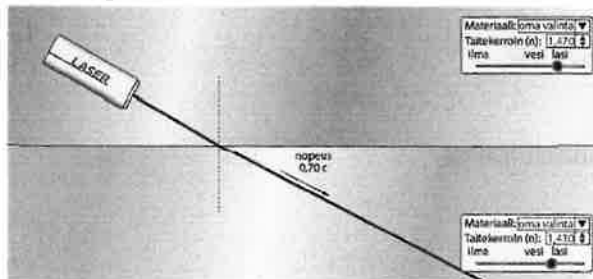


15 Valon käyttäytyminen aineiden rajapinnassa

Valon nopeus muovissa $0,70 c = 0,70 \cdot 2,997\,924\,58 \cdot 10^8 \text{ m/s} \approx 2,1 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.



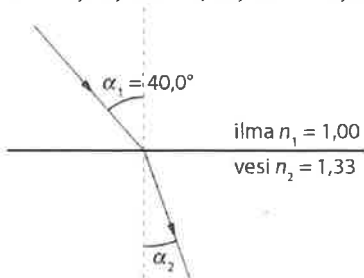
15-7.

a) $n = 1,31$, $c = 2,99792 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

Valon nopeus jässä saadaan yhtälöstä $n = \frac{c}{c_{\text{jää}}}$. Valon nopeus on

$$c_{\text{jää}} = \frac{c}{n} = \frac{2,99792 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{1,31} \approx 2,29 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

b) $n_1 = 1,00$, $n_2 = 1,33$, $\alpha_1 = 40,0^\circ$



Valon taittumislaista $\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{n_2}{n_1}$ seuraa $\sin \alpha_2 = \frac{n_1 \sin \alpha_1}{n_2} = \frac{1,00 \cdot \sin 40,0^\circ}{1,33} = 0,483300$, josta saadaan taitekulmaksi $\alpha_2 \approx 28,9^\circ$.

15-8.

$n_1 = 1,00$, $n_2 = 2,417$, $\lambda_1 = 589,3 \text{ nm}$

Valon taittumislaki $\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{n_2}{n_1}$ voidaan ilmaista muodossa $\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{n_2}{n_1}$. Valon aallonpituus timantissa on

$$\lambda_2 = \frac{n_1}{n_2} \lambda_1 = \frac{1,00}{2,417} \cdot 589,3 \text{ nm} \approx 244 \text{ nm}.$$

15-9.

$\alpha_1 = 30,0^\circ$, $\lambda = 450 \text{ nm}$, $c = 2,99792 \cdot 10^8 \text{ m/s}$, $n_{\text{ilma}} = 1,00$, $n_{\text{lasi}} = 1,5$

Valon taittumislaista $\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{n_2}{n_1}$ seuraa $\sin \alpha_2 = \frac{n_{\text{ilma}} \sin \alpha_1}{n_{\text{lasi}}} = \frac{1,00 \cdot \sin 30,0^\circ}{1,5} = 0,333333$,

josta saadaan taitekulmaksi $\alpha_2 = 19,4712^\circ$. Valonsäteen suunnanmuutos on $30^\circ - 19,4712^\circ \approx 11^\circ$.

Valon nopeus lasissa on

$$c_{\text{lasi}} = \frac{c}{n_{\text{lasi}}} = \frac{2,99792 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{1,5} \approx 2,0 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Taajuus riippuu vain aaltolähteestä, eli se on yhtä suuri ilmassa ja lasissa. Taajuus saadaan aaltoliikkeen perusyhtälöstä $c = f\lambda$, josta

$$f_{\text{lasi}} = f_{\text{ilma}} = \frac{c}{\lambda_{\text{ilma}}} = \frac{2,99792 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{450 \cdot 10^{-9} \text{ m}} \approx 0,67 \text{ PHz}.$$

Yhtälöstä $\frac{\lambda_{\text{ilma}}}{\lambda_{\text{lasi}}} = \frac{n_{\text{lasi}}}{n_{\text{ilma}}}$ saadaan aallonpituudeksi lasissa

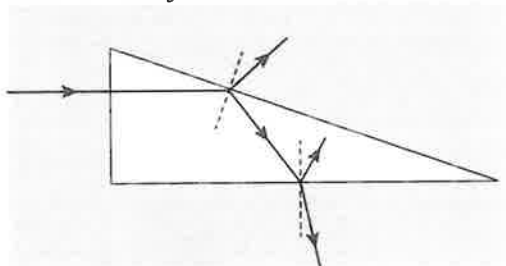
$$\lambda_{\text{lasi}} = \frac{\lambda_{\text{ilma}} n_{\text{ilma}}}{n_{\text{lasi}}} = \frac{450 \text{ nm} \cdot 1,00}{1,5} = 300 \text{ nm}.$$

15-10.

