

7.lk matematiikka

Negatiiviset luvut ja laskutoimitukset

Versio 5.6 (2024)
Janne Koponen

Monisteen käyttäjälle

Tämä kurssimoniste on suunniteltu seitsemännen luokan matematiikan ensimmäiseksi kirjaksi tai kirjan lisänä käytettäväksi monisteeksi. Itse olen tosin päättänyt käyttämään kirjaa tämän monisteen lisukkeena.

Tämän monisteen pohjimmainen idea on olla mahdollisimman selkeä ja tarjota paljon perustehtäviä. Koska tehtäviä on ajoittain liikaakin ei kaikkien kannata tehdä kaikkia tehtäviä. Jos tehtävät tuntuvat liian helpoilta ja ne ovat menneet oikein, kannattaa kysyä opettajalta, mihin tehtäviin kannattaa seuraavaksi siirtyä.

Toinen perusajatus liittyy siihen, että osa tehtävistä on suunniteltu tehtäväksi tähän monisteeseen. Oma kokemukseni on, että tällöin oppilaat jaksavat tehdä paljon enemmän tehtäviä ja ei niin yllättäen oppivat tällöin paremmin. Ruutuvihkoa ei kuitenkaan kannata unohtaa varsinkaan silloin, kun tehtävät sisältävät välivaiheita.

Oppilaan on sallittua, jopa toivottavaa, tehdä teoriaosaan omia merkintöjä, alleviivauksia, värikynäkorostuksia ja muita itselle sopivia tapoja merkitä itselleen olennaiset asiat. Ja jos se itseä auttaa, voi mieleisien asioiden kohdalle piirtää pikaisesti jonkun kuvan.

Tämä moniste on osa julkiseen jakoon laittamaani matematiikan materiaalia, joka löytyy osoitteesta <https://peda.net/p/joykop/mm>

Aikaisemmin materiaali on ollut ladattavissa Hatanpään koulun verkkosivuilta, jotka palvelinuudistuksen jälkeen eivät enää olleet tähän tarkoitukseen soveltuvat. Vanhoja linkkejä voi kuitenkin pyöriä netissä ja tällaisia huomatessaan kannattaa vinkata ylläpitäjille, että vaihtavat linkin uuteen osoitteeseen.

Janne Koponen

Sisällys

1. Negatiiviset ja positiiviset luvut.....	4
2. Lukujen vertailu	8
3. Plussien ja miinusten sieventäminen – Vastaluku	12
4. Itseisarvo.....	16
5. Yhteen- ja vähennyslaskuja lukusuoran avulla	18
6. Yhteen- ja vähennyslaskuja pallukoilla ja rei'illä	22
7. Yhteen- ja vähennyslasku negatiivisilla luvuilla.....	26
8. Useamman luvun yhteen- ja vähennyslasku	32
9. Kertolasku negatiivisilla luvuilla.....	36
10. Jakolasku negatiivisilla luvuilla.....	42
11. Potenssit.....	44
12. Yhdistettyjä laskutoimituksia	48
Kertaustehtäviä	51

1. Negatiiviset ja positiiviset luvut

Nollaa isompia lukuja kutsutaan **positiivisiksi** luvuiksi.

– Positiivisen luvun eteen ei yleensä merkitä mitään.

– Jos positiivisuutta halutaan erityisesti korostaa, voidaan luvun eteen lisätä +, esim. $+3 = 3$

Nollaa pienempiä lukuja kutsutaan **negatiivisiksi** luvuiksi.

– Negatiivisen luvun eteen merkitään miinusmerkki, esim. -3 .

Nolla ei ole positiivinen eikä negatiivinen.

Esimerkki 1.

- a) -3 tarkoittaa lukua, joka on kolme numeroa pienempi kuin nolla.
- b) $-3,1$ on vielä $0,1$ pienempi kuin -3 .

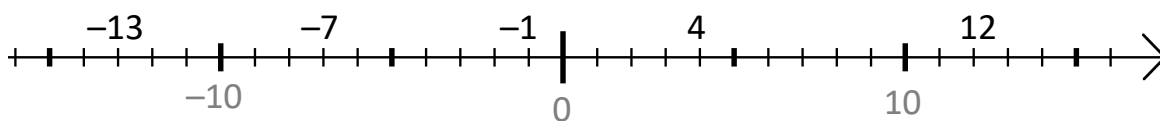
Esimerkki 2.

