

12-8) massa $m = 1250 \text{ kg}$
 loppunopeus $v = 100 \text{ km/h}$
 a) jarrutusmatka $\Delta x = 180 \text{ m}$

Liike-energia $E_k = \frac{1}{2} m v^2$

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot 1250 \text{ kg} \cdot \left(100 : 3,6 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2$$

$$E_k = 482\,253,08 \dots \text{ J}$$

$$\approx \underline{\underline{480 \text{ kJ}}}$$

b) Työ-energiaperiaatteen mukaan kitkan tekemä jarrutus-työ on yhtäsuuri kuin liike-energian muutos.

$$W = E_{k,i} - \overbrace{E_{k,A}}^{=0}$$

$$F_p \cdot \Delta x = E_{k,i}$$

$$\Delta x = \frac{E_{k,i}}{F_p}$$

missä kitkavoima $F_p = \mu \cdot KIO$

Silloin $\Delta x \sim E_{k,i}$ (suoraan verrannolliset)

eli Δx ja $E_{k,i}$ muuttuvat samassa suhteessa

Siispä jos $E_{k,i}$ puolittuu, myös Δx puolittuu, eli jarrutusmatka $\Delta x = \frac{1}{2} \cdot 180 \text{ m} = \underline{\underline{90 \text{ m}}}$

12-9) Nopeus $v_i = 210 \text{ km/h} = 58,33 \dots \text{ m/s}$
 pallon massa $m = 56 \text{ g} = 0,056 \text{ kg}$

Työ-energiaperiaatteen mukaan lyöntivoiman tekemä työ on yhtäsuuri kuin liike-energian muutos.

$$W = E_{k,i} - \overbrace{E_{k,A}}^{=0}$$

$$W = \frac{1}{2} m v_i^2$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 0,056 \text{ kg} \cdot (58,33 \dots \text{ m/s})^2 = 95,277 \dots \text{ J}$$

$$\approx \underline{\underline{95 \text{ J}}}$$

12-11) a) massa $m = 1450 \text{ kg}$
 nopeus $v = 48 \text{ km/h}$
 pysäytysmatka $s = 12 \text{ m}$

Työ-energiaperiaatteen mukaan kitkavoiman tekemä työ on yhtäsuuri kuin liike-energian muutos.

$$W_p = \overbrace{E_{k,i} - E_{k,A}}^{=0}$$

$$F_p s = -E_{k,A} = -\frac{1}{2}mv^2 \quad || : s$$

$$F_p = -\frac{mv^2}{2s}$$

$$F_p = -\frac{1450 \text{ kg} \cdot (48 : 3,6 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{2 \cdot 12 \text{ m}} = -10740,74 \dots \text{ N}$$

Kitkavoima on n. 11 kN ja suunta liikesuunnalle vastakkainen.

b) Kitkakerroin $\mu = 0,17$
 jarrutusmatka $s = 12 \text{ m}$

a)-kohdan mukaan $F_p \cdot s = -\frac{1}{2}mv^2$
 $-\mu N s = -\frac{1}{2}mv^2$, missä $N = G = mg$
 $\mu mg s = \frac{1}{2}mv^2 \quad || \cdot 2 \quad || \sqrt{}$

$$v = \sqrt{2\mu g s} = \sqrt{2 \cdot 0,17 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 12 \text{ m}}$$

$$= 6,32 \dots \text{ m/s} \approx \underline{\underline{23 \text{ km/h}}}$$

12-14) Alkunopeus $V_A = 120 \text{ km/h} = 33,33... \text{ m/s}$
 Loppunopeus $V_L = 80 \text{ km/h} = 22,22... \text{ m/s}$
 Auton massa $m_A = 1300 \text{ kg}$
 Jarrutervyjen massa $m_{Fe} = 11 \text{ kg}$
 Teräksen ominaislämpökapasiteetti $c_{Fe} = 0,46 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$

50% liike-energiasta muuttuu jarrujen sisäenergiaksi (lämmäksi)

$$0,50 \Delta E_k = Q$$

$$0,50 \left(\frac{1}{2} m_A V_A^2 - \frac{1}{2} m_A V_L^2 \right) = c_{Fe} m_{Fe} \Delta T$$

$$0,50 \cdot \frac{1}{2} m_A (V_A^2 - V_L^2) = c_{Fe} m_{Fe} \Delta T \quad || : c_{Fe} m_{Fe}$$

$$\Delta T = \frac{0,25 m_A (V_A^2 - V_L^2)}{c_{Fe} m_{Fe}} = \frac{0,25 \cdot 1300 \text{ kg} \cdot \left((33,33 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2 - (22,22 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2 \right)}{460 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} \cdot 11 \text{ kg}}$$

$$\Delta T = 39,647... \text{ K} \approx \underline{\underline{40^\circ \text{C}}}$$

12-18) Alkunopeus $V_A = 2,4 \text{ m/s}$
 Kitkakerrain $\mu = 0,25$

Massa $m = 6,5 \text{ kg}$
 $F(2,2\text{m}) = 30 \text{ N}$

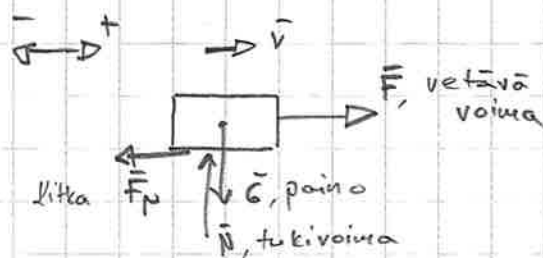
a) Kokonaisvoima $\Sigma \vec{F} = \vec{F} + \vec{F}_p$
 vaakasuunnassa

Newtonin II lain mukaan

$$\vec{a} = \frac{\Sigma \vec{F}}{m}$$

$$a = \frac{F - F_p}{m} \quad \text{missä } F_p = \mu N = \mu G = \mu mg$$

$$a = \frac{F - \mu mg}{m} = \frac{30 \text{ N} - 0,25 \cdot 6,5 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{6,5 \text{ kg}} = 2,162... \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx \underline{\underline{2,2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}}$$



b) Vetävän voiman tekemä työ pinta-alana s, F-koordinaatistossa...

$$W = \frac{1}{2} \cdot 1,5 \text{ m} \cdot 30 \text{ N} + 1,5 \text{ m} \cdot 30 \text{ N} + \frac{1}{2} \cdot 1,0 \text{ m} \cdot 30 \text{ N} = 82,5 \text{ J}$$

$$\text{Kitkan tekemä työ } W_p = -F_p s = -\mu N s = -\mu mg s = -0,25 \cdot 6,5 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 4,5 \text{ m} = -71,73... \text{ J}$$

$$\text{Kokonaisvoiman tekemä työ } W = W + W_p = 82,5 \text{ J} - 71,73 \text{ J} = 10,764... \text{ J}$$

Nopeus saadaan työ-energiaperiaatteesta $W = E_{k,L} - E_{k,A}$

$$W = \frac{1}{2} m V_L^2 - \frac{1}{2} m V_A^2 \quad \text{mistä } V_L = \sqrt{\frac{W + \frac{1}{2} m V_A^2}{\frac{1}{2} m}} = 3,0119... \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx \underline{\underline{3,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$$