

7.lk matematiikka

Muuttuja ja Lauseke

Versio 3.12 (2025)
Janne Koponen

Monisteen käyttäjälle

Tämä kurssimoniste on suunniteltu seitsemännen luokan matematiikan kolmanneksi kirjaksi tai kirjan lisänä käytettäväksi monisteeksi. Itse olen tosin päätenyt käyttämään kirjaa tämän monisteen lisukkeena.

Tämän monisteen pohjimmainen idea on olla mahdollisimman selkeä ja tarjota paljon perustehtäviä. Koska tehtäviä on ajoittain liikaakin ei kaikkien kannata tehdä kaikkia tehtäviä. Jos tehtävät tuntuvat liian helpoilta ja ne ovat menneet oikein, kannattaa kysyä opettajalta, mihin tehtäviin kannattaa seuraavaksi siirtyä.

Toinen perusajatus liittyy siihen, että osa tehtävistä on suunniteltu tehtäväksi tähän monisteeseen, jolloin oppilaatkin tekevät yleensä enemmän tehtäviä ja oppivat siksi paremmin. Edeltävistä monisteista poiketen suuri osa tämän monisteen tehtävistä on parempi tehdä ruutuvihkoon. Lausekkeiden sieventämisessä ja yhtälöiden ratkaisulaskuissa järjestelmällinen ja siisti laskujälki on iso etu ja siksi sitä pitää oikeasti harjoitella.

Oppilaan on sallittua, jopa toivottavaa, tehdä teoriaosaan omia merkintöjä, alleviivauksia, värikynäkorostuksia ja muita itselle sopivia tapoja merkitä itselleen olennaiset asiat. Ja jos se itseä auttaa, voi mieleisien asioiden kohdalle piirtää pikaisesti jonkun kuvan.

Tämä moniste on osa julkiseen jakoon laittamaani matematiikan materiaalia, joka löytyy osoitteesta <https://peda.net/p/joykop/mm>

Samalta sivustolta löytyy myös lisää harjoitusmateriaalia. Nimenomaan tämän monisteen aiheeseen liittyviä tehtäviä voi arpoa excelissä, kun lataa koneelleen tiedoston

"Kirjainlausekkaiden_sievennys-versioXXX.xlsx" tai

"Kirjainlausekkaiden_sievennys-versioXXX.xlsm"

Tyypillisesti tärkeässä roolissa on myös positiivisten ja negatiivisten lukujen yhteen- ja vähennyslaskut. Niihin liittyviä harjoitteita voi excelissä tehdä itselleen lisää tiedostolla

"yhteen_ja_vahennyslaskutehtavia-versioXXX.xlsx"

Janne Koponen

Sisällys

1.	Muuttuja, termi ja lauseke.....	4
2.	Lausekkeen arvon laskeminen	6
3.	Termien yhteen- ja vähennyslasku	8
4.	Lausekkeiden yhteen- ja vähennyslasku (Ekstra)	14
5.	Termin kertominen ja jakaminen luvulla	16
6.	Lauseketehtäviä	18
7.	Sanallisia tehtäviä	20
8.	Kertaus	22

1. Muuttuja, termi ja lauseke

Muuttuja on kirjain, jonka tilalle voidaan sijoittaa luku. Kirjainta käytetään laskuissa numeron paikalla. Usein laskua ei voida laskea loppuun ennen kuin muuttujan arvo tiedetään.

Termi on kertoimen (numero) ja muuttujan (kirjain) yhdistelmä (kertolasku).

$$2 \cdot x = 2x$$

Kerroin Muuttuja

Jos termistä puuttuu kirjain, kutsutaan sitä **vakiotermiksi** tai **vakioksi**.

Usein muuttujalausekkeissa on paljon termejä, kirjaimia ja numeroita, joten ne on tapana kirjoittaa niin lyhyesti kuin mahdollista. Esimerkiksi edellisessä termissä näkyvä kertomerkki jätetään yleensä kirjoittamatta. Ihan mitä tahansa ei saa tietenkään jättää pois ja siksi termien ja lausekkeiden sieventämisessä noudatetaan seuraavia sopimuksia:

Merkintäsopimuksia:

$2 \cdot x = 2x$	Kertomerkki jätetään merkitsemättä luvun ja kirjaimen väliin.
$2 \cdot x \cdot y = 2xy$	Kirjaimienkin välistä jätetään kertomerkki merkitsemättä.
$1 \cdot x = 1x = x$	Ykköistä <u>kertoimena</u> ei kirjoiteta näkyville.
$-1 \cdot x = -1x = -x$	Miinus ykkösestä kertoimena jää vain miinus.
$x \cdot 2 = 2x$	Kertolaskussa kirjoitetaan ensin numero, sitten muuttujat.
$3 + 2x = 2x + 3$	Ensin muuttujatermit aakkosjärjestyksessä, viimeisenä vakiot.
$2 \cdot (x + 3) = 2(x + 3)$	Numeron (tai muuttujan) ja sulkeen välistä saa jättää kertomerkin merkitsemättä.

Esimerkkejä

a) $5 \cdot x = 5x$

b) $-3 \cdot x + 6 = -3x + 6$

c) $1 \cdot a - 5 = a - 5$

d) $-1 \cdot a - 5 = -a - 5$

e) Kirjoita lauseke ja sievennä se: "Luku x kerrotaan kolmella ja siihen lisätään seitsemän.":

$$x \cdot 3 + 7 = 3x + 7$$

Tehtäviä Kpl 1

Jos ei mahdu kirjaan, käytä ruutuvihkoa.

1. Sievennä (eli merkitse lyhyesti)

- a) $5 \cdot x$ b) $3 \cdot a$
 c) $-5 \cdot x$ d) $18 \cdot a$
 e) $1 \cdot x$ f) $-1 \cdot x$

2. Sievennä

- a) $6 \cdot x \cdot y$ b) $a \cdot b$
 c) $x \cdot (-3)$ d) $x \cdot 1$

3. Sievennä

- a) $-2 \cdot x$ b) $2 \cdot (-y)$
 c) $-2 \cdot (-x)$ d) $x \cdot (-2)$

4. Sievennä

- a) $2 \cdot x + 5$ b) $3 + 2 \cdot x$
 c) $-2 + 8 \cdot x$ d) $x \cdot 2 - 12$

5. Sievennä

- a) $2x + 5a$ b) $3b - 2a$
 c) $-2x + 8y$ d) $2z - 12x$

6. Sievennä (sulkeet saa jäädä)

- a) $2 \cdot x \cdot (-2 \cdot y + 5)$
 b) $5 \cdot x \cdot (3 \cdot a + 2 \cdot b)$

7. Lisää piilotetut kertomerkit näkyviin

- a) $24x + 5$ b) $-7x + 3$
 c) $9x - 2$ d) $4x - 2y$

8. Lisää piilotetut kertomerkit näkyviin

- a) $5a + 2x$ b) $-2a + 3b$
 c) $-2x + 8y$ d) $-12x + 2z$

9. Täytä taulukko

Termi	Kerroin	Muuttujaosa
3x		
-6x		
2a		
x		
-3y		
-x		
120xy		
5		
-18		

10. Täytä taulukko

Termi	Kerroin	Muuttujaosa
	-4	x
	-6	x
	1	a
	-1	z
	121	ab

11. Kirjoita lausekkeena lukujen x ja 12

- a) summa b) erotus
 c) tulo d) osamäärä

12. Kirjoita lausekkeena lukujen x ja -8

- a) summa b) erotus
 c) tulo d) osamäärä

13. Kirjoita lausekkeena ja sievennä

- a) Lukuun x lisätään kuusi.
 b) Lukuun kahdeksan lisätään x.
 c) Kerrotaan kolmosella luku y.
 d) Luku x jaetaan luvulla seitsemän.

14. Kirjoita lausekkeena ja sievennä

- a) Luku x kerrotaan neljällä ja tuloon lisätään viisi.
 b) Lukuun 4 lisätään lukujen 16 ja x tulo.
 c) Luku y jaetaan kahdella ja osamäärästä vähennetään 12.

15. Kirjoita lausekkeena ja sievennä

- a) Luku x kerrotaan -7:llä ja tuloon lisätään kolme.
 b) Lukuun -6 lisätään lukujen kahdeksan ja x tulo.
 c) Luku -x kerrotaan luvulla -6.
 d) Luku -x kerrotaan -3:lla ja siitä vähennetään kuusi.

16. Ville sai mato-ongella x kalaa. Kirjoita lausekkeena Kallen kalansaalis, kun

- a) Kalle sai kolme kalaa enemmän kuin Ville.
 b) Kalle sai kolme kertaa niin monta kalaa kuin Ville.
 c) Kalle sai kaksi kertaa enemmän kaloja, mutta päästi yhden takaisin kasvaamaan.

2. Lausekkeen arvon laskeminen

Lausekkeen arvo lasketaan sijoittamalla muuttujan arvo muuttujan paikalle ja suorittamalla laskut. Kun luku sijoitetaan muuttujan paikalle, pitää ehdottomasti muistaa edellisen kappaleen merkintäsopimukset.

Esimerkki 1.

Laske lausekkeen $3x + 7$ arvo, kun $x = 4$.

$$3x + 7 = 3 \cdot 4 + 7 = 12 + 7 = 19$$

Vastaus: **19**

Esimerkki 2.

Laske lausekkeen $5x - 3$ arvo, kun $x = -2$

$$5x - 3 = 5 \cdot (-2) - 3 = -10 - 3 = -13$$

Vastaus: **-13**

Esimerkki 3.

