

12-7) a) Puoli aallonpituutta $\frac{1}{2}\lambda = 55\text{ cm}$, joten $\lambda \approx 110\text{ cm}$

b) langan pituus $l = \lambda = 110\text{ cm}$

c) Aaltoliikkeen perusyhtälöstä $v = \lambda f$
 $v = 110\text{ cm} \cdot 24 \frac{1}{5} \approx \underline{\underline{26 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$

12-9) Taajous $f = 52\text{ Hz}$

a) 5 kupua $\Rightarrow$ 2,5 aallonpituutta

b) 1,5 aallonpituutta on n. $0,70\text{ m}$

$$\lambda = \frac{0,70\text{ m}}{1,5} \approx \underline{\underline{0,47\text{ m}}}$$

c) 1 kupu $\rightarrow$ perusvärähtely
2 kupua $\rightarrow$ 1. ylävärähtely
5 kupua $\rightarrow$ 4. ylävärähtely

d) Aaltoliikkeen perusyhtälöstä $v = \lambda f$
 $v = 0,47\text{ m} \cdot 52 \frac{1}{5} \approx 24 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

e) Langan pituus $l = 2,5 \cdot 0,47\text{ m} = 1,175\text{ m}$
Perusvärähtelyssä on yksi kupu ja $l = \frac{1}{2}\lambda$
 $\lambda = 2l = 2,35\text{ m}$

Aaltoliikkeen perusyhtälöstä $v = f\lambda$

$$f_0 = \frac{v}{\lambda_0} = \frac{24,44 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2,35\text{ m}}$$
$$= 10,4\text{ Hz} \approx \underline{\underline{10\text{ Hz}}}$$

12-11) Kielen pituus $l = 1,2 \text{ m}$ taajuus $f = 45 \text{ Hz}$ (10 solmua)

10 solmua $\Rightarrow$ 9 kupua $\Rightarrow$ 4,5 aallonpituutta

$$\lambda = \frac{1,2 \text{ m}}{4,5} = 0,266... \text{ m}$$

Aaltoliikkeen perusyhtälöstä $v = f\lambda$

$$= 45 \text{ Hz} \cdot 0,266... \text{ m} = \underline{\underline{12 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$$

12-14) Kielen pituus $l = 65 \text{ cm}$ perustaajuus $f_0 = 82,4 \text{ Hz}$

a) Perustaajuuksella 1 kupu $\Rightarrow \frac{1}{2}$ aallonpituutta.

$$\lambda = 2l$$

Aaltoliikkeen perusyhtälöstä $v = f\lambda = f2l$

$$= 82,4 \text{ Hz} \cdot 2 \cdot 0,65 \text{ m} \approx \underline{\underline{110 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$$

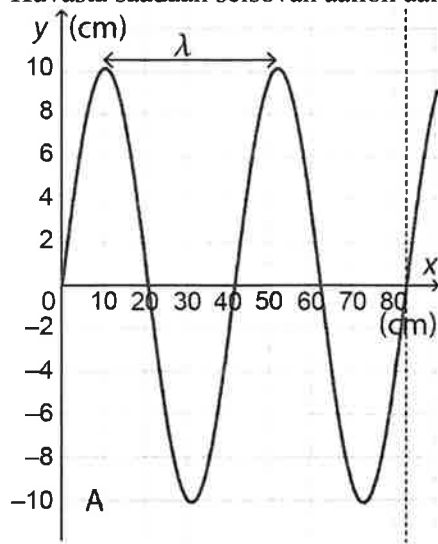
b)  3 kupua

c)  4. ylävärähtely $\sim 2,5$ aallonpituutta

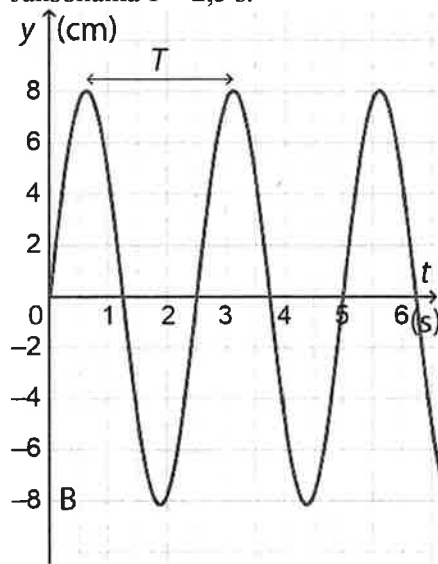
$$\lambda = \frac{0,65 \text{ m}}{2,5} = \underline{\underline{0,26 \text{ m}}}$$

12-17.

