **b)** 32

**K42. a)** Ruka      **b)** 300 000

**K43.**  $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$

**K44.** 1

---

**K45. a)** 1, 3, 4, 6, 7, 7, 9      Mediaani on 6.

**b)** 28, 29, 32, 34, 37, 39      Mediaani on 33.

**K46. a)** 17, 19, 21, 22, 24, 25, 28      Mediaani on 22 g

**b)** 284, 296, 347, 362, 370, 413, 442, 490

$$\frac{362 + 370}{2} = 366$$

Mediaani on 366 g

**K47. a)** 14      **b)** 13

**K48. a)** 43      **b)** 42      **c)** 25      **d)** 1 067

## 30. Minuutin arviointi

---

50

51

52

53

54

55

56

57

58

59

60

61

62

63

64

65

66

67

68

69

70

### 31. Kotitehtävien vastauksia

---

**K49. a)** tyyppiarvo: 32, mediaani: 32, keskiarvo: 32

**b)** tyyppiarvo:  $-15\text{ °C}$ , mediaani:  $-16\text{ °C}$ , keskiarvo:  $-17\text{ °C}$

**K50. a)** 7,0      **b)** 7,2      **c)** 7,1

**K51. a)** 7,7      **b)** 8,0      **c)** 8,0

**K52. a)**  $\frac{1300\text{ g}}{5} = 260\text{ g}$

**b)**  $89 \cdot 113\text{ g} = 10\,057\text{ g} \approx 10\text{ kg}$

**K53. a)**  $x = 8\text{ °C}$    **b)**  $x = -10\text{ °C}$

---

**K54.** 8,2 tuntia

**K55.** 1,6 sisarusta

**K56. a)** 9      **b)** 8,5      **c)** 8,5

**K57.**  $\frac{12 \cdot 2,7\text{ km} + 8 \cdot 1,2\text{ km}}{20} = 2,1\text{ km}$

## 32. Tilastoja laskimella

### Laskin Casio fx-82ES

Tilastotoiminnot	MODE	<b>2</b>
Muistin tyhjentäminen	SHIFT <sup>rSTAT</sup>	<b>1</b> <b>3</b> (edit) <b>2</b> (del - A)
Frekvenssitaulukko	SHIFT SETUP	▼ <b>3</b> (stat) Frequency? <b>1</b> (on)
Muokkausruutu	SHIFT <sup>rSTAT</sup>	<b>1</b> <b>2</b> (data)

### Esimerkki: Taulukon tietojen syöttäminen laskimeen

Paperipinon paksuus (arkkia)	<i>f</i>
100	5
105	10
108	4
110	4

1. Syötetään ensin taulukon vasemman sarakkeen luvut:

100 **=** 105 **=** 108 **=** 110 **=**

	X	FREQ
100	100	1
105	105	1
108	108	1
110	110	1

2. Siirrytään frekvenssisarakkeen ensimmäiseen soluun nuolinäppäimillä ▲ ja ►.

Syötetään frekvenssit soluihin.

5 **=** 10 **=** 4 **=** 4 **=**

	X	FREQ
100	100	5
105	105	10
108	108	4
110	110	4

3. Lasketaan keskiarvo

SHIFT <sup>rSTAT</sup> **1** 5 (var) 2( $\bar{x}$ ) **=**

Näyttöön tulee keskiarvo 105,3

1. 7A-luokan matematiikan arvosanat ovat 8, 9, 8, 9, 8, 8, 8, 8, 8, 7, 8, 7, 9, 8, 7, 9, 9, 7, 9, 9, 5, 8, 10 ja 10.

Määritä arvosanojen

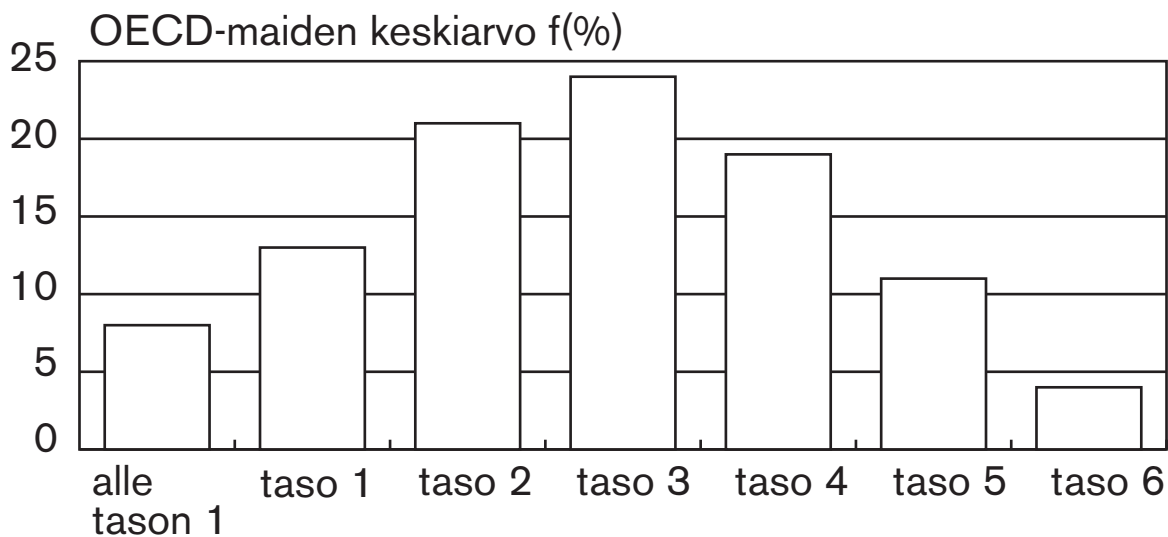
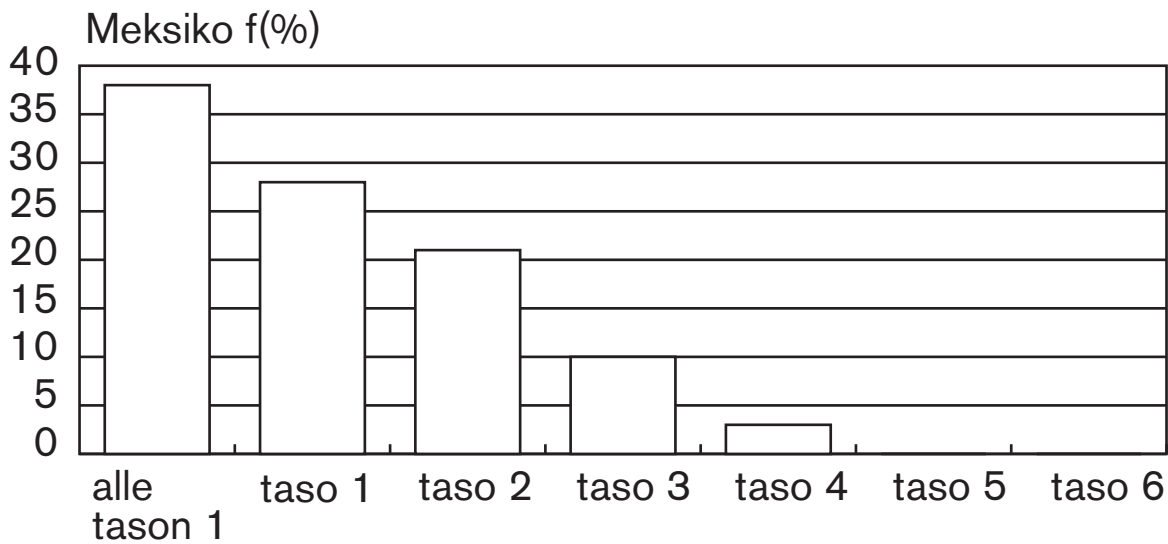
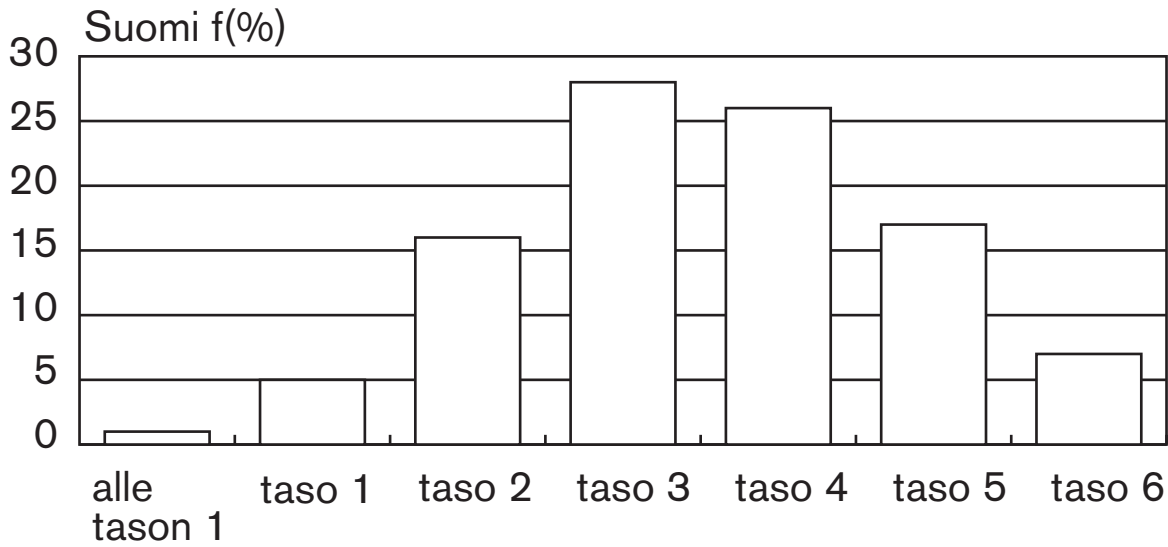
- a) tyyppi-arvo
- b) mediaani
- c) keskiarvo kahden desimaalin tarkkuudella.