Päättele, millä x :n arvolla lauseke $2x + 3$ saa arvon 7.

Selvitetään vastaus kokeilemalla (myöhemmin opetellaan parempi keino)

Kun $x = 0$,

$$\begin{aligned} 2x + 3 &= 2 \cdot 0 + 3 \\ &= 0 + 3 \\ &= 3 \end{aligned}$$

Ei toteuta

Kun $x = 1$,

$$\begin{aligned} 2x + 3 &= 2 \cdot 1 + 3 \\ &= 2 + 3 \\ &= 5 \end{aligned}$$

Ei toteuta

Kun $x = 2$,

$$\begin{aligned} 2x + 3 &= 2 \cdot 2 + 3 \\ &= 4 + 3 \\ &= 7 \end{aligned}$$

Toteuttaa

Vastaus: **$x = 2$**

Tehtäviä1. Laske lausekkeen arvo kun $x = 3$

- a) $x + 5$ b) $x - 7$
 c) $x + 1$ d) $x - 3$

2. Laske lausekkeen arvo kun $x = -3$

- a) $x + 5$ b) $x - 7$
 c) $x + 1$ d) $x - 3$

3. Laske lausekkeen arvo kun $x = 4$

- a) $6x$ b) $-2x$
 c) $-x$ d) $3x$

4. Laske lausekkeen arvo kun $x = -4$

- a) $6x$ b) $-2x$
 c) $-x$ d) $3x$

5. Laske lausekkeen arvo kun $x = 10$

- a) $\frac{x}{2}$ b) $\frac{-x}{5}$
 c) $\frac{2x}{4}$ d) $\frac{x}{4}$

6. Laske lausekkeen arvo kun $x = -12$

- a) $\frac{x}{2}$ b) $\frac{-x}{5}$
 c) $\frac{2x}{4}$ d) $\frac{x}{4}$

7. Laske lausekkeen arvo kun $x = 5$

- a) $2x + 5$ b) $3x - 7$
 c) $-3x + 1$ d) $-x - 3$

8. Laske lausekkeen arvo kun $x = -5$

- a) $2x + 5$ b) $3x - 7$
 c) $-3x + 1$ d) $-x - 3$

9. Laske lausekkeen arvo kun $x = \frac{1}{2}$

- a) $x + 5$ b) $-x - 7$
 c) $x + \frac{1}{4}$ d) $x - \frac{1}{3}$

10. Laske lausekkeen arvo kun $x = 12$

- a) $\frac{x}{3} + 4$ b) $\frac{2x}{4} - 5$
 c) $\frac{-x}{4} - 4$ d) $\frac{x}{2} + \frac{x}{3}$

11. Päättelä, millä x :n arvolla lauseke saa arvon 10.

- a) $x + 5$ b) $2x$
 c) $2x + 4$ d) $5x$

12. Päättelä, millä x :n arvolla lauseke saa arvon 5.

- a) $x + 5$ b) $2x$
 c) $2x + 4$ d) $5x$

13. Mikko vuokraa kaivinkoneen. Vuokran suuruus määräytyy kaavalla $80x + 50$ euroa, missä x on päivien lukumäärä.

- a) Kuinka paljon Mikko maksaa vuokraa neljästä päivästä?
 b) Kuinka monen päivän vuokraan riittää 1000 €?

14. Kaisan kuukauden puhelinlaskun suuruus määräytyy kaavalla $13,95 + 0,05x$ euroa, missä x on puhuttu aika. (Tekstarit ovat rajoittamattomat.)

- a) Kuinka paljon Kaisan puhelinlasku on, kun hän on puhunut 200 minuuttia kuukaudessa?
 b) Kaisan Saldoraja on 40 euroa. Montako minuuttia hän voi puhua, ennen kuin se tulee täyteen?

Bonustehtäviä:15. Laske lausekkeen arvo, kun $x = 2$ ja $y = 8$

- a) $23x + 5y - 3$ b) $12 - x - 7y$
 c) $6x + \frac{3y}{4} - 5$ d) $-4x - \frac{1}{3} + \frac{y}{3}$

3. Termien yhteen- ja vähennyslasku

Mitä eroa on kahdessa seuraavassa laskussa:

$$3 \text{ autoa} + 5 \text{ autoa} = 8 \text{ autoa} \quad \text{ja} \quad 3 \text{ autoa} + 5 \text{ omenaa} = ???$$

Ensimmäisen vastaus on 8 autoa. Toisen vastausta ei voi laskea, koska autojen ja omenoiden yhteenlaskun tulos ei voi olla pelkkiä autoja eikä pelkkiä omenoita. Ainoa vastaus on lauseke itse.

Sama ongelma tulee eteen myös termien yhteen/vähennyslaskussa. Sitä varten pitää määritellä, milloin termit voidaan laskea yhteen. Tätä ominaisuutta kutsutaan **samanmuotoisuudeksi**.

Säännöt termien yhteen/vähennyslaskuun:

Termit ovat **samanmuotoisia**, kun niillä on täsmälleen sama kirjainosa.

Vain samanmuotoiset termit voidaan laskea yhteen tai vähentää toisistaan.

Yhteen- tai vähennyslasku tehdään termien kertoimille, muuttujaosa ei muutu.

Esimerkki 1.

- a) $2x$ ja $-4x$ ovat samanmuotoisia.
- b) $2x$ ja $-4y$ eivät ole samanmuotoisia, koska eri kirjain.
- c) $2x$ ja -4 eivät ole samanmuotoisia, koska toisessa ei muuttujaa ollenkaan.

Esimerkki 2.

- a) $2x + 5x = (2 + 5)x = 7x$
 - b) $2x - 5x = (2 - 5)x = -3x$
 - c) $3x + x = (3 + 1)x = 4x$
 - d) $3x - x = (3 - 1)x = 2x$
 - e) $2x + 5$ Ei voi sieventää, koska eri muuttujaosat
- Sinisellä kirjoitettu välivaihe jätetään usein kirjoittamatta.

Lausekkeissa voi olla useita erimuotoisia termejä sekaisin. Erimuotoisia termejä ei saa laskea yhteen tai vähentää toisistaan, mutta keskenään samanmuotoisia termejä saa.

Esimerkki 3

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & 2x - 3 + 4x + 6 \\ &= 2x + 4x - 3 + 6 \\ &= 6x + 3 \end{aligned}$$

Kun näitä on harjoitellut muutaman, voi sinisellä kirjoitetun välivaiheen jättää kirjoittamatta. Vaihtoehtona voi myös merkitä samanmuotoiset termit alleviivaamalla eri väreillä, mikä helpottaa samojen yhteenlaskettavien laskemista. Tätä on käytetty seuraavassa.

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad & \underline{4x} - \underline{3y} - \underline{9x} + \underline{7y} \\ &= -5x + 4y \end{aligned}$$

Huomaa, että alleviivaus on tarkoituksella sisältänyt jokaisen termin etumerkin.

$$\begin{aligned} \text{c)} \quad & -2a - 3b - 7b + 7a \\ &= 5a - 10b \end{aligned}$$

Tehtäviä

1. Sievennä

- a) $2x + 5x$ b) $3x + 7x$
c) $8x - 2x$ d) $12x - 3x$

2. Sievennä

- a) $8a - 5a$ b) $x - 7x$
c) $-3x + 17x$ d) $2x - 3x$

3. Sievennä

- a) $5a - a$ b) $x - x$
c) $3x - 2x$ d) $-2y - 3y$

4. Sievennä

- a) $x - 5x$ b) $-x - 5x$
c) $-3x + 2x$ d) $-3x - 3x$

5. Sievennä

- a) $-5y - y$ b) $6x - 8x$
c) $4x - 2x$ d) $-2x - 5x$

6. Muodosta ja sievennä termien $2x$ ja $5x$

- a) summa b) erotus

7. Muodosta ja sievennä termien $-4x$ ja $5x$

- a) summa b) erotus

8. Muodosta ja sievennä termien $7x$ ja $-5x$

- a) summa b) erotus

9. Sievennä

- a) $12x - 5x$ b) $-13x - 5x$
c) $-23x + 32x$ d) $3x - 33x$

10. Sievennä

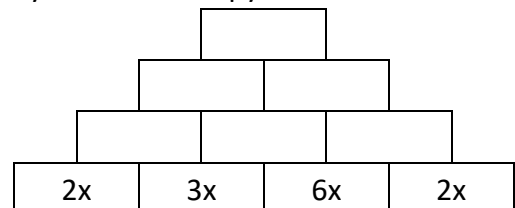
- a) $5x - 2x + 4x$ b) $2x - 7x + 8x$
c) $12a - 2a + 2a$ d) $2x - 3x + 5x$

11. Sievennä

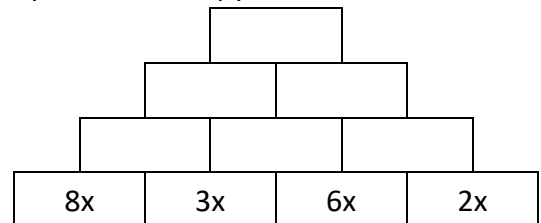
- a) $-5x + 3x - 6x$ b) $8x - 7x + 5x$
c) $2x - 2x + 8x$ d) $2x + x + 5x$

Summapyramidissa kahden alemman laatikon summa merkitään niiden yläpuolelle. Tätä jatketaan huipulle asti. Erotuspyramidissa lasketaan vastaavasti erotukset.