Kun valo tulee prismaan, sen suunta ei muutu: tulokulma $\alpha_1 = 0^\circ$, joten taittumislain $\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{n_2}{n_1}$ mukaan on $n_1 \sin 0^\circ = n_2 \sin \alpha_2$ eli $n_1 0 = n_2 \sin \alpha_2$. Tästä seuraa, että $\sin \alpha_2 = 0$ eli taitekulma $\alpha_2 = 0^\circ$.

Prisman takareunassa valo tulee optisesti harvemmasta aineesta (lasi) optisesti tiheämpään aineeseen (neste), joten valo taittuu pinnan normaaliin päin. Säteen tulokulma on yhtä suuri kuin heijastuskulma.

Prisman alareunassa valo taittuu pinnan normaaliin päin. Säteen tulokulma prisman sisällä on yhtä suuri kuin heijastuskulma.



Kuvasta on jätetty piirtämättä prisman alapinnasta heijastuneen säteen heijastumiset ja taittumiset prisman takareunassa.

15-11.

- a) Valo voi kokonaisheijastua tullessaan vedestä ilmaan, koska ilman taitekerroin on pienempi kuin veden taitekerroin.

- b) $n_1 = 1,00$, $n_2 = 1,33$

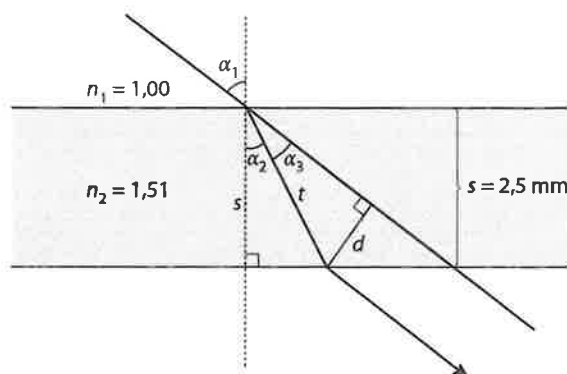
Taittumislain $\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{n_2}{n_1}$ perusteella on $\frac{\sin \alpha_c}{\sin 90^\circ} = \frac{n_2}{n_1}$ eli $\sin \alpha_c = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1,00}{1,33}$.

Kokonaisheijastumisen rajakulmaksi saadaan $48,8^\circ$.

15-12.

$$n_2 = 1,55, \alpha_1 = 55^\circ, s = 2,5 \text{ mm}$$

Valon taittumislaista $\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{n_2}{n_1}$ saadaan $\sin \alpha_2 = \frac{n_1 \sin \alpha_1}{n_2} = \frac{1,00 \cdot \sin 55^\circ}{1,51} = 0,542485$, jolloin taitekulman arvoksi tulee $\alpha_2 = 32,8530^\circ$.



Piirroksessa olevan suorakulmaisen kolmion sivun t pituus saadaan ratkaistua kosinin lausekkeesta

$$\cos \alpha_2 = \frac{s}{t} :$$

$$t = \frac{s}{\cos \alpha_2} = \frac{2,5 \text{ mm}}{\cos 32,8530^\circ} = 2,97596 \text{ mm}.$$

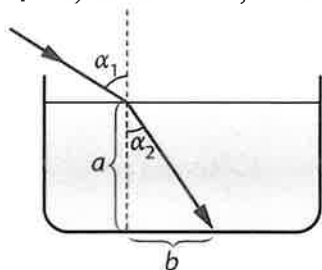
Kulman α_3 suuruus on $\alpha_3 = 55^\circ - 32,8530^\circ = 22,1470^\circ$.

Yhtälöstä $\sin \alpha_3 = \frac{d}{t}$ saadaan yhdensuuntaissiirtymäksi

$$d = t \sin \alpha_3 = 2,97596 \text{ mm} \cdot \sin 22,1470^\circ \approx 1,1 \text{ mm}.$$

15-13.

Merkitään tutkimuksesta saatuun kuvaan valon tulokulma α_1 ja taitekulma α_2 . Ilman taitekerroin on $n_1 = 1,00$. Oletetaan, että tiedetään laserin aallonpituus.



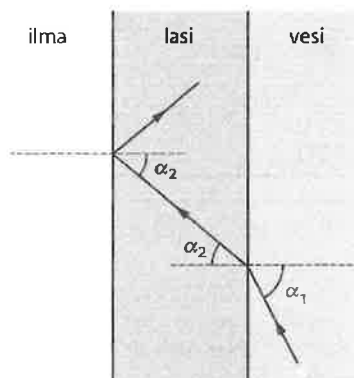
Mitataan valon tulokulma α_1 . Mitataan kuvasta astiassa olevan nesteen syvyys a sekä astian pohjalta normaalin ja taittuneen säteen välinen etäisyys b . Yhtälöstä $\tan \alpha_2 = \frac{b}{a}$ voidaan laskea taitekulma α_2 .