2. 9A-luokan matematiikan arvosanat ovat 8, 9, 6, 7, 8, 5, 9, 5, 9, 8, 9, 9, 10, 7, 8, 10 ja 9. Määritä arvosanojen keskiluvut.

3. Kalle sai matematiikan kokeista arvosanat 8,5 ja 9–. Harjoitustyöstä hän sai 9+ ja tuntiaktiivisuudesta 9,5. Opettajan antamaan arvosanaan vaikuttivat kokeet 60 %, harjoitustyö 30 % ja tuntiaktiivisuus 10 %. Mikä tuli Kallen todistuksen matematiikan arvosanaksi?

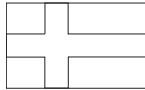
## 34. Vinot jakaumat

Oppilaiden prosenttiosuudet matematiikan eri suoritustasoilla  
PISA 2000 -tutkimuksessa

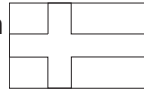


# 35. Eurooppalaiset perheet

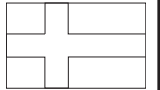
Matti Suomalainen



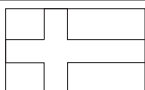
Leena Suomalainen



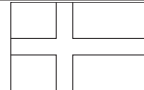
Mia Suomalainen



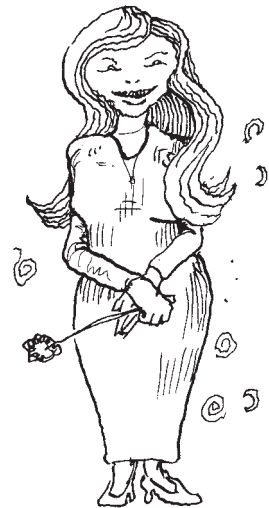
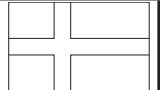
Jussi Suomalainen



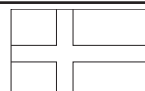
Nils Svensson



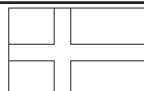
Lisa Svensson



Maria Svensson

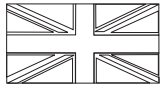


Per Svensson

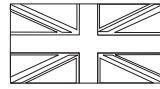


käännä

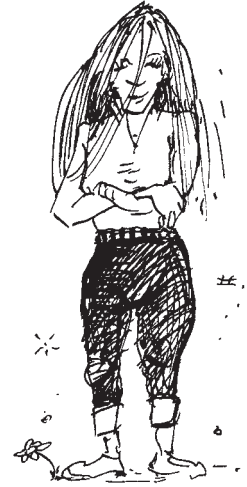
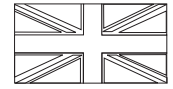
John Jones



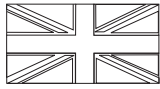
Mary Jones



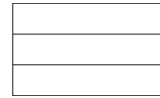
Ann Jones



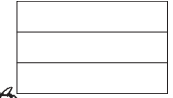
Mark Jones



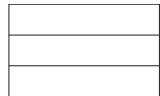
Peter Müller



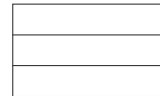
Grete Müller



Max Müller



Lotte Müller



## 36. Kotitehtävien vastauksia

---

**K58. a)** A: 0,50                      B: 0,38                      C: 0,33

**b)** Onnenpyörässä A, koska siinä voiton todennäköisyys on suurin.

**K59. a)**  $\frac{1}{6} = 0,17$                       **b)**  $\frac{2}{6} = 0,50$                       **c)**  $\frac{4}{6} = 0,67$

**d)**  $\frac{0}{6} = 0$                       **e)**  $\frac{2}{6} = 0,33$                       **f)**  $\frac{6}{6} = 1$

**K60. a)**  $\frac{1}{10} = 0,10$                       **b)**  $\frac{2}{10} = 0,20$

**c)**  $\frac{0}{10} = 0$                       **d)**  $\frac{5}{10} = 0,50$

**K61. a)**  $\frac{140}{400} = 0,35$                       **b)**  $\frac{400 - 140}{400} = 0,65$                       **c)**  $\frac{130}{340} = 0,38$