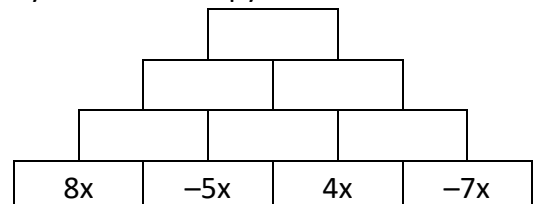
12. Täydennä summapyramidi



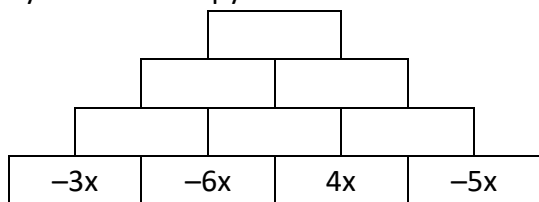
13. Täydennä erotuspyramidi



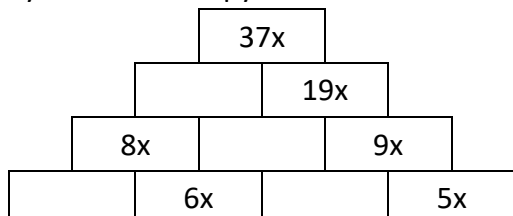
14. Täydennä summapyramidi



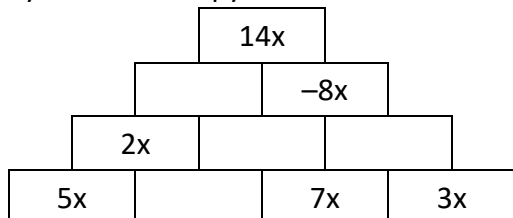
15. Täydennä erotuspyramidi



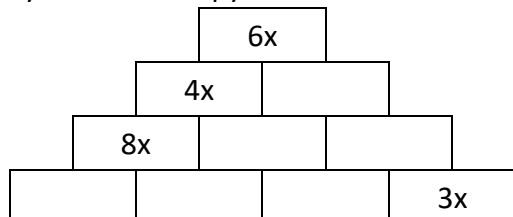
16. Täydennä summapyramidi



17. Täydennä erotuspyramidi



18. Täydennä erotuspyramidi



Tehtävät vaikeutuvat. Nyt pitää huomioida, ovatko termit **samanmuotoisia**. Samanmuotoiset voi laskea yhteen tai vähentää toisistaan, erimuotoisia ei.

19. Sievennä, jos voit

- a) $12x + 5x$ b) $3x + 7y$
 c) $-8x - 2x$ d) $12x - 3$

20. Sievennä, jos voit

- a) $a - 5a$ b) $-7x - 7$
 c) $-13x + 17x$ d) $200x - 300x$

21. Sievennä, jos voit

- a) $3x - 5$ b) $7x - 5x$
 c) $x + 17x$ d) $-3x + 2$

22. Sievennä, jos voit

- a) $2 - 3$ b) $x \cdot 3 - x$
 c) $3x - 2x$ d) $-2y - (-3y)$

23. Sievennä, jos voit

- a) $x - 2x$ b) $7y - 5x$
 c) $a + a$ d) $y - 3x$

24. Sievennä

- a) $5x - 2 + 4x$ b) $2x - 7 + 8x$
 c) $12a - 2b + 2a$ d) $2x - 3y + 5x$

25. Sievennä

- a) $-5x + 3x - 6$ b) $8y - 7x + 5x$
 c) $2a - 2x + 8x$ d) $2x + x + 8x$

26. Sievennä

- a) $5x + 3 - 6x$ b) $8 - 7 + 5x$
c) $2 - 2x + 8$ d) $2x + 5 + 8x$

27. Sievennä

- a) $5 + 3x - 7x$ b) $5x - 7y + 5x$
c) $2x - 2x + 8$ d) $7 + 5x + 8$

28. Sievennä

- a) $2x + 3 - 6x + 7$
b) $8y - 7x + 5x - 2y$
c) $2 - 2x - 4 + 5x$
d) $12x + 3y - x + 8y$

29. Sievennä

- a) $3x + 5 - 6x - 3$
b) $8x - 3y + 5x - 2y$
c) $2x - 2 - 4 + 5x$
d) $4x - 1 + 3x + 3$

30. Sievennä

- a) $12x + 8 - 3x - 9$
b) $x - 3 + 5x - 3y$
c) $5x - 7x - 4 + 5$
d) $x - 8 + 3x + 3$

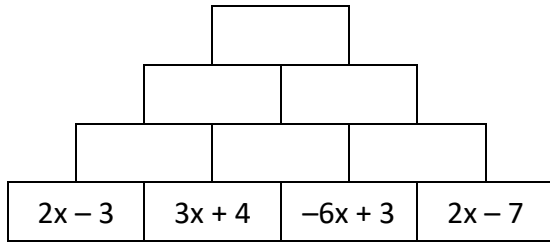
31. Sievennä

- a) $5x + 5y + 6 - 6x - 4y + 3$
b) $x - 7y + 5x - 2y + 3$
c) $2x + 3y - 4 + 5x - 2 + 2y$
d) $9x - 1 + 3y + 3 - 2x + 8y$

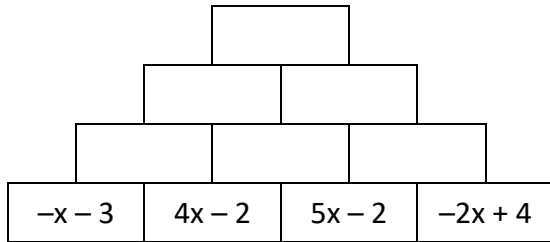
32. Sievennä

- a) $36x + 52 - 6x - 32$
b) $8x - 7y + 15x - 2y + 3$
c) $2x - 2y - 4 + 15x - 5$
d) $x - 1 + 13y + 3 - x + 8y - 2$

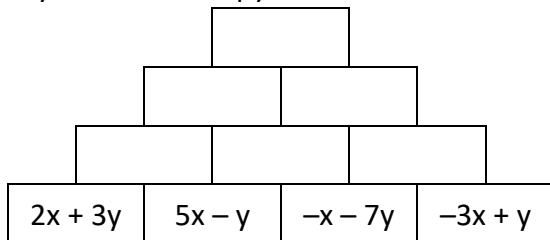
33. Täydennä summapyramidi



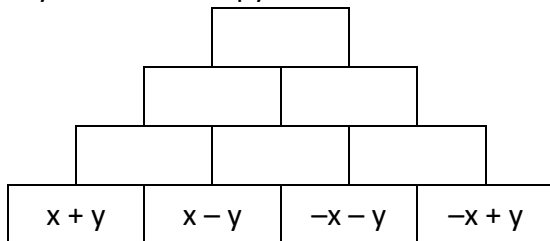
34. Täydennä summapyramidi



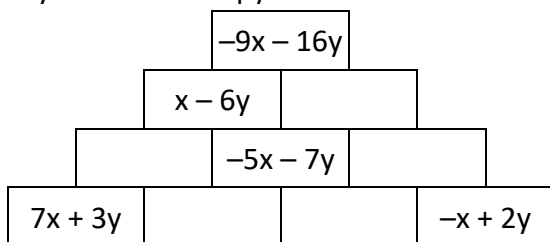
35. Täydennä summapyramidi



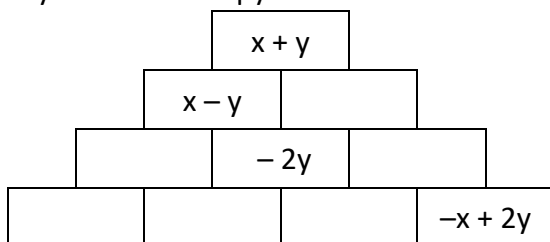
36. Täydennä summapyramidi



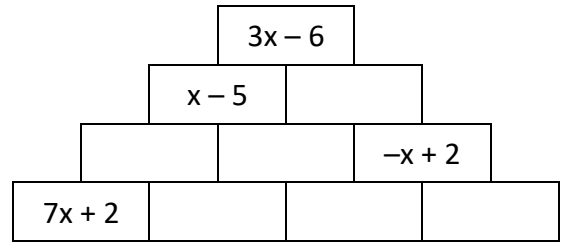
37. Täydennä summapyramidi



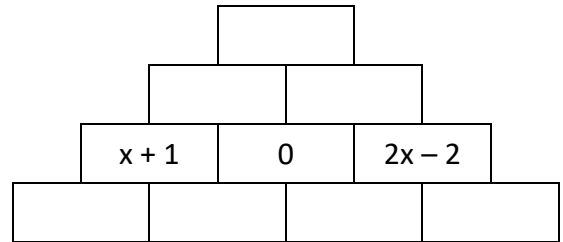
38. Täydennä summapyramidi



39. Täydennä summapyramidi



40. Täydennä summapyramidi



Kuinka monta ratkaisua keksit?

Seuraavissa tehtävissä a = appelsiinien määrä ja b = banaanien määrä. Tietyn hedelmän nälkä on miinusta.

41. Kirjoita lausekkeena hedelmien määrä yhteensä ja sievennä.

a) Kallella on kolme appelsiinia ja neljä banaania. Maijalla on viisi appelsiinia ja kaksi banaania.

b) Kallella on seitsemän appelsiinia ja yksi banaani. Maijalla on kolme appelsiinia ja kaksi banaania.

c) Maijalla on kaksi banaania. Villellä on kolme banaania ja kaksi appelsiinia.

