7.lk matematiikka

Yhtälöt

Versio 3.15 (2026)
Janne Koponen

Monisteen käyttäjälle

Tämä kurssimoniste on suunniteltu seitsemännen luokan matematiikan neljänneksi kirjaksi tai kirjan lisänä käytettäväksi monisteeksi. Itse olen tosin päätynyt käyttämään kirjaa tämän monisteen lisukkeena.

Tämän monisteen pohjimmainen idea on olla mahdollisimman selkeä ja tarjota paljon perustehtäviä. Koska tehtäviä on ajoittain liikaakin ei kaikkien kannata tehdä kaikkia tehtäviä. Jos tehtävät tuntuvat liian helpoilta ja ne ovat menneet oikein, kannattaa kysyä opettajalta, mihin tehtäviin kannattaa seuraavaksi siirtyä.

Toinen perusajatus liittyy siihen, että osa tehtävistä on suunniteltu tehtäväksi tähän monisteeseen, jolloin oppilaatkin tekevät yleensä enemmän tehtäviä ja oppivat siksi paremmin. Edeltävistä monisteista poiketen suuri osa tämän monisteen tehtävistä on parempi tehdä ruutuvihkoon. Lausekkeiden sieventämisessä ja yhtälöiden ratkaisulaskuissa järjestelmällinen ja siisti laskujälki on iso etu ja siksi sitä pitää oikeasti harjoitella.

Oppilaan on sallittua, jopa toivottavaa, tehdä teoriaosaan omia merkintöjä, alleviivauksia, värikynäkorostuksia ja muita itselle sopivia tapoja merkitä itselleen olennaiset asiat. Ja jos se itseä auttaa, voi mieleisien asioiden kohdalle piirtää pikaisesti jonkun kuvan.

Tämä moniste on osa julkiseen jakoon laittamaani matematiikan materiaalia, joka löytyy osoitteesta https://peda.net/p/joykop/mm

Samalta sivustolta löytyy myös lisää harjoitusmateriaalia. Nimenomaan tämän monisteen aiheeseen liittyviä tehtäviä voi arpoa excelissä, kun lataa koneelleen tiedostot
”yhtalotehtavia-versioXXX.xlsm” ja
”yhtalotehtavia_sanallisia-versioXXX.xlsm”

Aikaisempia asioita, mitä pitäisi osata ovat yhteen-, vähennys-, kerto- ja jakolaskut sekä numeroilla että muuttujien kanssa. Jos näissä asioissa on puutteita, voi harjoitustehtäviä luoda edellämainitusta osoitteesta tiedostoista:

”Kirjainlausekkaiden_sievennys-versioXXX.xlsx” tai
”Kirjainlausekkaiden_sievennys-versioXXX.xlsm” ja
”yhteen_ja_vahennyslaskutehtavia-versioXXX.xlsx”

Janne Koponen

Sisällys

1. Yhtälön määritelmä ja merkintäkäytänteitä 4
2. Yhtälön vastauksen tarkistaminen 6
3. Yhtälön ratkaiseminen termejä lisäämällä ja vähentämällä 8
4. Termien siirtäminen (nopeampi tapa) 12
5. Yhtälön ratkaiseminen jakamalla molemmat puolet 16
6. Yhtälön ratkaiseminen kertomalla molemmat puolet 20
7. Yhtälöharjoituksia 24
8. Soveltavia tehtäviä 26
9. Kertaustehtäviä 29
10. Vastauksia: 30

1. Yhtälön määritelmä ja merkintäkäytänteitä

Yhtälössä on kaksi lauseketta, jotka on merkitty yhtä suuriksi. Tähän merkitsemiseen käytetään = -merkkiä.

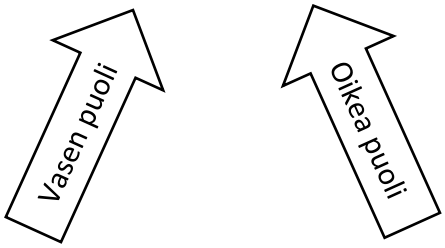
Esimerkki 1. – Yhtälöitä

a) Jos lauseke $3x + 1$ on yhtä suuri, kuin lauseke $x - 5$, merkitään se yhtälönä

$$3x + 1 = x - 5$$

b) Jos väitetään, että lauseke $35 + 2 \cdot 5$ on yhtä suuri kuin $55 - 3 - 7$, merkitään se yhtälönä

$$35 + 2 \cdot 5 = 55 - 3 - 7$$



Miten laskuja merkitään

Olennainen asia yhtälöitä ratkottaessa on se, että koska siinä on kaksi erillistä lauseketta, ei ”laskua” voida jatkaa luonnollisesti edellisen laskun perään. Tästä syystä yhtälölaskuissa on tapana, että vasemman puolen vastaus kirjoitetaan sen alapuolelle, oikean puolen vastaus tulee sen alapuolelle ja niiden väliin merkitään = -merkki, koska seuraavan rivin molemmat puolet ovat keskenään yhtä suuria.

Esimerkki 2. – Miten yhtälöissä lasketaan

Tässä esimerkissä on lisätty ylimääräiset nuolet osoittamaan, mihin minkäkin laskun vastaus kirjoitetaan.

$$35 + 2 \cdot 5 = 55 - 3 - 7$$
$$\Downarrow \quad \Downarrow$$
$$35 + 10 = 52 - 7$$
$$\Downarrow \quad \Downarrow$$
$$45 = 45$$

Tarkastellaan seuraavaksi sitä, mitä yhtälölle saa tehdä. Koska yhtälön molemmat puolet ovat yhtä suuria, säilyvät ne yhtä suurina, vaikka niille molemmille tehdään sama laskutoimitus. Jos laskutoimitus jätetään toiselta puolen tekemättä eivät molemmat puolet ole enää yhtä suuria.

Esimerkki 3.

5 = 5 on varmasti totta. Mitä tapahtuu, jos muutan yhtälön toista puolta lisäämällä siihen kolme. Kokeillaan eri vaihtoehtoja.

$5 = 5$	$5 = 5$	$5 = 5$
$5 + 3 = 5$	$5 = 5 + 3$	$5 + 3 = 5 + 3$
$8 = 5$	$5 = 8$	$8 = 8$
Väärin meni	Väärin meni	Oikein meni

Vain se kolmas vaihtoehto tuotti oikean tuloksen. Eli jos lisää yhtälön toiselle puolelle 3, pitää lisätä sama 3 myös toiselle puolelle.

Kun yhtälön molemmille puolille tehdään joku laskutoimitus, on tapana ”ilmoittaa asiasta” laskutoimitusta edeltävän rivin perässä. Ilmoitusta ennen merkitään joko yksi tai kaksi pidempää pystyviivaa. Tässä monisteessa käytetään kaksoisviivamerkintää.

Esimerkki 4.

Merkitään ja lasketaan yhtälö $6 = 6$ kerrottuna kolmella.

$$\begin{aligned} 6 &= 6 \quad \| \cdot 3 \\ 3 \cdot 6 &= 3 \cdot 6 \\ 18 &= 18 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} 6 &= 6 \quad | \cdot 3 \\ 3 \cdot 6 &= 3 \cdot 6 \\ 18 &= 18 \end{aligned}$$

Kumpaa tahansa tapaa rupeatkin käyttämään, on olennaista merkitä varsinainen lasku näkyville seuraavalle riville.

= -merkin käyttö

Kun tarkastelet tämän sivun esimerkkejä, huomaat varmasti, että yhdenkään rivin loppuun tai alkuun ei ole lisätty = -merkkiä.

Yhtälöissä yhtäsuuruusmerkki on aina kahden lausekkeen välissä ja sen merkitys on nimenomaan se, että oikea ja vasen puoli ovat yhtä suuria. Rivin loppuun tai alkuun ei lisätä yhtäsuuruusmerkkejä ”varmuuden vuoksi”. Esimerkiksi esimerkissä 4. ensimmäinen ja toinen rivi eivät enää ole samoja, joten niiden väliin lisätty yhtäsuuruusmerkki on virheellinen.

2. Yhtälön vastauksen tarkistaminen

Kun olet ratkaissut yhtälön tai muuten saanut vastauksen tietoosi, on sen oikeellisuuden tarkistaminen helppoa. Se on jopa niin helppoa, että se kannattaa opetella ennen kuin opettelee yhtälöitä ratkaisemaan.

Yhtälön vastaus tarkistetaan sijoittamalla x:n arvo yhtälöön ja laskemalla molempien puolien vastaukset erikseen. Jos oikealle ja vasemmalle puolelle tulee sama vastaus, on vastausehdokas oikea, muutoin se on väärä.

Esimerkki 1.

Mitkä seuraavista ovat yhtälön $2x + 3 = 4x + 1$ vastauksia:

a) $x = 0$ b) $x = 1$ c) $x = -2$

Tarkistetaan sijoittamalla x:n arvo yhtälöön ja lasketaan molemmille puolille oma vastaus.

a) Kun $x = 0$, saadaan

$$2x + 3 = 4x + 1$$
$$2 \cdot 0 + 3 = 4 \cdot 0 + 1$$
$$0 + 3 = 0 + 1$$
$$3 = 1 \quad \textbf{epätosi}$$

eli $x = 0$ ei ole vastaus

b) Kun $x = 1$, saadaan

$$2x + 3 = 4x + 1$$
$$2 \cdot 1 + 3 = 4 \cdot 1 + 1$$
$$2 + 3 = 4 + 1$$
$$5 = 5 \quad \textbf{tosi}$$

eli $x = 1$ on vastaus

c) Kun $x = -2$, saadaan

$$2x + 3 = 4x + 1$$
$$2 \cdot (-2) + 3 = 4 \cdot (-2) + 1$$
$$-4 + 3 = -8 + 1$$
$$-1 = -7 \quad \textbf{epätosi}$$

eli $x = -2$ ei ole vastaus

Tehtäviä

Seuraavat tehtävät onnistuvat vaikka päässälaskuina. Niiden tavoitteena on kuitenkin opetella tekemään yhtälön vastauksen tarkistaminen oikein. Tee ne siis vihkoosi kokonaisuudessaan, kuten viereisen sivun esimerkissäkin on tehty. Jos ekat tehtävät tuntuvat liian helpoilta, voit siirtyä pari tehtävää vaikeampiin.

1. Mitkä ovat yhtälön $x + 7 = 5$ vastauksia:
   a) $x = 2$ b) $x = -2$

x	+	7	=	5									
2	+	7	=	5									

2. Mitkä ovat yhtälön $x - 3 = 1$ vastauksia:
   a) $x = 4$ b) $x = 2$

3. Mitkä ovat yhtälön $2x = 6$ vastauksia:
   a) $x = 2$ b) $x = 4$

4. Mitkä ovat yhtälön $3x - 2 = -6$ vastauksia:
   a) $x = -2$ b) $x = -7$

	3x	–	2	=	–6								
3 · (–2)		–	2	=	–6								

Seuraavat pitää sitten tehdä vihkoon

5. Onko $x = 3$ yhtälön ratkaisu?
   a) $x - 4 = -7$ b) $2x + 3 = 9$
   c) $3x = 2x - 4$ d) $4x + 2 = 5x - 1$

6. Onko $x = -3$ yhtälön ratkaisu?
   a) $x - 4 = -7$ b) $2x + 3 = 9$
   c) $3x = 2x - 4$ d) $4x + 2 = 5x - 1$

7. Onko $x = \frac{1}{2}$ yhtälön ratkaisu?
   a) $2x = 4$ b) $4x = 2$

8. Onko $x = 12$ yhtälön ratkaisu?
   a) $\frac{x}{2} - 4 = -10$ b) $2x - \frac{x}{3} = 20$
   c) $\frac{3x}{9} + 13 = 2x - 7$

9. Onko $x = 9$ yhtälön ratkaisu?
   a) $\frac{x}{4} - 4 = \frac{x}{2}$ b) $x - \frac{x}{3} = -6$
   c) $\frac{-x}{9} + 13 = 2x - 7$

10. Päättele itse yhtälön ratkaisu ja osoita se oikeaksi tarkistamalla:
    a) $x + 6 = 14$ b) $-2x = 30$
    c) $3x + 5 = 2$ d) $2x - 4 = 10$

11. Päättele itse yhtälön ratkaisu ja osoita se oikeaksi tarkistamalla:
    a) $x + 6 = 2x - 4$ b) $-2x = 15$
    c) $3x - 7 = 2x$ d) $2x + 3 = 20$

12. Päättele itse yhtälön ratkaisu ja osoita se oikeaksi tarkistamalla:
    a) $12{,}7x + 6 = 13{,}2x + 6$
    b) $\frac{-2}{1+x} = 2$

Seuraavissa tehtävissä yhtälön muodostaminen ja tarkistaminen on pääidea.

13. Kirjoita yhtälönä ja tarkista onko annettu vastaus tosi.
    a) Kun lukuun x lisätään 4, saadaan 9. Onko x = 6?
    b) Kun luku 6 kerrotaan x:llä, saadaan 8 vähennettynä 4x. Onko x = 4?
    c) Kun luku –x kerrotaan luvulla –6, saadaan 3x lisättynä 9. Onko x = 3?

3. Yhtälön ratkaiseminen termejä lisäämällä ja vähentämällä

Tässä kappaleessa tutustutaan helpotettuihin yhtälöihin, jotka ratkeavat **lisäämällä ja/tai vähentämällä termejä puolittain**.