Merkitään numeroiden avulla seuraavat sanalliset ilmaisut:

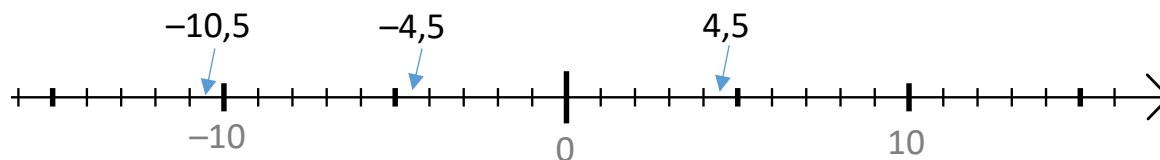
- a) Lämpötila kymmenen astetta celsiusta
 $10\text{ }^{\circ}\text{C}$
- b) Lämpötila kymmenen astetta pakkasta (celsiusasteita edelleen)
 $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$
- c) Rahamäärä sata euroa
 100 €
- c) Rahamäärä, kun velkaa on sata euroa
 -100 €

Esimerkki 3.

- a) Sijoitetaan lukusuoralle luvut: 4 -13 -1 12 -7 .



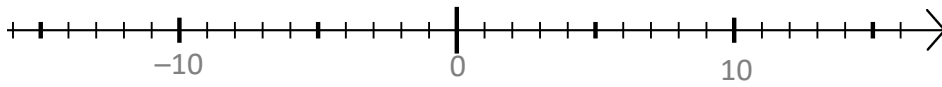
- b) Sijoita lukusuoralle luvut: $4,5$ $-4,5$ $-10,5$



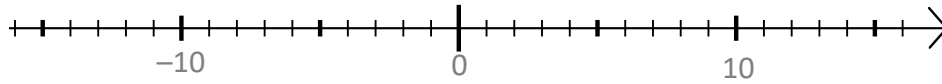
Tehtäviä

1. Merkitse kirjaimet lukusuoralle luvun kohdalle. Mikä sana niistä muodostuu?

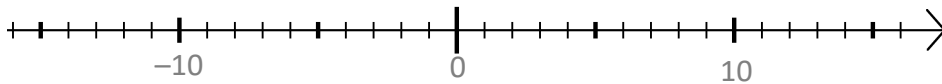
a) $A = 8$ $P = -12$ $T = -3$ $S = 5$ $I = -7$



b) $A = -8$ $I = -1$ $M = -13$ $O = 10$ $T = 6$

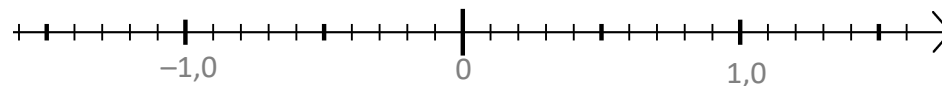


c) $J = -3$ $A = 11$ $I = -11$ $K = 8$ $O = 0$ $V = -14$ $L = -10$ $N = 5$ $I = -8$

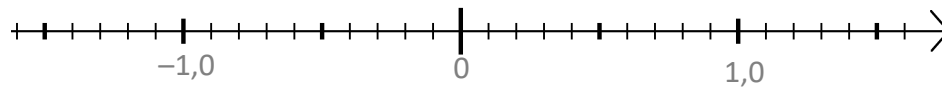


2. Merkitse kirjaimet lukusuoralle luvun kohdalle. Mikä sana niistä muodostuu?

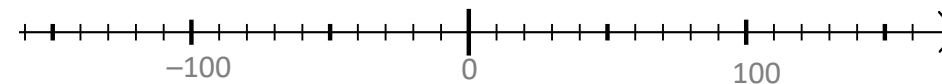
a) $Z = 0,1$ $A = -1,1$ $F = -1,3$ $R = 1,2$ $E = 0,7$



