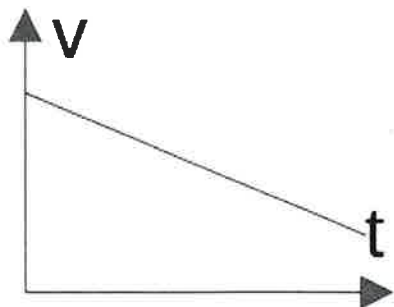


## Tehtävä 1 - Monivalinta (10 p.)

Valitse oikea vaihtoehto. 2 p. / oikea vastaus, 0 p. / väärä vastaus.

1. Millaista liikettä kuvaaja esittää?



**Kappale on kiihtyvässä liikkeessä.**

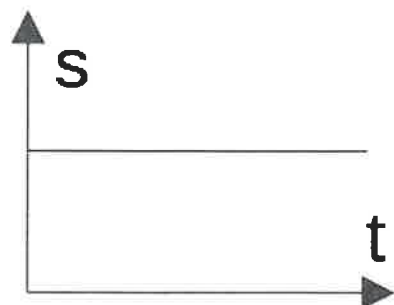
(2 p.)

Kappaleen liike on tasaista.

Kappale ei liiku.

Kommentti: Kuvaajan mukaan kappaleen nopeus laskee, eli kappale on kiihtyvässä liikkeessä. (Hidastuva liike on kiihtyvää.)

2. Millaista liikettä kuvaaja esittää?



**Kappale ei liiku.**

(2 p.)

Kappale on kiihtyvässä liikkeessä.

Kappaleen liike on tasaista.

Kommentti: Kappaleen kulkema matka pysyy vakiona, joten kappale on paikallaan.

3. Valitse paikkansa pitävä vaihtoehto.

**Voima ja vastavoima ovat aina vastakkaissuuntaiset.**

(2 p.)

Paino ja tukivoima ovat voima ja vastavoima.

Paino ja tukivoima ovat aina vastakkaissuuntaiset.

Kommentti: Voimalla ja vastavoimalla tarkoitetaan Newtonin kolmannen lain mukaista vuorovaikutuksen vastavoimaparia - ei esimerkiksi samaan kappaleeseen vaikuttavia tasapainossa olevia voimia. Esimerkiksi kaltevalla pinnalla tukivoima on viisto, kun taas paino kohdistuu alas.

4. Valitse vaihtoehto, jossa voimat eivät tee työtä.

**Painonnostaja kannattelee levytangoa päänsä yläpuolella.**

(2 p.)

Painonnostaja pudottaa levytangon lattialle.

Painonnostaja tempaa levytangon päänsä ylle.

Kommentti: Työ liittyy voimaan ja siirtymään. Oikeassa vastauksessa ei ole siirtymää. Väärissä vaihtoehdoissa on.

5. Jyrki punnitsee itsensä paikallaan olevassa hississä. Vaaka näyttää 83 kg. Hissi lähtee liikkeelle. Paljonko vaaka näyttää hissien liikkeessä tasaisella nopeudella ylöspäin?

**83 kg**

(2 p.)

< 83 kg

> 83 kg

Kommentti: Vaaka mittaa Jyrkin ja vaa'an välisen vuorovaikutuksen tukivoiman suuruutta, eli Jyrkiin kohdistuvaa tukivoimaa. Kun hissi on tasaisessa liikkeessä, Jyrkiin kohdistuva tukivoima on yhtä iso kuin hänen painonsa ja tällöin vaaka näyttää oikeaa lukemaa. (Vaaka näyttää lukemia, joissa sen mittaamat voimat jaetaan putoamiskiihtyvyydellä.)

## Tehtävä 2. Mekaniikan peruslaskuja (10 p.)

Kappale on levossa ja alkaa kiihtyä suorassa liikkeessä kiihtyvyydellä  $2,1 \text{ m/s}^2$ .

a) Mikä nopeus sillä on 4,2 sekunnin päästä? (3 p.)

b) Laske kappaletta kiihdyttäneen kokonaisvoiman suuruus, kun kappaleen massa on 1,7 kg. (3 p.)

c) Hyödynnä a-kohdassasi laskemaasi nopeutta ja edellisessä kohdassa annettua massaa ja laske kappaleen liikemäärän suuruus ja kappaleen liike-energia. (4 p.)

### Pisteytys:

a)  $a = 2,1 \text{ m/s}^2$ ,  $t = 4,2 \text{ s}$

$$\text{Loppunopeus } v = at = 2,1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 4,2 \text{ s} = 8,82 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx \underline{\underline{8,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$$

- Loppunopeuden yhtälö

(1 p.)

- Sijoitus yksiköineen tai alkuarvot annettu

(1 p.)

- Vastaus kahdella merkitsevällä numerolla

(1 p.)