Lähtökohta: Yhtälön vasemmalla ja oikealla puolella on lausekkeet, joissa voi olla sekä muuttujatermejä (esim. x, 3x, -5x, …) että vakioita (esim. 2, 5, -4, …).
Tavoite: Yhtälön vasemmalla puolella on vain muuttujatermejä ja oikealla puolella vain vakiotermejä. Tällä tunnilla harjoitellaan, miten tämä tehdään oikeaoppisesti.
Menetelmä: Yhtälön molemmille puolille lisätään/vähennetään sama termi siten, että väärällä puolella olevat termit supistuvat pois, kun lausekkeet supistetaan. Tätä toistetaan kunnes, vasemmalla on vain muuttujatermejä ja oikealla vain vakiotermejä.

Esimerkki 1.
Ratkaise yhtälö $x + 3 = 7$.

$$x + 3 = 7 \quad \| -3$$
$$x + 3 - 3 = 7 - 3$$
$$x = 4$$

Merkintä $\| -3$ tarkoittaa, että seuraavalla rivillä molemmilta puolilta vähennetään 3.

Koska $+3 - 3 = 0$ jää vasemmalle vain x.

Esimerkki 2.
Ratkaise yhtälö $x - 3 = 7$.

$$x - 3 = 7 \quad \| +3$$
$$x - 3 + 3 = 7 + 3$$
$$x = 10$$

Koska $-3 + 3 = 0$ jää vasemmalle taas vain x.

Vastakkaisten laskutoimitusten idea toimii myös, kun halutaan poistaa oikealla puolella olevia muuttujatermejä eli niitä, joissa on x. (Seuraaviin esimerkkeihin on vaadittu lisäksi tarkistus, ihan malliksi.)

Esimerkki 3. Ratkaise yhtälö $\boldsymbol{3x = 2x + 6}$. Tarkista vastaus.

$$3x = 2x + 6 \quad \| -2x$$
$$3x - 2x = 2x + 6 - 2x$$
$$x = 6$$

Tarkistus:
$$3x = 2x + 6$$
$$3 \cdot 6 = 2 \cdot 6 + 6$$
$$18 = 12 + 6$$
$$18 = 18 \quad \text{Tosi}$$

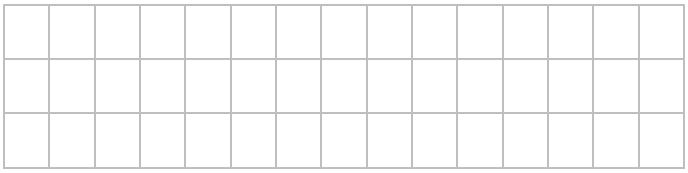
Esimerkki 3. Ratkaise yhtälö $\boldsymbol{-5x - 3 = -6x + 7}$. Tarkista vastaus.

$$-5x - 3 = -6x + 7 \quad \| +3$$
$$-5x - 3 + 3 = -6x + 7 + 3$$
$$-5x = -6x + 10 \quad \| +6x$$
$$-5x + 6x = -6x + 10 + 6x$$
$$x = 10$$

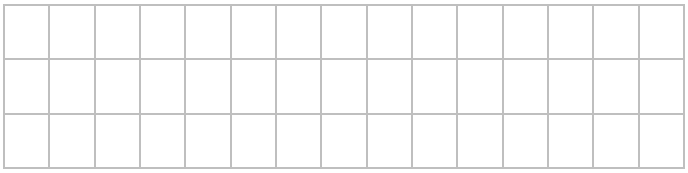
Tarkistus:
$$-5x - 3 = -6x + 7$$
$$-5 \cdot 10 - 3 = -6 \cdot 10 + 7$$
$$-50 - 3 = -60 + 7$$
$$-53 = -53 \quad \text{Tosi}$$

Tehtäviä

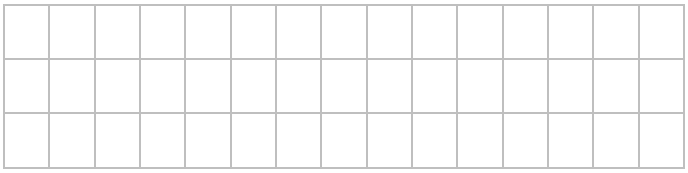
1. Ratkaise yhtälöistä x.
   a) $x + 7 = 5$ b) $x - 6 = 5$



   c) $x - 7 = 13$ d) $x - 7 = -7$



   e) $5 + x = 3$ f) $-3 + x = 8$

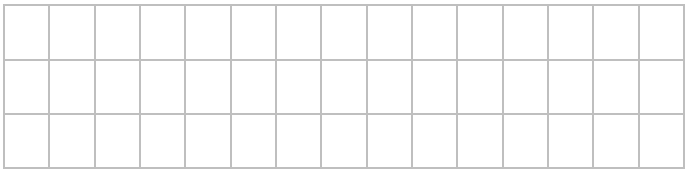


2. Ratkaise yhtälöistä x. Tarkista a ja b.
   a) $x + 3 = 4$ b) $x - 9 = 3$
   c) $x - 17 = 3$ d) $3 + x = -4$
   e) $x - 4 = 3$ f) $x + \frac{1}{3} = 1$

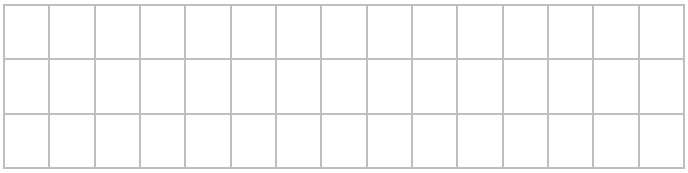
3. Ratkaise yhtälöistä x.
   a) $x - 3 = 15$ b) $-4 + x = 2$
   c) $x + \frac{1}{5} = 2$ d) $x - 1 = 1$
   e) $25 + x = 0$ f) $-1 + x = -3$

---

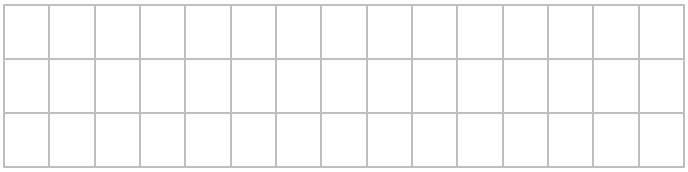
4. Ratkaise yhtälöistä x.
   a) $3x = 2x + 5$ b) $8x = 7x - 5$



   c) $7x = 6x - 4$ d) $-5x = -6x - 7$



   e) $5x = 18 + 4x$ f) $-2x = -3x + 1$

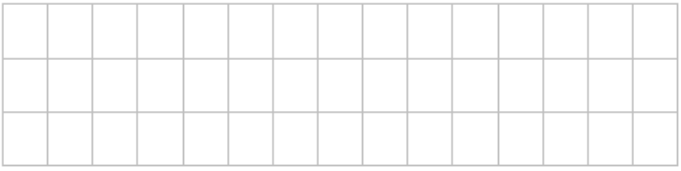


5. Ratkaise yhtälöistä x. Tarkista a ja b.
   a) $2x = x - 5$ b) $4x = 7 + 3x$
   c) $-x = -2x + 3$ d) $5x = 4x - 23$
   e) $0 = 12 - x$ f) $-3x + 4x = 8$

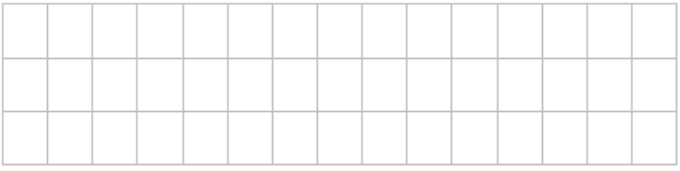
6. Ratkaise yhtälöistä x.
   a) $7x = 6x + 3$ b) $9x = 8x + 27$
   c) $3x = 2x + 1$ d) $6x = 5x - 3$
   e) $11x = 12 + 10x$ f) $12x = 11x - 8$

---

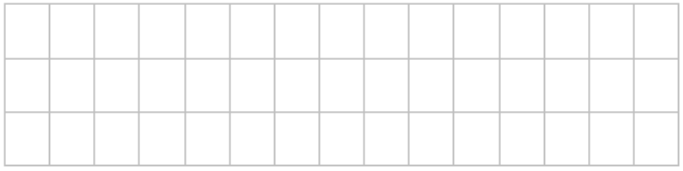
7. Ratkaise yhtälöistä x.
   a) $5x = 4x - 5$ b) $x + 4 = 7$



   c) $x - 4 = 3$ d) $8x = -23 + 7x$



   e) $6 = -x$ f) $x - 1 = 8$



8. Ratkaise yhtälöistä x. Tarkista a ja b.
   a) $x - 2 = -5$ b) $3 + x = 7$
   c) $6x = 5x + 3$ d) $8x = 7x + 3$
   e) $8 + x = 2$ f) $-3 = -x + 8$

9. Ratkaise yhtälöistä x.
   a) $x = 4 - 5$ b) $5x - 4x = 7$
   c) $3x = 2x + 4$ d) $9x - 3 = 8x$
   e) $3x - 2x = 42$ f) $x = 8 - 8$

10. Ratkaise yhtälöistä x. Tarkista a ja b.
   a) $3x + 2 = 2x + 5$
   b) $2x - 6 = x + 5$
   c) $7x + 1 = 6x - 4$
   d) $9 - 5x = -6x - 7$
   e) $5 + 4x = 2 + 3x$
   f) $-5x - 6 = -6x + 9$

11. Ratkaise yhtälöistä x
   a) $6x + 4 = 5x + 5$
   b) $-5x + \frac{3}{7} = -6x + \frac{5}{7}$
   c) $3 + 4x = 3x - 4$
   d) $12 - 3x = -4x - 8$
   e) $5x + 4x = 2 + 8x$
   f) $\frac{2}{3}x - 3 = -\frac{1}{3}x + 4$

12. Ratkaise yhtälöistä x.
   a) $8x + 25 = 7x + 45$
   b) $2x - 6 = x - 15$
   c) $7x + \frac{1}{3} = 6x - 24$
   d) $91 - 5x = -6x - 7$
   e) $15 + 14x = 18 + 13x$
   f) $-25x - 16 = -26x + 39$

13. Ratkaise yhtälöistä x.
   a) $8x + 5x - 3 = 7x + 5 + 5x$
   b) $-3x + 6 - 2x = -6x - 5$
   c) $12 - 4x + 5 = 6x - 2 - 11x$
   d) $9x + \frac{2}{3} - 5x = 3x - \frac{3}{4}$
   e) $1 - 3x - 5 = 12x - 4 - 14x$
   f) $-5x - 4x - 3 = 7 - 10x - 3$

14. Ratkaise yhtälöistä x.
   a) $3 \cdot 4x - 5x = 6x + 5$
   b) $7x - 2 \cdot 6 = x \cdot 6 - 5$
   c) $2x \cdot 4 + 3 = 3 \cdot 3x - 2x - 4$
   d) $9 - x - x = -x - 7$
   e) $5 \cdot 4x + 4 - 14x = 8 + 5x$
   f) $-x \cdot 2 - 1 = -3x + 3$

15. Muodosta ja ratkaise yhtälö.
   a) Kun lukuun x lisätään 3, saadaan 5.
   b) Kun luvusta x vähennetään 5, saadaan 7.
   c) Kun lukuun 4 lisätään x, saadaan 9.
   d) Kun luvusta 8 vähennetään x, saadaan –2x

16. Muodosta ja ratkaise yhtälö.
   a) Kun lukuun x lisätään 24 ja saadaan 35.
   b) Kun luvusta x vähennetään 15 ja saadaan 12.
   c) Kun luku x kerrotaan 5:llä, saadaan x kerrottuna 4:llä ja 7.
   d) Kun luvusta 5 vähennetään 3x, saadaan –4x vähennettynä 7.

17. Muodosta ja ratkaise yhtälö.
   a) Luku x kerrotaan 3:lla. Tulokseksi saadaan x kerrottuna kahdella, johon on lisätty 5.
   b) Lukuun 4x lisätään 25. Saadaan 16 lisättynä 3x.

18. Muodosta ja ratkaise yhtälö.
   a) Luku x kerrotaan 5:lla ja siihen lisätään 7. Tulokseksi saadaan x kerrottuna 4:llä, johon on lisätty 5.
   b) Luvun x kuusinkertaiseen tuloon lisätään 45. Saadaan x:n viisinkertainen tulo.

19. Ratkaise yhtälöllä. Millä x:n arvolla lauseke saa arvon 5?
   a) $x + 6$ b) $x - 14$

20. Ratkaise yhtälöllä. Millä x:n arvolla lauseke saa arvon nolla?
   a) $x + 6$ b) $x - 14$

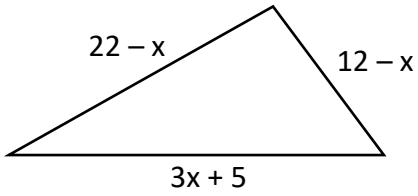
21. Ratkaise yhtälöllä. Millä x:n arvolla lauseke saa arvon –7?
   a) $x + 6$ b) $x - 14$

22. Ratkaise yhtälön avulla. Millä x:n arvolla lausekkeet $6x - 3$ ja $5x + 8$ ovat yhtä suuret?

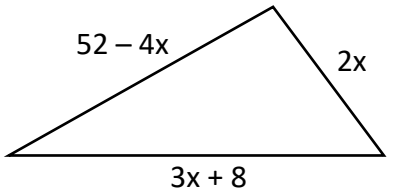
23. Ratkaise yhtälön avulla. Millä x:n arvolla lausekkeet $-x + 7$ ja $-2x + 5$ ovat yhtä suuret?