42. Kirjoita lausekkeena hedelmien määrä yhteensä ja sievennä.

a) Kallella on kolme appelsiinia ja yhden banaanin verran nälkää. Maijalla on kaksi appelsiinia ja kolme banaania.

b) Kallella on kolmen appelsiinin nälkä ja yksi banaani. Maijalla on kahden appelsiinin nälkä ja seitsemän banaania.

c) Maijalla on kahden banaanin nälkä. Villellä on kaksi appelsiinia ja kaksi banaania.

43. Kirjoita lausekkeena hedelmien määrä yhteensä ja sievennä.

a) Kallella on kolmen appelsiinin nälkä ja yksi banaani. Maijalla on kaksi appelsiinia ja kolmen banaanin verran nälkää.

b) Kallella on kahden appelsiinin nälkä ja yksi banaani. Maijalla on kahden appelsiinin nälkä ja kolme banaania.

c) Maijalla on kahden banaanin nälkä ja kolme appelsiinia. Villellä on kahden appelsiinin nälkä ja kaksi banaania.

4. Lausekkeiden yhteen- ja vähennyslasku (Ekstra)

Tämä kappale on heille, joille edellinen on liian helppoa. Varsinaisesti asia tulee kaikille kasiluokalla.

Edellisessä kappaleessa pyramideja laskiessa sinun piti laskea mm. lausekkeiden $4x - 2$ ja $5x - 2$ summa. Hyvin luontaisesti tajusit varmaan, että $4x$ sekä $5x$ lasketaan yhteen ja -2 sekä -2 lasketaan yhteen tuloksen ollessa $9x - 4$. Erotuspyramidejakin oli, mutta niissä ei ollut kokonaislausekkeita vaan ainoastaan yksittäisiä termejä. Seuraavaksi tarkoituksena on tutustua esimerkkien kautta siihen, miten yhteen- ja vähennyslasku toimii ”virallisesti” kokonaisilla lausekkeilla.

Esimerkki 1.

a) Sievennä $2x + 3 + (4x + 5)$

b) Sievennä $2x + 3 + (-4x - 5)$

c) Sievennä $2x + 3 - (4x + 5)$

d) Sievennä $2x + 3 - (-4x - 5)$

Ratkaisut:

Koska sulkeiden sisällä on erimuotoisia termejä, ei niille voida tehdä yhteen- tai vähennyslaskuja. Sulkeiden eteen merkitty yhteen/vähennyslasku voidaan kuitenkin tällöin suorittaa jokaiselle sulkeiden sisällä olevalle termille erikseen.

Huom! Vaaleansinisellä merkittyjä välivaiheita ei ole tapana kirjoittaa näkyville.

a) $2x + 3 + (4x + 5)$

$$= 2x + 3 + (4x) + (+5)$$

$$= 2x + 3 + 4x + 5$$

$$= 6x + 8$$

b) $2x + 3 + (-4x - 5)$

$$= 2x + 3 + (-4x) + (-5)$$

$$= 2x + 3 - 4x - 5$$

$$= -2x - 2$$

c) $2x + 3 - (4x + 5)$

$$= 2x + 3 - (4x) - (+5)$$

$$= 2x + 3 - 4x - 5$$

$$= -2x - 2$$

d) $2x + 3 - (-4x - 5)$

$$= 2x + 3 - (-4x) - (-5)$$

$$= 2x + 3 + 4x + 5$$

$$= 6x + 8$$

Jos sulkeiden edessä oli $+$ -merkki, säilyivät sulkeiden sisällä olevien termien etumerkit (ja sulkeet poistuivat). Jos taas sulkeiden edessä oli $-$ -merkki, vaihtuvat kaikkien sulkeiden sisällä olevien termien etumerkit (ja sulkeet poistuivat).

Sulkeiden poisto (yhteen- ja vähennyslasku):

Jos sulkeiden edessä on $+$, säilyvät kaikkien sulkeiden sisällä olevien termien etumerkit.

Jos sulkeiden edessä on $-$, vaihdetaan kaikkien sulkeiden sisällä olevien termien etumerkit.

Esimerkki 2.

a) $+(4x + 5) = 4x + 5$

b) $+(-4x + 5) = -4x + 5$

c) $+(4x - 5) = 4x - 5$

d) $+(-4x - 5) = -4x - 5$

e) $-(4x + 5) = -4x - 5$

f) $-(-4x + 5) = 4x - 5$

g) $-(4x - 5) = -4x + 5$

h) $-(-4x - 5) = 4x + 5$

Tehtäviä

1. Sievennä

- a) $+(2x + 5)$ b) $+(4x - 6)$
- c) $-(6x + 5)$ d) $-(-2x + 5)$

2. Sievennä

- a) $+(x - 5) + (-2x + 2)$
- b) $+(6x - 6) - (2x + 3)$
- c) $-(4x - 5) + (-2x + 3)$
- d) $-(-7x - 1) - (8x + 2)$

3. Muodosta (sulkeita käyttäen) ja sievennä lausekkeiden $3x - 4$ ja $5x + 7$

- a) summa
- b) erotus

4. Muodosta (sulkeita käyttäen) ja sievennä lausekkeiden $-7x + 3$ ja $-5x + 6$

- a) summa
- b) erotus

5. Muodosta (sulkeita käyttäen) ja sievennä lausekkeiden $x - 1$ ja $-x - 1$

- a) summa
- b) erotus

6. Kallella on x euroa rahaa. Villellä on kolme kertaa niin paljon rahaa kuin Kallella ja lisäksi pankkitilillä 52 euroa. Matilla on neljä kertaa niin paljon rahaa kuin Kallella ja velkaa 25 euroa. Merkitse lausekkeena ja sievennä:

- a) Kuinka paljon Villellä on rahaa?
- b) Kuinka paljon Matilla on rahaa?

Ja sitten seuraaviin taas sulkeet mukaan:

- c) Kuinka paljon Villellä ja Matilla on rahaa yhteensä?
- d) Kuinka paljon enemmän Villellä on rahaa kuin Matilla?

5. Termin kertominen ja jakaminen luvulla

Termi voidaan kertoa tai jakaa numerolla siten, että numerolla kerrotaan tai jaetaan vain termin kerroin. Numerolla kerrottaessa tai jaettaessa muuttujaosa ei muutu.

Esimerkki 1.

- a) $3 \cdot 4x = 12x$
- b) $3 \cdot (-4x) = -12x$

Esimerkki 2.

- a) $\frac{8x}{2} = 4x$
- b) $\frac{5x}{2} = \frac{5}{2}x = 2,5x$

Tilanteesta riippuen sekä murtolukuvastaus että desimaalilukuvastaus voivat olla kelpaavia. Molemmat pitää osata pyydettäessä antaa,

Bonusasia (Oikeasti kasiluokan juttuja, joten ei tule kokeeseen. Saa kuitenkin miettiä.)

Kokonaiset lausekkeet kerrotaan/jaetaan siten, että jokainen lausekkeen termi kerrotaan/jaetaan erikseen.

Esimerkki 2.

- a) $3 \cdot (4x + 2) = 3 \cdot 4x + 3 \cdot 2 = 12x + 6$
- b) $\frac{8x-6}{2} = \frac{8x}{2} - \frac{6}{2} = 4x - 3$

Tehtäviä

1. Sievennä

- a) $3 \cdot 2x$
- b) $5 \cdot 3x$
- c) $8x \cdot 6$
- d) $10 \cdot 12x$
- e) $2 \cdot 2x$
- f) $1 \cdot 3x$

2. Sievennä

- a) $8 \cdot 2x$
- b) $5 \cdot 6x$
- c) $x \cdot 5$
- d) $2x \cdot 7$
- e) $5 \cdot 2x$
- f) $3x \cdot 5$

3. Sievennä

- a) $3 \cdot (-8a)$
- b) $-5 \cdot 7x$
- c) $3 \cdot x$
- d) $-2 \cdot (-x)$
- e) $-4 \cdot 8x$
- f) $0 \cdot 2,7x$

4. Sievennä

- a) $6 \cdot 2x \cdot 3$
- b) $5 \cdot 2 \cdot 3x$
- c) $4x \cdot 3 \cdot (-1)$
- d) $5 \cdot 2x \cdot 10$
- e) $3 \cdot (-2x) \cdot 2$
- f) $1 \cdot 1 \cdot x \cdot 1$

5. Sievennä

- a) $\frac{6x}{2}$
- b) $\frac{4x}{2}$
- c) $\frac{8x}{4}$
- d) $\frac{10x}{2}$

6. Sievennä

- a) $\frac{15x}{5}$
- b) $\frac{12x}{3}$
- c) $\frac{15x}{10}$
- d) $\frac{20x}{5}$

7. Sievennä

a) $\frac{35x}{5}$
c) $\frac{-5x}{-5}$

b) $\frac{18x}{-3}$
d) $\frac{-60x}{12}$

8. Sievennä

a) $\frac{-15x}{5}$
c) $\frac{60x}{-3}$

b) $\frac{9x}{-2}$
d) $\frac{-0,5x}{10}$

9. Sievennä

a) $\frac{42x}{-6}$

b) $\frac{-4 \cdot 9x}{6}$

c) $\frac{-36x}{-3 \cdot 3}$

d) $\frac{2 \cdot (-x)}{4}$

10. Sievennä (saa merkkeilla välivaiheita)

a) $\frac{27x}{-3} \cdot 2$

b) $\frac{-5x}{3} \cdot (-6)$

c) $10 \cdot \frac{-3 \cdot 6x}{-5}$

d) $\frac{2 \cdot x}{3}$

11. Kirjoita lauseke ja sievennä

a) Termi $5x$ kerrotaan luvulla 4.

b) Termi $-8x$ kerrotaan luvulla 7.

c) Luku 12 kerrotaan termillä $3x$.