**Yhteensä: 3 p.**

b)  $m = 1,7 \text{ kg}$

Dynamiikan peruslaki  $F_{\text{tot}} = ma = 1,7 \text{ kg} \cdot 2,1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 3,57 \text{ N} \approx \underline{\underline{3,6 \text{ N}}}$ .

- Dynamiikan peruslaki / Newtonin toinen laki nimetty ja yhtälö kirjoitettu (1 p.)
- Sijoitus yksiköineen tai alkuarvot annettu (1 p.)
- Vastaus kahdella merkitsevällä numerolla (1 p.)

**Yhteensä: 3 p.**

c) Liikemäärän suuruus  $p = mv = 1,7 \text{ kg} \cdot 8,82 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 14,994 \frac{\text{kgm}}{\text{s}} \approx \underline{\underline{15 \frac{\text{kgm}}{\text{s}}}}$ .

Liike-energia  $E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \cdot 1,7 \text{ kg} \cdot (8,82 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2 = 66,12354 \text{ J} \approx \underline{\underline{66 \text{ J}}}$ .

- Kerrottu sanoin että lasketaan liikemäärää ja liike-energiaa (1 p.)
- Yhtälöt molemmista 2x (1 p.)
- Sijoitukset yksiköineen tai alkuarvot annettu (1 p.)
- Vastaukset kahdella merkitsevällä numerolla (1 p.)

**Yhteensä: 4 p.**

#### **Huomioita:**

- Opettaja voi harkita että vähentää vain yhden pisteen koko tehtävässä mikäli yhtälöt puuttuvat ja pelkkä laskutoimitus numeroarvoineen näkyy.
- Opettaja voi harkita että vähentää vain yhden pisteen koko tehtävässä mikäli yksiköt puuttuvat.
- Opettaja voi harkita että vähentää vain yhden pisteen jos useammassa vastauksessa on väärä määrä merkitseviä numeroita.
- Opettaja voi harkita että vähentää koko tehtävässä vain yhden pisteen jos nimeämiset puuttuvat.

Kiltillä arviointilinjalla tehtävä saattaa erotella paremmin heikkojen opiskelijoiden suoritustasoa.

### Tehtävä 3- Pesäpallo ja lukkari (15 p.)

Pesäpalloa jonka massa on 165 g pidetään korkeudella 1,4 metriä. Ilmanvastusta ei tarvitse huomioida tehtävässä.

a) Määritä pallon potentiaalienergia. (2 p.)

b) Pallo pudotetaan alas. Mikä sen liike-energia on juuri ennen kuin se osuu maahan? (2 p.)

c) Millä nopeudella pallo osuu maahan edellisen kohdan tilanteessa. (4 p.)

d) Pallo heitetään ylös, jolloin heittävä voima tekee työn  $W = 5,0 \text{ J}$ . Oletetaan että heittoliike on niin lyhyt, että koko työn voi ajatella vastaavan pallon saamaa liike-energiaa. Ote pallosta irtoaa nyt korkeudella 1,4 m. Kuinka korkealle pallo nousee korkeimmillaan ja millä nopeudella se iskeytyy lopulta maahan? (7 p.)

#### Pisteytys:

a)  $m = 0,165 \text{ kg}$ ,  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ ,  $h = 1,4 \text{ m}$

Potentiaalienergian yhtälö  $E_p = mgh = 0,165 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1,4 \text{ m} = 2,26611 \text{ J} \approx \underline{2,3 \text{ J}}$ .

- (3 p.), jos yhtälö annettu symbolimuotoisena, käytettävät arvot ilmenevät yksiköineen ja vastaus on oikein ja kahdella merkitsevällä numerolla.
- (1 p.) jos jossakin edellisistä on puutteita, mutta idea on selvästi ymmärretty oikein ja kaikki kolme potentiaalienergian tulon tekijää ovat mukana.

3 p.

Yhteensä: 2 p.

b) Potentiaalienergia muuntuu liike-energiaksi.

Liike-energia on täten 2,3 J.

- Energian muuntumiseen viitataan jollakin oikealla tavalla. (1 p.)
- Vastaus kahdella merkitsevällä numerolla tai samalla tarkkuudella kuin edellisessä. (1 p.)

Yhteensä: 2 p.

c) Liike-energian yhtälö  $E_k = \frac{1}{2}mv^2$

Loppunopeus  $v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2,26611 \text{ J}}{0,165 \text{ kg}}} \approx 5,240992272 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx \underline{5,2 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$ .

- Ratkaisun perustuminen liike-energiaan ilmenee sanallisesti. (1 p.)
- Liike-energian yhtälö symbolisesti (1 p.)
- Symbolimuotoinen ratkaisu nopeudelle (1 p.)
- Oikea vastaus kahdella merkitsevällä numerolla (1 p.)