b) $N = 0,1$ $I = 1,0$ $E = -1,3$ $U = -0,1$ $S = -1,6$ $T = 0,6$ $K = -0,7$

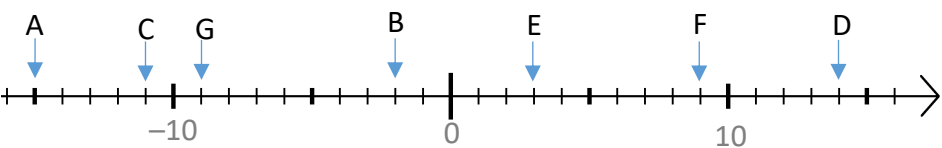


c) $I = -35$ $U = 120$ $E = -120$ $I = -125$ $T = 90$ $R = -90$ $L = -140$ $H = -25$ $A = 15$ $T = 60$

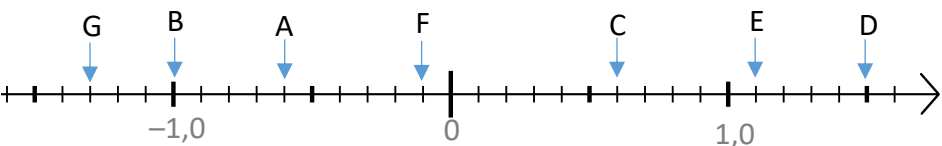


3. Mitä lukusuoran pisteitä merkityt kirjaimet vastaavat

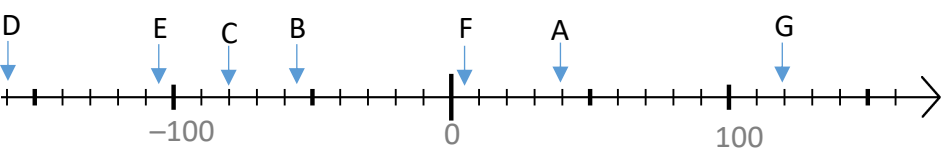
a) $A =$ $B =$ $C =$ $D =$ $E =$ $F =$ $G =$



b) $A =$ $B =$ $C =$ $D =$ $E =$ $F =$ $G =$



c) $A =$ $B =$ $C =$ $D =$ $E =$ $F =$ $G =$



Negatiiviset luvut ja laskutoimitukset

4. Kirjoita numeroilla lämpötilat (celsiusasteina):

- a) Kuusitoista astetta lämmintä
- b) Kolme astetta pakkasta
- c) Viisitoista astetta pakkasta
- d) Sata astetta lämmintä
- e) Nolla astetta
- f) Kolme ja puoli astetta pakkasta

5. Kirjoita numeroilla paljonko rahaa on:

- a) Kuusisataa euroa
- b) Sata euroa velkaa
- c) Tuhatsata euroa velkaa
- d) Viisitoista euroa
- e) Kuusi euroa ja neljä senttiä velkaa
- f) Neljätoista senttiä

Seuraavissa tehtävissä saat käyttää kännykkääsi.
Kun olet tehtävät tehnyt, laita känny pois.

6. Maapallolla korkeuksia verrataan merenpinnan tasoon. Etsi ja merkitse seuraavien maantieteellisten kohteiden korkeudet:

- a) Mount Everestin huippu
- b) Tampereen Näsijärven pinta
- c) Tampereen Pyhäjärven pinta
- d) Kuolleen meren pinta
- e) Kaspianmeren pinta
- f) Mariaanien haudan syvin kohta

7. Kuinka korkealla merenpinnasta on Päijänteen syvin kohta? (vinkki selvitä Päijänteen korkeus merenpinnasta ja Päijänteen syvyys.)

8. Kuinka korkealla merenpinnasta on Näsijärven syvin kohta?

9. Etsi tietoa Mauna Kea -tulivuoresta:

- a) Kuinka korkealle tulivuori yltää merenpinnan tasosta?
- b) Kuinka korkealla merenpinnan tasosta on tulivuoden ”juuri”? (kilometreissä)
- c) Kuinka korkea Mauna Kea on juurelta huipulle? (kilometreissä)

10. Etsi tietoa, mikä on kuumin ja kylmin maapallolla mitattu lämpötila. Kuinka monta astetta kuumempaa kuumimmassa paikassa on kuin kylmimmässä?

- a) Kuumin:
- b) Kylmin:
- c) Erotus:

Negatiiviset luvut ja laskutoimitukset

11. Kirjoita numeroilla seuraavat luvut

- a) kaksisataaseitsemänkymmentäkuusi
- b) kolmetoistatuhattaviisisataa kahdeksan
- c) viisimiljoonaa neljäkymmentäkaksituhatta viisi
- d) neljätoistamiljardia kuusisataaseitsemänmiljoonaa kaksitoistatuhattakolmesataakuusi
- e) seitsemänsataabiljoonaa satamiljoonaa kolmekymmentätuhattaviisisataakuusitoista
- f) kuusitoistatriljoonaa

12. Kirjoita tekstinä seuraavat luvut

- a) 375
- b) 356 321
- c) 45 601 030
- d) 302 000 230 000

2. Lukujen vertailu

Lukujen vertailu käyttäen sanallisia ilmaisuja on työlästä ja vie kirjoitettuna paljon tilaa. Tästä syystä sanalliset tekstit korvataan usein vertailumerkeillä:

Lukujen vertailumerkit:

- = Yhtäsuuri kuin
- > Suurempi kuin
- $\geq$ Suurempi tai yhtä suuri kuin
- < Pienempi kuin
- $\leq$ Pienempi tai yhtä suuri kuin
- $\neq$ Erisuuri kuin

Esimerkki 1.