**K62. a)**  $\frac{8}{20} = 0,40$                       **b)**  $\frac{12}{20} = 0,60$

**c)**  $\frac{1}{20} = 0,05$                       **d)**  $\frac{1}{20} = 0,05$

**K63. a)**  $\frac{1}{6} = 0,17$                       **b)**  $\frac{2}{6} = 0,33$                       **c)**  $\frac{0}{6} = 0$

**d)**  $\frac{2}{6} = 0,33$                       **e)**  $\frac{1}{6} = 0,17$                       **f)**  $\frac{3}{6} = 0,50$

**K64. a)**  $\frac{13}{19} = 0,68$                       **b)**  $\frac{6}{19} = 0,32$

**c)**  $\frac{0}{19} = 0$                       **d)**  $\frac{1}{19} = 0,053$

**K65. a)**  $\frac{20}{500} = 0,04$                       **b)**  $\frac{15}{300} = 0,05$

**K66. a)**  $\frac{18}{150} = 0,12$                       **b)**  $\frac{18 - 8}{150 - 89} = \frac{10}{61} = 0,16$

**K67. a)**  $\frac{30 + 31}{365} = 0,17$                       **b)**  $\frac{365 - 61}{365} = 0,83$

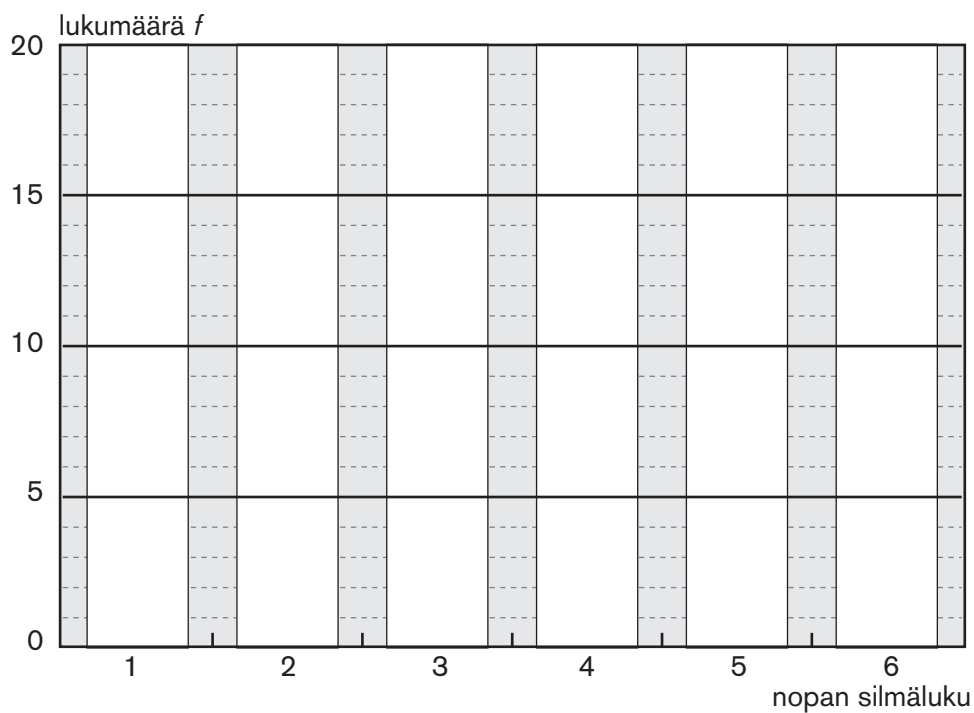
## 37. Nopanheitto

Nimi: \_\_\_\_\_

1. Heitä noppaa 20 kertaa. Taulukoi tulokset tukkimiehen kirjanpidolla ja laske pistelukujen frekvenssit sekä suhteelliset frekvenssit.

Pisteluku	Tukkimiehen kirjanpito	$f$	$f$ (%)
1			
2			
3			
4			
5			
6			
Yhteensä			

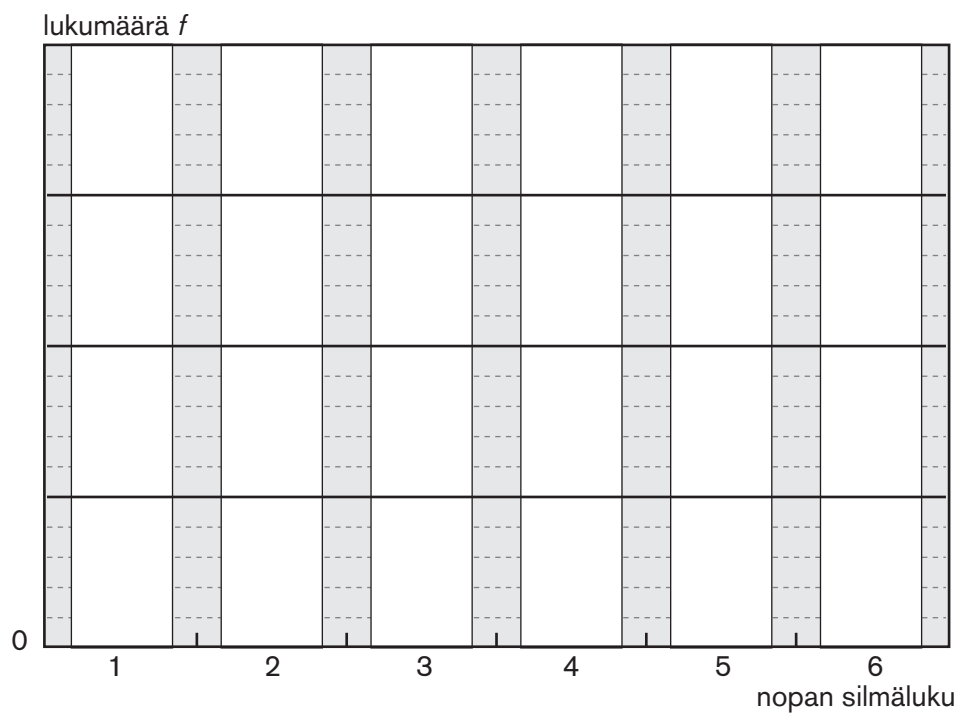
2. Piirrä pistelukujen frekvenssien pystypylväskuvio.



