

3-14.

$$h = 4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs}, c = 2,99792 \cdot 10^8 \text{ m/s}, 1 \text{ eV} = 1,60218 \cdot 10^{-19} \text{ J}, \lambda = 960 \text{ nm}$$

- a) Fotonin energia on

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda} = \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,99792 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{960 \cdot 10^{-9} \text{ m}} \approx 1,3 \text{ eV}.$$

- b)
- $v = 1,0 \text{ Mm/s}$
- ,
- $h = 6,62607 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$
- ,
- $m = 1,67262 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

Protonin de Broglie aallonpituus on

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{6,62607 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{1,67262 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot 1,0 \cdot 10^6 \text{ m/s}} \approx 4,0 \cdot 10^{-13} \text{ m} = 0,40 \text{ pm}.$$

3-15.

- a) Elektronimikroskopian perustan muodostavat de Broglie teoria ja elektronien ohjaaminen magneettikentässä käämien magneettikentillä.
- b) Elektronimikroskoopin erotuskyky on noin 0,5 nm, Se on merkittävästi parempi kuin optisen mikroskoopin erotuskyky (max 250 nm). Erotuskyvyn määräävät käytettävä kiihdytysjännite ja elektronien de Broglie aallonpituus.
- c) Elektronimikroskooppia käytetään mm. lääketieteessä ja nanotekniikan tutkimuksissa.
- d)  $m = 9,10938 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ ,  $U = 55 \text{ V}$ ,  $h = 6,62607 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ ,  $Q = |-e| = 1,60218 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Elektroniin vaikuttavan sähköisen voiman tekemä työ on yhtä suuri kuin elektronin potentiaalienergian muutos eli  $W = QU$ , jossa  $Q$  on elektronin varauksen itseisarvo. Kiihdytyksessä potentiaalienergia muuntuu elektronin liike-energiaksi  $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ . Yhtälöstä  $QU = \frac{1}{2}mv^2$  saadaan elektronin nopeudeksi

$$v = \sqrt{\frac{2QU}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,60218 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 55 \text{ V}}{9,10938 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}} \approx 4,39853 \cdot 10^6 \text{ m/s}.$$

Elektronin de Broglie aallonpituus on

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{6,62607 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{9,10938 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 4,39853 \cdot 10^6 \text{ m/s}} \approx 1,7 \cdot 10^{-10} \text{ m} \approx 0,17 \text{ nm}.$$

3-8.

- a) Aaltohiukkasdualismi tarkoittaa, että sekä hiukkasella että sähkömagneettisella aallolla on aalto- ja hiukkasominaisuus. Esimerkiksi valoon liittyviä ilmiöitä voidaan mallintaa joko aalloilla tai hiukkasilla.
- b) i) Sähkömagneettisen säteilyn aaltoluonne ilmenee esimerkiksi valon taipumisessa kapeassa raossa sekä valon interferenssissä sen kulkiessa hilan läpi, jolloin läpimenneistä aalloista syntyy interferenssikuvia.
- ii) Säteilyn hiukkasluonne ilmenee valosähköilmiössä, Comptonin ilmiössä sekä fotonisuihkun osuessa fluoresoivalle pinnalle, johon syntyy valaiseva jälki.
- iii) Hiukkasten aaltoluonne ilmenee, kun elektronisuihku kohtaa kaksoisraon, läpimenneet elektronit taipuvat ja eri suuntiin etenevät elektronit interferoivat, jolloin syntyy interferenssikuvio. Samoin kun elektronit siroavat kiteestä, siroanneet elektronit interferoivat, jolloin syntyy interferenssikuvio.
- iv) Hiukkasten hiukkasluonne ilmenee esimerkiksi mallinnettaessa hiukkasten törmäyksiä Newtonin mekaniikan avulla. Hiukkasluonne ilmenee myös mallinnettaessa elektronisuihkun etenemistä sähkö- ja magneettikentässä kuten varatut hiukkaset.

17)

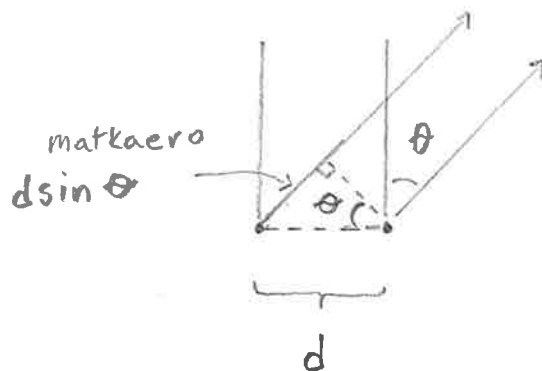
$$E_k = 7,7 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

$$h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$

$$d = 0,66 \text{ nm}$$

$$k = 1$$

$$m_e = 9,109 \dots \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$



Elektronisuihkut vahvistavat toisiaan ehdolla  $d \sin \theta = k \lambda$

missä  $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$

Elektronin nopeus saadaan liike-energiasta  $E_k = \frac{1}{2}mv^2$  eli

$$v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 7,7 \cdot 10^{-18} \text{ J}}{9,109 \dots \cdot 10^{-31} \text{ kg}}} \approx 4,11165 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