12. Kirjoita lauseke ja sievennä

a) Termi $25x$ jaetaan luvulla 5.

b) Termi $42x$ jaetaan luvulla -7 .

c) Termi $-36x$ jaetaan luvulla 9.

13. Kirjoita lauseke ja sievennä

a) Termi $48x$ jaetaan luvulla 8 ja kerrotaan luvulla 3.

b) Termi $-25x$ jaetaan luvulla 3 ja kerrotaan luvulla -9 .

14. Päättelä laatikkoon sopiva luku tai termi

a) $\square \cdot 2x = 8x$ b) $5 \cdot \square = 15a$

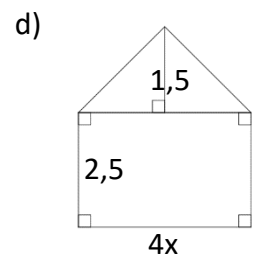
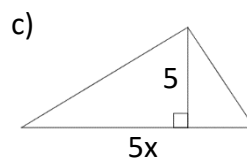
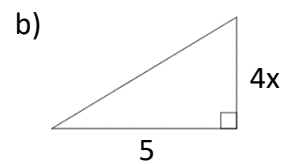
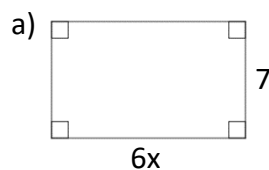
c) $-3x \cdot \square = 9x$ d) $-2 \cdot \square = 9y$

15. Päättelä laatikkoon sopiva luku tai termi

a) $\frac{36x}{\square} = 6x$ b) $\frac{\square}{-2} = -4x$

c) $\frac{-\square}{-5} = -3x$ d) $\frac{-6x}{\square} = 6x$

16. Laske kuvion pinta-ala



Pinta-ala-kaavat:

Suorakulmio $A = \text{kanta} \cdot \text{korkeus}$

Kolmio $A = \frac{\text{kanta} \cdot \text{korkeus}}{2}$

6. Lauseketehtäviä

Sievennettäessä lausekkeitä, tulee muistaa laskujärjestys, joka on ihan sama kuin aikaisemminkin. Pikkuhiljaa olemme vain oppineet temppuja, joilla näitä voi täydentää.

1. Sulkeet, sisemmät ensin.
2. Potenssit
3. Kerto ja jakolaskut
 - a. Jos kirjoitettu ”pötköön”, niin vasemmalta oikealle
 - b. Jos jakoviiva-jakolaskun sisällä on kertolaskuja, pitää ne laskea ennen jakolaskua, saa myös supistaa kesken laskun, kuten murtolukujen kertolaskussa on opetettu.
4. Yhteen- ja vähennyslaskut
 - a. Jos olet epävarma, niin vasemmalta oikealle järjestyksessä et erehdy
 - b. Jos hallitset etumerkit, voit valita

Kuten varmasti huomasit, tulevat yhteen- ja vähennyslaskut vieläkin viimeisenä, jollei sulkeilla ole muuta osoitettu.

Esimerkki 1

Sievennä

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & 2 \cdot 3x + 5x \\ & = 6x + 5x \\ & = 11x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad & 3x + 2 \cdot 5x \\ & = 3x + 10x \\ & = 13x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c)} \quad & 2 \cdot (3x + 5x) \\ & = 2 \cdot 8x \\ & = 16x \end{aligned}$$

Esimerkki 2

Sievennä

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \frac{4x}{2} + 5x \\ & = 2x + 5x \\ & = 7x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad & 5x + \frac{4x}{2} \\ & = 5x + 2x \\ & = 7x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c)} \quad & \frac{4x+5x}{2} \\ & = \frac{9x}{2} \\ & = 4,5x \end{aligned}$$

Esimerkki 3

Sievennä

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & 2x - 3 \cdot 4 + 5x \cdot 4 \\ & = 2x - 12 + 20x \\ & = 22x - 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad & 5(3x - (4x - 6x) + 2x) \\ & = 5(3x - (-2x) + 2x) \\ & = 5(3x + 2x + 2x) \\ & = 5 \cdot 7x \\ & = 35x \end{aligned}$$

Tehtäviä

Tee tehtävät vihkoosi välivaiheiden kanssa.
Ensimmäinen välivaihe on aina se, että kirjoitat alkuperäisen laskun vihkoosi.

1. Sievennä

- a) $3 \cdot 2x + 6x$ b) $5 \cdot 3x - 4x$
 c) $3x - 2 \cdot 3$ d) $4 \cdot 5x + 10x$

2. Sievennä

- a) $-5 \cdot 2x + 7x$ b) $-4x + 5 \cdot (-3x)$
 c) $-2 \cdot 5 - 3x$ d) $4 \cdot (-5x) + 10x$

3. Sievennä

- a) $8 \cdot (-2x) + 20x$
 b) $-6 \cdot (-6x) - 6x$
 c) $12x + 5 \cdot (-3x)$
 d) $5 \cdot (-8x) + 35x$

4. Sievennä

- a) $4 \cdot 2x + 3 \cdot 6x$ b) $3x - 4x \cdot 7$
 c) $8x \cdot 6 - 3 \cdot 3x$ d) $6 \cdot 7x + x \cdot 0$

5. Sievennä

- a) $3 \cdot 2x + 14 - 16x - 3 \cdot 6$
 b) $4 \cdot 3x - 5 + 4x \cdot 3 - 5$
 c) $4 \cdot 3x + 5 - 4x \cdot 3 - 5$
 d) $7x + 9 \cdot x \cdot 2 - 15$

6. Sievennä

- a) $20 \cdot 3x + 15 \cdot 4x$
 b) $32x + 4 \cdot 3 - 4x \cdot (-7)$
 c) $6x \cdot (-6) - 2 \cdot 7x$
 d) $-6 \cdot (-7x) + x \cdot (-5)$

7. Sievennä

- a) $4 \cdot (2x + 6x)$ b) $(3x - 4x) \cdot 7$
 c) $(7x - 3x) \cdot 5$ d) $6 \cdot (7x + x)$

8. Sievennä

- a) $(3x + 6x) \cdot 5$ b) $(2 \cdot 3x - x) \cdot 2$
 c) $3 \cdot (x - 3x) - 2$ d) $6 \cdot (x + x)$

9. Sievennä

- a) $3 \cdot (2x - (16x - 3x \cdot 6))$
 b) $(4 \cdot 3x - 4x) \cdot (3 - 5) + 6$
 c) $(3x + (5x - 4x) \cdot 3) - 5x$
 d) $(7x + (x \cdot 2 - 15x)) \cdot 2$

10. Sievennä

- a) $2(3x + (6x - 10x):2)$
 b) $3(4x - (3x - 4x))$
 c) $2(3x + 3x \cdot 3) - 5x$
 d) $(9x + (3x - 5x)) \cdot 2$

11. Sievennä

- a) $\frac{10x}{5} + 6x$ b) $3x - \frac{4x}{2}$
 c) $\frac{12x}{3} - 3x$ d) $7x + \frac{20x}{4}$

12. Sievennä

- a) $\frac{18x}{3} + \frac{6x}{2}$ b) $3x \cdot 5 - \frac{8x}{2}$
 c) $\frac{15x}{5} - 3 \cdot x$ d) $\frac{7x}{2} + \frac{20x}{4}$

13. Sievennä

- a) $\frac{25x}{5} + 6$ b) $\frac{3x}{10} \cdot 5 - \frac{8x}{2}$
 c) $\frac{12x}{5} - 3 \cdot x$ d) $\frac{x}{2} + \frac{18x}{4}$

14. Sievennä

- a) $\frac{2x+6x}{4}$ b) $\frac{13x-4x}{3}$
 c) $\frac{5x+7x}{8-4}$ d) $\frac{17x-2x}{18:6}$

Haasteellisempia:

15. Sievennä

- a) $\frac{2x \cdot 6 + 4x \cdot 3}{8}$ b) $\frac{3x \cdot 5 - 4x \cdot 2 + 3x}{3-7}$

16. Sievennä, muista miten murtoluvuilla lasketaan.

- a) $\frac{\frac{8x}{3} + \frac{7x}{3}}{8-3}$ b) $\frac{\frac{7x-2x}{3} - \frac{1}{3}}{\frac{4}{3}}$

7. Sanallisia tehtäviä

Tässä kappaleessa harjoittelemme sitä, miten sanallisista tehtävistä muodostetaan lausekkeita, joissa tuntematonta suuretta merkitään jollain muuttujakirjaimella.

Esimerkki 1

Kalle juoksee x km lenkin, Matti juoksee 5 km enemmän. Merkitse Matin juoksema matka.

Ratkaisu ("pitkillä" selityksillä)

Hahmotellaan, miten Matin matka lasketaan, kun Kalle matka tiedetään:

Kalle (km)	Matti (km)
2	$2 + 5 = 7$
10	$10 + 5 = 15$
120	$120 + 5 = 125$
Kun se onkin x	
x	$x + 5$

Eli käyttämällä muuttuvan numeron paikalla kirjainta x , saadaankin lauseke.

Vastaus: $x + 5$ kilometriä

Seuraavassa esimerkissä ei enää hahmotella tilannetta käyttäen jotain lukuja vaan tehdään homma lyhyesti.