1. Kokoa taulukkoon koko luokan nopanheiton tulokset ja laske pistelukujen frekvenssit sekä suhteelliset frekvenssit.

Pisteluku	Heittojen tulokset	$f$	$f$ (%)
1			
2			
3			
4			
5			
6			
Yhteensä			

2. Piirrä koko luokan nopanheiton pistelukujen frekvenssien pystypylväskuvio.



## 39. Kolikonheitto

Nimi:

1. Heitä kolikkoa 20 kertaa. Täydennä taulukko.

Oma kolikonheitto

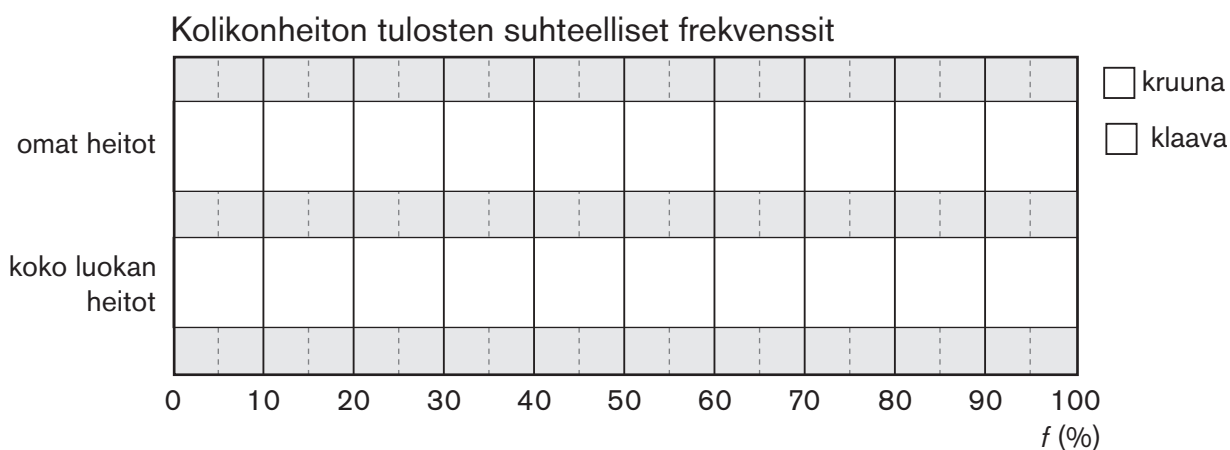
	Tukkimiehen kirjanpito	$f$	$f$ (%)
kruuna			
klaava			
Yhteensä			

2. Kokoa taulukkoon koko luokan kolikon heitot. Täydennä taulukko.

Luokan kolikonheitto

	Luokan heittojen tulokset	$f$	$f$ (%)
kruuna			
klaava			
Yhteensä			

3. Piirrä omasi ja koko luokan kolikonheiton tulosten suhteellisten frekvenssien vaakaryhmäpylväskuvio.



## 40. Kotitehtävien vastauksia

**K68. a)**  $\frac{4}{23} = 0,17$

**b)**  $\frac{2}{23} = 0,087$

**c)**  $\frac{6}{23} = 0,26$

**d)**  $\frac{17}{23} = 0,74$

**K69. a)**  $\frac{630}{40 \cdot 30} = 0,53$

**b)** Tilastollisesti määritetty todennäköisyys 0,53 poikkeaa vain kolme sadasosaa eli hyvin vähän klassisesta todennäköisyydestä 0,5.

**K70. a)**  $\frac{72}{200} = 0,36$

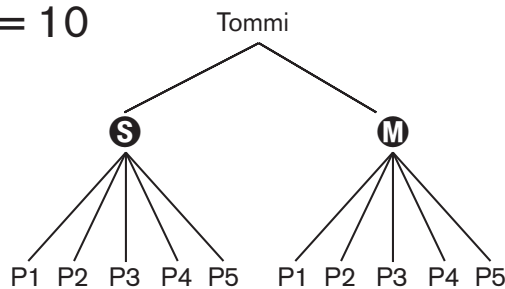
**b)**  $\frac{22}{200} = 0,11$

**c)**  $\frac{58}{200} \cdot 20 = 6$

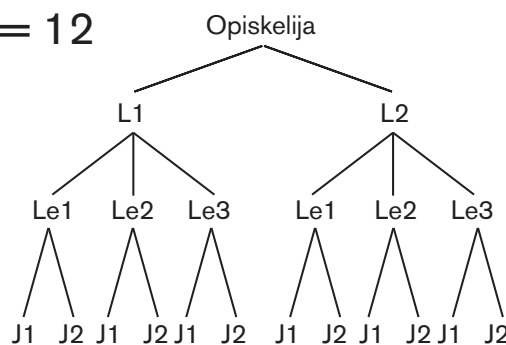
**d)**  $\frac{43}{200} \cdot 20 = 4$

**K71.**  $4 \cdot 2 = 8$

**K72.**  $2 \cdot 5 = 10$



**K73.**  $2 \cdot 3 \cdot 2 = 12$



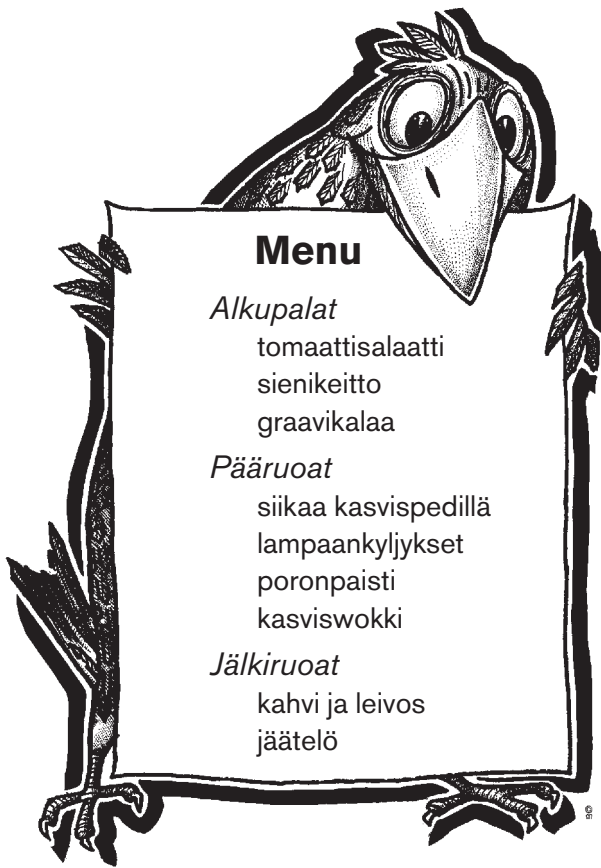
**K74. a)**  $11 \cdot 10 \cdot 9 = 990$

**b)**  $10 \cdot 9 \cdot 8 = 720$

**c)**  $11 \cdot 10 \cdot 9 = 990$

**K75. a)**  $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 120$

**b)**  $\frac{8}{120} = 0,067$ , mielekkäät sanat ovat VALO, TALO, LOAT, TOLA, LATO, VAOT, OVAT, OLAT



1. Jaana on allerginen kalalle. Kuinka monta erilaista ateriaa hän voi valita? Piirrä puumalli.

2. Jenna on kasvissyöjä. Kuinka monta erilaista ateriaa hän voi valita? Piirrä puumalli.

3. Harri pitää kaikenlaisesta ruuasta. Kuinka monta erilaista ateriaa hän voi valita?

- 
1. Luokalla on 18 oppilasta. Urheilupäivän pussijuoksuviestijoukkueelle valitaan kapteeni ja varakapteeni. Kuinka monella eri tavalla valinta voidaan tehdä?
- 
2. Jo valittujen kapteenien lisäksi joukkueeseen valitaan kaksi henkilöä. Kuinka monella eri tavalla kolmannen ja neljännen osuuden juoksija voidaan valita joukkueeseen?
- 
3. Pussijuoksujoukkueen kapteeniksi valittiin Sanni ja varakapteeniksi Kimi. Joukkueeseen valittiin heidän lisäksi Aapo ja Krista. Kuinka monta erilaista juoksujärjestystä joukkueelle voidaan muodostaa?
- 
4. Kuinka monella eri tavalla viestin aloittaja voidaan valita?
- 
5. Sanni aloittaa joukkueen kapteenina viestin. Kuinka monella eri tavalla voidaan valita toisen osuuden juoksija?
- 
6. Millä todennäköisyydellä Krista juoksee toisen osuuden, kun Sanni aloittaa viestin?