24. Ratkaise yhtälön avulla. Millä x:n arvolla lausekkeet $12x - 27$ ja $11x + 25$ ovat yhtä suuret?

25. Kolmion piiri on 44 cm.
    a) Muodosta yhtälö ja ratkaise x.
    b) Laske kolmion sivujen pituudet.



26. Kolmion piiri on 67 cm.
    a) Muodosta yhtälö ja ratkaise x.
    b) Laske kolmion sivujen pituudet.



27. Kallella on viisi purkkapakettia ja lisäksi 13 purkkaa, Villellä on neljä purkkapakettia ja 21 purkkaa.
    a) Muodosta yhtälö, jonka avulla ratkaiset, kuinka monta purkkaa yhdessä purkkapaketissa on, jos Kallen ja Villen purkkien kokonaismäärät ovat yhtä suuret.
    b) Laske montako purkkaa Kallella ja montako Villellä on a-kohdan perusteella.

28. Maija pohtii skootterin vuokraamista. Firma Vauh tarjoaa skootteria 5 € päivävuokralla ja heillä varausmaksu on 13 €. Kilpaileva yritys Viuh tarjoaa 4 € päivämaksulla samaa palvelua, mutta heidän aloitusmaksunsa on 17 €.
    a) Muodosta yhtälö ja ratkaise sen avulla, monenko päivän vuokra on yhtä kallista.
    b) Millä logiikalla Maijan kannattaa päättää kummasta firmasta hän skootterin vuokraa?

29. Maija vuokraa skootterin kypärän eri firmasta kuin skootterin. Tarjolla on kolme vaihtoehtoa Muks, Pöks ja Auh.
    Muksilla kypärän alkumaksu on 15 € ja päivävuokra 3 €, Pöksillä alkumaksu on 5 € ja päivävuokra 5 €, Auhilla alkumaksu on 9 € ja päivävuokra 4 €.
    Muodosta yhtälöt, joiden avulla päättelet, milloin mitkäkin firmat ovat keskenään saman hintaisia ja sillä perusteella päättele, milloin kannattaa käyttä minkäkin firman kypärävuokrausta. (Vertaile siis kerrallaan aina kahta firmaa Pöks-Auh / Auh-Muks / Pöks/Muks, yksi näistä tuottaa vaikeamman yhtälön, joka opetetaan ratkaisemaan vasta vähän myöhemmin, saa kuitenkin tehdä.)

4. Termien siirtäminen (nopeampi tapa)

Termien plussaaminen ja miinustaminen kaikkine merkintöineen on hidasta. Tähän on olemassa nopeampi ja vähemmän kirjoittamista vaativa menetelmä. Seuraavassa on kaksi esimerkkiä, joissa osa välivaiheista on merkitty sinisellä ja sama esimerkki siten, että siniset merkinnät on jätetty pois.

Esimerkki 1. Ratkaise yhtälö $\boldsymbol{x + 2 = 10}$

$$x + 2 = 10 \quad \| -2$$
$$x + 2 - 2 = 10 - 2$$
$$x = 8$$

Sama ilman sinisiä kohtia

$$x + 2 = 10$$
$$x = 10 - 2$$
$$x = 8$$

Esimerkki 2. Ratkaise yhtälö $9x - 7 = 8x + 5$

$$9x - 7 = 8x + 5 \quad \| +7$$
$$9x - 7 + 7 = 8x + 5 + 7$$
$$9x = 8x + 12 \quad \| -8x$$
$$9x - 8x = 8x + 12 - 8x$$
$$x = 12$$

Sama ilman sinisiä kohtia:

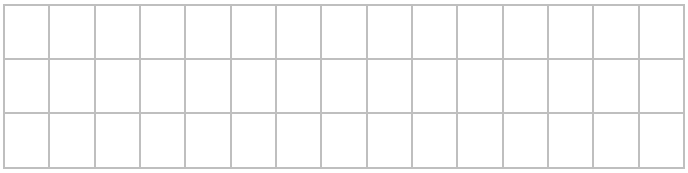
$$9x - 7 = 8x + 5$$
$$9x - 8x = 5 + 7$$
$$x = 12$$

Oikeanpuoleisista versioista on siis riisuttu pois kaikki ylimääräinen ja kun havainnoidaan, mitä punaisella ja violetilla merkityille termeille tapahtui, opimme seuraavan säännön, jolla voimme korvata termien plussaamisen ja vähentämisen:

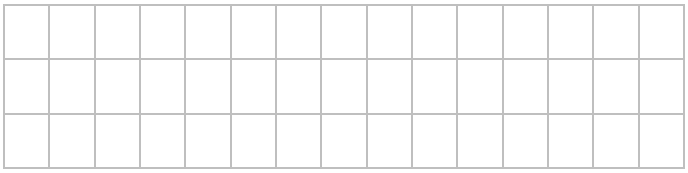
Termin saa siirtää yhtälön puolelta toiselle, kun samalla vaihtaa siirtyvän termin etumerkin.

Tehtäviä

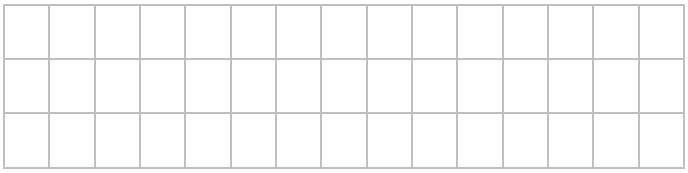
1. Ratkaise yhtälöistä x.
   a) $x + 9 = 5$ b) $x - 9 = 5$



   c) $x - 2 = 14$ d) $x - 7 = -3$



   e) $3 + x = 3$ f) $-3 + x = 2$

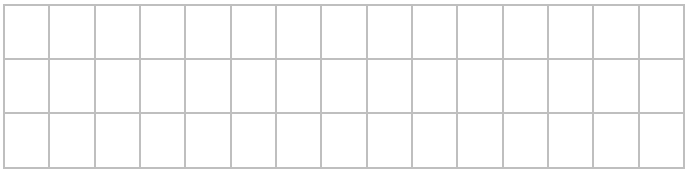


2. Ratkaise yhtälöistä x
   a) $x + 4 = 1$ b) $x - \frac{2}{3} = 5$
   c) $3 + x = 4$ d) $x + 2 = -3$
   e) $-2 + x = 8$ f) $2 + x = 2$

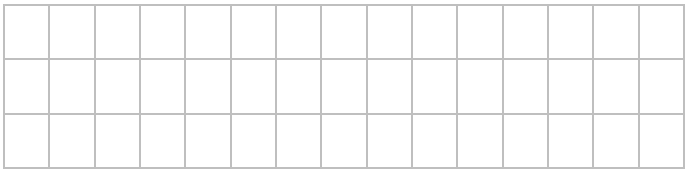
3. Ratkaise yhtälöistä x
   a) $x - 4 = 2$ b) $x - 2 = 9$
   c) $x - 1 = 1$ d) $x - 5 = -13$
   e) $3 + x = 0$ f) $-6 + x = 2$

---

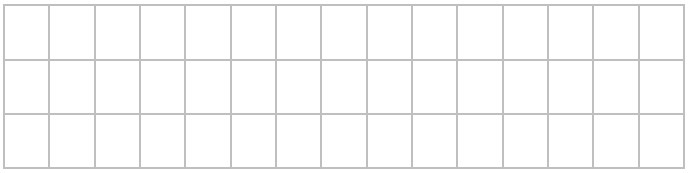
4. Ratkaise yhtälöistä x.
   a) $9x = 8\text{x} + 4$ b) $-3x = -4x - 5$



   c) $5x = 4x - 4$ d) $52x = 51x - 3$



   e) $7x = 18 + 6x$ f) $-7x = -8x + 1$

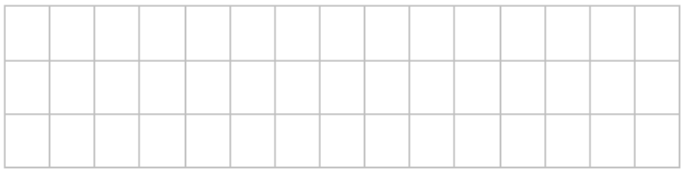


5. Ratkaise yhtälöistä x.
   a) $3x = 2\text{x} + 5$ b) $-5x = -6x - 2$
   c) $6x = 5x - 4$ d) $1{,}5x = 0{,}5x - 3$
   e) $2x = 1 + x$ f) $-4x = -5x + 9$

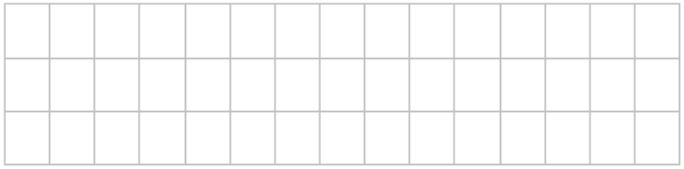
6. Ratkaise yhtälöistä x.
   a) $12x = 11\text{x} + 5$ b) $-3x = -4x - 35$
   c) $3x - 2x = -4$ d) $-5x = -6x - \frac{3}{7}$
   e) $7x = 18 + 6x$ f) $-7x = -8x + 4$

---

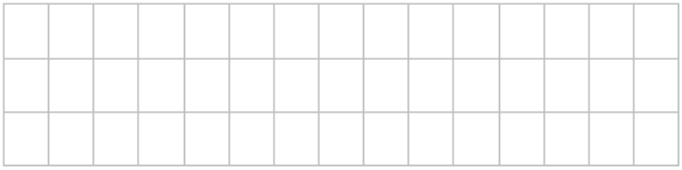
7. Ratkaise yhtälöistä x.
   a) $2x = \text{x} - 15$ b) $x + 6 = 2$



   c) $-x = -2x + 8$ d) $9x = 8x - 23$



   e) $5 + x = 12$ f) $-3x + 4x = 18$



8. Ratkaise yhtälöistä x.
   a) $5x = 4\text{x} + 3$ b) $x + 4 = 7$
   c) $-3x = -4x + 3$ d) $4x = 3x - 3$
   e) $-3 + x = 12$ f) $x + 4 = 18$

9. Ratkaise yhtälöistä x.
   a) $7x = 6\text{x} - 5$ b) $x + \frac{3}{4} = \frac{3}{20}$
   c) $3 + x = 8$ d) $9x = 8x - 13$
   e) $5 + x = 13$ f) $x = 18 - 5$

---

10. Ratkaise yhtälöistä x.
    a) $5x + 8 = 4\text{x} + 5$
    b) $2x + 6 = x - 5$
    c) $7x + 9 = 6x - 7$
    d) $9 - 5x = -6x - 7$
    e) $4 + 4x = 2 + 3x$
    f) $-5x - 1 = -6x + 9$

11. Ratkaise yhtälöistä x.
    a) $3x - 2 = 2x + 5$
    b) $3 + 5x = 4x - 5$
    c) $-x + 7 = -2x - 7$
    d) $\frac{1}{7} - 9x = -10x - \frac{2}{7}$
    e) $54 + 11x = 2 + 10x$
    f) $-3x - 1 = -4x - 7$

12. Ratkaise yhtälöistä x.
    a) $8x - 7x = 10 + 45$
    b) $8x - 6 = 7x - 5$
    c) $25x = 15x + 9x - 24$
    d) $91 - 5x = -6x - 7$
    e) $15 + 14x = 18 + 13x$
    f) $-x - 16 = -2x + 3$

---

13. Ratkaise yhtälöllä, millä x:n arvolla seuraavat lausekkeet ovat yhtä suuria?
    a) $5x + 3$ ja $4x + 8$
    b) $25x$ ja $24x + 27$
    c) $-7x + 4$ ja $-8x + 21$
    d) $3x - 8$ ja $2x + 8$

14. Ratkaise yhtälöllä, millä x:n arvolla seuraavat lausekkeet ovat yhtä suuria?
    a) $8x - 7$ ja $7x + 5$
    b) $6 - x$ ja $-2x + 7$
    c) $-7 + 4$ ja $-x + 21$
    d) $32x - 8$ ja $15x + 8 + 16x$

15. Ratkaise yhtälöllä, millä x:n arvolla seuraavat lausekkeet ovat yhtä suuria?
    a) $8x - 7 + 2x$ ja $9x + 9$
    b) $-x - 4$ ja $-2x + 22$
    c) $-17x + 17x$ ja $-x + 1$
    d) $2x - 8$ ja $-15x + 8 + 16x$

16. Kirjoita yhtälönä ja ratkaise x
    a) Kun luku x kerrotaan neljällä ja tuloon lisätään viisi, saadaan 3x lisättynä 16:lla.
    b) Kun lukuun 4 lisätään lukujen 16 ja x tulo, saadaan x kerrottuna 15:lla.

17. Kirjoita yhtälönä ja ratkaise x
    a) Kun luku x kerrotaan kolmella ja tuloon lisätään neljä, saadaan 2x vähennettynä 6:lla.
    b) Kun lukuun 4 lisätään lukujen 3 ja x tulo, saadaan 5 lisättynä x kerrottuna 2:lla.