Esimerkki 2.

Kaisa ostaa x henkaripakettia, joissa jokaisessa on 5 henkaria. Kaisalla on ennestään 12 henkaria. Kirjoita lauseke, jolla lasketaan, montako henkaria Kaisalla nyt on.

Ratkaisu

$$5 \cdot x + 12 = 5x + 12$$

Vastaus: $5x + 12$ henkaria

Tehtäviä

Ekoissa tehtävissä ei vielä tarvitse itse keksiä muuttujaa.

1. Minna on x vuotta vanha. Muodosta Kaisan iän lauseke, kun
 - a) Kaisa on 5 vuotta vanhempi kuin Minna.
 - b) Kaisa on 3 vuotta nuorempi kuin Minna.
 - c) Kaisa on kaksi kertaa niin vanha kuin Minna.
 - d) Kaisan ikä on puolet Minna iästä.
2. Kallella on x euroa rahaa. Muodosta Joonaksen rahojen lauseke, kun
 - a) Joonaksella on 12 € vähemmän rahaa kuin Kallella.
 - b) Joonaksella on kolme kertaa niin paljon rahaa kuin Kallella.
 - c) Joonaksella on velkaa tasan kaksi kertaa niin paljon kuin Kallella rahaa.
3. Juusolla on a kappaletta kastematoja purkissa. Muodosta lauseke ja sievennä siitä, kuinka monta kastematoa on viikon päästä, jos
 - a) Kastematoja tulee 6 lisää.
 - b) Kastematoja kuolee 3.
 - c) Kastematojen määrä kolminkertaistuu
 - d) Kastematojen määrä kaksinkertaistuu ja lisäksi tulee kolmetoista lisää.
4. Mikolla on x kpl kaktuksia ja Mirkalla y kpl orkideoita. Yhden kaktuksen hoitoon kuluu 3 min/kk ja yhden orkidean hoitoon 5 min/kk. Muodosta lauseke ja sievennä
 - a) Kuinka paljon Mikko ja Mirka yhteensä käyttävät aikaa kasviensa hoitoon kuukaudessa.
 - b) Kuinka paljon enemmän Mirkalla kuluu kuukaudessa aikaa kasviensa hoitoon kuin Mikolla. (Jos Mikolla kuluu oikeasti enemmän aikaa, tuottaa lauseke negatiivisen vastauksen).

Seuraavissa tehtävissä pitää keksiä itse muuttuja ja kirjoittaa se myös näkyville.

5. Muodosta Kaisan iän lauseke Minnan iän avulla, kun
 - a) Kaisa on kolme kertaa Minnan ikäinen.
 - b) Jos Minnan ikä kaksinkertaistettaisiin ja siihen lisättäisiin 10 vuotta, olisi se Kaisan ikä.
6. Muodosta Villen rahamäärän lauseke Mian rahamäärän avulla, kun
 - a) Villellä on 35 euroa vähemmän rahaa kuin Mialla.
 - b) Mian rahat puolittamalla ja lisäämällä 15 euroa saadaan Villen rahamäärä.
 - c) Villellä on velkaa yhtä paljon kuin Mialla rahaa.
 - d) Villellä on velkaa 10 euroa enemmän kuin Mialla rahaa. (Tämä on vaikea, pohdi tarkasti, mitä 10:lle tehdään.)

Seuraavissa muuttuja on taas annettu, mutta homma vaatii jo tarkkuutta. Kalle ja Mia kannattaa kirjoittaa erikseen näkyville.

7. Kallella on rahaa x euroa. Mialla on rahaa kaksi kertaa yhtä paljon kuin Kallella ja lisäksi 15 euroa pankkitilillä. Muodosta Villen rahojen lauseke ja sievennä se, kun
 - a) Villellä on tasan yhtä paljon rahaa, kuin Kallella ja Mialla yhteensä.
 - b) Villellä on 25 euroa vähemmän rahaa, kuin Kallella ja Mialla yhteensä.
8. Kallella on rahaa x euroa. Mialla on rahaa viisi kertaa yhtä paljon kuin Kallella, mutta hän on kaverilleen velkaa 20 euroa. Muodosta Villen rahojen lauseke ja sievennä se, kun
 - a) Villellä on tasan yhtä paljon rahaa, kuin Kallella ja Mialla yhteensä.
 - b) Villellä on 35 euroa enemmän rahaa, kuin Kallella ja Mialla yhteensä.

8. Kertaus

1. Sievennä (f-kohdassa sulkeet saa jäädä)

a) $7 \cdot x + 5$ b) $5 - 2 \cdot x$

c) $1 \cdot x$ d) $-1 \cdot x$

e) $-2 \cdot x \cdot y \cdot (-z)$

f) $35 \cdot x \cdot (3 \cdot a + b + 8)$

2. Täytä taulukko

Termi	Kerroin	Muuttujaosa
5x		
	-9	y
4		
x		
-x		
	12	ab

3. Kirjoita lausekkeena ja sievennä termien 8a ja 2

a) summa b) erotus

c) tulo d) osamäärä

4. Kirjoita lausekkeena ja sievennä

a) Luku x kerrotaan 12:lla ja tuloon lisätään 43.

b) Luku y jaetaan 25:llä ja osamäärästä vähennetään 13.

5. Laske lausekkeen arvo, kun $x = 6$

a) $x + 8$ b) $7x - 6$

c) $-x + 8$ d) $-6x + 3$

e) $\frac{x}{3} + 4$ f) $\frac{2x}{4} - 5$

6. Laske lausekkeen arvo, kun $x = -6$

a) $x + 8$ b) $7x - 6$

c) $-x + 8$ d) $-6x + 3$

e) $\frac{x}{3} + 4$ f) $\frac{2x}{4} - 5$

7. Sievennä

a) $4x + 5x$ b) $9x + 7x$

c) $6x - 8x$ d) $12x - 13x$

8. Sievennä

a) $8x - 5$ b) $x - x$

c) $-13x + x$ d) $-x - 3x$

9. Sievennä

a) $-5x + 8x - 6x - 13x$

b) $8x - 7x + 5x - 8x$

10. Sievennä

a) $x - 2 + 6x$

b) $32a - 2b + 2a$

c) $-15x + 3x - 8$

d) $8 - 7x + 5$

11. Sievennä

a) $12x + 31 - 16x + 7$

b) $17x + 9y - 9x + 8y$

a) $-x + 4 + 4x + 7 - 6x$

b) $3a + 9b - 4a + 8 - 3b$

12. Sievennä

a) $3 \cdot 6x$

b) $5x \cdot 3$

c) $-4 \cdot 8x$

d) $-4 \cdot (-7x)$

e) $2x \cdot 3 \cdot (-4)$

f) $3 \cdot 2x \cdot 8$

13. Sievennä

a) $\frac{35x}{5}$

b) $\frac{-18x}{3}$

14. Sievennä

a) $\frac{36x}{-9} \cdot 5$

b) $\frac{-7x}{3} \cdot (-9)$

15. Sievennä

a) $3 \cdot 4x + 7x$

b) $7 \cdot (-3x) - 4x$

c) $5 \cdot 4x + 2 \cdot 7 - 3x \cdot 2$

d) $5 \cdot 3x + 4x \cdot 2 - 6 \cdot 3$

16. Sievennä

a) $6 \cdot 2x + 24 - 5x - 5 \cdot 6$

b) $-5 \cdot (-7x) - 2x \cdot (-6)$

c) $\frac{35x}{5} + 7x$

d) $-2x \cdot 5 - \frac{5x}{2}$

17. Kallella on x euroa rahaa. Muodosta Mikon rahojen lauseke, kun

a) Mikolla on 250 € vähemmän rahaa kuin Kallella.

b) Mikolla on 5 kertaa niin paljon rahaa kuin Kallella ja 210 € rahaa pankissa.

c) Mikolla on velkaa 7 kertaa niin paljon kuin Kallella rahaa.

18. Muodosta Jussin iän lauseke Minnan iän avulla, kun

a) Jussi on kolme vuotta Minnaa nuorempi.

b) Jos Minnan ikä puolitettaisiin ja siihen lisättäisiin 8 vuotta, saataisiin Jussin ikä.

Vastauksia:

Kappale 1

1. a) $5x$ b) $3a$
c) $-5x$ d) $18a$
e) x f) $-x$
2. a) $6xy$ b) ab
c) $-3x$ d) x
3. a) $-2x$ b) $-2y$
c) $2x$ d) $-2x$
4. a) $2x + 5$ b) $2x + 3$
c) $8x - 2$ d) $2x - 12$
5. a) $5a + 2x$ b) $-2a + 3b$
c) $-2x + 8y$ (ei muutosta)
d) $-12x + 2z$
6. a) $2x(-2y + 5)$ b) $5x(3a + 2b)$
7. a) $24 \cdot x + 5$ b) $-7 \cdot x + 3$
c) $9 \cdot x - 2$ d) $4 \cdot x - 2 \cdot y$
8. a) $5 \cdot a + 2 \cdot x$ b) $-2 \cdot a + 3 \cdot b$
c) $-2 \cdot x + 8 \cdot y$ d) $-12 \cdot x + 2 \cdot z$

9.

Termi	Kerroin	Muuttujaosa
$3x$	3	x
$-6x$	-6	x
$2a$	2	a
x	1	x
$-3y$	-3	y
$-x$	-1	x
$120xy$	120	xy
5	5	ei ole
-18	-18	ei ole

10.