Yhteensä: 4 p.

d)  $W = 5,0 \text{ J}$ ,  $E_{p,1} = 2,2661 \text{ J}$

Energiaperiaate  $E_{p,1} + E_{k,1} + W = E_{p,2} + E_{k,2} = E_{p,3} + E_{k,3}$ .

( $E_{k,1} = E_{k,2} = E_{p,3} = 0$ .)

Potentiaalienergia korkeimmillaan  $mgh_2 = E_{p,1} + W$

Pallon korkeus korkeimmillaan

$$h_2 = \frac{E_{p,1} + W}{mg} = \frac{2,2661 \text{ J} + 5,0 \text{ J}}{0,165 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \approx 4,488987737 \text{ m} \approx \underline{4,5 \text{ m}}.$$

Liike-energia pallon osuessa maahan  $\frac{1}{2}mv_3^2 = E_{p,1} + W$

Loppunopeus

$$v_3 = \sqrt{\frac{2(E_{p,1} + W)}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot (2,2661 \text{ J} + 5,0 \text{ J})}{0,165 \text{ kg}}} \approx 9,384778133 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx \underline{9,4 \frac{\text{m}}{\text{s}}}.$$

- Viittaus energiaperiaatteeseen tai oikeanlainen viittaus energian muuntumiseen. (1 p.)
- Yhtälöt tästä ratkaisujen pohjaksi (1 p. + 1 p.) (2 p.)
- Kysytyt suureet ratkaistu yhtälöistä symbolimuodossa (1 p. + 1 p.) (2 p.)
- Vastaukset (1 p.) kahdella merkitsevällä numerolla (1 p.) (2 p.)

Yhteensä: 7 p.

6 p

### Huomioita:

- Työn  $W$  ei tarvitse näkyä d-kohdan yhtälöissä mitenkään, vaan se voidaan tehtävätekstin mukaisesti tulkita myös liike-energiaksi alussa. Malliratkaisussa valittiin tehdä toisin.
- Tehtävän d-osan voi tehdä lukuisin eri tavoin. Pisteytys on laadittu siten, että sitä on helppo soveltaa myös näihin. Pisteytyksen askeleet ovat: Energian muuntuminen, jotkut sitä kuvaavat yhtälöt lähtökohdiksi, symbolimuotoiset ratkaisut ja vastaukset. Esimerkiksi loppunopeus ratkaistaneen osissa tapauksia perustuen putoamiseen maksimikorkeudesta. Tämä on aivan yhtä hyvä ratkaisu. Vastaavasti sellaiset joissa hyödynnetään liike-energian ja potentiaalienergian lausekkeita. Tällaisissa ratkaisuissa saattaa näkyä esimerkiksi tällaiset loppuasteet:

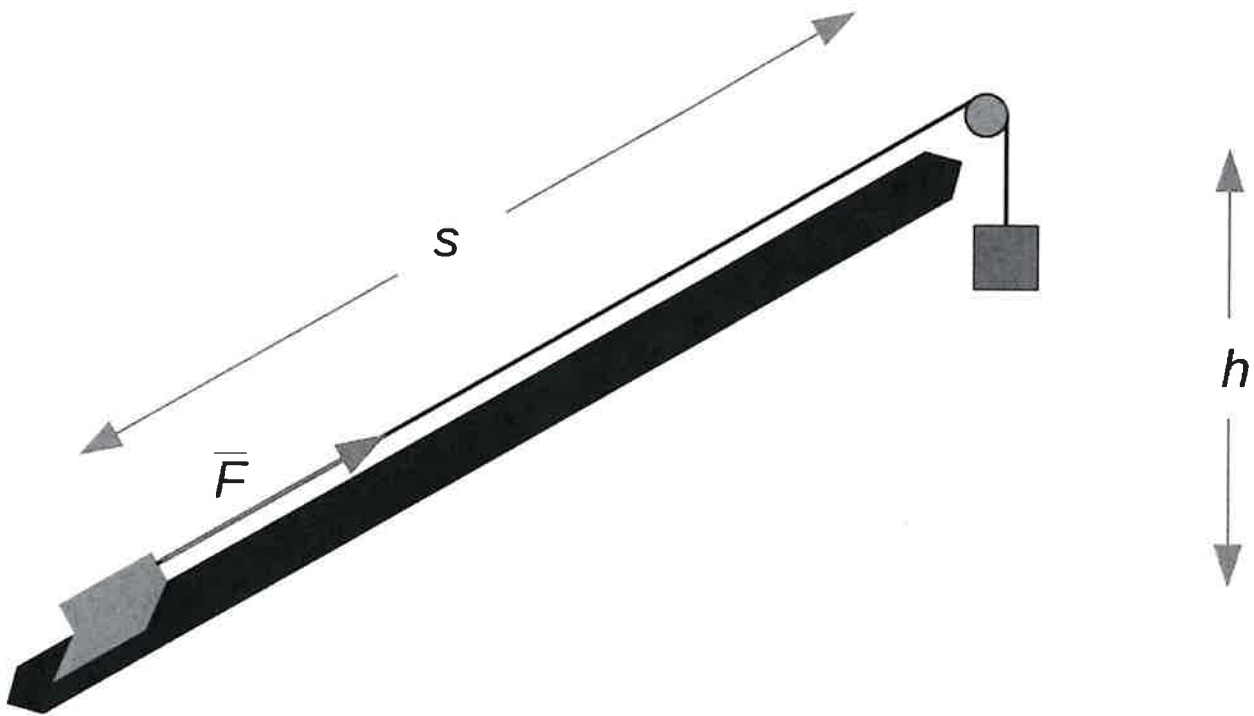
$$h_2 = h_1 + \frac{W}{mg} = 1,4 \text{ m} + \frac{5,0 \text{ J}}{0,165 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \approx 4,488987737 \text{ m} \approx (...)$$