1. Nooralla on vihreä jakku, mustat, valkoiset ja vihreät pitkät housut sekä musta, valkoinen ja vihreä pusero. Kuinka monta erilaista asuvaihtoehtoa Nooralla on, kun asuun kuuluu aina jakku? Piirrä puumalli.

---
2. Laske todennäköisyys, että Nooralla on kokonaan vihreä asu.

---
3. Laske todennäköisyys, että Nooralla on vihreä jakku, mustat housut ja pusero.

---
4. Laske todennäköisyys, että Nooran kaikki vaatteet ovat eriväriset.

---
5. Nooralla on jakkujen, housujen ja puseroiden lisäksi neljä huivia. Kuinka monta eri asuvaihtoehtoa Nooralla on?

## 44. Tietokilpailu

1. Mikä on havaintoarvojen 5 g, 6 g, 4 g, 5 g ja 6 g tyyppi-arvo?

2. Mikä on havaintoarvojen 2 g, 4 g, 4 g, 6 g, 6 g ja 10 g mediaani?

3. Laske lämpötilojen  $-6$ ,  $-5$ ,  $0$ ,  $1$ ,  $5$  ja  $8$  ( $^{\circ}\text{C}$ ) keskiarvo yhden desimaalin tarkkuudella.

4. Mikä on lämpötilojen  $-6$ ,  $-5$ ,  $0$ ,  $1$ ,  $5$  ja  $8$  ( $^{\circ}\text{C}$ ) vaihteluvälin pituus?

5. Kuinka monta sivua kuvalehdessä on keskimäärin?

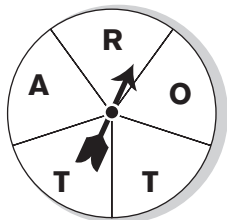
### Kuvalehti

Sivujen lukumäärä	$f$
100	10
108	10
116	20
124	8
140	2

6. Satunnaisesti valitulta oppilaalta kysytään viimeisintä matematiikan arvosanaa. Luettele satunnaiskokeen alkeistapaukset.

## 44. Tietokilpailu

7. Millä todennäköisyydellä onnenpyörän viisari pysähtyy vokaalin kohdalle?



8. Noppaa heitetään kerran. Millä todennäköisyydellä saatu pisteluku on 3 tai 4?

9. Millä todennäköisyydellä satunnaisesti valitun 7B luokkalaisten etunimessä on 6 kirjainta?

### 7B-luokkalaisten etunimet

Kirjainten lukumäärä	$f$
4	4
5	5
6	2
7	3

10. Koulun 400 oppilaasta 32 on vasenkätisiä. Millä on todennäköisyydellä sattumanvaraisesti valittu koulun oppilas on oikeakätinen?

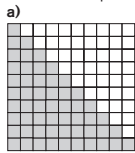
11. Joukkueessa on 16 pelaajaa. Kuinka monella eri tavalla joukkueelle voidaan valita kapteeni ja varakapteeni?

12. Tanjalla on neljä puseroa ja kaksi hametta. Kuinka monella eri tavalla Tanja voi niihin pukeutua?

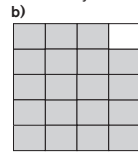
## 2. Kertaustehtäviä

Nimi: \_\_\_\_\_

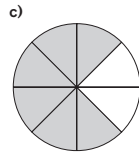
1. Kuinka monta prosenttia kuviosta on väritytty?



55 %

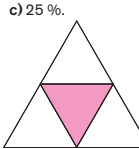
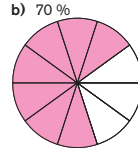
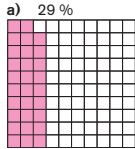


95 %



75 %

2. Värity kuviosta



3. Muunna prosenttiluvuksi.

a)  $0,13 = 13 \%$

b)  $0,9 = 90 \%$

c)  $0,05 = 5 \%$

4. Muunna desimaaliluvuksi.

a)  $60 \% = 0,60$

b)  $7 \% = 0,07$

c)  $200 \% = 2$

5. Isä antaa Maijalle 20 % pöydällä olevista rahoista.

a) Kuinka paljon Maija saa rahaa?

V: 11 €



b) Maija kuluttaa rahoista 60 % ja laittaa loput säästöön. Kuinka paljon Maija laittaa rahaa säästöön?

V: 6 €

WSOY ■ Opettajan opas ■ Laskutaito X 63

## 3. Muutos- ja vertailuprosentti

Nimi: \_\_\_\_\_

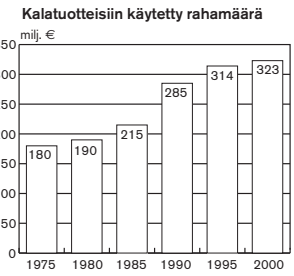
1. Kuinka monta prosenttia kalatuotteisiin käytetty rahamäärä kasvoi vuosina