18. Kirjoita yhtälönä ja ratkaise x
    a) Kun lukuun 8 lisätään x ja kerrotaan neljällä, saadaan 3x lisättynä 8:lla.
    b) Kun luvusta 5 vähennetään lukujen 5 ja x tulo, saadaan x kerrottuna 4:lla.

---

19. Ville sai mato-ongella x kalaa. Kirjoita yhtälö ja ratkaise Villen kalojen määrä, kun
    a) Kun Kalle sai kolme kalaa enemmän kuin Ville, oli Kallen saalis 15 kalaa.
    b) Kun Kalle sai kuusi kalaa vähemmän kuin Ville, oli Kallen saalis 12 kalaa.

20. Ville sai mato-ongella x kalaa. Kirjoita yhtälö ja ratkaise Villen kalojen määrä, kun
    a) Kalle sai kolme kertaa niin monta kalaa kuin Ville. Jos Kallen kalansaaliista poistetaan ahvenet (5 kpl), jää hänelle enää kaksi kertaa niin monta kalaa kuin Villelle.
    b) Kalle sai kaksi kertaa enemmän kaloja, mutta päästi kuusi takaisin kasvamaan. Tämän jälkeen Kallen kalansaaliissa oli enää 7 kalaa enemmän kuin Villellä.

21. Selvitä yhtälön avulla kuinka paljon maksoi yksi arpa, kun
    a) Kuusi arpa maksoi yhtä paljon kuin viisi arpaa ja 3 euron leipä.
    b) Seitsemän arpaa ja euron laku maksoivat yhtä paljon kuin kuusi arpaa ja viiden euron jauhelihapaketti.

22. Kallella ja Villellä on yhtä painavat reput. Repuissa on samanlaisia puutarhatonttuja ja eväitä. Kallen repussa on 5 tonttua ja 2 kiloa eväitä, Villen repussa 4 tonttua ja 6 kiloa ruokaa.
    a) Ratkaise yhtälöä käyttäen yhden tontun paino.
    b) Ratkaise yhden repun paino.

23. Kallen reppu painaa 7 kg enemmän kuin Villen reppu. Repuissa on samanlaisia puutarhatonttuja ja lisäksi eväitä. Kallen repussa on 4 tonttua ja 5 kiloa eväitä, Villen repussa 3 tonttua ja 1 kilo eväitä. Ratkaise yhtälöä käyttäen poikien reppujen painot.

Kaikki tähän mennessä olleet tehtävät ovat perustuneet siihen, että yhtälöt ovat helpotettuja ja vastaus tulee aina automaattisesti. Seuraavat tehtävät eivät tällaisia enää olekaan. Kokeile kuitenkin ratkaista niitä ja pohdi, miten pääsisit eteenpäin vaikka asiaa ei vielä olekaan virallisesti opetettu. Seuraavalta sivulta löytyy ohjeita, mutta kannattaa miettiä ensin itse.

24. Kirjoita yhtälönä ja ratkaise x
    a) Kun luku x kerrotaan neljällä ja tuloon lisätään viisi, saadaan 2x lisättynä 17:lla.
    b) Kun luku x kerrotaan kolmella ja tuloon lisätään 6, saadaan x kerrottuna 5:lla.

25. Villellä on x euroa rahaa. Ratkaise yhtälön avulla, kuinka paljon Villellä on rahaa, jos
    a) Kallella on kolme kertaa niin paljon rahaa kuin Villellä ja lisäksi 4 euroa pankkitilillä, jolloin hänellä on yhteensä 19 euroa.
    b) Kallella on 4 euroa enemmän kuin Villellä ja heillä on yhteensä 20 euroa.

5. Yhtälön ratkaiseminen jakamalla molemmat puolet

Edellisissä kappaleissa oli helpotettuja tehtäviä. Yleisimmin yhtälöt eivät ratkea pelkästään termejä siirtämällä vaan x:lle jää usein joku kerroin. Tästä kertoimesta päästään eroon jakamalla yhtälön molemmat puolet x:n kertoimella.

Noudata siis seuraava ohjetta:

1. Siirrä muuttujatermit yhtälön vasemmalle puolelle ja vakiotermit yhtälön oikealle puolelle.
2. Sievennä oikea ja vasen puoli erikseen.
3. Jos x:llä on kerroin, jaa kertoimella koko yhtälö.

Asia selviää parhaiten esimerkkien avulla

Esimerkki 1.
Ratkaise yhtälö $3x = 12$

$$\begin{aligned} 3x &= 12 \quad \|: 3 \\ \frac{3x}{3} &= \frac{12}{3} \\ x &= 4 \end{aligned}$$

Esimerkki 2.
Ratkaise yhtälö $-5x = 30$

$$\begin{aligned} -5x &= 30 \quad \|: (-5) \\ \frac{-5x}{-5} &= \frac{30}{-5} \\ x &= -6 \end{aligned}$$

Esimerkki 3. (Normaaliesimerkki)
Ratkaise yhtälö $6x + 12 = 48$ ja tarkista vastaus.

$$\begin{aligned} 6x + 12 &= 48 \\ 6x &= 48 - 12 \\ 6x &= 36 \quad \|: 6 \\ \frac{6x}{6} &= \frac{36}{6} \\ x &= 6 \end{aligned}$$

Tarkistus:

$$\begin{aligned} 6x + 12 &= 48 \\ 6 \cdot 6 + 12 &= 48 \\ 36 + 12 &= 48 \\ 48 &= 48 \quad \text{Tosi} \end{aligned}$$

Esimerkki 4.
Ratkaise yhtälö $-x = 10$ ja tarkista vastaus.

$$\begin{aligned} -x &= 10 \quad \|: (-1) \\ x &= -10 \end{aligned}$$

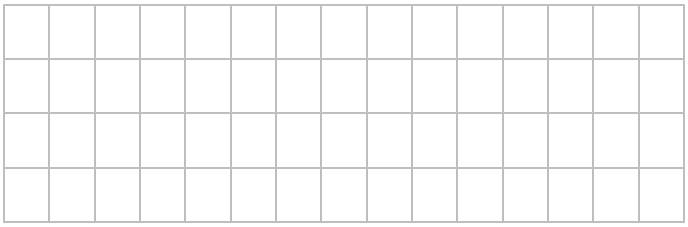
Tarkistus: (Näin se oikeasti tehdään)

$$\begin{aligned} -x &= 10 \\ -(-10) &= 10 \\ 10 &= 10 \quad \text{Tosi} \end{aligned}$$

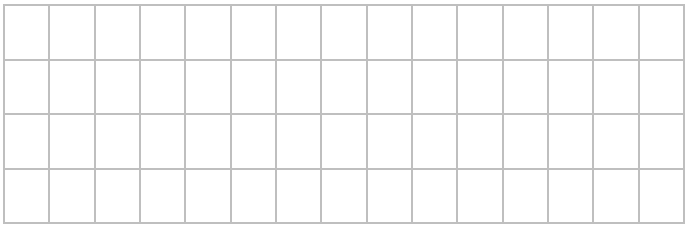
Tämä erikoisesimerkki on yleinen (toki ennen tätä on usein esimerkin 3. juttuja). Eli –x:n saa vaihdettua positiiviseksi jakamalla –1:llä. Numerot eivät muutu, mutta etumerkit vaihtuvat.

Tehtäviä

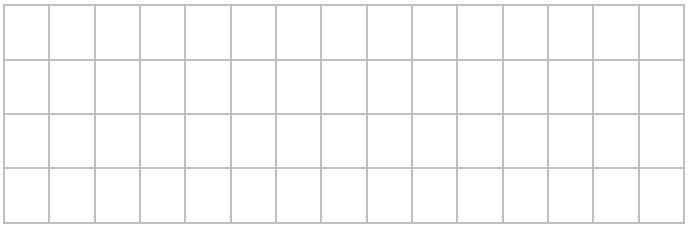
1. Ratkaise yhtälöistä x.
   a) $5x = 25$ b) $-2x = 16$



   c) $7x = -35$ d) $5x = 45$



   e) $-3x = 21$ f) $-5x = 40$



2. Ratkaise yhtälöistä x. Tarkista a ja b.
   a) $2x = 24$ b) $2x = 15$
   c) $-7x = -21$ d) $-x = 45$
   e) $-x = -29$ f) $6x = 42$

3. Ratkaise yhtälöistä x.
   a) $6x = 20$ b) $-7x = 35$
   c) $-3x = -21$ d) $-10x = 60$
   e) $-x = 2{,}5$ f) $2x = 7$

4. Ratkaise yhtälöistä x.
   a) $2x = 10$ b) $-x = 23$
   c) $6x = -54$ d) $-2x = 110$
   e) $-5x = -60$ f) $3x = 2$

---

5. Ratkaise yhtälöistä x. Tarkista a ja b.
   a) $3x + 5 = 20$ b) $2x - 5 = 13$
   c) $5x + 10 = -35$ d) $9 + 5x = 44$
   e) $6 - 3x = 21$ f) $-5x + 20 = 40$

6. Ratkaise yhtälöistä x.
   a) $4x + 8 = 20$ b) $5x - 7 = 13$
   c) $9x = -32 - 4$ d) $4 + 5x = 35$
   e) $6 - 3x = 12$ f) $5x + 10 = 40$

---

7. Ratkaise yhtälöistä x. Tarkista a ja b.
   a) $3x = \mathrm{x} + 20$ b) $2x = 5x + 12$
   c) $9x = 2x - 35$ d) $9x - 5x = 44$
   e) $6x = 3x + 8$ f) $-5x = -9x + 40$

8. Ratkaise yhtälöistä x.
   a) $3x = 20 - 2\mathrm{x}$ b) $2x = 4x - 18$
   c) $9x = 4x - 35$ d) $x = 44 + 12x$
   e) $3x = x + 21$ f) $-5x = 3x + 40$

---

9. Ratkaise yhtälöistä x.
   a) $9 + 2x = 23$ b) $2 - x = 15$
   c) $5x = 6x - 21$ d) $-x = x + 40$
   e) $3x - 2 = -29$ f) $-6x = 2x + 40$

10. Ratkaise yhtälöistä x.
   a) $2x = 24 - 4\mathrm{x}$ b) $7 - x = 13$
   c) $5x = 8x - 21$ d) $-x = 4x + 40$
   e) $7x - 2 = -23$ f) $-3x = 2x + 25$

---

11. Ratkaise yhtälöistä x. Tarkista a ja b.
   a) $6x + 8 = 4\mathrm{x} + 16$
   b) $x - 6 = 3x + 11$
   c) $2x + 13 = 7x - 7$
   d) $7x - 6 = 8x + 73$

12. Ratkaise yhtälöistä x.
   a) $7x + 4 = 4\mathrm{x} + 16$
   b) $x - 16 = 5x + 12$
   c) $22x + 13 = 17x - 7$
   d) $5x - 6 = 8x + 9$

13. Ratkaise yhtälöistä x.
   a) $2x + 4 = 3\mathrm{x} + 11$
   b) $11x - 8 = 3x + 16$
   c) $12x - 8 = 7x - 3$
   d) $18x - 3 = 8x - 3$

14. Ratkaise yhtälöistä x.
   a) $6x + 5 = 4x + 16$
   b) $x - 6 = 3x + 13$
   c) $2x + 13 = 5x - 17$
   d) $7x - 6 = -3x + 73$

15. Ratkaise yhtälöistä x.
   a) $5x + 4 = -3 + 12$
   b) $11x - 5x = 3x + 12$
   c) $12x - 8 = 10x - 3$
   d) $18x - 3 = 8x + 73$

16. Ratkaise yhtälöistä x.
   a) $5x + 4 = 3x + 11$
   b) $x - 8 = 3x + 6$
   c) $13x - 4 = 7x - 3$
   d) $10x - 3 = 5x + 8$

17. Ratkaise yhtälöistä x.
   a) $6x + 4x = 5x + 45$
   b) $x - 8x = 2x + 5$
   c) $13x - 4 = 8x + 11$
   d) $-2x - 23 = 8x + 8$

---

18. Ratkaise yhtälöllä. Millä x:n arvolla lauseke $5x + 6$ saa arvon
   a) 36 b) 51

19. Ratkaise yhtälöllä. Millä x:n arvolla lauseke $-3x + 4$ saa arvon
   a) -17 b) 19

20. Ratkaise yhtälöllä. Millä x:n arvolla lauseke $-5x + 4$ saa arvon
   a) -7 b) 0

21. Ratkaise yhtälöllä. Millä x:n arvolla lauseke $8 - 2x$ saa arvon
   a) 36 b) 21

22. Ratkaise yhtälöllä. Millä x:n arvolla lauseke $-8x + 4$ saa arvon
   a) -16 b) 36

23. Ratkaise yhtälöllä. Millä x:n arvolla lauseke $-5x + 8$ saa arvon
   a) -7 b) 0

---

24. Ratkaise yhtälöllä. Millä x:n arvolla lausekkeet saavat saman arvon
   a) $2x + 2$ ja $-8x + 32$
   b) $-6x - 8$ ja $-7x - 2$
   c) $6x + 1$ ja $-x - 48$
   d) $9x - 1$ ja $10x + 5$

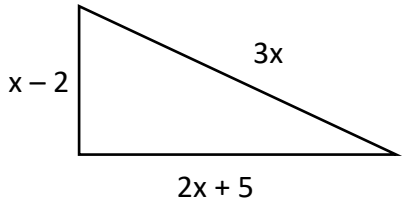
25. Ratkaise yhtälöllä. Millä x:n arvolla lausekkeet saavat saman arvon
   a) $18x + 4$ ja $9x - 86$
   b) $-6x - 8$ ja $-7x - 2$
   c) $4x - 11$ ja $x + 18$
   d) $9x - 1$ ja $11x + 5$

---

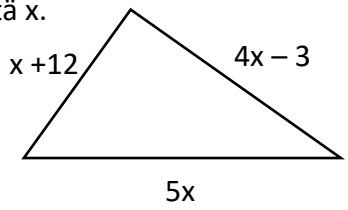
26. Ville sai mato-ongella x kalaa. Kirjoita yhtälö ja ratkaise Villen kalojen määrä.
   a) Kun Kalle sai kolme kertaa niin suuren saaliin kuin Ville, oli Kallen saalis 15 kalaa.
   b) Kun Kalle sai kuusinkertaisen saaliin verrattuna Villeen, oli Kallen saalis 12 kalaa.
   c) Kun Kalle sai nelinkertaisen saaliin Villeen verrattuna ja lisäksi 7 särkeä, oli Kallella 31 kalaa.