Merkitse seuraavat sanalliset ilmaisut käyttäen vertailumerkkejä:

- | | |
|--|------------|
| a) 5 on suurempi kuin 3 | $5 > 3$ |
| b) 3 on pienempi kuin 5 | $3 < 5$ |
| c) 5 on suurempi kuin 5 | $5 > 5$ |
| d) 5 on suurempi tai yhtä suuri kuin 3 | $5 \geq 3$ |
| e) 5 on suurempi tai yhtä suuri kuin 5 | $5 \geq 5$ |

Edellä merkitsimme sanalliset ilmaisut käyttäen vertailumerkkejä, mutta emme kiinnittäneet huomiota siihen, olivatko väitteet tosia vai epätosia. Tästä syystä pieni lisätehtävä:

- f) merkitse jokaisen vertailun perään joko Tosi (jos merkintä on totta) tai Epätosi (jos ei ole totta).

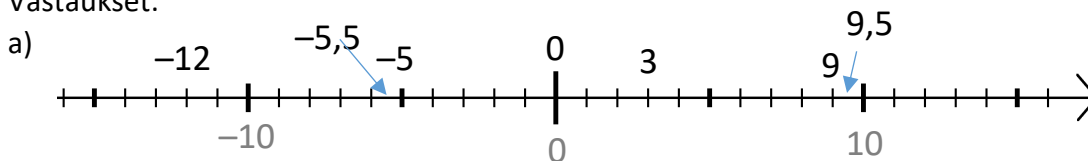
Kun vertaillaan sekä positiivisia että negatiivisia lukuja, auttaa, kun ne sijoittaa ensin lukusuoralla:

Esimerkki 2.

3 -12 9 -5 -5,5 0 9,5

- a) Merkitse yllä olevat numerot lukusuoralle.
 b) Kirjoita luvut suuruusjärjestykseen (lisää < -merkki aina niiden väliin).

Vastaukset:



- b) $-12 < -5,5 < -5 < 0 < 3 < 9 < 9,5$

Negatiivisten lukujen suuruusvertailu

- Mikä tahansa negatiivinen luku on aina pienempi kuin nolla tai mikä tahansa positiivinen luku.
- Negatiivinen luku on sitä pienempi, mitä suurempi miinuksen jälkeinen lukuosa on.

Esimerkki 3.

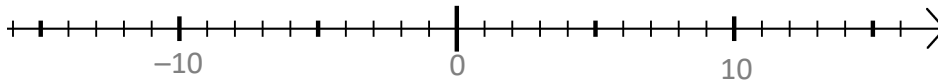
Muutamia negatiivisten lukujen suuruusvertailuja:

- a) $-3 < -2$ b) $-100 > -200$ c) $-100 < 2$ d) $-3 > -5$

Tehtäviä

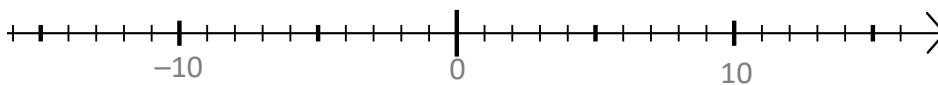
1. Merkitse luvut lukusuoralle. Kirjoita lisäksi luvut suuruusjärjestykseen pienimmästä suurimpaan (laita väliin < -merkki).

8 -5 -2 1 0 -1 4



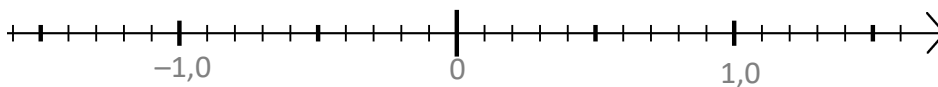
2. Merkitse luvut lukusuoralle. Kirjoita lisäksi luvut suuruusjärjestykseen pienimmästä suurimpaan (laita väliin < -merkki).

-12 -9 4 2 -6 -3 12



3. Merkitse luvut lukusuoralle. Kirjoita lisäksi luvut suuruusjärjestykseen pienimmästä suurimpaan (laita väliin < -merkki).