- a) Kuvasta saadaan seisovan aallon aallonpituudeksi $\lambda \approx 42 \text{ cm}$.



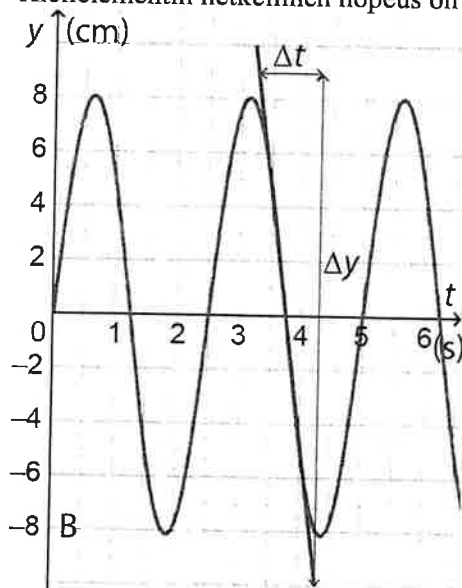
- b) Kuvasta saadaan seisovan aallon jaksonaika esimerkiksi kahden huipun välisenä aikaerona. Jaksonaika $T \approx 2,5 \text{ s}$.



Aaltoliikkeen perusyhtälön mukaan aallon nopeus on $v = f\lambda$. Koska taajuus on $f = 1/T$, aallon nopeus on

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{0,42 \text{ m}}{2,5 \text{ s}} \approx 0,17 \text{ m/s}.$$

- c) Kielielementin hetkellinen nopeus on suurin niillä hetkillä, kun kuvaaja B leikkaa t -akselin.



Kuvaajaan piirretyn tangentin avulla saadaan nopeuden suurimmaksi arvoksi

$$v_{\max} = \frac{\Delta y}{\Delta t} \approx \frac{19 \text{ cm}}{1,0 \text{ s}} = 0,19 \text{ m/s}.$$

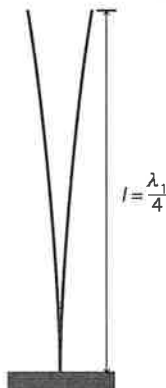
12-13.

- a) Langanpätkä alkaa värähdellä langan tahdissa. Koska värähtelevän langan toinen pää liikkuu vapaasti, sen päähän syntyy kupu.

b) $l = 125 \text{ mm} = 0,125 \text{ m}$, $T = 13,5 \text{ ms}$

- i) Sauvaan syntyy seisova aalto. Sauvan puualustalle kiinnitetyssä alapäässä on solmu ja avoimessa yläpäässä kupu. Solmun ja kuvun välinen etäisyys on neljäsosa aallonpituudesta.

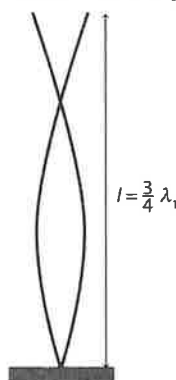
Perusvärähtely:



Perustaajuutta lähinnä oleva ensimmäinen ylävärähtely syntyy, kun sauvan pituus on

$$l = \frac{\lambda_2}{2} + \frac{\lambda_2}{4} = \frac{3}{4} \lambda_2.$$

Ensimmäinen ylävärähtely



- ii) Perustaajuus f_1 saadaan, kun sauvan pituus on $l = \frac{\lambda_1}{4}$.

Perusvärähtelyn taajuus on $f_1 = \frac{1}{T_1} = \frac{1}{13,5 \cdot 10^{-3} \text{ s}} = 74,0741 \frac{1}{\text{s}}.$

Aallonpituus on $\lambda_1 = 4l = 4 \cdot 0,125 \text{ m} = 0,50 \text{ m}.$

Aallon nopeus on aaltoliikkeen perusyhtälön $v = f\lambda$ mukaan

$$v = f_1 \lambda_1 = 74,0741 \text{ Hz} \cdot 0,50 \text{ m} = 37,0371 \text{ m/s} \approx 37 \text{ m/s}.$$

- iii) Ensimmäinen ylävärähtely syntyy, kun sauvan pituus on $l = \frac{3}{4} \lambda_2$. Tällöin aallonpituus on

$$\lambda_2 = \frac{4}{3} l = \frac{4}{3} \cdot 0,125 \text{ m} \approx 0,166667 \text{ m}.$$

Taajuus on $f_2 = \frac{v}{\lambda_2} = \frac{37,0371 \text{ m/s}}{0,166667 \text{ m}} \approx 220 \text{ Hz}.$