27. Minna ja Katja keräsivät omenoita. Minna keräsi x kiloa omenoita. Ratkaise yhtälöllä kuinka monta kiloa omenoita Minna keräsi.
   a) Kun Katjan omenasaalis oli kolme kertaa niin suuri kuin Minnan, oli Katjan saalis 18 kg omenoita.
   b) Kun Minnan saaliiseen lisätään 22 kg omenoita, saadaan Katjan saalis, joka on viisi kertaa Minnan saaliin kokoinen.
   c) Minnan saalis on 8 kg pienempi kuin Katjan, jolloin heidän saaliinsa yhteensä ovat 25 kg.

28. Kuvion piiri on 39 cm. Muodosta yhtälö ja määritä x.



29. Kuvion piiri on 79 cm. Muodosta yhtälö ja määritä x.



30. Kallella ja Villellä on mönkkäreissä saman verran polttoainetta ja niiden kulutus on sama. Kalle kiertää kartsalenkin kuusi kertaa ja pääsee juuri ja juuri kotiin 7 km päähän. Ville kiertää kartsalenkin yhdeksän kertaa ja mönkkäri hyytyy jo 2 km jälkeen. Muodosta yhtälö, jolla lasket kartsalenkin pituuden, ilmoita vastaus kilometreissä yhden desimaalin tarkkuudella.

31. Mirkku on testannut, että hän kerkeää hiihtää tunnissa vakiolenkkinsä kuusi kertaa ja lisäksi siirtymät kodin ja ladun välillä yhteensä 2 km. Jos Mirkku onkin mummolassa, on siirtymät vakiolenkille 5 km ja hän kerkeää hiihtää sen vain neljä kertaa. Muodosta yhtälö ja ratkaise sen avulla vakiolenkin mitta, ilmoita vastaus kilometreissä yhden desimaalin tarkkuudella.

6. Yhtälön ratkaiseminen kertomalla molemmat puolet

Edellisellä aukeamalla opittiin, että jos x on kerrottu jollain numerolla, saadaan se numero (kerroin) häivytettyä jakamalla kyseisellä kertoimella. Sama toimii myös toisin päin. Jos x on jaettu jollain numerolla, saadaan jakaja kumottua kertomalla jakajalla.

Esimerkki 1. (Perusversio uudesta asiasta)

Ratkaise yhtälö $\frac{x}{3} = 7$

$$\frac{x}{3} = 7 \quad \| \cdot 3$$
$$\frac{3x}{3} = 3 \cdot 7$$
$$x = 21$$

Jakajassa oleva numero saadaan pois kertomalla koko yhtälö sillä.

Perusasia on siis hyvin yksinkertainen. Erilaisissa yhtälöissä sitä kannattaa soveltaa eri vaiheissa. Tästä seuraavaksi kolme esimerkkiä. (Tarkistukset eivät valitettavasti mahtuneet tähän.)

Esimerkki 2.

Ratkaise yhtälö $\frac{5x}{3} = 10$

$$\frac{5x}{3} = 10 \quad \| \cdot 3$$
$$\frac{3 \cdot 5x}{3} = 3 \cdot 10$$
$$5x = 30 \quad \| : 5$$
$$\frac{5x}{5} = \frac{30}{5}$$
$$x = 6$$

Esimerkki 3.

Ratkaise yhtälö $\frac{x}{2} + 5 = 7$

$$\frac{x}{2} + 5 = 7$$
$$\frac{x}{2} = 7 - 5$$
$$\frac{x}{2} = 2 \quad \| \cdot 2$$
$$\frac{2x}{2} = 2 \cdot 2$$
$$x = 4$$

Esimerkki 4.

Ratkaise yhtälö $\frac{x}{3} + 2x = 7$

$$\frac{x}{3} + 2x = 7 \quad \| \cdot 3$$
$$\frac{3x}{3} + 3 \cdot 2x = 3 \cdot 7$$
$$x + 6x = 21$$
$$7x = 21 \quad \| : 7$$
$$\frac{7x}{7} = \frac{21}{7}$$
$$x = 3$$

Huomaa esimerkistä 4. kuinka siinä on kerrottu kaikki kolme termiä. Kun kerrotaan tai jaetaan, pitää aina jokainen termi kertoa/jakaa erikseen.

Täydennetty ohje kuuluu siis seuraavasti:

1. Siirrä muuttujatermit yhtälön vasemmalle puolelle ja vakiotermit yhtälön oikealle puolelle.
2. Sievennä oikea ja vasen puoli erikseen.
3. Jos x on jaettu jollain numerolla, kerro jakajalla koko yhtälö. (Sievennä tarvittaessa)
4. Jos x:llä on kerroin, jaa kertoimella koko yhtälö.

Vaiheen 3. saa tehdä ekanakin. Silloin pitää olla tarkkana, että muistaa kertoa jokaisen termin.

Tehtäviä

1. Ratkaise yhtälöistä x. (tarkista a ja b)

a) $\frac{x}{4} = 2$ b) $\frac{x}{7} = 6$

c) $\frac{x}{4} = 15$ d) $\frac{x}{-2} = 4$

e) $\frac{x}{5} = -6$ f) $\frac{x}{-3} = 4$

2. Ratkaise yhtälöistä x. Tarkista a ja b.

a) $\frac{x}{7} = 2$ b) $\frac{x}{6} = 4$

c) $\frac{x}{-4} = 5$ d) $\frac{x}{-2} = 6$

e) $\frac{x}{4} = -6$ f) $\frac{x}{-3} = 12$

3. Ratkaise yhtälöistä x.

a) $\frac{x}{-3} = -2$ b) $\frac{x}{2} = 3{,}5$

c) $\frac{x}{-4} = 0$ d) $\frac{x}{-2} = -5$

e) $\frac{x}{10} = -10$ f) $\frac{x}{-7} = 1$

---

4. Ratkaise yhtälöistä x. Tarkista a ja b.

a) $\frac{x}{5} - 4 = 2$ b) $\frac{x}{5} + 8 = 6$

c) $\frac{x}{4} - 5 = 15$ d) $\frac{x}{-2} + 4 = 4$

e) $\frac{x}{5} - 1 = -6$ f) $5 + \frac{x}{-3} = 4$

5. Ratkaise yhtälöistä x.

a) $\frac{x}{3} - 2 = 2$ b) $\frac{x}{5} + 3 = 3$

c) $\frac{x}{-7} - 5 = 3$ d) $\frac{x}{-2} + 1 = -4$

e) $\frac{x}{4} - 11 = -6$ f) $6 + \frac{x}{-3} = 2$

6. Ratkaise yhtälöistä x.

a) $-3 + \frac{x}{5} = 7$ b) $\frac{x}{3} + 2 = -9$

c) $\frac{x}{9} + 5 = 12$ d) $-3 - \frac{x}{-2} = 4$

e) $\frac{x}{-5} - 5 = -6$ f) $5 + \frac{x}{-3} = -3$

---

7. Ratkaise yhtälöistä x. Tarkista a ja b.

a) $\frac{5x}{3} = 20$ b) $\frac{3x}{-4} = 6$

c) $\frac{-2x}{5} = 8$ d) $\frac{-3x}{-2} = -6$

e) $\frac{-x}{7} = 3$ f) $\frac{4x}{-3} = 4$

8. Ratkaise yhtälöistä x.

a) $\frac{4x}{7} = 12$ b) $\frac{-3x}{2} = 9$

c) $\frac{2x}{-5} = -4$ d) $\frac{-3x}{-5} = -12$

e) $\frac{-2x}{5} = 3$ f) $\frac{7x}{-3} = 8$

9. Ratkaise yhtälöistä x.

a) $\frac{4x}{6} = 10$ b) $\frac{3x}{-4} = 9$

c) $\frac{-2x}{5} = 7$ d) $\frac{-4x}{-2} = -6$

e) $\frac{-x}{11} = 3$ f) $\frac{8x}{-6} = 4$

---

10. Ratkaise yhtälöistä x.

a) $\frac{2x}{3} - 6 = 2$ b) $\frac{2x}{5} + 2 = 6$

c) $\frac{5x}{4} - 5 = 15$ d) $\frac{7x}{-2} + 4 = 4$

e) $\frac{2x}{5} - 1 = -6$ f) $5 + \frac{5x}{-3} = 4$

11. Ratkaise yhtälöistä x.

a) $7 + \frac{2x}{3} = 13$ b) $\frac{7x}{5} - 8 = 6$

c) $\frac{5x}{2} - 10 = 15$ d) $-5 + \frac{3x}{-2} = 4$

e) $\frac{7x}{5} + 1 = -6$ f) $7 + \frac{5x}{-2} = -8$

12. Ratkaise yhtälöistä x.

a) $\frac{2x}{3} - 2 = 2$ b) $\frac{3x}{2} + 2 = 6$

c) $9 - \frac{3x}{4} = 3$ d) $\frac{6x}{-2} - 2 = 4$

e) $\frac{5x}{7} - 1 = -6$ f) $5 - \frac{5x}{-3} = 30$

Sitten vähän haastetta peliin. Näitä voi ratkaista joko murtolukujen yhteenlaskuilla tai kertomalla sellaisella luvulla, että saa kaikki jakajat pois.

13. Ratkaise yhtälöistä x. Tarkista a ja b.

a) $\frac{x}{3} + \frac{x}{3} = 8$ b) $\frac{x}{5} + \frac{2x}{5} = 6$

c) $\frac{x}{6} + \frac{x}{6} = 5$ d) $\frac{3x}{9} + \frac{x}{9} = 4$

14. Ratkaise yhtälöistä x.

a) $\frac{x}{2} + \frac{x}{2} = 8$ b) $\frac{x}{3} + \frac{2x}{3} = 6$

c) $\frac{4x}{5} + \frac{3x}{5} = 14$ d) $\frac{3x}{7} + \frac{x}{7} = 4$

15. Ratkaise yhtälöistä x.

a) $\frac{x}{4} + \frac{x}{2} = 6$ b) $\frac{x}{6} + \frac{2x}{3} = 10$

c) $\frac{x}{5} + \frac{x}{10} = 12$ d) $\frac{3x}{7} + \frac{x}{21} = 1$

16. Ratkaise yhtälöistä x.

a) $\frac{x}{3} + \frac{x}{6} = 9$ b) $\frac{x}{10} + \frac{x}{2} = 6$

c) $\frac{x}{4} - \frac{x}{2} = 5$ d) $\frac{x}{2} + \frac{x}{6} = 4$

17. Ratkaise yhtälöistä x.

a) $\frac{x}{3} + \frac{x}{2} = 10$ b) $\frac{x}{5} + \frac{x}{2} = 14$

c) $\frac{x}{4} - \frac{x}{3} = 2$ d) $\frac{x}{4} + \frac{x}{6} = 10$

18. Ratkaise yhtälöistä x.

a) $\frac{2x}{3} + \frac{x}{4} = 11$ b) $\frac{x}{5} + \frac{2x}{3} = 130$

c) $\frac{3x}{4} - \frac{x}{3} = 20$ d) $\frac{x}{4} + \frac{x}{5} = 18$

---

19. Ratkaise yhtälöistä x. Tarkista a ja b.

a) $\frac{x}{4} + 2\text{x} = 9$

b) $4x - \frac{x}{2} = 14$

c) $\frac{x}{4} - 3x = 22$

d) $3x - \frac{x}{3} = 4$

20. Ratkaise yhtälöistä x.

a) $\frac{3x}{4} + \text{x} = 7$

b) $2x - \frac{x}{3} = 4$

c) $\frac{x}{2} - 3x = -2$

d) $3x - \frac{4x}{3} = -4$

21. Ratkaise yhtälöistä x.

a) $\frac{3x}{6} = 20 + 3\text{x}$

b) $4x - \frac{2x}{3} = 5$

c) $\frac{3x}{4} = 3x + 9$

d) $2x - \frac{x}{3} = 4$

---

22. Muodosta yhtälö ja ratkaise x.

a) Kun luku x on jaettu kuudella, saadaan viisi.
b) Kun luku x on jaettu kolmella, saadaan yksi.
c) Kun 2x on jaettu viidellä, saadaan 14.
d) Kun 3x on jaettu neljällä, saadaan yhdeksän.