-0,3 -0,9 1,2 0,2 -0,6 -0,4 0,6



4. Järjestä luvut suuruusjärjestykseen pienimmästä suurimpaan (laita väliin < -merkki)

4 -3 -2,8 1,2 0 -200 1000

5. Järjestä luvut suuruusjärjestykseen pienimmästä suurimpaan (laita väliin < -merkki)

-3,3 -3,2 -3,35 3,75 -4 -0,5

6. Järjestä luvut suuruusjärjestykseen pienimmästä suurimpaan (laita väliin < -merkki)

-84 -325 -0,1 -100 -20 19

Negatiiviset luvut ja laskutoimitukset

7. Merkitse sopiva vertailumerkki lukujen väliin
(=, < tai >)

- | | | | | | |
|----|----|----|----|----|---|
| a) | 2 | 5 | b) | -3 | 3 |
| c) | -1 | -3 | d) | -3 | 2 |
| e) | 3 | -2 | f) | -6 | 1 |

8. Merkitse sopiva vertailumerkki lukujen väliin
(=, < tai >)

- | | | | | | |
|----|-----|-----|----|-----|------|
| a) | -3 | -2 | b) | -5 | -6 |
| c) | -2 | -4 | d) | 3 | 2 |
| e) | -13 | -12 | f) | -60 | -120 |

9. Merkitse sopiva vertailumerkki lukujen väliin
(=, < tai >)

- | | | | | | |
|----|------|-------|----|-------|------|
| a) | 2,5 | 2,6 | b) | -3,2 | -3,3 |
| c) | -1,3 | -1,30 | d) | -3,4 | 2,4 |
| e) | 0,3 | -0,2 | f) | -6,22 | -6,2 |

10. Merkitse sopiva vertailumerkki lukujen väliin
(=, < tai >)

- | | | | | | |
|----|-------|---------|----|------|------|
| a) | 250 | 260 | b) | -32 | -34 |
| c) | -1300 | -1300,0 | d) | -240 | -204 |
| e) | 3,2 | -32 | f) | -786 | -876 |

11. *Kahden luvun väliin sopii useampiakin vertailumerkkejä (=, <, ≤, >, ≥ tai ≠). Luettele joka kohtaan ne vertailumerkit, jotka sopivat seuraavien lukujen väliin.

- | | | | | | |
|----|-----|------|----|----|-----|
| a) | 2 | 3 | b) | 2 | 2 |
| c) | -13 | -130 | d) | 84 | 24 |
| e) | -3 | -2 | f) | 22 | -32 |

12. * Luettele joka kohtaan ne vertailumerkit, jotka sopivat seuraavien lukujen väliin.

- | | | | | | |
|----|------|--------|----|-----|-------|
| a) | -2,3 | -3,2 | b) | 2,4 | 2,5 |
| c) | -1,5 | -1,500 | d) | 32 | -32,0 |
| e) | -0,3 | -0,03 | f) | 0 | -32 |

13. * Sopiko joku merkki lähes joka kohtaan?
Keksitkö sille mitään käyttöä?

14. Kirjoita sanallinen ilmaisu käyttäen numeroita ja vertailumerkkejä.

- a) Kuusi on suurempi kuin neljä.
- b) Miinus neljä on pienempi kuin miinus kaksi.
- c) Sata on suurempi kuin miinus sata.
- d) Neljä on yhtäsuuri kuin neljä.

15. Kirjoita sanallinen ilmaisu käyttäen numeroita ja vertailumerkkejä.

- a) Kolme on suurempi tai yhtäsuuri kuin kaksi.
- b) Miinus kahdeksan on pienempi tai yhtäsuuri kuin miinus kolme.
- c) Miljoona on pienempi tai yhtä suuri kuin miljardi.
- d) Viisi on erisuuri kuin kuusi.

Ekstra

Pidemmän päälle vertailumerkeillä ilmoitetaan lukuaralueita. Jos esimerkiksi halutaan kertoa, että meillä on luku x , jonka arvo voi olla suurempi kuin 2, voidaan se ilmoittaa näin:

$$x > 2$$

Lukusuoralle vastaava voidaan merkitä näin:

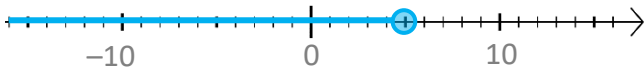


Huomaa, että luku 2 on ympyröity, mutta ympyrän sisustaa ei ole väritetty. Näin ilmaistaan, ettei 2 kuulu merkittyjen lukujen joukkoon.