$$v_3 = \sqrt{2\left(gh_1 + \frac{W}{m}\right)} = \sqrt{2 \cdot \left(9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1,4 \text{ m} + \frac{5,0 \text{ J}}{0,165 \text{ kg}}\right)} \approx 9,384778133 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx (...)$$

- Tässä vaiheessa opintoja symbolimuotoiset ratkaisut jäänevät monelta kirjoittamatta. Voi harkita vähentää tehtävän tasolla vain osan niistä pisteistä joita mallipisteytys ehdottaa.
- Voi harkita myös pienempiä vähennyksiä jos merkitsevien numeroiden määrä on systemaattisesti virheellinen.

#### Tehtävä 4 - Ilmatyynyrata kallellaan (15 p.)

Punnus on kytketty oheisen kuvan mukaisesti narulla väkipyörän kautta ilmatyynyradalla olevaan vaunuun, jonka massa on  $m = 302 \text{ g}$ . Ilmatyynyrata on asetettu kuvan mukaisesti viistoon.



Vaunu liikkuu ilmatyynyradalla käytännössä kitkattomasti matkan  $s = 2,54 \text{ m}$  ja nousee alkukorkeuteen verrattuna  $h = 1,27 \text{ m}$  korkeammalle. Vaunua vetävän voiman suuruus on  $F = 1,5 \text{ N}$ . Mikä on vaunun nopeus sen nousua edellä mainittu matka rataa pitkin ylös? (15 p.)

#### Pisteytys:

$$m = 0,302 \text{ kg}, \quad g = 9,81 \text{ m/s}^2, \quad h = 1,27 \text{ m}, \quad s = 2,54 \text{ m}, \quad F = 1,5 \text{ N}$$

$$\text{Energiaperiaate } E_{p,1} + E_{k,1} + W = E_{p,2} + E_{k,2}$$

$$\text{Vetävän voiman tekemä työ } W = Fs$$

Potentiaalienergia ja liike-energia ovat alussa nolla.

$$\text{Potentiaalienergian ja liike-energian yhtälöt } E_p = mgh \text{ ja } E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\text{Sijoituksin saadaan } Fs = mgh + \frac{1}{2}mv^2.$$

Loppunopeus

$$v = \sqrt{2\left(\frac{Fs}{m} - gh\right)} = \sqrt{2 \cdot \left(\frac{1,5 \text{ N} \cdot 2,54 \text{ m}}{0,302 \text{ kg}} - 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1,27 \text{ m}\right)} \approx 0,560703201 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx \underline{\underline{0,56 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$$

- Ilmaisee oikeaoppisella tavalla työn vastaavan lopullista mekaanista energiaa (5 p.)
- Sijoittaa työn, potentiaalienergian ja liike-energian lausekkeet ratkaisun tueksi (5 p.)
- Ratkaisee loppunopeuden symbolimuodossa (2 p.)
- Oikea vastaus (2 p.) kahdella merkitsevällä numerolla (1 p.) (3 p.)

**Yhteensä: 15 p.**

## Tehtävä 5 - Vaunut radalla (15 p.)

Oppitunnilla testattiin vaunurataa törmäyttämällä vaunuja toisiinsa. Radan molemmissa päädyissä oli ultraäänianturit, jotka mittasivat vaunujen paikkaa ja nopeutta ajan funktiona. Paikkadatat ilmentävät radalla liikkuneiden kahden vaunun etäisyyksiä antureista. Toinen liikesuunta on ohjelmoitu datankeruussa positiiviseksi ja toinen negatiiviseksi. Vastaa kysymyksiin aineiston tiedostojen perusteella.

a) Millä ajanhetkellä vaunut törmäsivät? (2 p.)

b) Kuvaile vaunujen liikettä. (4 p.)

c) Kuinka pitkän matkan vaunu 2 liikkui? (3 p.)

d) Vaunun 1 massaksi tiedetään 432 g. Määritä vaunun 2 massa. (6 p.)