23. Muodosta yhtälö ja ratkaise x.

a) Kun luku x on jaettu kolmella ja siihen on lisätty 12, saadaan viisi.
b) Kun luku x on jaettu kolmella ja siitä on vähennetty neljä, saadaan yksi.
c) Kun 2x on jaettu kolmella ja siihen on lisätty kuusi, saadaan 14.
d) Kun 7x on jaettu neljällä, saadaan 3x jaettuna neljällä lisättynä yhdeksällä.

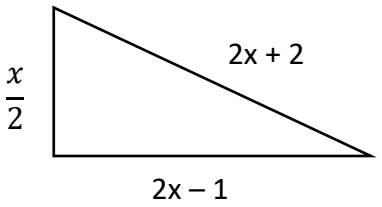
24. Muodosta yhtälö ja ratkaise x.

a) Kun luku 4x on jaettu kolmella ja siihen on lisätty 3, saadaan viisi.
b) Kun luku 5x on jaettu kolmella ja siitä on vähennetty neljä, saadaan yksi.
c) Kun 4x on jaettu kolmella ja siihen on lisätty 10, saadaan 3x.
d) Kun 3x on jaettu neljällä, saadaan 2x jaettuna kolmella lisättynä yhdeksällä.

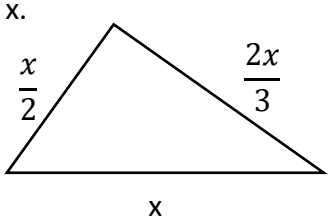
25. Minna ja Katja keräsivät omenoita. Minna keräsi x kiloa omenoita. Ratkaise yhtälöllä kuinka monta kiloa omenoita Minna ja Katja keräsivät, kun
    a) Katjan keräsi kolmasosan Minnan saaliista ja Katjan saalis oli 4 kg.
    b) Katja keräsi 7 kg omenoita, joka oli yhtä paljon kuin Minnan saaliin neljäsosa lisättynä 2 kg.
    c) Jos Minnan saalis puolitetaan ja siitä vähennetään vielä 4 kg, saadaan Katjan saalis, joka on Minnan saalis jaettuna kolmella.

26. Jussi ja Matti maalasivat aitaa. Ratkaise yhtälöä käyttäen Jussin ja Matin maalaaman aidan määrä, kun
    a) Jussin osuus koostui kolmesta yhtä suuresta osasta. Matti maalasi kaksi samanmittaista osaa, jolloin hän maalasi 8 m aitaa. (Yksi osuus on x.)
    b) Jussin osuus koostui viidestä yhtä suuresta osasta. Matti maalasi kolme osaa ja lisäksi 4 m osuuden, jolloin hän maalasi 13 m aitaa. (Yksi osa on x.)
    c) Jussin osuus koostui neljästä aitaelementistä. Matti maalasi kaksi keskenään yhtä pitkää osuutta. Ensimmäinen osuus koostui kahdesta aitaelementistä ja 3 m lisämetristä, toinen osuus koostui 3 aitaelementistä mutta siitä jäi 5 m maalaamatta. (Yksi elementti on x.)

27. Kuvion piiri on 28 cm. Muodosta yhtälö ja määritä x.



28. Kuvion piiri on 26 cm. Muodosta yhtälö ja määritä x.



29. Suorakulmion pinta-ala on 42 cm^2. Suorakulmion kanta on 6 cm ja korkeus on x. Muodosta yhtälö (suorakulmion pinta-alan laskukaavan mukaan) ja ratkaise korkeus x.

30. Kolmion pinta-ala on 42 cm^2, korkeus 7 cm ja kanta x. Muodosta yhtälö (kolmion pinta-alan laskukaavan mukaan) ja ratkaise x.

7. Yhtälöharjoituksia

Nyt on kaikki kurssin yhtälönratkaisumenetelmät opetettu. Ne kaikki voidaan tiivistää seuraavaan laatikkoon:

1. Siirrä muuttujatermit yhtälön vasemmalle puolelle ja vakiotermit yhtälön oikealle puolelle.
2. Sievennä oikea ja vasen puoli erikseen.
3. Jos x on jaettu jollain numerolla, kerro jakajalla koko yhtälö. (Sievennä tarvittaessa)
4. Jos x:llä on kerroin, jaa kertoimella koko yhtälö.

Seuraavaksi onkin vuorossa erilaisia ennestään tuttuja ja jonkun verran tuntemattomiakin tehtäviä.

Jos tehtävät loppuvat kesken tai tulee tarve harjoitella jotain tiettyä tehtävätyyppiä, löytyy sivulta http://koulut.tampere.fi/hatanpaa/matikka/monisteita/
(kohdasta ”Kirjainlaskentaa”) työkalu, jolla voi arpoa itselleen niin paljon harjoitustehtäviä kuin jaksaa tehdä. Opekin voi tarvittaessa tulostaa sinulle sopivia tehtäviä.

Tehtäviä

1. Ratkaise x.
   a) $x + 3 = 2$ b) $6x = 5x + 6$
   c) $3x = 2x + 15$ d) $4x = 3x + 12$
   e) $x - 6 = 4$ f) $x + 4 = 4$

2. Ratkaise x.
   a) $x - 7 = 12$ b) $8x = 7x + 62$
   c) $32x = 31x + 5$ d) $19x = 18x + 27$
   e) $x - 76 = 4$ f) $x + 14 = 4$

3. Ratkaise x.
   a) $5x + 3 = 4\text{x} - 5$
   b) $9x - 6 = 8x + 6$
   c) $-5x - 7 = -6x + 15$
   d) $14x - 4 = 13x + 12$

4. Ratkaise x.
   a) $3x + 1 = 2\text{x} + 1$
   b) $x - 6 = 6$
   c) $7 = -x + 15$
   d) $-7x - 4 = -8x + 12$

5. Ratkaise x.
   a) $2x = 12$ b) $-4x = 12$
   c) $3x = 21$ d) $8x = -40$
   e) $-5\text{x} = -100$ f) $-\text{x} = 1$

6. Ratkaise x.
   a) $6x = 12$ b) $-4x = 16$
   c) $-6x = 24$ d) $9x = -45$
   e) $-2\text{x} = -100$ f) $8\text{x} = 64$

7. Ratkaise x.
   a) $5x = 3\text{x} - 10$
   b) $3x - 8 = 16$
   c) $-5x - 7 = -7x + 15$
   d) $5x - 4 = x + 12$

8. Ratkaise x.
   a) $25x = 30\text{x} - 10$
   b) $-7x - 8 = 13$
   c) $-3x - 7 = -7x + 15$
   d) $5x - 12 = x + 12$

9. Ratkaise x.

a) $2{,}5x = 10$ b) $10x = 12$

c) $0{,}5x = 2$ d) $100x = 15$

e) $-\mathrm{x} = -1{,}7$ f) $3{,}7\mathrm{x} = 0$

10. Ratkaise x

a) $\frac{x}{3} = 7$

b) $\frac{x}{5} = 8$

c) $\frac{x}{2} - 7 = 15$

d) $5 - \frac{\mathrm{x}}{4} = 13$

11. Ratkaise x.

a) $\frac{x}{3} + 3\mathrm{x} = 30$

b) $\frac{x}{3} - 2\mathrm{x} = 20$

c) $\frac{x}{2} - 7 = 3\mathrm{x} - 22$

d) $5 - \frac{\mathrm{x}}{4} = \mathrm{x} + 15$

12. Ratkaise x

a) $\frac{2x}{3} = 8$

b) $\frac{3x}{5} = 6$

c) $\frac{3x}{2} - 7 = 14$

d) $5 - \frac{5\mathrm{x}}{4} = 25$

13. Ratkaise x

a) $\frac{x}{4} + \frac{2x}{4} = 9$

b) $\frac{x}{5} - \frac{3x}{5} = 6$

c) $\frac{3x}{2} - \frac{x}{4} = 15$

d) $\frac{2x}{3} - \frac{\mathrm{x}}{4} = 25$

8. Soveltavia tehtäviä

Soveltavat tehtävät ovat hyvin usein sanallisia tai kuvallisia tehtäviä. Aikaisemminkin niitä on ollut, mutta niissä on suoraan kerrottu, mikä on x. Nyt eteen tulee myös sellaisia tehtäviä, joissa joudut itse keksimään mikä on x.

Soveltavien tehtävien ratkaiseminen voidaan jakaa kolmeen osaan.

1. Valitse mitä muuttuja merkitsee.
2. Muodosta ja ratkaise yhtälö.
3. Ilmoita vastaus

Esimerkki 1.
Kallella ja Villellä on yhteensä 100 € rahaa. Kallella on 30 € enemmän kuin Villellä. Kuinka paljon kummallakin on rahaa?

Tässä tehtävässä vaiheessa 1. voidaan x:ksi valita joko Kallen tai Villen rahat. Tehdään siis havainnollistuksen vuoksi tehtävä molemmilla tavoilla. (Jos kaksi erilaista tapaa hämää, voit peittää tavan 2. paperilapulla.)

Tapa 1.
Kallen rahat: x
Villen rahat: $x - 30$ (1.)
Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan se

$$x + x - 30 = 100$$
$$x + x = 100 + 30$$
$$2x = 130 \quad \| : 2$$
$$\frac{2x}{2} = \frac{130}{2}$$
$$x = 65$$

(2.)

Vastaus:
Kalle 65 €
Ville 65 € – 30 € = 35 € (3.)

Tapa 2.
Kallen rahat: $x + 30$ (1.)
Villen rahat: x
Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan se

$$x + 30 + x = 100$$
$$x + x = 100 - 30$$
$$2x = 70 \quad \| : 2$$
$$\frac{2x}{2} = \frac{70}{2}$$
$$x = 35$$

(2.)

Vastaus:
Kalle 35 € + 30 € = 65 €
Ville 35 € (3.)

Kuten huomaat, saa x eri arvot riippuen siitä, miten päin x valittiin. Mutta se ei haittaa, koska ei vastaus ole x:n arvo vaan Kallen ja Villen rahamäärät. Ne tulevat molemmissa samoiksi, koska x:n sijoittaminen alkuperäisiin lausekkeisiin antaa vastauksen.

Tehtäviä

Ratkaise kaikki tehtävät käyttäen yhtälöitä

1. Kun eräästä luvusta vähennetään 15, saadaan 32. Mikä tämä luku on?
2. Kun erääseen lukuun lisätään 12, saadaan 20. Mikä tämä luku on?
3. Kun eräs luku kerrotaan luvulla 4, saadaan 24. Mikä tämä luku on?
4. Kun eräs luku kerrotaan luvulla –3, saadaan 15. Mikä tämä luku on?
5. Kun eräs luku jaetaan luvulla 7, saadaan 5. Mikä tämä luku on?
6. Kun eräs luku jaetaan luvulla –4, saadaan –20. Mikä tämä luku on?

---

7. Kallella on 16 € enemmän rahaa kuin Millalla. Yhteensä heillä on rahaa 78 €. Kuinka paljon rahaa kummallakin on?
8. Mikolla on 25 € vähemmän rahaa kuin Maijalla. Yhteensä heillä on rahaa 73 €. Kuinka paljon rahaa kummallakin on?
9. Jussilla on 35 € vähemmän rahaa kuin Terolla. Yhteensä heillä on rahaa 124 €. Kuinka paljon rahaa kummallakin on?
10. Juha on 17 vuotta nuorempi kuin Esa. Yhteensä heidän ikänsä on 21. Kuinka vanhoja he ovat?
11. Aki on 14 vuotta nuorempi kuin Esa. Yhteensä heidän ikänsä on 36. Kuinka vanhoja he ovat?
12. Pekalla on 53 pähkinää enemmän kuin Matilla. Yhteensä heillä on 325 pähkinää. Kuinka monta pähkinää kummallakin on?
13. Mustilla on 32 kirppua vähemmän kuin Rekulla. Yhteensä heillä on 122 kirppua. Kuinka monta kirppua kummallakin on?

---

14. Matti juoksee 5 kertaa saman matkan kuin Jori. Yhteensä he juoksivat 36 km. Kuinka pitkän lenkin Matti ja Jori juoksivat?
15. Kari juoksee 8 kertaa saman matkan kuin Esa. Yhteensä he juoksivat 81 km. Kuinka pitkän lenkin Kari ja Esa juoksivat?
16. Minna tekee kolme kertaa niin monta vatsalihasta kuin Katri. Yhteensä he tekivät 36 vatsalihasta. Kuinka monta vatsalihasta kumpikin teki?
17. Kalle luki kolme kertaa niin monta kirjaa kuin Saku. Yhteensä he lukivat 20 kirjaa. Kuinka monta kirjaa kumpikin luki?
18. Mikko leipoi 8 kertaa niin monta keksiä kuin Matti. Yhteensä keksejä tuli 72. Kuinka monta keksiä kumpikin leipoi?