Vastaavasti, jos x olisi pienempi tai yhtäsuuri kuin 5, merkittäisiin se näin:

$$x \leq 5$$

Lukusuoralle vastaava merkittäisiin näin:



Huomaa edeltä, että jos yhtäsuuruus on mukana, on ympyrän sisusta väritetty.

16. Alla on merkitty lukusuoralle muuttujan x arvot lukusuoralle. Kirjoita merkintä vertailumerkkejä käyttäen.

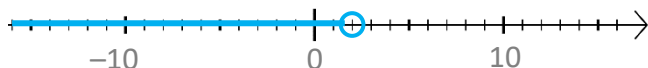
a)



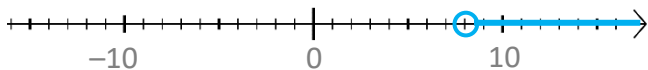
b)



c)



d)

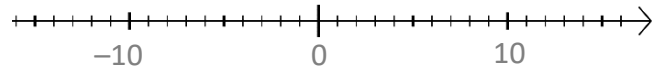


17. Piirrä lukusuoralle annetun merkinnän mukainen lukusuoran alue.

a) $x > -3$



b) $x \leq -4$



c) $x \geq -6$



d) $x > 0$



3. Plussien ja miinusten sieventäminen – Vastaluku

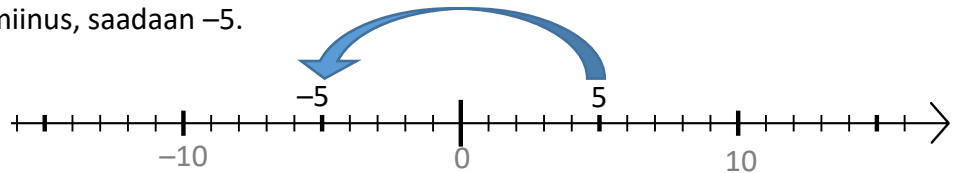
Negatiivisten lukujen laskuissa tulee monesti eteen tilanteita, joissa useampi laskumerkki pitää merkitä peräkkäin. Tällöin pitää käyttää sulkeita siten, että laskumerkkien väliin jää sulkumerkki. Ennen laskun laske-
mista sulkeet sieventää. Plussien ja miinusten sieventämisessä auttaa seuraava esimerkki

Esimerkki 1.

Miinus luvun edessä tarkoittaa lukua, joka on lukusuoralla yhtä kaukana nolasta, mutta toisella puolella.

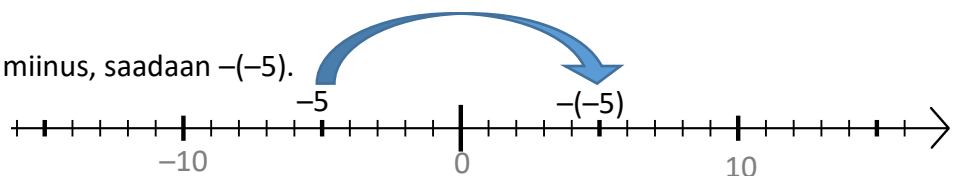
a) Kun luvun 5 eteen lisätään miinus, saadaan -5 .

Lukusuoralla se näyttää tältä:



b) Kun luvun -5 eteen lisätään miinus, saadaan $-(-5)$.

Lukusuoralla se näyttää tältä:



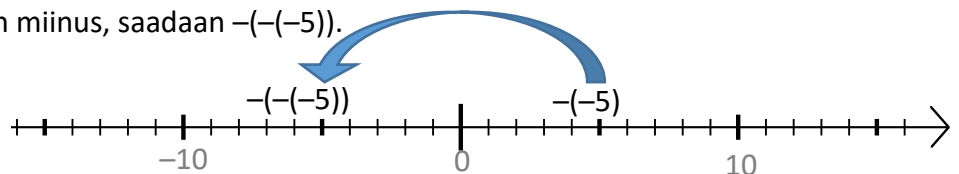
Päädymme lopputulokseen:

$$-(-5) = 5$$

Kaksi peräkkäistä miinusta kumoavat toisensa ja vastaus on positiivinen.

c) Kun luvun $-(-5)$ eteen lisätään miinus, saadaan $-(-(-5))$.

Lukusuoralla se näyttää tältä:



Päädymme lopputulokseen:

$$-(-(-5)) = -5$$

Eli kolmannen miinuksen lisääminen muutti luvun taas negatiiviseksi.