### Pisteytys:

a) 1,7 s.

- Hyväksytään vastaukset välillä 1,6 s ... 1,8 s (2 p.)  
(Törmäyksen kesto on noin 0,2 s ja sen alku on luettavissa siitä kohtaa, missä vauhti pienenee kumman tahansa vaunun kummassa tahansa kuvaajassa. Sen loppu on luettavissa kohdasta jossa vaunu saa uuden vakiosuuruisen nopeuden.)

**Yhteensä: 2 p.**

b) Mahdollisia huomioita:

- Vaunu 1 liikkuu ensin.
- Vaunut liikkuvat vastakkaisiin suuntiin ennen törmäystä.
- Vaunut muuttavat liikesuuntaansa törmäyksessä.
- Vaunut liikkuvat vastakkaisiin suuntiin törmäyksen jälkeen.
- Vaunu 1 pysähtyy 2,4 sekunnin kohdalla palattuaan lähtöpaikkaansa.
- Vaunu 2 ei palaa lähtöpaikalleen.
- Törmäyksen kesto on noin 0,2 s.
- (Muu oikea huomio.)

- Jokaisesta oikeasta huomiosta (1 p.), max (4 p.) (4 p.)

**Yhteensä: 4 p.**

c) Ensin taaksepäin 0,600 m ja sitten eteenpäin 0,600 m - 0,289 m. **Yhteensä 0,91 m.**

- Vastaus (1 p.) yhteen suuntaan 0,600 m (1 p.) toiseen suuntaan 0,600 m -0,289 m (1 p.) (3 p.)  
(Vastaus hyväksytään 1-3 merkitsevällä numerolla)

**Yhteensä 3 p.**

d)  $m_1 = 432 \text{ g}$

Vaunujen nopeudet ennen ja jälkeen törmäyksen on luettavissa nopeuskuvaajasta (tai paikkakuvaajan suorien osien kulmakertoimista). Saadaan

$$v_1 = 0,10 \text{ m/s}, \quad v_2 = -0,40 \text{ m/s}, \quad u_1 = -0,285 \text{ m/s}, \quad u_2 = 0,124 \text{ m/s}$$

Liikemäärä säilyy törmäyksessä. Saadaan yhtälö  $m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2$ .

Toisen vaunun massa on

$$m_2 = m_1 \frac{u_1 - v_1}{v_2 - u_2} = 432 \text{ g} \cdot \frac{-0,285 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0,10 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{-0,40 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0,124 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \approx 317,40458015 \text{ g} \approx \underline{\underline{320 \text{ g}}}.$$

- Alkuarvot löydetty ja ne ilmenevät selvästi (1 p.)
- Viitataan liikemäärän säilymiseen sanallisesti (1 p.)
- Liikemäärän säilymistä kuvastava yhtälö (1 p.)
- Massan symbolimuotoinen ratkaisu (1 p.)
- Oikea vastaus (saattaa poiketa mallivastauksesta hieman) (2 p.)