Valon taittumislaista $\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{n_2}{n_1}$ lasketaan nesteen taitekerroin n_2 valolle. Kun tiedetään käytetyn valon aallonpituus, vertaamalla taulukkokirjasta aineiden taitekertoimia ko. taajuiselle valolle, voidaan taitekertoimen perusteella päätellä, mistä aineesta on kyse.

15-14.

$$n_{\text{vesi}} = 1,33, n_{\text{lasi}} = 1,52, n_{\text{ilma}} = 1,00, \alpha_1 = 52^\circ$$

Tarkastellaan tilannetta, kun lampun valo osuu akvaarion sisällä lasiseinään tulokulmassa $\alpha_1 = 52^\circ$.



Taitekulma α_2 , jolla valo menee lasiin, saadaan yhtälöstä $\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{n_{\text{lasi}}}{n_{\text{vesi}}}$ eli

$$\sin \alpha_2 = \sin \alpha_1 \frac{n_{\text{vesi}}}{n_{\text{lasi}}} = \sin 52^\circ \cdot \frac{1,33}{1,52} = 0,689509.$$

Tästä saadaan taitekulmaksi $\alpha_2 \approx 43,6^\circ$, joka on myös valon tulokulma lasiseinän ja ilman rajapintaan.

Kokonaisheijastumisen rajakulma lasin ja ilman rajapinnassa lasketaan yhtälöstä

$$\sin \alpha_r = \frac{n_{\text{ilma}}}{n_{\text{lasi}}} = \frac{1,00}{1,52} = 0,657895,$$

josta saadaan kokonaisheijastumisen rajakulmaksi $\alpha_r \approx 41,1^\circ$.

Koska $\alpha_2 > \alpha_r$, tapahtuu lasin ja ilman rajapinnassa kokonaisheijastuminen, kun valon tulokulma α_1 vedestä lasiseinään on 52° .

Jos tulokulma α_1 on suurempi kuin 52° , yhtälöstä $\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{n_{\text{lasi}}}{n_{\text{vesi}}}$ seuraa, että taitekulma α_2 on

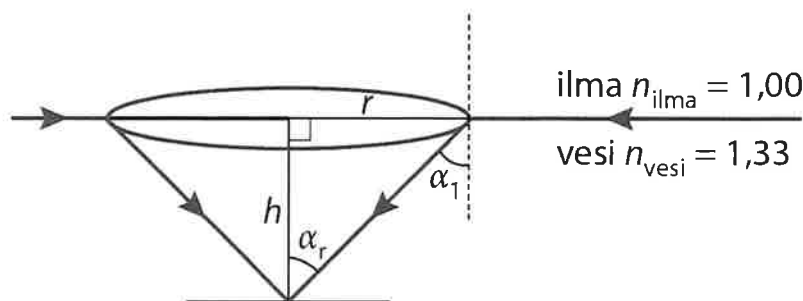
suurempi kuin $43,6^\circ$. Näin ollen lasin ja ilman rajapinnassa tapahtuu aina kokonaisheijastuminen, kun $\alpha_2 > 52^\circ$, eikä akvaarion pohjassa oleva lamppu näy lasiseinän läpi akvaarion ulkopuolelle.

15-15.

$$h = 3,0 \text{ m}, n_{\text{ilma}} = 1,00, n_{\text{vesi}} = 1,33$$

Valon taittumislaki $\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{n_2}{n_1}$ saadaan muotoon $\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{n_{\text{ilma}}}{n_{\text{vesi}}}$. Kokonaisheijastumisen

rajakulmalle ilman ja veden rajapinnassa saadaan yhtälö $\sin \alpha_r = \frac{n_{\text{ilma}}}{n_{\text{vesi}}} = \frac{1,00}{1,33}$. Rajakulmaksi saadaan $\alpha_r \approx 48,7535^\circ$.



Koska ilmasta veteen tuleva valo taittuu pinnan normaalin suuntaan, tulee kaikki vedenpinnan yläpuolinen valo sukeltajaa kohti ympyränmuotoisesta alueesta hänen yläpuoleltaan. Tämän alueen reunat vastaavat sitä valoa, joka tulee veden pinnan suunnasta. Koska valo kulkee ilmasta veteen ja vedestä ilmaan samaa reittiä, vastaa valoisan alueen reunat kokonaisheijastumisen rajakulmaa α_r , kuten piirroksessa on esitetty.