a) 1975–1985  
 $\frac{215 - 180}{180} \approx 0,19 = 19 \%$

b) 1985–1995  
 46 %

c) 1975–1995  
 74 %

d) 1975–2000?  
 79 %



2. Sami ja Anssi olivat kalastamassa. Kuinka monta prosenttia

a) enemmän Sami sai kaloja kuin Anssi  
 $\frac{5 - 4}{4} = 0,25 = 25 \%$

b) vähemmän Anssi sai kaloja kuin Sami  
 20 %

c) enemmän painoivat Anssin kalat kuin Samin kalat  
 125 %

d) vähemmän painoivat Samin kalat kuin Anssin kalat?  
 56 %

Samin kalansaalis



Anssin kalansaalis

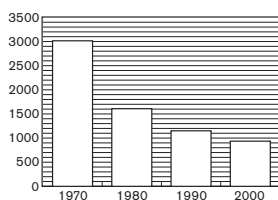


64 Laskutaito X ■ Opettajan opas ■ WSOY

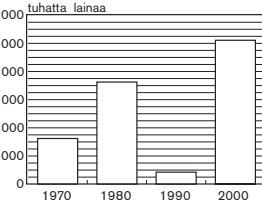
## 6. Kuvioiden tulkintaa

Nimi: \_\_\_\_\_

Kirjastojen lukumäärä v. 1970–2000



Kirjalainojen lukumäärä v. 1970–2000  
 tuhatta lainaa



1. Kuinka monta kirjastoa Suomessa oli

a) vuonna 1970 n. 3 000

b) vuonna 2000? n. 950

2. Kuinka monta kirjastoa lakkautettiin

a) vuosina 1970–1980 1 400

b) vuosina 1990–2000 n. 200

c) vuosina 1970–2000? 2 100

3. Kuinka monta prosenttia kirjastojen määrä väheni vuosina 1990–2000?

n. 20 %

4. Milloin kirjastoja lakkautettiin eniten?

vuosina 1970–1980

5. Kuinka paljon lainojen määrä kasvoi

a) vuosina 1970–1980 40 000 000

b) vuosina 1990–2000 90 000 000

c) vuosina 1970–2000? 70 000 000

6. Kuinka monta prosenttia lainojen määrä kasvoi

a) vuosina 1970–1980 125 %

b) vuosina 1990–2000? 800 %

7. Kuinka monta lainausta tehtiin keskimäärin yhden kuukauden aikana

a) vuonna 1970 3 000 000

b) vuonna 2000? 8 000 000

WSOY ■ Opettajan opas ■ Laskutaito X 67

## 10. Frekvenssitaulukko

Nimi: \_\_\_\_\_

1. Taulukoi 9A-luokan oppilaiden sukunimet kirjainten lukumäärän perusteella, kun sukunimissä on kirjaimia 9, 9, 7, 11, 11, 10, 10, 9, 8, 10, 9, 10, 4, 6, 6, 9 ja 8.

Kirjaimia	Tukkimiehen kirjanpito	f	f (%)
4	I	1	5,9
5			
6	II	2	11,8
7	I	1	5,9
8	II	2	11,8
9	IIII	5	29,4
10	IIII	4	23,5
11	II	2	11,8
	Yhteensä	17	100,1

2. Taulukoi 8A-luokan oppilaiden etunimet Ilmari, Outi, Paula, Jaana, Pinja, Jesse, Pia, Eero, Sara, Mia-Maria, Emilia, Tuula, Johannes, Satu-Mari, Jani, Maaria, Petteri, Arttu, Niko, Senja, Samuli, Leo, Krista ja Vera kirjainten lukumäärän perusteella.

Kirjaimia	Tukkimiehenkirjanpito	f	f (%)
3	II	2	8,3
4	IIII	6	25
5	IIII II	7	29,2
6	IIII		20,8
7	I	1	4,2
8	III	3	12,5
	Yhteensä	24	100,0

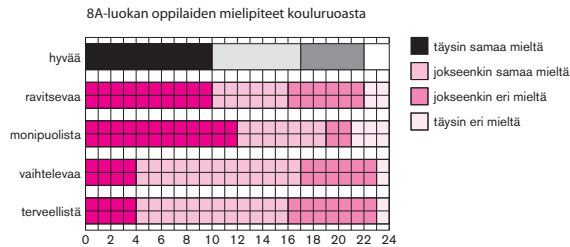
WSOY ■ Opettajan opas ■ Laskutaito X 71

## 14. Summapylväskuvio Nimi:

### 1. 8A-luokan oppilaiden mielipiteet kouluruoasta

	täysin samaa mieltä	jokseenkin samaa mieltä	jokseenkin eri mieltä	täysin eri mieltä
hyvää	10	7	5	2
ravitsevaa	10	6	6	2
monipuolista	12	7	2	3
vaihtelevaa	4	13	6	1
terveellistä	4	12	7	1

Täydennä summapylväskuvio. Värity sama mielipide samalla värillä.



### 2. Kokoa oman luokkasi mielipiteet ja esitä tulokset summapylväskuviona.



## 15. Ryhmäpylväskuvio Nimi:

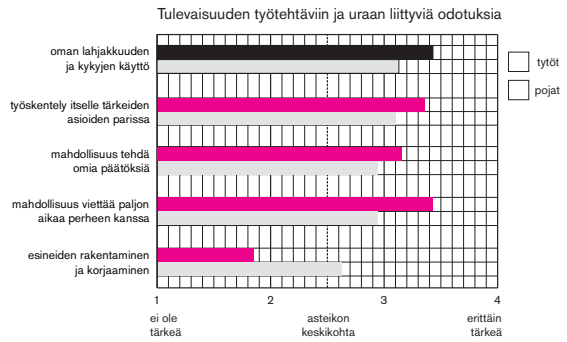
### Tulevaisuuden työtehtäviin ja uraan liittyviä odotuksia.

	Tytöt	Pojat
Oman lahjakkuuden ja kykyjen käyttö	3,43	3,13
Mahdollisuus tehdä omia päätöksiä	3,35	3,09
Mahdollisuus viettää paljon aikaa perheen kanssa	3,15	2,93
Työskentely itselle tärkeiden asioiden parissa	3,42	2,93
Esineiden rakentaminen ja korjaaminen	1,84	2,62

Lähde: Tutkimustuloksia nuorten näkemyksistä teknologia-alasta ja luonnontieteiden opetuksesta. 2005. Teknologiateollisuus ry

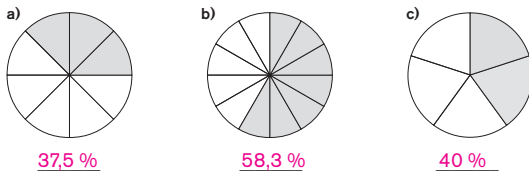
Taulukossa on 9-luokkalaisten tehdyn kyselyn tulokset. Oppilaat ovat vastanneet kysymyksiin neliportaisella asteikolla, jonka ääripäät olivat: 1. Ei ole tärkeä, 4. Erittäin tärkeä. Vastaukset pisteytettiin numeroilla 1, 2, 3 ja 4. Taulukossa on vastausten pisteiden keskiarvot.

Täydennä ryhmäpylväskuvio.

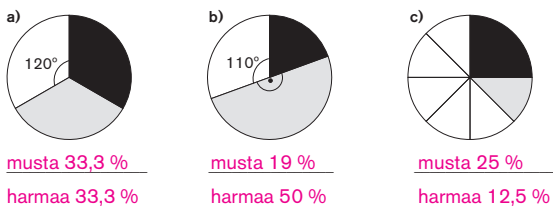


## 17. Ympyräkuviota Nimi:

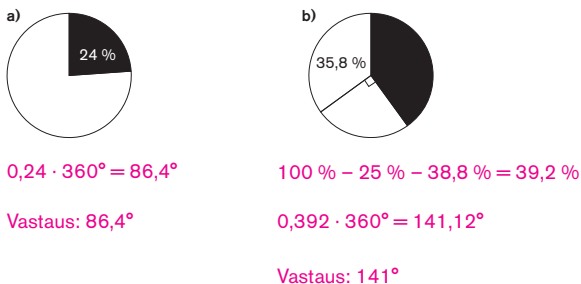
### 1. Kuinka monta prosenttia kuviosta on väritytty?