---

19. Pirre juoksi lenkkipolun 5 kertaa ja Minna 4 kertaa. Kuinka pitkän matkan kumpikin juoksi, kun yhteensä he juoksivat 27 km?
20. Asta käveli portaat 7 kertaa ja Kaisu 8 kertaa. Kuinka monta porrasta kumpikin on noussut, jos he yhteensä nousivat 480 porrasta?
21. Mikko leipoi 4 pellillistä pikkuleipiä ja Maija 7 pellillistä. Montako pikkuleipää kumpikin leipoi, kun yhteensä pikkuleipiä tuli 121?
22. Kari juoksee lenkkipolun 3 kertaa ja Iina juoksee 7 kertaa. Yhteensä he juoksivat 90 km. Kuinka pitkän lenkin Kari ja Iina juoksivat?
23. Seppo juoksee lenkkipolun 7 kertaa ja Jori juoksee 8 kertaa. Yhteensä he juoksivat 45 km. Kuinka pitkän lenkin Seppo ja Jori juoksivat?

24. Mikko juoksee 3 kertaa lenkkipolun. Esa juoksee kerran ja lisäksi 4 km lisälenkin. Yhteensä he juoksivat 14 km. Kuinka pitkän matkan kumpikin juoksi?

25. Maisa juoksee 5 kertaa lenkkipolun. Pirre juoksee 3 kertaa ja lisäksi 2 km lisälenkin. Yhteensä he juoksivat 26 km. Kuinka pitkän matkan kumpikin juoksi?

26. Matti osti 6 koristekiveä ja 4 € maksavan vaasin. Juha osti 8 koristekiveä ja maksoi ostoksistaan yhtä paljon kuin Matti. Kuinka paljon maksoi yksi koristekivi?

27. Kari osti 4 koristekiveä ja 21 € maksavan vaasin. Juha osti 11 koristekiveä ja maksoi ostoksistaan yhtä paljon kuin Kari. Kuinka paljon maksoi yksi koristekivi?

Seuraavissa tehtävissä kannattaa olla tarkkana, kenet/minkä valitsee x:ksi. Jos eka valinta ei tuota tulosta, kokeile toisenlaista valintaa.

28. Kari, Aki ja Esa leipovat keksejä. Kari leipoo 4 kertaa enemmän keksejä kuin Aki. Aki taas leipoo 4 keksiä vähemmän kuin Esa. Yhteensä keksejä leivottiin 46. Montako kukin leipoi?

29. Seppo, Juha ja Esa leipovat keksejä. Seppo leipoo 6 kertaa enemmän keksejä kuin Juha. Juha taas leipoo 15 keksiä vähemmän kuin Esa. Yhteensä keksejä leivottiin 39. Montako kukin leipoi?

30. Tupu, Hupu ja Lupu vartioivat leiritulta. Tupu valvoo kaksi tuntia pidempään kuin Hupu. Lupu puolestaan valvoi kaksi kerta niin kauan kuin Hupu. Yhteensä leiritulta vahdittiin 14 tuntia. Kuinka pitkään kukin valvoi?

31. Mikko hankkii kännykän ja pohtii, ottaako liittymän A vai B. Liittymässä A on 10 € kuukausimaksu ja puhelut maksavat 0,06 €/min. Liittymän B kuukausimaksu on 6 € ja puhelut maksavat 0,08 €/min. Ratkaise yhtälöllä, kuinka monta minuuttia pitää puhua, että liittymät ovat yhtä kalliita.

32. Maija tilaa itselleen television viihdepakettia ja pohtii, ottaako paketin teleyhtiö RNA:lta vai Surinalta. RNA:n paketissa on 25 € kuukausimaksu ja leffat maksavat 2 €/kpl. Surinan kuukausimaksu on 10 € ja leffat maksavat 4,5 €/kpl. Ratkaise yhtälöllä, kuinka monta leffaa pitää kuukaudessa katsoa, että paketit ovat yhtä kalliita.

33. Maisa laskee kuukauden rahankäyttöään. Puolet tilille tulleesta rahasta meni vuokraan, kolmasosa ruokaan ja muihin menoihin jäi 230 €. Ratkaise yhtälön avulla, kuinka paljon Maisa sai palkkaa tililleen.

34. Mikko laskee kuukauden rahankäyttöään. Neljäsosa tilille tulleesta rahasta meni vuokraan, kolmasosa ruokaan ja muihin menoihin jäi 300 €. Ratkaise yhtälön avulla, kuinka paljon Mikko sai palkkaa tililleen.

9. Kertaustehtäviä

1. Onko $x = 5$ yhtälön ratkaisu?
   a) $x - 4 = -7$ b) $2x + 3 = 8$
   c) $3x = 2x + 5$ d) $4x + 2 = 5x - 3$

2. Onko $x = -4$ yhtälön ratkaisu?
   a) $x - 4 = -8$ b) $2x + 3 = 9$
   c) $3x = 2x - 4$ d) $4x + 2 = 5x - 1$

---

3. Ratkaise yhtälöistä x.
   a) $3x = 2\text{x} + 5$ b) $x + 5 = -5$
   c) $4x = 3x - 4$ d) $-5x = -6x - 8$

4. Ratkaise yhtälöistä x.
   a) $8x + 2 = 7\text{x} + 5$
   b) $4x - 6 = 3x - 15$
   c) $2x + 1 = x - 24$
   d) $9 - 5x = -6x - 7$

5. Kirjoita yhtälönä ja ratkaise x
   a) Kun luku x kerrotaan viidellä ja tuloon lisätään kuusi, saadaan 4x lisättynä 16:lla.
   b) Kun lukuun 4 lisätään lukujen 13 ja x tulo, saadaan x kerrottuna 12:lla.

---

6. Ratkaise yhtälöistä x.
   a) $5x = 40$ b) $-2x = 18$
   c) $7x - 4 = -25$ d) $5x = -2x + 42$

7. Ratkaise yhtälöistä x.
   a) $7x + 4 = 4\text{x} + 16$
   b) $x - 3 = 5x + 15$
   c) $2x + 13 = 7x - 17$
   d) $7x - 6 = 8x + 73$

8. Ratkaise yhtälöllä. Millä x:n arvolla lauseke $-6x + 4$ saa arvon
   a) -20 b) 34

9. Ratkaise yhtälöllä. Millä x:n arvolla lausekkeet $7x + 4$ ja $9x - 8$ saavat saman arvon

---

10. Ratkaise yhtälöistä x.
    a) $\frac{x}{5} = 2$ b) $\frac{x}{-6} = 4$
    c) $\frac{2x}{-5} = 4$ d) $\frac{2x}{-5} = -12$
    e) $\frac{x}{5} - 3 = -6$ f) $9 - \frac{x}{-3} = 4$

11. Ratkaise yhtälöistä x.
    a) $\frac{2x}{3} - 2 = 2$ b) $\frac{3x}{2} + 2 = 6$
    c) $\frac{x}{6} + \frac{x}{6} = 5$ d) $\frac{3x}{9} + \frac{x}{9} = 4$
    e) $\frac{x}{4} + \frac{x}{2} = 6$ f) $\frac{x}{6} + \frac{2x}{3} = 10$

---

12. Kun erääseen lukuun lisätään 17, saadaan 20. Mikä tämä luku on?

13. Mikolla on 45 € vähemmän rahaa kuin Maijalla. Yhteensä heillä on rahaa 124 €. Kuinka paljon rahaa kummallakin on?

14. Kari juoksee 5 kertaa saman matkan kuin Esa. Yhteensä he juoksivat 48 km. Kuinka pitkän lenkin Kari ja Esa juoksivat?

15. Pirre juoksi lenkkipolun 5 kertaa ja Minna 7 kertaa. Kuinka pitkän matkan kumpikin juoksi, kun yhteensä he juoksivat 36 km?

16. Matti osti 3 koristekiveä ja 9 € maksavan vaasin. Juha osti 5 koristekiveä ja maksoi ostoksistaan yhtä paljon kuin Matti. Kuinka paljon maksoi yksi koristekivi?

17. Kari, Aki ja Esa leipovat keksejä. Kari leipoo 5 kertaa enemmän keksejä kuin Aki. Aki taas leipoo 7 keksiä vähemmän kuin Esa. Yhteensä keksejä leivottiin 42. Montako kukin leipoi?

10. Vastauksia:

Kappale 2.

1. a) ei b) kyllä
2. a) kyllä b) ei
3. a) ei b) ei
4. a) ei b) ei
5. a) ei b) kyllä c) ei d) kyllä
6. a) kyllä b) ei c) ei d) ei
7. a) ei b) kyllä
8. a) ei b) kyllä c) kyllä
9. a) ei b) ei c) ei
10. a) x = 8 b) x = –15 c) x = –1 d) x = 7
11. a) x = 10 b) $x = -\frac{15}{2} = -7\frac{1}{2} = -7{,}5$
    c) x = 7 d) $x = \frac{17}{2} = 8\frac{1}{2} = 8{,}5$
    Huomaa, että b- ja d-kohdissa vastaus voidaan ilmoittaa murtolukuna, sekalukuja tai desimaalilukuna. Jokainen niistä on ihan ok. Joskus murtoluku on jopa se paras vaihtoehto esim. $x = \frac{1}{3}$ on tarkka ja oikea vastaus verrattuna desimaalilukuun 0,33333
12. a) x = 0 b) –2
13. a) x + 4 = 9, ratkaisu ei ole x = 6
    b) 6x = 8 – 4x, ratkaisu ei ole x = 4
    c) $-x \cdot (-6) = 3x + 9$, ratkaisu on x = 3

Kappale 3.

1. a) x = –2 b) x = 11
   c) x = 20 d) x = 0
   e) x = –2 f) x = 11
2. a) x = 1 b) x = 12
   c) x = 20 d) x = –7
   e) x = 7 f) $x = \frac{2}{3}$
3. a) x = 18 b) x = 6
   c) $x = \frac{9}{5} = 1\frac{4}{5} = 1{,}8$ d) x = 2
   e) x = –25 f) x = –2
4. a) x = 5 b) x = –5
   c) x = –4 d) x = –7
   e) x = 18 f) x = 1
5. a) x = –5 b) x = 7
   c) x = 3 d) x = –23
   e) x = 12 f) x = 8
6. a) x = 3 b) x = 27
   c) x = 1 d) x = –3
   e) x = 12 f) x = –8
7. a) x = –5 b) x = 3
   c) x = 7 d) x = –23
   e) x = –6 f) x = 9
8. a) x = –3 b) x = 4
   c) x = 3 d) x = 3
   e) x = –6 f) x = 11
9. a) x = –1 b) x = 7
   c) x = 4 d) x = 3
   e) x = 42 f) x = 0
10. a) x = 3 b) x = 11
    c) x = –5 d) x = 2
    e) x = –3 f) x = 15
11. a) x = 1 b) $x = \frac{2}{7}$
    c) x = –7 d) x = –20
    e) x = 2 f) x = 7
12. a) x = 20 b) x = –9
    c) $x = -24\frac{1}{3}$ d) x = –2
    e) x = 3 f) x = 55
13. a) x = 8 b) x = –11
    c) x = –19 d) $x = -\frac{13}{12} = -1\frac{1}{12}$
    e) x = 0 f) x = 7
14. a) x = 5 b) x = 7
    c) x = –7 d) x = –16
    e) x = 4 f) x = 4
15. a) x + 3 = 5 x = 2
    b) x – 5 = 7 x = 12
    c) 4 + x = 9 x = 5
    d) 8 – x = –2x x = –8
16. a) x + 24 = 35 x = 11
    b) x – 15 = 12 x = 27
    c) 5x = 4x + 7 x = 7
    d) 5 – 3x = –4x – 7 x = –12
17. a) 3x = 2x + 5 x = 5
    b) 4x + 25 = 16 + 3x x = –9

18. a) $5x + 7 = 4x + 5$ $x = -2$
    b) $6x + 45 = 5x$ $x = -45$

19. a) $x = -1$ b) $x = 19$

20. a) $x = -6$ b) $x = 14$

21. a) $x = -13$ b) $x = 7$

22. $x = 11$

23. $x = -2$

24. $x = 52$

25. a) $x = 5$ cm b) 17 cm, 7 cm ja 20 cm

26. b) $x = 7$ cm b) 24 cm, 14 cm ja 29 cm

27. a) 8 purkkaa/pkt
    b) Sekä Kallella että Villellä on 53 purkkaa.

28. a) 4 päivää
    b) Alle 4 päivää Vauh, yli 4 päivää Viuh ja tasan neljä päivää ei väliä kummasta vuokraa.

29. Pöks: 0-4 päivää
    Auh: 4-6 päivää
    Muks: 6 tai useampia päiviä

Kappale 4.