**Yhteensä 6 p.**

### Osa III

#### Tehtävä 6 - Jumppapallo (20 p.)

Aineisto: jumppapallo.cmbl jumppapallo.ods jumppapallo.ggb

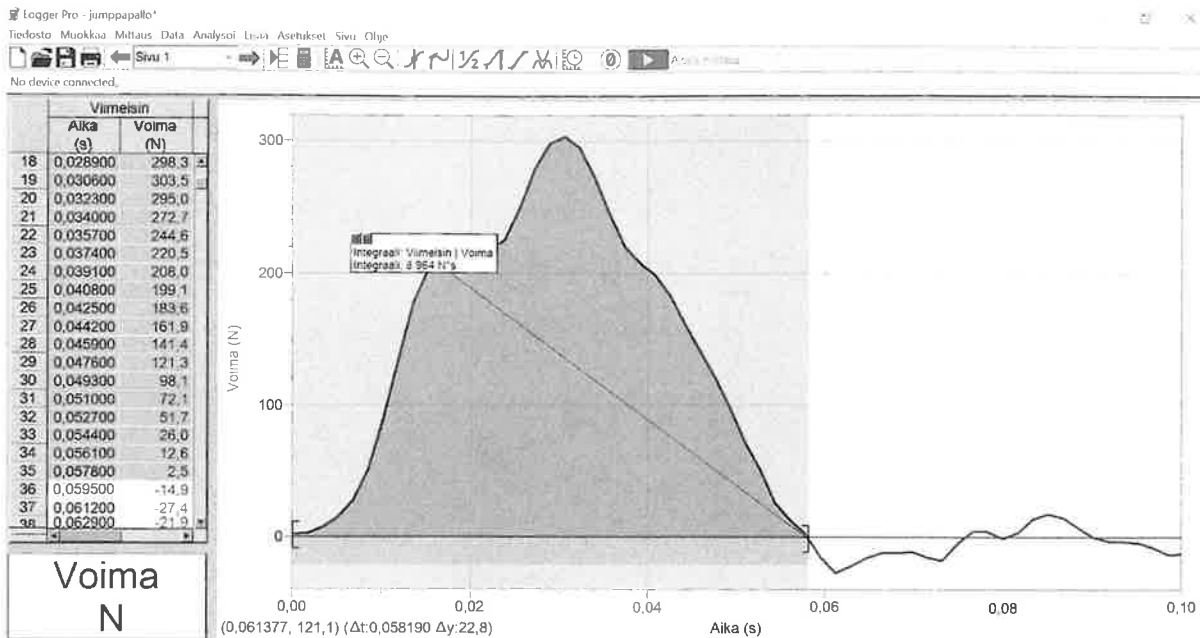
Jumppapallo tiputetaan voima-anturin päälle korkeudelta 1,0 m. Aineistossa on voima-anturin mittaustiedot. Jumppapallon massaksi mitattiin vaa'alla 1,852 kg.

- a) Määritä annetun aineiston perusteella levyyn kohdistuvan impulssin suuruus, pallon ja levyn välisen törmäyksen aikana. (5 p.)
- b) Laske pudotuskorkeudesta millä nopeudella pallo törmää levyyn, olettaen ilmanvastus ja noste nollassi. (6 p.)
- c) Kuinka suuri on pallon nopeus törmäyksen jälkeen, edellisen osan oletuksella? (4 p.)
- d) Laske kuinka korkealle jumppapallon tulisi pomputtaa, edelleen olettaen ettei ilmanvastus tai noste vaikuta palloon. (2 p.)
- e) Palloon vaikutti tosiasiaa koko tapahtuman aikana merkittävä noste ja ilmanvastus, sillä pallo on kooltaan suuri suhteessa sen massaansa. Jos impulssimittauksen tulos oletetaan tarkaksi, niin pomppasiko pallo todellisuudessa korkeammalle vai matalammalle, kun noste ja ilmanvastus huomioidaan? Perustelu vaaditaan. Sanallinen perustelu kelpaa. (3 p.)

Pisteytys:

6

a) Integroimalla saadaan voiman kuvaajasta pinta-alana impulssin suuruus.



Impulssin suuruudeksi luetaan ohjelmistosta 8,964 Ns  $\approx$  **8,96 Ns**.

- Maininta integroimisesta tai pinta-alasta kuvaajan alla (1 p.)
- Vastauksesta ilmenee joko sanallisesti tai kuvakaappauksena, että integrointi on tehty  $t, F$ -kuvaajassa (esimerkiksi akselien nimeäminen riittää) (1 p.)
- Integroitu järkevällä välillä (1 p.)
- Järkevää integrointia vastaava oikea tulos (1 p.) korkeintaan kolmella merkitsevällä numerolla (1 p.) (2 p.)

Yhteensä 5 p.

b)  $h = 1,0 \text{ m}$ ,  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$

Pallon potentiaalienergia,  $E_p = mgh$ , alussa muuntuu sen liike-energiaksi lopussa,

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2.$$

Saadaan energian muuntumiselle yhtälö  $mgh = \frac{1}{2}mv^2$

Kysytty loppunopeus on  $v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1,0 \text{ m}} \approx 4,429446918 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx \underline{\underline{4,4 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$

- Energian muuntumiseen viitataan jollakin oikealla tavalla sanallisesti (1 p.)
- Energian muuntumista vastaava yhtälö ratkaisun tueksi (1 p.)
- Loppunopeus symbolimuodossa (1 p.)
- Käytettävät alkuarvot ilmenevät joko sijoituksena tai muutoin (1 p.)
- Oikea vastaus (1 p.) kahdella merkitsevällä numerolla (1 p.) (2 p.)

Yhteensä 6 p.

c)  $v_1 = -4,429446918 \text{ m/s}$ ,  $m = 1,852 \text{ kg}$ ,  $I = 8,96 \text{ Ns}$

(Palloon kohdistuu yhtä suuri impulssi kuin levyyn näiden törmäyksen aikana.)

Impulssi on liikemäärän muutos  $I = p_2 - p_1 = mv_2 - mv_1$ .