### 2. Arvioi, kuinka monta prosenttia kuviosta on väritytty mustalla ja kuinka monta prosenttia harmaalla.



### 3. Laske mustan keskuskulman suuruus.



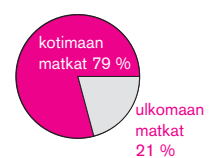
## 18. Ympyräkuviota Nimi:

### 1. Laske keskuskulman suuruus ja piirrä ympyräkuviota suomalaisten koti- ja ulkomaanmatkoista. Värity sektorit eri väreillä.

Suomalaisten matkat v. 2000.

Kohde	f (%)	Keskuskulman suuruus
kotimaan	79	284°
ulkomaat	21	76°
<b>Yhteensä</b>	<b>100</b>	<b>360°</b>

Suomalaisten matkat v. 2000



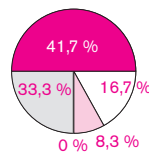
Lähde: Tilastokeskus

### 2. Laske keskuskulman suuruus ja piirrä ympyräkuviota tyttöjen ja poikien lemmikkieläimistä.

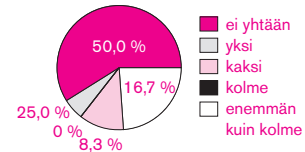
Lemmikkieläimet

Lemmikkieläimiä	Poika		Keskuskulman suuruus	Tyttö		Keskuskulman suuruus
	f	f (%)		f	f (%)	
ei yhtään	5	41,7	150°	6	50	180°
yksi	4	33,3	120°	3	25	90°
kaksi	1	8,3	30°	1	8,3	30°
kolme	0			0		
enemmän kuin kolme	2	16,7	60°	2	16,7	60°
<b>Yhteensä</b>	<b>12</b>	<b>99,8</b>	<b>360°</b>	<b>12</b>	<b>100</b>	<b>360°</b>

Poikien lemmikkieläimet



Tyttöjen lemmikkieläimet



■ ei yhtään  
■ yksi  
■ kaksi  
■ kolme  
■ enemmän kuin kolme

## 19. Ympyräkuvioita

Nimi:

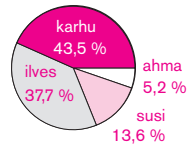
1. Täydennä taulukko ja piirrä ympyräkuvio suurpetojen vähimmäismääristä Itäisessä Suomessa vuoden 2003 lopussa.

Suurpedot Itä-Suomessa v. 2003

Suurpeto	f	f (%)	keskuskulma
karhu	335	43,5	157°
ilves	290	37,7	136°
susi	105	13,6	49°
ahma	40	5,2	18°
<b>Yhteensä</b>	<b>770</b>	<b>100,0</b>	<b>360°</b>

Lähde: www.metsa.fi

Suurpedot Itä-Suomessa v. 2003

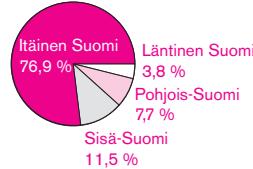


2. Piirrä ympyräkuviot susien määristä Suomessa vuonna a) 2000 b) 2003. Väritä sektorit eri väreillä.

Susien lukumäärät vuonna 2000

Alue	Susia	f (%)	keskuskulma
Pohjois-Suomi	10	7,7	28°
Läntinen Suomi	5	3,8	14°
Sisä-Suomi	15	11,5	42°
Itäinen Suomi	100	76,9	276°
<b>Yhteensä</b>	<b>130</b>	<b>99,9</b>	<b>360°</b>

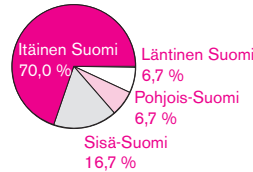
Susien lukumäärä v. 2000



Susien lukumäärät vuonna 2003

Alue	Susia	f (%)	keskuskulma
Pohjois-Suomi	10	6,7	24°
Läntinen Suomi	10	6,7	24°
Sisä-Suomi	25	16,7	60°
Itäinen Suomi	105	70	252°
<b>Yhteensä</b>	<b>150</b>	<b>100,1</b>	<b>360°</b>

Susien lukumäärä v. 2003



Lähde: www.metsa.fi

80 Laskutaito X ■ Opettajan opas ■ WSOY

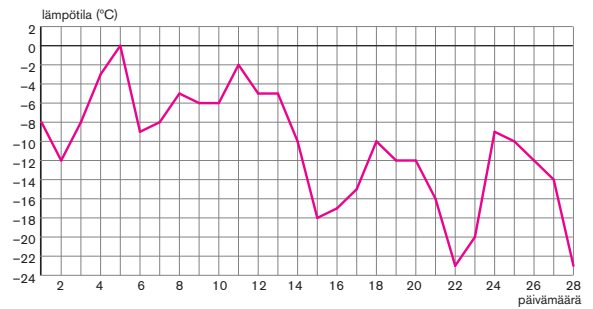
## 22. Lämpötiloja

Nimi:

Piirrä viivadiagrammi Kuusamon keskilämpötiloista helmikuussa 2005.

Päivä	Lämpötila (°C)	Päivä	Lämpötila (°C)
1	-8	15	-18
2	-12	16	-17
3	-8	17	-15
4	-3	18	-10
5	0	19	-12
6	-9	20	-12
7	-8	21	-16
8	-5	22	-23
9	-6	23	-20
10	-6	24	-9
11	-2	25	-10
12	-5	26	-12
13	-5	27	-14
14	-10	28	-23

Kuusamon keskilämpötilat helmikuussa 2005

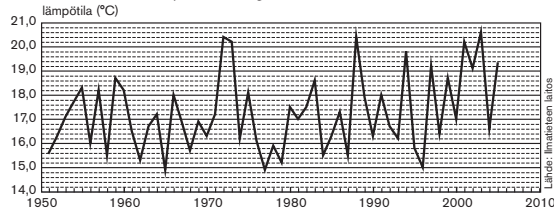


WSOY ■ Opettajan opas ■ Laskutaito X 83

## 27. Kertaustehtäviä

Nimi:

Heinäkuun keskilämpötila Helsingin Kaisaniemessä v. 1951–2005



1. a) Mikä on Helsingin korkein heinäkuun keskilämpötila? **20,6°**  
 b) Milloin korkein lämpötila on mitattu? **2003**  
 c) Mikä on Helsingin alhaisin heinäkuun keskilämpötila? **14,9°**  
 d) Milloin alhaisin lämpötila on mitattu? **1965 ja 1977**

2. Täydennä taulukko.

Keskuskoulun oppilaiden mieliaruoka koulussa

Mieliaruoka	Tytöt f	f (%)	Pojat f	f (%)
lasagne	35	36,8	46	42,2
kalapaukot	25	26,3	30	27,5
lihapullat	24	25,3	28	25,7
kasviskeitto	11	11,6	5	4,6
<b>Yhteensä</b>	<b>95</b>	<b>100,0</b>	<b>109</b>	<b>100,0</b>

3. Täydennä taulukko. Oppilaiden matematiikan arvosanat todistuksissa ovat 8, 9, 6, 9, 7, 10, 8, 10, 10, 5, 8, 7, 7, 8, 9, 6, 7, 8, 7, 10, 9, 8, 9 ja 9.