1. a) $x = -4$ b) $x = 14$
   c) $x = 16$ d) $x = 4$
   e) $x = 0$ f) $x = 5$

2. a) $x = -3$ b) $x = 5\frac{2}{3}$
   c) $x = 1$ d) $x = -5$
   e) $x = 10$ f) $x = 0$

3. a) $x = 6$ b) $x = 11$
   c) $x = 2$ d) $x = -8$
   e) $x = -3$ f) $x = 8$

4. a) $x = 4$ b) $x = -5$
   c) $x = -4$ d) $x = -3$
   e) $x = 18$ f) $x = 1$

5. a) $x = 5$ b) $x = -2$
   c) $x = -4$ d) $x = -3$
   e) $x = 1$ f) $x = 9$

6. a) $x = 5$ b) $x = -35$
   c) $x = -4$ d) $x = -\frac{3}{7}$
   e) $x = 18$ f) $x = 4$

7. a) $x = -15$ b) $x = -4$
   c) $x = 8$ d) $x = -23$
   e) $x = 7$ f) $x = 18$

8. a) $x = 3$ b) $x = 3$
   c) $x = 3$ d) $x = -3$
   e) $x = 15$ f) $x = 14$

9. a) $x = -5$ b) $x = -\frac{6}{10}$
   c) $x = 5$ d) $x = -13$
   e) $x = 8$ f) $x = 13$

10. a) $x = -3$ b) $x = -11$
    c) $x = -16$ d) $x = -16$
    e) $x = -2$ f) $x = 10$

11. a) $x = 7$ b) $x = -8$
    c) $x = -14$ d) $x = -\frac{3}{7}$
    e) $x = -52$ f) $x = -6$

12. a) $x = 55$ b) $x = 1$
    c) $x = -24$ d) $x = -98$
    e) $x = 3$ f) $x = 19$

13. a) $x = 5$ b) $x = 27$
    c) $x = 17$ d) $x = 16$

14. a) $x = 12$ b) $x = 1$
    c) $x = 24$ d) $x = 0$

15. a) $x = 16$ b) $x = 26$
    c) $x = 1$ d) $x = 16$

16. a) $x = 11$ b) $x = -4$

17. a) $x = -10$ b) $x = 1$

18. a) $x = 0$ b) $x = -5$

19. a) $3 + x = 15$, $x = 12$
    b) $x - 6 = 12$, $x = 18$

20. a) $3x - 5 = 2x$, $x = 5$
    b) $2x - 6 = x + 7$, $x = 13$

21. a) 3 € b) 4 €

22. a) tonttu painaa 4 kg.
    b) reppu painaa 22 kg

23. Kallen reppu painaa 17 kg ja Villen 10 kg

24. a) $x = 6$ b) $x = 3$

25. a) Villellä on 5 € rahaa.
    b) Villellä on 8 € rahaa.

Kappale 5.

1. a) $x = 5$ b) $x = -8$
   c) $x = -5$ d) $x = 9$
   e) $x = -7$ f) $x = -8$

2. a) $x = 12$ b) $x = 7{,}5$
   c) $x = 3$ d) $x = -45$
   e) 29 f) $x = 7$

3. a) $x = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$ b) $x = -5$
   c) $x = 7$ d) $x = -6$
   e) $x = -2{,}5$ f) $x = \frac{7}{2} = 3\frac{1}{2} = 3{,}5$

Kuten edellisen tehtävän vastauksista huomaa, voidaan vastaus monesti ilmoittaa murtolukuna, sekalukuna tai desimaalilukuna. Näissä vastauksissa kerrotaan ne kaikki, mutta vastaukseksi keltaa niistä yksi.

Huomionarvoista on kuitenkin, että puhtaasti matematiikassa arvostetaan yleensä tarkkaa vastausta. Tällöin siis murtolukuvastaus $\frac{2}{3}$ on oikeampi kuin desimaalilukuvastaus 0,666667, koska desimaalivastaus on pitänyt pyöristää.

4. a) $x = 5$ b) $x = -23$
   c) $x = -9$ d) $x = -55$
   e) $x = 12$ f) $x = \frac{2}{3}$

5. a) $x = 5$ b) $x = 9$
   c) $x = -9$ d) $x = 7$
   e) $x = -5$ f) $x = -4$

6. a) $x = 3$ b) $x = 4$
   c) $x = -4$ d) $x = \frac{31}{5} = 6\frac{1}{5} = 6{,}2$
   e) $x = -2$ f) $x = 6$

7. a) $x = 10$ b) $x = -4$
   c) $x = -5$ d) $x = 11$
   e) $x = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$ f) $x = 10$

8. a) $x = 4$ b) $x = 9$
   c) $x = -7$ d) $x = -4$
   e) $x = 10{,}5$ f) $x = -5$

9. a) $x = 7$ b) $x = -13$
   c) $x = 21$ d) $x = -20$
   e) $x = -9$ f) $x = -5$

10. a) $x = 4$ b) $x = -6$
    c) $x = 7$ d) $x = -8$
    e) $x = -3$ f) $x = -5$

11. a) $x = 4$
    b) $x = -\frac{17}{2} = -8\frac{1}{2} = -8{,}5$
    c) $x = 4$ d) $x = -79$

12. a) $x = 4$ b) $x = -7$
    c) $x = -4$ d) $x = -5$

13. a) $x = -7$ b) $x = 3$
    c) $x = 1$ d) $x = 0$

14. a) $x = \frac{11}{2} = 5\frac{1}{2} = 5{,}5$
    b) $x = -\frac{19}{2} = -9\frac{1}{2} = -9{,}5$
    c) $x = 10$
    d) $x = -\frac{79}{10} = -7\frac{9}{10} = -7{,}9$

15. a) $x = 1$ b) $x = 4$
    c) $x = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2} = 2{,}5$
    d) $x = \frac{38}{5} = 7\frac{3}{5} = 7{,}6$

16. a) $x = \frac{7}{2} = 3\frac{1}{2} = 3{,}5$
    b) $x = -7$ c) $x = \frac{1}{6}$
    d) $x = \frac{11}{5} = 2\frac{1}{5} = 2{,}2$

17. a) $x = 9$ b) $x = -\frac{5}{9}$
    c) $x = 3$ d) $x = \frac{31}{10} = 3\frac{1}{10} = 3{,}1$

18. a) $x = 6$ b) $x = 9$

19. a) $x = 7$ b) $x = -5$

20. a) $x = \frac{11}{5} = 2\frac{1}{5} = 2{,}2$
    b) $x = \frac{4}{5} = 0{,}8$

21. a) $x = -14$
    b) $x = -\frac{13}{2} = -6\frac{1}{2} = -6{,}5$

22. a) $x = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2} = 2{,}5$
    b) $x = -4$

23. a) $x = 3$ b) $x = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5} = 1{,}6$

24. a) $x = 3$ b) $x = 6$
    c) $x = -7$ d) $x = -6$

25. a) $x = -10$ b) $x = 6$
    c) $x = \frac{29}{3} = 9\frac{2}{3}$ d) $x = -3$

26. a) x = 5 b) x = 2
c) x = 6

27. a) x = 6 kg b) x = 5,5 kg
c) x = 8,5 kg

28. x = 6 cm

29. x = 7 cm

30. Kartsalenkki on noin 1,7 km.

31. Vakiolenkki on 1,5 km.

Kappale 6

1. a) x = 8 b) x = 42
c) x = 60 d) x = –8
e) x = –30 f) x = –12

2. a) x = 14 b) x = 24
c) x = –20 d) x = –12
e) x = –24 f) x = –36

3. a) x = 6 b) x = 7
c) x = 0 d) x = 10
e) x = –100 f) x = –7

4. a) x = 30 b) x = –10
c) x = 80 d) x = 0
e) x = –25 f) x = 3

5. a) x = 12 b) x = 0
c) x = –56 d) x = 10
e) x = 20 f) x = 12

6. a) x = 50 b) x = –33
c) x = 63 d) x = 14
e) x = 5 f) x = 24

7. a) x = 12 b) x = –8
c) x = –20 d) x = –4
e) x = –21 f) x = –3

8. a) x = 21 b) x = –6
c) x = 10 d) x = –20
e) $x = -\frac{15}{2} = -7\frac{1}{2} = -7{,}5$
f) $x = -\frac{24}{7} = -3\frac{3}{7}$

9. a) x = 15 b) x = –12
c) $x = -\frac{35}{2} = -17\frac{1}{2} = -17{,}5$
d) x = –3
e) x = –33 f) x = –3

10. a) x = 12 b) x = 10
c) x = 16 d) x = 0
e) $x = -\frac{25}{2} = -12\frac{1}{2} = -12{,}5$
f) $x = \frac{3}{5} = 0{,}6$

11. a) x = 9 b) x = 10
c) x = 10 d) x = –6
e) x = –5 f) x = 6

12. a) x = 6 b) $x = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$
c) x = 8 d) x = –2
e) x = –7 f) x = 15

13. a) x = 12 b) x = 10
c) x = 15 d) x = 9

14. a) x = 8 b) x = 6
c) x = 10 d) x = 7

15. a) x = 8 b) x = 12
c) x = 40 d) x = 2,1

16. a) x = 18 b) x = 10
c) x = –20 d) x = 6

17. a) x = 12 b) x = 20
c) x = –24 d) x = 24

18. a) x = 12 b) x = 150
c) x = 48 d) x = 40

19. a) x = 4 b) x = 4
c) x = –8 d) $x = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2} = 1{,}5$

20. a) x = 4 b) $x = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5} = 2{,}4$
c) $x = \frac{4}{5} = 0{,}8$
d) $x = -\frac{12}{5} = -2\frac{2}{5} = -2{,}4$

21. a) x = –8 b) $x = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2} = 1{,}5$
c) x = –4 d) $x = \frac{24}{5} = 4\frac{4}{5} = 4{,}8$

22. a) x = 30 b) x = 3
c) x = 35 d) x = 12

23. a) x = –21 b) x = 15
c) x = 12 d) x = 9

24. a) $x = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2} = 1{,}5$
b) $x = -\frac{9}{5} = 1\frac{4}{5} = -1{,}8$
c) x = 6 d) x = 108

25. a) Minna 12 kg Katja 4 kg
b) Minna 20 kg Katja 7kg
c) Minna 24 kg Katja 8 kg

26. a) Jussi 12 m Matti 8m
    b) Jussi 15 m Matti 13 m
    c) Jussi 32 m Matti 38 m

27. x = 6 cm

28. x = 12 cm

29. x = 7 cm

30. x = 12 cm

Kappale 7

1. a) x = –1 b) x = 6
   c) x = 15 d) x = 12
   e) x = 10 f) x = 0

2. a) x = 19 b) x = 62
   c) x = 5 d) x = 27
   e) x = 80 f) x = –10

3. a) x = –8 b) x = 12
   c) x = 22 d) x = 16

4. a) x = 0 b) x = 12
   c) x = 8 d) x = 16

5. a) x = 6 b) x = –3
   c) x = 7 d) x = –5
   e) x = 20 f) x = –1

6. a) x = 2 b) x = –4
   c) x = –4 d) x = –5
   e) x = 50 f) x = 8

7. a) x = –5 b) x = 8
   c) x = 11 d) x = 4

8. a) x = 2 b) x = –3
   c) $x = \frac{11}{2} = 5\frac{1}{2} = 5{,}5$
   d) x = 6

9. a) x = 4 b) $x = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5} = 1{,}2$
   c) x = 4 d) $x = \frac{3}{20} = 0{,}15$
   e) $x = \frac{17}{10} = 1\frac{7}{10} = 1{,}7$
   f) x = 0

10. a) x = 21 b) x = 40
    c) x = 44 d) x = –32

11. a) x = 9 b) x = –12
    c) x = 6 d) x = –8

12. a) x = 12 b) x = 10
    c) x = 14 d) x = –16

13. a) x = 12 b) x = –15
    c) x = 12 d) x = 60

Kappale 8

1. x = 47
2. x = 8
3. x = 6
4. x = –5
5. x = 35
6. x = 80
7. Kalle 47 € Milla 31 €
8. Mikko 24 € Maija 49 €
9. Jussi 44,50 € Tero 79,50 €
10. Juha 2v Esa 19v
11. Aki 11v Esa 25v
12. Pekka 189 Matti 136
13. Musti 45 Rekku 77
14. Matti 30 km Jori 6 km
15. Kari 72 km Esa 9 km
16. Minna 27 Katri 9
17. Kalle 15 Saku 5
18. Mikko 64 Matti 8
19. Pirre 15 km Minna 12 km
20. Asta 224 Kaisu 256
21. Mikko 44 Maija 77
22. Kari 27 km Iina 63 km
23. Seppo 21 km Jori 24 km
24. Mikko 7,5 km Esa 6,5 km
25. Maisa 15 km Pirre 11 km
26. 2 €
27. 3 €
28. Kari 28, Aki 7 ja Esa 11
29. Seppo 18, Juha 3 ja Esa 18
30. Tupu 5h, Hupu 3h ja Lupu 6h
31. 200 h
32. 6 elokuvaa

33. 1380 €

34. 720 €

Kappale 9

1. a) ei b) ei
   c) kyllä d) kyllä
2. a) kyllä b) ei
   c) kyllä d) ei
3. a) $x = 5$ b) $x = -10$
   c) $x = -4$ d) $x = -8$
4. a) $x = 3$ b) $x = -9$
   c) $x = -25$ d) $x = -16$
5. a) $x = 10$ b) $x = -4$
6. a) $x = 8$ b) $x = -9$
   c) $x = -3$ d) $x = 6$
7. a) $x = 4$ b) $x = -\frac{9}{2} = -4\frac{1}{2} = -4{,}5$
   c) $x = 6$ d) $x = -79$
8. a) $x = 4$ b) $x = -5$
9. $x = 6$
10. a) $x = 10$ b) $x = -24$
    c) $x = -10$ d) $x = 30$
    e) $x = -15$ f) $x = -15$
11. a) $x = 6$ b) $x = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$
    c) $x = 15$ d) $x = 9$
    e) $x = 8$ f) $x = 12$
12. $x = 3$
13. Mikko 39,50 € Maija 84,50 €
14. Kari 40 km Esa 8 km
15. Pirre 15 km Minna 21 km
16. 4,50 €
17. Kari 25, Aki 5 ja Esa 12