Edellä olevaa esimerkkiä voidaan jatkaa ikuisesti. Se havainnollistaa kuitenkin hyvin yleisen säännön miinusten määrän vaikutuksesta lopputuloksen merkkiin.

Useamman miinuksen / plussan sieventäminen

Jos luvun edessä on parillinen (0, 2, 4, ...) määrä miinuksia, on luku positiivinen.

Jos luvun edessä on pariton (1, 3, 5, ...) määrää miinuksia, on luku negatiivinen.

Luvun edessä olevat plussat eivät vaikuta luvun positiivisuuteen tai negatiivisuuteen.

Esimerkki 2.

Sievennä

a) $+(+5) = 5$

b) $+(-5) = -5$

c) $-(+5) = -5$

d) $-(-5) = 5$

Esimerkki 3.

Sievennä lausekkeet

a) $-(-2) = 2$

b) $-(-(-2)) = -2$

c) $-(-(-(-2))) = 2$

d) $-(-(-(-(-2)))) = -2$

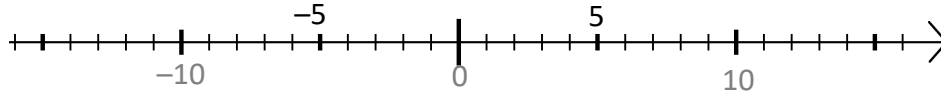
Vastaluku

Kun ensin on opittu sieventämään plussia ja miinuksia, on vastaluku sen ensimmäinen sovellus.

Vastaluvut ovat lukuja, jotka ovat yhtä kaukana nolasta, mutta vastakkaisilla puolilla.

Esimerkki 4.

Luvut **5** ja **-5** ovat toistensa vastalukuja, koska molempien etäisyys nolasta on 5.



Vastaluvun merkitseminen tehdään lisäämällä luvun eteen miinus.

Esimerkki 5.

- a) Luvun 5 vastaluku on -5 .
- b) Luvun -5 vastaluku on $-(-5) = +5 = 5$

Esimerkki 6.

- Merkitse ja laske seuraavien lukujen vastaluvut: a) 4 b) -5 c) $+13$
- a) -4
 - b) $-(-5) = +5 = 5$ (Välivaihe $+5$ ei ole välttämätön)
 - c) $-(+13) = -13$

Tehtäviä

1. Sievennä lausekkeet

- a) $-(+5) =$ b) $-(-7) =$
c) $+(-4,5) =$ d) $+(+5) =$

2. Sievennä lausekkeet

- a) $-(-3,6) =$ b) $+(-9) =$
c) $-(+0,8) =$ d) $-(+2) =$

3. Sievennä lausekkeet

- a) $+(-947) =$ b) $-(-9,5) =$
c) $-(+0) =$ d) $-(+4,2) =$

4. Merkitse lukusuoralle luku ja sen vastaluku.

a) 5



b) -6



c) -9



d) 2,5

5. Merkitse ja laske

- a) Luvun 3 vastaluku

b) Luvun -3 vastaluku

c) Luvun -6,8 vastaluku

d) Luvun 476 vastaluku

6. Merkitse ja laske

- a) Luvun -43 vastaluku

b) Luvun +3,5 vastaluku

c) Luvun -128,43 vastaluku

d) Luvun 0 vastaluku

7. Sievennä lausekkeet

- a) $-(-(-3)) =$
b) $-(-(-(-9))) =$
c) $-(-(-(-(-6)))) =$
d) $-(-(-(-(-(-8)))))) =$

8. Sievennä lausekkeet

- a) $-(-(-3,2)) =$
b) $+(-(-(+12))) =$
c) $-(-(+(-56))) =$
d) $+(-(-(-(-78)))) =$

9. Sievennä lausekkeet

- a) $-(-(-(-(-5)))) =$
b) $+(-(+7)) =$
c) $-(-(-(-(-(-100)))))) =$
d) $+(-(+(-(+(-(+8)))))) =$

10. Laske (merkitse välivaihe)

- a) $20 - (-5) =$
b) $20 + (-5) =$
c) $20 - (+5) =$
d) $20 + (+5) =$

11. Laske (merkitse välivaihe)

- a) $-(-13) + (-5) =$

b) $-(-13) - (-5) =$

Negatiiviset luvut ja laskutoimitukset

Seuraavat tehtävät ovat sanallisesti keinotekoisia. Niiden on kuitenkin tarkoitus kehittää hahmottamaan negatiivisten lukujen ja negaatioin olemusta. Varsinkin puhutussa kielessä tuplanegatiot koetaan hyvin vaikeiksi, koska niissä pitää oikeasti ajatella.