$$d \sin \theta = k \lambda$$

$$\sin \theta = \frac{k \lambda}{d}$$

$$\sin \theta = \frac{k h}{d m v} = \frac{1 \cdot 6,626 \dots \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{0,66 \cdot 10^{-9} \text{ m} \cdot 9,109 \dots \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 4,111 \dots \cdot 10^6 \text{ m/s}} = 0,268 \dots \parallel \sin^{-1}$$

$$\underline{\underline{\theta \approx 16^\circ}}$$

## 3-20.

- a) Aaltohiukkasdualismin mukaan sähkömagneettisella säteilyllä sekä hiukkasilla on kummallakin ominaisuuksia, jotka voidaan selittää vain aaltomallin avulla ja ominaisuuksia, jotka voidaan selittää vain hiukkasmallin avulla.
- b)
- i. Näkyvä valo on sähkömagneettista säteilyä. Kun valo taipuu hilassa, diffraktio (taipuminen) ja interferenssi selitetään käyttäen valon aaltomallia. Valosähköilmiössä valo irrottaa tyhjiöputkessa elektroneja metallin pinnasta ja tällöin syntyy sähkövirta vain tiettyä kynnystaajuutta suuremmilla valon taajuuksilla. Vaikka valon intensiteettiä kasvatetaan suuremmaksi, elektroneja ei irtoa, jos kynnystaajuus ei ylitä. Tästä voi päätellä, että valo koostuu fotoneista, jotka törmätessään elektroniin pystyvät irrottamaan elektronin metallin pinnasta, mikäli fotonilla on riittävän suuri energia. Fotonin energia on suoraan verrannollinen sähkömagneettisen säteilyn taajuuteen.
  - ii. Kun elektronit siroavat kaksoisrakokokeessa, ilmaisimilla nähdään samanlainen interferenssikuvio kuin valon kaksoisrakokokeessa. Interferenssikuvio noudattaa aaltomallia, kun elektronin aallonpituutena käytetään de Broglien aallonpituutta. Kun elektroni kiihdytetään sähkökentässä, sen saama liike-energia ja nopeus voidaan laskea klassisen fysiikan mukaisesti työ-energiaperiaatteen avulla. Elektronia voidaan mallintaa sähkökentässä kuten varattua hiukkasta. Kun elektroni törmää atomeihin, se kykenee irrottamaan atomien elektroniverhoista toisia elektroneja.

## 3-21.

Sekä valosähköisessä ilmiössä että Comptonin sironnassa on kyse säteilyn ja elektronin vuorovaikutuksesta. Valon hiukkasmallilla tarkoitetaan sitä, että valo koostuu fotoneista, joiden energia on kvanttiutunut:  $E = hf$ , jossa  $h$  on Planckin vakio. Valon vuorovaikutus aineen kanssa tapahtuu, kun fotonit törmäävät aineen hiukkasiin (elektroneihin). Valosähköisessä ilmiössä metallin pinnalta irtoaa elektroneja sähkömagneettisen säteilyn vuoksi. Elektronien irtoamisen vuoksi metallilevystä tulee positiivisesti varautunut. Säteilykvantin energia  $hf$  kuluu elektronin irrottamiseen metallista eli irrotustyöhön  $W_0$  ja elektronin liike-energiaksi:  $hf = W_0 + E_{\text{kin}}^{\text{max}}$ .

Valosähköisen ilmiön kokeellisista mittaustuloksista valon hiukkasmallia tukevat seuraavat kaksi seikkaa:

1. Se, että metallista irronneiden elektronien liike-energia ei ylitä tiettyä säteilyn taajuudesta riippuvaa ylärajaa, osoittaa, että elektroni voi saada säteilystä vain tietyn kokaisen energiakvantin. Liike-energian maksimiarvo saavutetaan, kun elektronin irrottamiseen metallin pinnasta kuluu mahdollisimman vähän energiaa eli irrotustyön  $W_0$  verran ja loppu muuntuu elektronin liike-energiaksi. Jos säteilyn energia ei olisi kvanttiutunut, elektronin liike-energialla ei olisi ylärajaa, ja se olisi sitä suurempi, mitä suurempi säteilyn intensiteetti on. Havaintojen mukaan intensiteetti ei vaikuta yksittäisen elektronin liike-energiaan vaan irronneiden elektronien lukumäärään.
2. Jos metallia säteilytetään tiettyä kynnystaajuutta  $f_0$  pienempitaajuisella sähkömagneettisella säteilyllä, elektroneja ei irtoa pinnasta ollenkaan eli valosähköistä ilmiötä ei tapahdu. Tämä osoittaa, että säteily koostuu kvanteista, joiden energia riippuu säteilyn taajuudesta. Elektroneja irtoaa vain riittävän suuritaajuisen (suurienergisien) säteilyn avulla, koska vain silloin säteilykvantin elektronille luovuttama energia riittää elektronin irrottamiseen.

Comptonin sironta voi tapahtua, kun sähkömagneettisen säteilyn fotonit osuu aineen (esim. grafiitin) vapaaseen elektroniin. Elektroni saa törmäyksessä fotonilta energiaa. Aineesta sironneen säteilyn suunta ja aallonpituus muuttuvat alkuperäiseen säteilyyn nähden. Comptonin sironta voidaan selittää fotonin ja elektronin kimmoisana törmäyksenä, jossa liikemäärä ja energia säilyvät, kuten kaikissa kimmoisissa törmäyksissä. Valo käyttäytyy sirontatapahtumassa kuten hiukkanen, ja siksi tämä havainto tukee valon hiukkasmallia.