

1 Spektri on aineen sormenjälki

1-8.

Koska kummankin aineen a ja b emissiospektreissä esiintyy samoissa kohden spektriviivoja kuin tutkitussa näytteessä, aineissa a ja b on samoja alkuaineita kuin tutkitussa näytteessä. Ylemmässä näytteessä on muutakin ainetta tai aineita, koska toinen punaisista viivoista ja vihreä viiva eivät esiinny tutkitussa näytteessä.

1-9.

Albert Einstein esitti vuonna 1905 valon kvanttiteorian. Sen mukaan sähkömagneettinen säteily muodostuu erillisistä hiukkasmaisista osista, valokvanteista eli fotoneista. Fotoni syntyy sähkömagneettisen säteilyn emissiossa ja häviää absorptiossa. Fotonit ovat massattomia, ja ne liikkuvat valon nopeudella.

1-10.

Käteisen rahan arvon voi ajatella kvantittuneeksi suureeksi, sillä taskussasi olevan käteisen rahan määrä voi muuttua vain kolikoiden tai seteleiden arvon mukaan (5 snt, 20 snt, 2 €, 10 €). Taskussasi ei voi koskaan olla kolikoita esimerkiksi 5,034 €:n arvosta, eikä käteisen määrä voi muuttua vaikkapa 5,9 sentillä.

1-11.

$$f = 1,2 \cdot 10^{18} \text{ Hz}$$

a) Fotonin energia on $E = hf = 6,62607 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 1,2 \cdot 10^{18} \frac{1}{\text{s}} \approx 8,0 \cdot 10^{-16} \text{ J}.$

b) $\lambda = 150 \text{ m}$

Fotonin energia on $E = hf = h \frac{c}{\lambda} = 6,62607 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot \frac{2,99792 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{150 \text{ m}} \approx 1,3 \cdot 10^{-27} \text{ J}.$

c) i) $E = 16,9 \text{ eV}$

Fotonin energian yhtälöstä $E = hf = \frac{hc}{\lambda}$ saadaan aallonpituudeksi

$$\lambda = \frac{hc}{E} = \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,99792 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{16,9 \text{ eV}} \approx 73,4 \text{ nm}.$$

ii) Fotonin aallonpituus on 73 nm. Säteilyn aallonpituus osuu röntgensäteilyn ja ultraviolettisäteilyn raja-alueelle.

1-12.

Fotonien energia ovat

$$E_1 = hf_1 = h \frac{c}{\lambda_1} = 6,62607 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot \frac{2,99792 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{400 \cdot 10^{-9} \text{ m}} \approx 5 \cdot 10^{-19} \text{ J ja}$$

$$E_2 = hf_2 = h \frac{c}{\lambda_2} = 6,62607 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot \frac{2,99792 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{700 \cdot 10^{-9} \text{ m}} \approx 3 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$$

Näkyvän valon fotonien energia vaihtelee välillä $3 \cdot 10^{-19} \text{ J} \dots 5 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$

1 Spektri on aineen sormenjälki

1-13.

$$\lambda = 480 \text{ nm}$$

a) Fotonin energia on

$$E = hf = h \frac{c}{\lambda} = \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,99792 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{480 \cdot 10^{-9} \text{ m}} \approx 2,6 \text{ eV.}$$

b) Fotonin liikemäärä on

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{6,62607 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{480 \cdot 10^{-9} \text{ m}} \approx 1,4 \cdot 10^{-27} \text{ kgm/s.}$$

Laserin sekunnissa
käytännä energia

1-14.

$$\lambda = 532 \text{ nm}, P = 200 \text{ mW}$$

Yhden fotonin energia on

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6,62607 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 2,99792 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{532 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 3,73391 \cdot 10^{-19} \text{ J.}$$

Fotonien lukumäärä sekunnissa on silloin

$$\frac{P}{E} = \frac{200 \text{ mW}}{3,73391 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = \frac{200 \cdot 10^{-3} \text{ J/s}}{3,73391 \cdot 10^{-19} \text{ J}} \approx 5 \cdot 10^{17} \frac{1}{\text{s}}.$$

Laserosoitin lähettää $5 \cdot 10^{17}$ fotonia sekunnissa.