Pallon nopeus ylöspäin heti törmäyksen jälkeen on

$$v_2 = \frac{I}{m} + v_1 = \frac{8,96 \text{ Ns}}{1,852 \text{ kg}} + (-4,429446918 \frac{\text{m}}{\text{s}}) \approx 0,408566041 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx \underline{\underline{0,41 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$$

- Kaikki alkuarvot ilmenevät (etumerkkien ei tarvitse olla oikein) (1 p.)
- Impulssiperiaate jotenkin ilmaistuna (1 p.)
- Loppunopeus ratkaistu symbolimuodossa (1 p.)
- Oikea vastaus (1 p.)

Yhteensä 4 p.

d)  $v = 0,408566041 \text{ m/s}$ ,  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$

Pallon liike-energia heti törmäyksen jälkeen muuntuu sen potentiaalienergiaksi.

Vastaavilla lausekkeilla kuin b-osassa saadaan muunnokselle yhtälö  $\frac{1}{2}mv^2 = mgh$ ,

Pallon ylin korkeus on  $h = \frac{v^2}{2g} = \frac{(0,408566041 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{2 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \approx 0,008507962 \text{ m} \approx \underline{\underline{8,5 \text{ mm}}}$ .

- Energian muuntumiseen viitataan jollakin oikealla tavalla sanallisesti (0 p.)
- Energian muuntumista vastaava yhtälö ratkaisun tueksi (0 p.)
- Loppukorkeus symbolimuodossa (0 p.)
- Käytettävät alkuarvot ilmenevät joko sijoituksena tai muutoin (1 p.)
- Oikea vastaus (1 p.) kahdella merkitsevällä numerolla (0 p.) (1 p.)

Yhteensä 2 p.

*On oletettavissa, että 1. energian muuntuminen sanallisesti ilmaistuna, 2. sitä vastaava yhtälö, 3. korkeuden symbolimuotoinen ratkaisu ja 4. oikea määrä merkitseviä numeroita ovat mukana opiskelijoilla, joilla oli ne myös b-osassa. Jos tässä d-osassa on noita meriittejä ja niitä puuttuu b-osasta, voi jokaisesta antaa pisteen.*

e) Ennen törmäystä sekä ilmanvastus että noste ovat ylöspäin suuntautuneita.

Pallo törmäsi näiden hidastavien voimien takia tosiasiasa levyyn pienemmällä nopeudella kuin edellä laskettu.

(Mitattu impulssi oletetaan tehtävänannossa tarkaksi arvoksi.)

Koska pallo törmäsi levyyn pienemmällä nopeudella, palloon kohdistunut impulssi ei tosiasiasa hidastanut palloa niin paljoa törmäyksen aikana.

Täten suurempi osuus impulssista vastasi tosiasiasa hidastumisen jälkeistä pallon nopeuden kasvua ylöspäin, eli pallon lähtönopeus törmäyksen päätteeksi oli tosiasiasa suurempi.

Koska lähtönopeus oli suurempi, **pallo pomppasi korkeammalle.**

(Palloon vaikutti matkalla ylös myös suurempi alaspäin suuntautuva ilmanvastus ja ylöspäin suuntautuva noste. Nämä eivät muuta johtopäätöstä.)

- Perustellut oikein että pallo törmää oikeasti pienemmällä nopeudella levyyn (1 p.)
- Viitaten impulssiin ja tosiasiasa pienempään nopeuteen ennen törmäystä perustellut oikein törmäyksen jälkeisen nopeuden olevan suurempi kuin laskettu (1 p.)
- Perustellut että pallo täten saavuttaa suuremman korkeuden (1 p.)

**Yhteensä 3 p.**

### Tehtävä 7 - Hiihtäjä (20 p.)

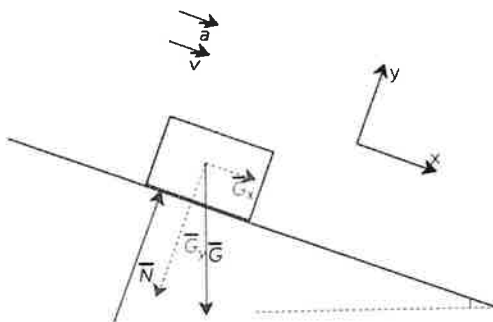
Hiihtäjä liukuu alas mäkeä, jonka kaltevuuskulma on  $17^\circ$ .

a) Piirrä hiihtäjän voimakuvio, kun häneen ei vaikuta vastusvoimia. Voit piirtoteknisistä syistä korvata kuvassasi hiihtäjän esimerkiksi laatikolla. (3 p.)

b) Kuinka suuri kiihtyvyys hiihtäjällä on, jos vastusvoimat oletetaan merkityksettömiksi? (7 p.)