Arvosana	Tukkimiehen kirjanpito	f	f (%)
5	I	1	4,2
6	II	2	8,3
7	III	5	20,8
8	III I	6	25,0
9	III I	6	25,0
10	IIII	4	16,7
<b>Yhteensä</b>		<b>24</b>	<b>100,0</b>

Käännä!

88 Laskutaito X ■ Opettajan opas ■ WSOY

## 27. Kertaustehtäviä

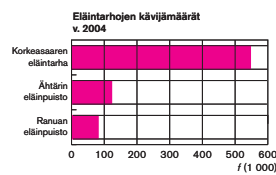
Nimi:

Eläintarhojen kävijämäärät Suomessa v. 2001–2004

Eläintarha	2001	2002	2003	2004
Korkeasaaren eläintarha	505 800	566 574	469 059	547 087
Ähtärin eläinpuisto	113 765	120 480	120 185	122 751
Ranuan eläinpuisto	67 365	77 891	79 113	81 655

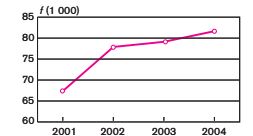
Lähde: Matkailun edistämiskeskus 2004

4. Piirrä vaakapylväskuvio kävijämääristä eläintarhoissa v. 2004.



5. Piirrä viivakuviot kävijämääristä Ranuan eläinpuistossa.

Ranuan eläinpuiston kävijämäärät v. 2001–2004



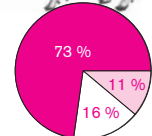
6. Piirrä ympyräkuvio eläintarhojen kävijämääristä v. 2004.

Korkeasaari:  
 $\frac{550}{750} = 0,7333... \approx 73\%$   
 $0,73 \cdot 360^\circ = 264^\circ$

Ähtäri:  
 $\frac{120}{750} = 0,16 = 16\%$   
 $0,16 \cdot 360^\circ \approx 58^\circ$

Ranua:  
 $100\% - 73\% - 16\% \approx 11\%$

Eläintarhojen kävijämäärät v. 2004



■ Korkeasaaren eläintarha  
 ■ Ähtärin eläinpuisto  
 ■ Ranuan eläinpuisto

WSOY ■ Opettajan opas ■ Laskutaito X 89

## 42. Joukkueita

Nimi: \_\_\_\_\_

- Luokalla on 18 oppilasta. Urheilupäivän pussijoukkuuviestijoukku eelle valitaan kapteeni ja varakapteeni. Kuinka monella eri tavalla valinta voidaan tehdä?  
 $18 \cdot 17 = 306$
- Jo valittujen kapteenien lisäksi joukkueeseen valitaan kaksi henkilöä. Kuinka monella eri tavalla kolmannen ja neljännen osuuden juoksija voidaan valita joukkueeseen?  
 $16 \cdot 15 = 240$
- Pussijoukkuuviestijoukkuun kapteeniksi valittiin Sanni ja varakapteeniksi Kimi. Joukkueeseen valittiin heidän lisäksi Aapo ja Krista. Kuinka monta erilaista juoksujärjestystä joukkueelle voidaan muodostaa?  
 $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$
- Kuinka monella eri tavalla viestin aloittaja voidaan valita?  
**Viestin voi aloittaa Sanni, Kimi, Krista tai Aapo eli viestin aloittaja voidaan valita neljällä eri tavalla.**
- Sanni aloittaa joukkueen kapteenina viestin. Kuinka monella eri tavalla voidaan valita toisen osuuden juoksija?  
**Kolmella tavalla**
- Millä todennäköisyydellä Krista juoksee toisen osuuden, kun Sanni aloittaa viestin?  
 $\frac{1}{3} = 0,33$

WSOY ■ Opettajan opas ■ Laskutaito X 105

## 43. Toistokoe

Nimi: \_\_\_\_\_

- Nooralla on vihreä jakku, mustat, valkoiset ja vihreät pitkät housut sekä musta, valkoinen ja vihreä pusero. Kuinka monta erilaista asuvaihtoehtoa Nooralla on, kun asun kuuluu aina jakku? Piirrä puumalli.
- Laske todennäköisyys, että Nooralla on kokonaan vihreä asu.  
 $\frac{1}{9}$
- Laske todennäköisyys, että Nooralla on vihreä jakku, mustat housut ja pusero.  
 $\frac{1}{9}$
- Laske todennäköisyys, että Nooran kaikki vaatteet ovat eriväriset.  
 $\frac{2}{9}$
- Nooralla on jakkujen, housujen ja puseroiden lisäksi neljä huivia. Kuinka monta erilaista asuvaihtoehtoa Nooralla on?  
 $1 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 4 = 36$

106 Laskutaito X ■ Opettajan opas ■ WSOY

## 44. Tietokilpailu

- Mikä on havaintoarvojen 5 g, 6 g, 4 g, 5 g ja 6 g tyyppiarvo?  
**5 g ja 6 g**
- Mikä on havaintoarvojen 2 g, 4 g, 4 g, 6 g, 6 g ja 10 g mediaani?  
**5 g**
- Laske lämpötilojen -6, -5, 0, 1, 5 ja 8 (°C) keskiarvo yhden desimaalin tarkkuudella.  
**0,5 °C**
- Mikä on lämpötilojen -6, -5, 0, 1, 5 ja 8 (°C) vaihteluvälin pituus?  
**14 °C**
- Kuinka monta sivua kuvalehdessä on keskimäärin?  
**113 sivua**
- Satunnaisesti valitulta oppilaalta kysytään viimeisintä matematiikan arvosanaa. Luettele satunnaiskokeen alkeistapaukset.  
**4, 5, 6, 7, 8, 9 ja 10**

**Kuvalehti**

Sivujen lukumäärä	f
100	10
108	10
116	20
124	8
140	2

WSOY ■ Opettajan opas ■ Laskutaito X 107

## 44. Tietokilpailu

- Millä todennäköisyydellä onnenpyörän viisari pysähtyy vokaalin kohdalle?  
  
 **$\frac{2}{5}$**
- Noppaa heitetään kerran. Millä todennäköisyydellä saatu pisteluku on 3 tai 4?  
 **$\frac{1}{3}$**
- Millä todennäköisyydellä satunnaisesti valitun 7B luokkalaisten etunimessä on 6 kirjainta?  
 **$\frac{1}{7}$**
- Koulun 400 oppilaasta 32 on vasenkätisiä. Millä todennäköisyydellä sattumanvaraisesti valittu koulun oppilas on oikeakätinen?  
 **$\frac{23}{25}$**
- Joukkueessa on 16 pelaa- jaa. Kuinka monella eri tavalla joukkueelle voidaan valita kapteeni ja varakapteeni?  
 **$16 \cdot 15 = 240$**
- Tanjalla on neljä puseroa ja kaksi hametta. Kuinka monella eri tavalla Tanja voi niihin pukeutua?  
 **$4 \cdot 2 = 8$**

**7B-luokkalaisten etunimet**

Kirjainten lukumäärä	f
4	4
5	5
6	2
7	3

108 Laskutaito X ■ Opettajan opas ■ WSOY