Termi	Kerroin	Muuttujaosa
$-4x$	-4	x
$-6x$	-6	x
a	1	a
$-z$	-1	z
$121ab$	121	ab

11. a) $x + 12$ b) $x - 12$
c) $12x$ d) $\frac{x}{12}$
12. a) $x + (-8) = x - 8$
b) $x - (-8) = x + 8$
c) $-8x$ d) $\frac{x}{-8} = -\frac{x}{8}$

13. a) $x + 6$ b) $8 + x = x + 8$
c) $3y$ d) $\frac{x}{7}$

14. a) $x \cdot 4 + 5 = 4x + 5$
b) $4 + 16 \cdot x = 16x + 4$
c) $\frac{y}{2} - 12$

15. a) $x \cdot (-7) + 3 = -7x + 3$
b) $8x - 6$
c) $-x \cdot (-6) = 6x$
d) $-x \cdot (-3) - 6 = 3x - 6$

16. a) $x + 3$ b) $3x$
c) $2x - 1$

Kappale 2

1. a) 8 b) -4 c) 4 d) 0
2. a) 2 b) -10 c) -2 d) -6
3. a) 24 b) -8 c) -4 d) 12
4. a) -24 b) 8 c) 4 d) -12
5. a) 5 b) -2 c) 5 d) $2\frac{1}{2} = 2,5$
6. a) -6 b) -2 c) -6 d) -3
7. a) 15 b) 8 c) -14 d) -8
8. a) -5 b) -22 c) 16 d) 2
9. a) $5\frac{1}{2}$ b) $-7\frac{1}{2}$ c) $\frac{3}{4}$ d) $\frac{1}{6}$
10. a) 8 b) 1 c) -7 d) 10
11. a) $x = 5$ b) $x = 5$
c) $x = 3$ d) $x = 2$
12. a) $x = 0$ b) $x = 2,5$
c) $x = \frac{1}{2} = 0,5$ d) $x = 1$
13. a) 370 € b) 11 päivää
14. a) $13,95 + 0,05 \cdot 200 = 23,95$ V:23,95 €
b) 521 minuuttia
15. a) 83 b) -46 c) 13 d) $-5\frac{2}{3}$

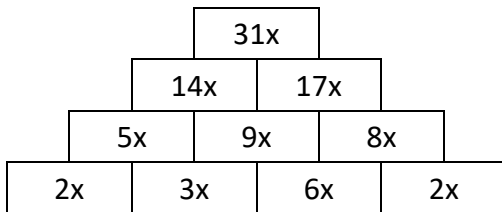
Kappale 3

1. a) $7x$ b) $10x$ c) $6x$ d) $9x$
2. a) $3a$ b) $-6x$ c) $14x$ d) $-x$
3. a) $4a$ b) 0 c) x d) $-5y$

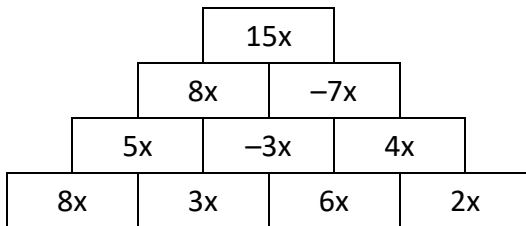
Muuttuja ja lauseke

4. a) $-4x$ b) $-6x$ c) $-x$ d) $-6x$
 5. a) $-6y$ b) $-2x$ c) $2x$ d) $-7x$
 6. a) $2x + 5x = 7x$ b) $2x - 5x = -3x$
 7. a) $-4x + 5x = x$ b) $-4x - 5x = -9x$
 8. Näissä on vastauksessa tällä kertaa myös välivaihe, koska noiden $+(-)$ ja $- (-)$ sieventäminen välivaiheella on pakollista.
 a) $7x + (-5x) = 7x - 5x = 2x$
 b) $7x - (-5x) = 7x + 5x = 12x$
 9. a) $7x$ b) $-18x$ c) $9x$ d) $-30x$
 10. a) $7x$ b) $3x$ c) $12x$ d) $4x$
 11. a) $-8x$ b) $6x$ c) $8x$ d) $8x$

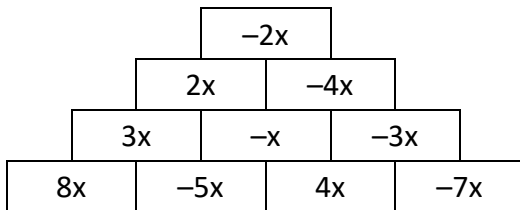
12.



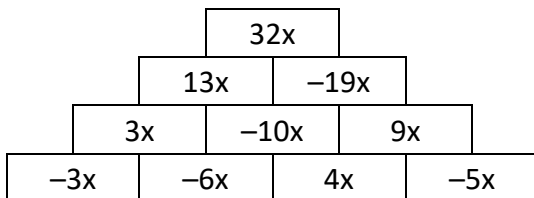
13.



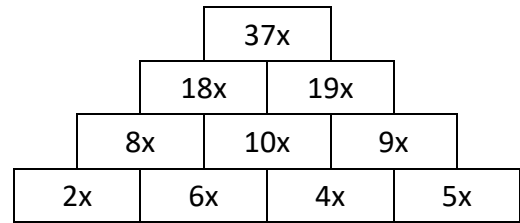
14.



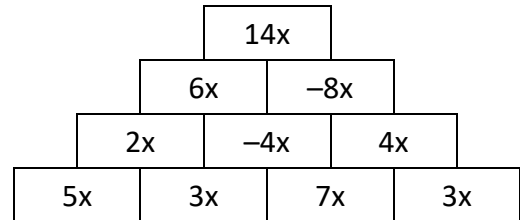
15.



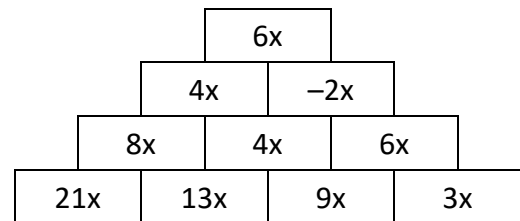
16.



17.



18.



19. a) $17x$ b) ei voi sieventää
 c) $-10x$ d) ei voi sieventää

20. a) $-4a$ b) ei voi sieventää
 c) $4x$ d) $-100x$

21. a) ei voi sieventää b) $2x$
 c) $18x$ d) ei voi sieventää

22. a) -1 b) $2x$ c) x d) y

23. a) $-x$ b) $-5x + 7y$ vain järjestys vaihtui, muuten ei voinut sieventää
 c) $2a$ d) $-3x + y$ vain järjesty vaihtui, muuten ei voinut sieventää

24. a) $9x - 2$ b) $10x - 7$
 c) $14a - 2b$ d) $7x - 3y$

25. a) $-2x - 6$ b) $-2x + 8y$
 c) $2a + 6x$ d) $11x$

26. a) $-x + 3$ b) $5x + 1$
 c) $-2x + 10$ d) $10x + 5$

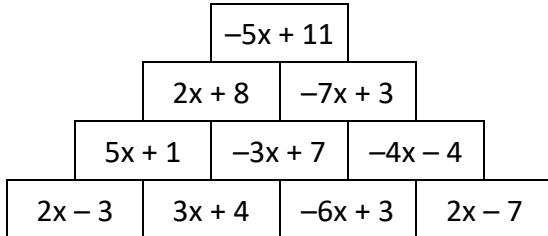
27. a) $-4x + 5$ b) $10x - 7y$
 c) 8 d) $5x + 15$

28. a) $-4x + 10$ b) $-2x + 6y$
 c) $3x - 2$ d) $11x + 11y$

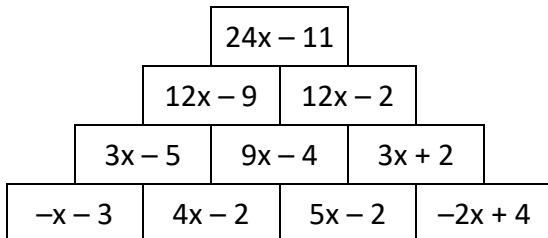
29. a) $-3x + 2$ b) $13x - 5y$
 c) $7x - 6$ d) $7x + 2$

30. a) $9x - 1$ b) $6x - 3y - 3$
 c) $-2x + 1$ d) $4x - 5$
31. a) $-x + y + 9$ b) $6x - 9y + 3$
 c) $7x + 5y - 6$ d) $7x + 11y + 2$
32. a) $30x + 20$ b) $23x - 9y + 3$
 c) $17x - 2y - 9$ d) $21y$

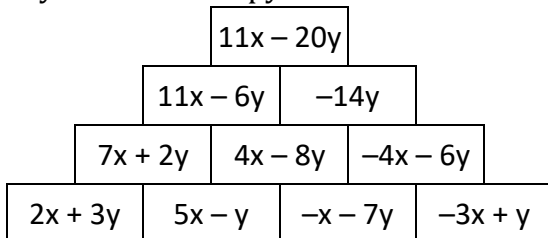
33.



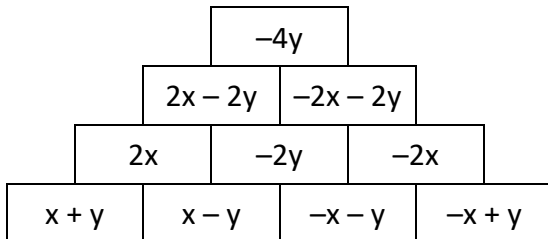
34.