c) Liukukitkakerroin suksen ja lumen välillä voi vaihdella välillä 0,01 - 0,3. Kuinka paljon tällainen vaihtelu vaikuttaa hiihtäjän nopeuteen 120 metriä pitkän laskun lopussa? Vastaa ilmoittamalla kuinka moninkertainen pienintä kitkaa vastaava nopeus on verrattuna suurinta kitkaa vastaavaan nopeuteen. Ilmanvastusta ei huomioida. (10 p.)

a)



$N$  = pinnan tukivoima  
 $G$  = paino

- Tukivoimalla ja painolla on oikeat suunnat (1 p.)
- Tukivoimalla ja painolla on oikeat vaikutuspisteet ja pituudet (1 p.)
- Molemmat voimat ovat oikein nimettyjä (1 p.)
- Ylimääräisiä voimia (paitsi vastusvoimat): **max: (1 p.)** nimeämisistä

**Yhteensä: 3 p.**

b) Kaltevuuskulma on  $\alpha = 17^\circ$ ,  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$

Dynamiikan peruslaki  $\vec{N} + \vec{G} = m\vec{a}$

$$N + G_y + G_x = ma$$

y-suunnassa tukivoima ja painon komponentti ovat tasapainossa.

x-suunnassa saadaan  $G_x = ma$

$$mg \sin \alpha = ma$$

Kiihtyvyyden on  $a = g \sin \alpha = 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot \sin 17^\circ \approx 2,868166423 \text{ m/s}^2 \approx \underline{2,9 \text{ m/s}^2}$ .

- Dynamiikan peruslaki on nimetty jotenkin oikein (1 p.)
- Dynamiikan peruslaki on kirjoitettu vektorimuodossa (1 p.)
- Komponenttijaolla tai muulla tavalla saatu dynamiikan peruslaki x-suunnassa (1 p.) jos ilman sinimuotoa ja (2 p.) jos saatu  $mg \sin \alpha = ma$  tai yhtä arvokas yhtälö (2 p.)
- Kiihtyvyys ratkaistu symbolimuodossa (1 p.)
- Oikea vastaus (1 p.) kahdella merkitsevällä numerolla (1 p.) (2 p.)

**Yhteensä: 7 p.**

c)  $s = 120 \text{ m}$ ,  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ ,  $\alpha = 17^\circ$ ,  $\mu_1 = 0,01$ ,  $\mu_2 = 0,3$

Mäen korkeus on  $h = s \sin \alpha$

$$\text{Energiaperiaate } E_{p,1} + E_{k,1} + W = E_{p,2} + E_{k,2}$$

Liike-energia on alussa nolla ja potentiaalienergia lopussa asetetaan nolllaksi.

Potentiaalienergian ja liike-energian yhtälöt  $E_p = mgh$  ja  $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ .

Työn yhtälö  $W = Fs$

Kitkavoiman yhtälö (negatiivisella etumerkillä)  $F = -\mu N$

Tukivoiman suuruus  $N = mg \cos \alpha$

$$\text{Sijoituksin saadaan } mgs \sin \alpha - \mu mgs \cos \alpha = \frac{1}{2}mv^2.$$

Loppunopeus on  $v = \sqrt{2gs(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}$

Sijoituksin saadaan:

Kitkakertoimella  $\mu_1$  loppunopeus on  $v_1 \approx 25,80396680 \text{ m/s}$

Kitkakertoimella  $\mu_2$  loppunopeus on  $v_2 \approx 3,592042089 \text{ m/s}$

Pienimmällä kitkalla loppunopeus on suurimpaan kitkaan verrattuna

7,183648231-kertainen  $\approx \underline{7\text{-kertainen}}$ .

- Mäen korkeus määritetty (1 p.)
  - Mekaanisen energian kehittymisen ja työn välinen yhteys ilmaistaan jollakin oikealla tavalla (mallivastauksessa "Energiaperiaate" (1 p.) ja sitä vastaava yhtälö (1 p.)) (2 p.)
  - Työn, potentiaalienergian ja liike-energian lausekkeet näkyvät vastauksessa (1 p.)
  - Kitkavoiman ja tukivoiman lausekkeet näkyvät vastauksessa (1 p.)
  - Saatu lisäksi energiaperiaatteen yhtälö, jossa sijoitettu edellisiin arvot, esimerkiksi muodossa  $mgs \sin \alpha - \mu mgs \cos \alpha = \frac{1}{2}mv^2$ . (1 p.) ja ratkaistu loppunopeus symbolimuodossa (1 p.) (2 p.)
  - Kaikki käytettävät arvot ilmenevät jossakin kohtaa vastausta (1 p.)
  - Oikea vastaus (1 p.) yhdellä tai kahdella merkitsevällä numerolla (1 p.) (2 p.)
- (Loppunopeuksia ei vaadita laskettaviksi)

**Yhteensä: 10 p.**