Kun sukeltajan etäisyys h vedenpinnasta on 3,0 m, saadaan suorakulmaisesta kolmiosta yhtälö

$$\tan 48,7535^\circ = \frac{r}{h} = \frac{r}{3,0 \text{ m}}, \text{ jossa } r \text{ on valoisan alueen säde. Säteeksi saadaan}$$

$$r = 3,0 \text{ m} \cdot \tan 48,7535^\circ \approx 3,4 \text{ m}.$$

Sukeltaja näkee vedenpinnan yläpuolisen maiseman 3,4 m:n säteisenä, ympyrän muotoisena alueena yläpuolellaan.

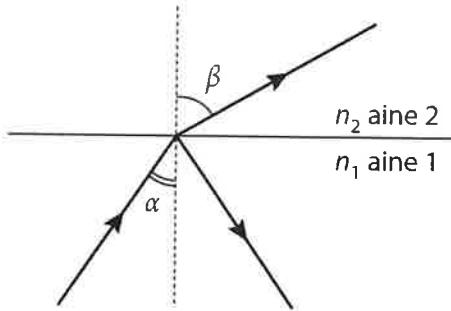
15-16.

Kyse on kangastuksesta: kaukana olevan keitaan kuva on todellisuudessa kuva pilvistä (taivaasta), koska tuleva valo kokonaisheijastuu maanpintaa lähellä olevan kuuman ja ylempänä olevan viileämmän ilman raja-alueesta. Valon taitekerroin viileässä ilmassa on suurempi kuin lämpimässä ilmassa, mikä mahdollistaa kokonaisheijastumisen.

Kyse on kangastuksesta: kaukana olevan keitaan kuva on todellisuudessa kuva pilvistä (taivaasta), koska tuleva valo kokonaisheijastuu maanpintaa lähellä olevan kuuman ja ylempänä olevan viileämmän ilman raja-alueesta. Valon taitekerroin viileässä ilmassa on suurempi kuin lämpimässä ilmassa, mikä mahdollistaa kokonaisheijastumisen.

15-17.

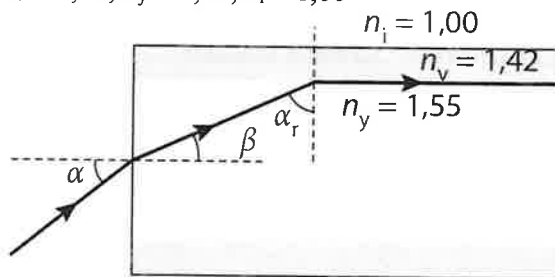
- a) Kun valo saapuu optisesti tiheämmästä aineesta (kuvassa aine 1) optisesti harvempaan aineeseen (aine 2), se taittuu normaalista poispäin. Optisesti tiheämmän aineen taitekerroin on suurempi kuin optisesti harvemman aineen. Jos tulokulma kasvaa riittävän suureksi, säde taittuu pitkin rajapintaa, jolloin taitekulma on 90° . Tätä vastaavaa tulokulmaa kutsutaan kokonaisheijastumisen rajakulmaksi α_r . Kun tulokulma on tätä suurempi, kaikki rajapintaan tuleva valo heijastuu eikä sitä mene lainkaan rajapinnan läpi. Kokonaisheijastunut säde noudattaa heijastumislakia.



Soveltamalla valon taittumislakia $\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{n_2}{n_1}$ kokonaisheijastumisen rajatilanteeseen saadaan yhtälö

$$\frac{\sin \alpha_r}{\sin 90^\circ} = \frac{n_2}{n_1} \quad \text{eli} \quad \sin \alpha_r = \frac{n_2}{n_1}, \text{ jossa } n_1 > n_2.$$

- b) $n_v = 1,42$, $n_y = 1,55$, $n_i = 1,00$



Optisessa kuidussa ytimen ja vaipan rajapinnassa tapahtuu kokonaisheijastuminen.

Kokonaisheijastumisen rajakulma saadaan taittumislakia $\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{n_2}{n_1}$ soveltamalla yhtälöstä

$$\sin \alpha_r = \frac{n_v}{n_y} = \frac{1,42}{1,55}, \text{ josta kulma } \alpha_r = 66,3666^\circ.$$

Kuidun päässä taitekulma on $\beta = 90^\circ - 66,3666^\circ = 23,6334^\circ$

Valonsäteen tulokulma saadaan yhtälöstä $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_y}{n_i}$. Yhtälö $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{1,55}{1,00}$ saadaan muotoon

$\sin \alpha = 1,55 \cdot \sin 23,6334^\circ$, josta tulokulmaksi saadaan $\alpha \approx 38,4^\circ$.

Valonsäteen tulokulma voi olla enintään $38,4^\circ$.