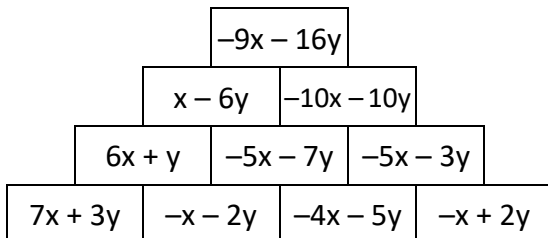
35. Täydennä summapyramidi



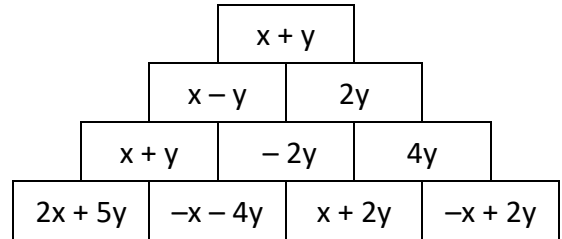
36.



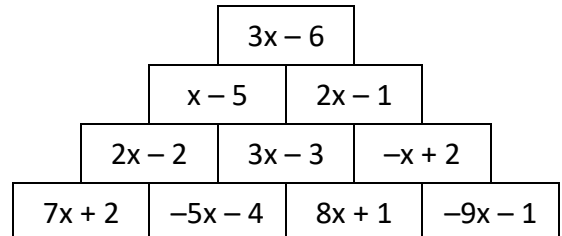
37.



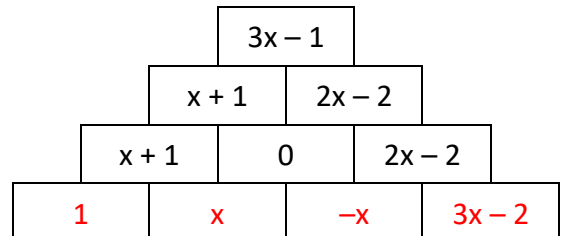
38.



39.



40. Esimerkkiratkaisu



Vastauksia alimmalle riville on äärettömän monta erilaista. Yhden laatikon sisällön voi valita itse, jonka jälkeen loput pitää laskea.

41. a) $3a + 4b + 5a + 2b = 8a + 6b$
 b) $7a + b + 3a + 2b = 10a + 3b$
 c) $2b + 3b + 2a = 2a + 5b$
42. a) $3a - b + 2a + 3b = 5a + 2b$
 b) $-3a + b - 2a + 7b = -5a + 8b$
 c) $-2b + 2a + 2b = 2a$
43. a) $-3a + b + 2a + 3b = -a + 4b$
 b) $-2a + b - 2a + 3b = -4a + 4b$
 c) $-2b + 3a - 2a + 2b = a$

Kappale 4

1. a) $2x + 5$ b) $4x - 6$
 c) $-6x - 5$ d) $2x - 5$
2. a) $-x - 3$ b) $4x - 9$
 c) $-6x + 8$ d) $-x + 3$
3. a) $(-3x - 4) + (5x + 7) = 2x + 3$
 b) $(-3x - 4) - (5x + 7) = -8x - 11$
4. a) $(-7x + 3) + (-5x + 6) = -12x + 9$
 b) $(-7x + 3) - (-5x + 6) = -2x - 3$

Muuttuja ja lauseke

5. a) $(x - 1) + (-x - 1) = -2$
 b) $(x - 1) - (-x - 1) = -2x$
6. a) $3x + 52$ b) $4x - 25$
 c) $(3x + 52) + (4x - 25) = 7x + 27$
 d) $(3x + 52) - (4x - 25) = -x + 77$

Kappale 5

1. a) $6x$ b) $15x$ c) $48x$ d) $120x$
 e) $4x$ f) $3x$
2. a) $16x$ b) $30x$ c) $5x$ d) $14x$
 e) $10x$ f) $15x$
3. a) $-24a$ b) $-35x$ c) $3x$ d) $2x$
 e) $-32x$ f) 0
4. a) $36x$ b) $30x$ c) $-12x$ d) $100x$
 e) $-12x$ f) x
5. a) $3x$ b) $2x$ c) $2x$ d) $5x$
6. a) $3x$ b) $4x$ c) $1,5x$ d) $4x$
7. a) $7x$ b) $-6x$ c) x d) $-5x$
8. a) $-3x$ b) $-4,5x$ c) $-20x$ d) $-0,05x$
9. a) $-7x$ b) $-6x$ c) $4x$ d) $-0,5x$
10. a) $-18x$ b) $10x$ c) $36x$ d) $\frac{2}{3}x$
11. a) $5x \cdot 4 = 20x$ b) $-8x \cdot 7 = -56x$
 c) $12 \cdot 3x = 36x$
12. a) $\frac{25x}{5} = 5x$ b) $\frac{42x}{-7} = -6x$
 c) $\frac{-36x}{9} = -4x$
13. a) $\frac{48x}{8} \cdot 3 = 6x \cdot 3 = 18x$
 b) $\frac{-25x}{3} \cdot (-9) = -25x \cdot (-3) = 75x$
14. a) 4 b) $3a$ c) -3 d) $-4,5y$
15. a) 6 b) $8x$ c) $-15x$ d) -1
16. a) $6x \cdot 7 = 42x$ b) $\frac{5 \cdot 4x}{2} = 10x$
 c) $\frac{5x \cdot 5}{2} = 12,5x$
 d) $4x \cdot 2,5 + \frac{4x \cdot 1,5}{2} = 10x + 3x = 13x$

Kappale 6

1. a) $12x$ b) $11x$
 c) $3x - 6$ d) $30x$

2. a) $-3x$ b) $-19x$
 c) $-3x - 10$ d) $-10x$
3. a) $4x$ b) $30x$ c) $-3x$ d) $-5x$
4. a) $26x$ b) $-25x$ c) $39x$ d) $42x$
5. a) $-10x - 4$ b) $24x - 10$
 c) 0 d) $25x - 15$
6. a) $120x$ b) $60x + 12$
 c) $-50x$ d) $37x$
7. a) $32x$ b) $-7x$ c) $20x$ d) $48x$
8. a) $45x$ b) $10x$
 c) $-6x - 2$ d) $12x$
9. a) $12x$ b) $-16x + 6$
 c) x d) $-12x$
10. a) $2x$ b) $15x$ c) $19x$ d) $14x$
11. a) $8x$ b) x c) x d) $12x$
12. a) $9x$ b) $11x$ c) 0
 d) $8\frac{1}{2}x = 8,5x$
13. a) $5x + 6$
 b) $-\frac{5}{2}x = -2\frac{1}{2}x = -2,5x$
 (kaikki kolme vaihtoehtoa ok.)
 c) $-\frac{3}{5}x = -0,6x$ d) $5x$
14. a) $2x$ b) $3x$ c) $3x$ b) $5x$
15. a) $3x$ b) $-4x$
16. a) x b) $12x$

Kappale 7

1. a) $x + 5$ b) $x - 3$
 c) $2x$ d) $\frac{x}{2}$
2. a) $x - 12$ b) $3x$
 c) $-2x$
3. a) $a + 6$ b) $a - 3$
 c) $3a$ d) $2a + 13$
4. a) $3x + 5y$
 b) $5y - 3x = -3x + 5y$
5. Minnan ikä = x . Kaisan iän lauseke on
 a) $3x$ b) $2x + 10$
6. Mian rahat = x . Villen rahat ovat
 a) $x - 35$ b) $\frac{x}{2} + 15$
 c) $-x$ d) $-x - 10$

Muuttuja ja lauseke

7. Kallen rahat = x
 Mian rahat = $2x + 15$
 a) Villen rahat = $3x + 15$
 b) Villen rahat = $3x - 10$

8. Kallen rahat = x
 Mian rahat = $5x - 20$
 a) Villen rahat = $6x - 20$
 b) Villen rahat = $6x + 15$

Kappale 8

1. a) $7x + 5$ b) $-2x + 5$
 c) x d) $-x$
 e) $2xyz$ f) $35x(3a + b + 8)$

2.

Termi	Kerroin	Muuttujaosa
$5x$	5	x
$-9y$	-9	y
4	4	ei ole
x	1	x
$-x$	-1	x
$12ab$	12	ab

3. a) $8a + 2$ b) $8a - 2$
 c) $8a \cdot 2 = 16a$ d) $\frac{8a}{2} = 4a$
4. a) $12x + 43$ b) $\frac{y}{25} - 13$
5. a) 14 b) 36 c) 2 d) -33
 e) 6 f) -2
6. a) 2 b) -48 c) 14 d) 39
 e) 2 f) -8
7. a) $9x$ b) $16x$ c) $-2x$ d) $-x$
8. a) Ei voi sieventää b) 0
 c) $-12x$ d) $-4x$
9. a) $-16x$ b) $-2x$
10. a) $7x - 2$ b) $34a - 2b$
 c) $-12x - 8$ d) $-7x + 13$
11. a) $-4x + 38$ b) $8x + 17y$
 a) $-3x + 11$ b) $-a + 6b + 8$
12. a) $18x$ b) $15x$ c) $-32x$ d) $28x$
 e) $-24x$ f) $48x$
13. a) $7x$ b) $-6x$
14. a) $-20x$ b) $21x$
15. a) $19x$ b) $-25x$
 c) $14x + 14$ d) $23x - 18$

16. a) $7x - 6$ b) $47x$
 c) $14x$ d) $-12,5x$
17. a) $x - 250$ b) $5x + 210$ c) $-7x$
18. $x = \text{Minnan ikä}$
 a) $x - 3$ b) $\frac{x}{2} + 8$