

14-8) mäen korkeus $h = 17\text{ m}$
 alkunopeus $v_a = 16\text{ km/h} = 4,44... \text{ m/s}$
 liikevastustyö $W = 8,1\text{ kJ}$
 massa $m = 85\text{ kg}$
 putoamiskiintyvyys $g = 9,81\text{ m/s}^2$

Mekanikan energiaperiaate $E_{p,a} + E_{k,a} + W = E_{p,l} + E_{k,l}$
 Potentiaalienergian nollataso on mäen alla $\rightarrow E_{p,l} = 0$

$$mgh + \frac{1}{2}mv_a^2 - W = \frac{1}{2}mv_l^2 \quad || \cdot 2$$

$$2mgh + mv_a^2 - 2W = mv_l^2 \quad || : m$$

$$2gh + v_a^2 - \frac{2W}{m} = v_l^2 \quad || \sqrt{}$$

$$v_l = \sqrt{2gh + v_a^2 - \frac{2W}{m}} = \sqrt{2 \cdot 9,81\text{ m/s}^2 \cdot 17\text{ m} + (4,44... \text{ m/s})^2 - \frac{2 \cdot 8100\text{ J}}{85\text{ kg}}}$$

$$= 12,755... \text{ m/s} \approx 46\text{ km/h}$$

14-9) Nolлатaso hyppyrin nokalla
 Korkeus $h = 66\text{ m}$
 loppunopeus $v_l = 101\text{ km/h}$ alkunopeus $v_a = 0$
 massa $m = 71\text{ kg}$
 putoamiskiintyvyys $g = 9,81\text{ m/s}^2$

Mekanikan energiaperiaatteen mukaan potentiaalienergia muuttuu liike-energiaksi ja vastusvoimien vuoksi systeemin sisäenergiaksi.

$$E_{p,a} + E_{k,a} + W = E_{p,l} + E_{k,l} \quad E_{k,a} = 0 \quad \text{ja} \quad E_{p,l} = 0$$

$$mgh + W = \frac{1}{2}mv_l^2$$

$$W = \frac{1}{2}mv_l^2 - mgh$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 71\text{ kg} \cdot (101,36 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2 - 71\text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 66\text{ m}$$

$$= -18027,105... \text{ J} = \underline{\underline{-18\text{ kJ}}}$$

14-10) massa $m = 170\text{g}$
alkunopeus $v_a = 85\text{ km/h}$

matka $s = 250\text{m}$

a) Liike-energia $E_{k,a} = \frac{1}{2}mv_a^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,170\text{ kg} \cdot \left(85 \cdot \frac{1000}{3600}\right)^2$
 $= 47,386... \text{ J} \approx \underline{\underline{47\text{ J}}}$

b) Työ-energiaperiaatteen mukaan kiteen tekemä työ on yhtäsuuri kuin liike-energian muutos.
loppunopeus $v_l = 0$ eli myös $E_{k,l} = 0$

$$W = \Delta E_k = \underbrace{E_{k,l}}_{=0} - E_{k,a}$$

$$F_p \cdot s = -E_{k,a} \quad || : s$$

$$F_p = \frac{-E_{k,a}}{s} = \frac{-47,386... \text{ J}}{250\text{ m}} = -0,1895... \text{ N}$$

$\approx 0,19\text{ N}$ Liikesuunnalle
vastakkaiseen suuntaan

14-12) Pituus $l = 1,582\text{ m}$

massa $m = 150\text{g}$

kulma $\alpha = 17^\circ$

$$\frac{l'}{l} = \cos \alpha \Rightarrow l' = l \cos \alpha$$

Pudotuskorkeus $h_a = l - l' = l - l \cos \alpha$
 $= l(1 - \cos \alpha)$
 $= 1,582\text{ m}(1 - \cos 17^\circ)$
 $= 0,06912... \text{ m}$



Mekaaninen energia säilyy (langan jännitysvoima ei tee työtä)

$$E_{p,a} + E_{k,a} = E_{p,l} + E_{k,l}$$

Potentiaalienergia 0-taso on radan alimmassa kohdassa, eli

$$h_l = 0 \Rightarrow E_{p,l} = 0$$

Alkunopeus $v_b = 0$ ja silloin myös $E_{k,a} = 0$

$$E_{p,a} = E_{k,l}$$

$$mgh_a = \frac{1}{2}mv_l^2 \quad || : m \quad || \cdot 2 \quad || \sqrt{\quad}$$

$$v_l = \sqrt{2gh_a} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,0691... \text{ m}} = 1,164... \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

 $\approx \underline{\underline{1,2 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$

14-15a) Korkeus $h_a = 7,5\text{ m}$
 Kulma $\alpha = 14^\circ$
 Kittakerroin $\mu = 0,11$

Laskijan potentiaalienergia muuttuu
 liike-energiaksi ja kitkan välityksellä
 systeemin sisäenergiaksi (eli lämmöksi)

Mekaniikan energiaperiaatteen mukaan $E_{p,a} + E_{k,a} + W = E_{p,l} + E_{k,l}$

Nollataso mäen alla $\Rightarrow$ loppukorkeus $h_l = 0 \Rightarrow E_{p,l} = 0$

Alkunopeus $v_a = 0 \Rightarrow E_{k,a} = 0$

Siispä $E_{p,a} - W = E_{k,l}$

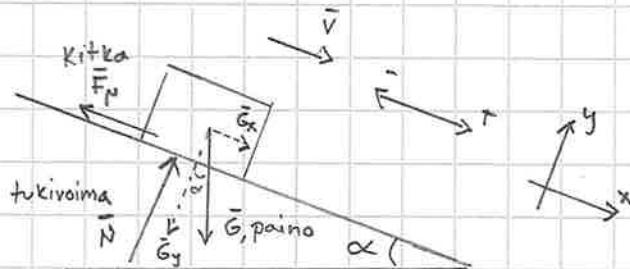
Kitkavoima

Hiitäjä on levossa y-suunnassa. Dynamiikan perustlain mukaan silloin $\sum \vec{F}_y = 0$, eli

$\vec{N} + \vec{G}_y = 0$ eli $N - G_y = 0$ ja $N = G_y$

$\frac{G_y}{G} = \cos \alpha$ eli $G_y = G \cos \alpha = mg \cos \alpha$

Nyt kitkavoima $F_\mu = \mu N = \mu mg \cos \alpha$



Kitkatyö

Mäen pituus saadaan yhtälöstä $\frac{h_a}{s} = \sin \alpha$, mistä
 $s = \frac{h_a}{\sin \alpha} = \frac{7,5\text{ m}}{\sin 14^\circ} = 31,002\text{ m}$

Kitkatyö on siis $W = F_\mu s = \mu mg \cos \alpha \cdot s$

Loppurauhti

Mekaniikan energiaperiaate $mgh_a + W = \frac{1}{2}mv_l^2$
 $\cancel{m}gh_a - \cancel{\mu}mg \cos \alpha s = \frac{1}{2}\cancel{m}v_l^2 \quad || : m \quad || \cdot 2 \quad || \sqrt{\quad}$

$$v_l = \sqrt{2gh_a - 2\mu g \cos \alpha s}$$

$$v_l = \sqrt{2 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 7,5\text{ m} - 2 \cdot 0,11 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \cos 14^\circ \cdot 31,002\text{ m}}$$

$$v_l = 9,068... \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx \underline{\underline{9,1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$$