$$P = \frac{E}{t} \Rightarrow E = P \cdot t \\ = 200 \cdot 10^{-3} \text{ W} \cdot 1 \text{ s} \\ = 200 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

1-15.

$$h = 6,62607 \cdot 10^{-34} \text{ Js} = 4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs}, c = 2,99792 \cdot 10^8 \text{ m/s}, f = 2,45 \cdot 10^9 \text{ Hz}$$

a) Koska fotonit etenevät valonnopeudella, aaltoliikkeen perusyhtälön mukaan on $c = f\lambda$, josta saadaan aallonpituudeksi

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{2,99792 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{2,45 \cdot 10^9 \text{ 1/s}} = 0,122364 \text{ m} \approx 12,2 \text{ cm}.$$

b) Fotonin energia jouleina on $E = hf = 6,62607 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 2,45 \cdot 10^9 \text{ 1/s} \approx 1,62 \cdot 10^{-24} \text{ J.}$

Fotonin energia elektronivolteina on $E = hf = 4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,45 \cdot 10^9 \text{ 1/s} \approx 1,01 \cdot 10^{-5} \text{ eV.}$

c) Fotonin liikemäärä on $p = \frac{h}{\lambda} = \frac{6,62607 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{0,122364 \text{ m}} \approx 5,42 \cdot 10^{-33} \text{ kgm/s}.$

1-16.

$$h = 6,62607 \cdot 10^{-34} \text{ Js}, c = 2,99792 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \lambda = 580 \text{ nm} = 580 \cdot 10^{-9} \text{ m}, I = 1400 \text{ W/m}^2$$

Oletetaan, että säteily tulee kohtisuoraan pintaa vastaan. Yhden fotonin energia on

$$E = hf = h \frac{c}{\lambda} = \frac{6,62607 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 2,99792 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{580 \cdot 10^{-9} \text{ m}} \approx 3,42490 \cdot 10^{-19} \text{ J.}$$

Koska auringonvalon intensiteetti Maan kiertoradan etäisyydellä on 1400 W/m^2 eli $1400 \text{ J/(s} \cdot \text{m}^2)$,

sekunnissa yhdelle neliömetrille osuu fotoneja $\frac{1400}{3,42490 \cdot 10^{-19}} \approx 4,1 \cdot 10^{21}$ kappaletta.

1 Spektri on aineen sormenjälki

1-17.

$$h = 6,62607 \cdot 10^{-34} \text{ Js} = 4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs}, c = 2,99792 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \lambda = 580 \text{ nm}, P = 75 \text{ W}$$

a) Fotonin energia on

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6,62607 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 2,99792 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{580 \cdot 10^{-9} \text{ m}}$$

$$\approx 3,42491 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$= \frac{3,42491 \cdot 10^{-19}}{1,60218 \cdot 10^{-19}} \text{ eV} \approx 2,1 \text{ eV}.$$

$$1 \text{ eV} = 0,1602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

b) Fotonien lukumäärä sekunnissa on

$$\frac{P}{E} = \frac{75 \text{ W}}{3,42491 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = \frac{75 \text{ J/s}}{3,42491 \cdot 10^{-19} \text{ J}} \approx 2,2 \cdot 10^{20} \frac{1}{\text{s}}.$$

c) Planckin vakio on hyvin pieni, ja täten myös yhden fotonin energia on yleensä hyvin pieni. Siksi esimerkiksi kattolampusta tulevassa valossa on niin paljon fotoneita, että aistimme valon jatkuvana säteilynä, emme erillisinä fotoneina. Silmän herkkyys ei myöskään riitä havaitsemaan yhtä fotonia. Jos lampun teho on 75 W, lamppu säteilee energiaa 75 J sekunnissa. Se vastaa erittäin suurta määrää fotoneita.

1-18.

$$\lambda = 580 \text{ nm}, I = 10^{-11} \text{ W/m}^2$$

Oletetaan, että fotoneja on n kappaletta. Tällöin fotonien kokonaisenergia on $E = n \cdot hf = \frac{nhc}{\lambda}$.

Intensiteetti on $I = \frac{P}{A} = \frac{\frac{E}{t}}{A} = \frac{E}{tA}$, josta saadaan energialle yhtälö $E = ItA$. Yhtälöstä $\frac{nhc}{\lambda} = ItA$ pintaan osuvien fotonien määrä on

$$n = \frac{ItA\lambda}{hc} = \frac{10^{-11} \text{ W/m}^2 \cdot 60 \text{ s} \cdot 1,0 \text{ m}^2 \cdot 580 \cdot 10^{-9} \text{ m}}{6,62607 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 2,99792 \cdot 10^8 \text{ m/s}} \approx 2 \cdot 10^9.$$

1-19.

$$\lambda = 0,15 \text{ nm}$$

Röntgenputkessa sähköisen voiman tekemä työ $W = QU$ lisää elektronin liike-energiaa. Työ-energiaperiaatteen mukaan elektronin liike-energian muutos on $\Delta E_k = QU$, jossa U on kiihdytysjännite ja $Q = |e| = 1 \text{ e}$. Jarrutussäteilyn taajuus on suurin, kun elektronin koko liike-energia muuttuu yhdeksi fotoniksi. Tällöin fotonin energia on $hf_{\max} = QU$. Anodille osuvan elektronin liike-energian täytyy olla vähintään yhtä suuri kuin säteilykvantin

$$\text{energia eli } QU \geq h \frac{c}{\lambda}, \text{ josta saadaan } U \geq \frac{hc}{Q\lambda} = \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,99792 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{1 \text{ e} \cdot 0,15 \cdot 10^{-9} \text{ m}} \approx 8300 \text{ V}.$$

Kiihdytysjännitteen on oltava $U \geq 8,3 \text{ kV}$.

1 Spektri on aineen sormenjälki

1-20.

a) $\lambda_{\min} = 1,0 \cdot 10^{-9} \text{ m}$

Säteilyn taajuus on kääntäen verrannollinen säteilyn aallonpituuteen. Röntgenputkesta tulevan säteilyn taajuus on siis suurin silloin, kun sen aallonpituus on pienin.

Röntgensäteilyn suurin taajuus on

$$f_{\max} = \frac{c}{\lambda_{\min}} = \frac{2,99792 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{1,0 \cdot 10^{-9} \text{ m}} \approx 3,0 \cdot 10^{17} \text{ Hz.}$$

b) $U = 15 \text{ kV}$

Röntgenputkessa sähköisen voiman tekemä työ $W = QU$ lisää elektronin liike-energiaa. Työ-energiaperiaatteen mukaan elektronin liike-energian muutos on $\Delta E_k = QU$, jossa U on kiihdytysjännite ja $Q = |e|$. Jarrutussäteilyn taajuus on suurin, kun elektronin koko liike-energia muuttuu yhdeksi fotoniksi. Tällöin fotonin energia on $hf_{\max} = QU$.

Suurin taajuus on

$$f_{\max} = \frac{QU}{h} = \frac{1,60218 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 15 \cdot 10^3 \text{ V}}{6,62608 \cdot 10^{-34} \text{ Js}} \approx 3,6 \cdot 10^{18} \text{ Hz.}$$

c) $U = 35 \text{ kV}$

Kvantin energia on $E = hf = \frac{hc}{\lambda_{\min}} < QU$.

Jarrutussäteilyn aallonpituus on vähintään

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{QU} = \frac{4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} \cdot 2,99792 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{1 \text{ e} \cdot 35000 \text{ V}} \approx 35 \text{ pm.}$$

Jarrutussäteilyn spektri on jatkuva ja siinä esiintyy aallonpituudet $\lambda \geq 35 \text{ pm}$.

1-21.

Fraunhoferin viivat ovat sarja spektriviivoja, jotka on nimetty saksalaisen fyysikon *Joseph von Fraunhoferin* (1787–1826) mukaan. Vuonna 1814 Fraunhofer löysi Auringon spektristä tummia viivoja. Hän aloitti viivojen systemaattisen tutkimuksen sekä aallonpituuden mittauksen. Fraunhofer kartoitti yli 570 viivaa, ja nimesi vahvimmat kirjaimilla A:sta K:hon. Nykyisin auringonvalosta voidaan havaita useita tuhansia viivoja. Viivat syntyvät Auringon yläosien absorboidessa lävitseen kulkevasta säteilystä osan aallonpituuksista.