12. Kirjoita vihkoosi lyhyesti, mitä seuraavilla lauseilla tarkoitetaan.

- a) Älä istu!
- b) Älä ole istumatta!
- c) Ole istumatta!
- d) Ole olematta istumatta!
- e) Älä ole olematta istumatta!

13. Kirjoita vihkoosi lyhyesti, mitä seuraavilla lauseilla tarkoitetaan.

- a) Ei saa olla katsomatta vasemmalle!
- b) Ei saa olla olematta ilman sateenvarjoa!
- c) Pitää kieltäytyä olemasta hatuton!
- d) Elefanttien syöttämättä jättäminen ei ole sallittua!

4. Itseisarvo

Luvun itseisarvo on luvun etäisyys nolasta.

Etäisyys on aina positiivinen luku, joten itseisarvon vastaus on aina positiivinen.

– Positiivisen luvun itseisarvo on luku itse.

– Negatiivisen luvun itseisarvo on luvun vastaluku. Käytännössä luvun edestä otetaan vain miinus pois.

Itseisarvo merkitään lisäämällä pystyviivat luvun molemmille puolille.

Laskujärjestyksen kannalta itseisarvomerkit ovat kuten sulkeet: Niiden sisältö lasketaan ensin.

Esimerkki 1.

Merkitse ja laske seuraavien lukujen itseisarvo:

- a) 4 b) -5 c) $+13$

Vastaukset:

- a) $|4| = 4$ b) $|-5| = 5$ c) $|+13| = 13$

Esimerkki 2.

Laske

- a) $|5 - 2|$ b) $2 \cdot |2 - 5|$ c) $|2 - 5|$

Vastaukset:

- a) $|5 - 2| = |3| = 3$
 b) $2 \cdot |2 - 5| = 2 \cdot |-3| = 2 \cdot 3 = 6$
 c) $|2 - 5| = |-3| = 3$

Viimeisessä esimerkissä laskun $2 - 5$ tulos on -3 . Tämä palataan ihan omana aiheenaan.

Esimerkki 3.

Merkitse sanalliset ilmaisut lausekkeiksi ja laske.

- a) Lukujen 8 ja -6 itseisarvojen summa

$$|8| + |-6| = 8 + 6 = 14$$

- b) Lukujen 8 ja -6 summan itseisarvo

$$|8 + (-6)| = |8 - 6| = |2| = 2$$

Edellä olevan esimerkin tarkoitus on havainnollistaa sitä, miten sanojen järjestyksellä on väliä siihen, miten lasku merkitään, mikä vaikuttaa usein lopputulokseen.

Tehtävät

Osa laskuista voi tuntua mahdottomilta. Mukana on 3 laskua, jotka opetetaan vasta kohta, mutta ne voi päätellä oikein ilman opetustakin.

1. Merkitse ja laske

- a) luvun 3 itseisarvo
- b) luvun $-2,7$ itseisarvo
- c) luvun -15 itseisarvo

2. Merkitse ja laske

- a) luvun $-1,5$ itseisarvo
- b) luvun 270 itseisarvo
- c) luvun $-0,15$ itseisarvo

3. Laske

- a) $|-5| =$
- b) $|7| =$
- c) $|-8| =$
- d) $|3| =$

4. Laske

- a) $-|-6| =$
- b) $|-8| =$
- c) $-|-8| =$
- d) $-|8| =$

5. Laske (merkitse välivaihe)

- a) $|4 + 7| =$
- b) $|3| - |-2| =$
- c) $-|2,4 + 1,3| =$
- d) $|-5| - |1,4| =$

6. Laske (merkitse välivaihe)

- a) $|-3 + 7| =$
- b) $|-3| - (-2) =$
- c) $|4,8 - 1,3| =$
- d) $5 - |2,3| =$

7. Mikä luku tai mitkä luvut

- a) on itsensä vastaluku
- b) on itsensä itseisarvo

8. Merkitse ja laske

- a) luvun 3 itseisarvon vastaluku
- b) luvun -2 itseisarvon vastaluku
- c) luvun 7 vastaluvun itseisarvo
- d) luvun -8 vastaluvun itseisarvo

9. * Merkitse ja laske

- a) Lukujen 3 ja 7 erotuksen itseisarvo
- b) Lukujen 3 ja 7 itseisarvojen erotus
- c) Lukujen -3 ja 7 erotuksen itseisarvo
- d) Lukujen -3 ja 7 itseisarvojen erotus

5. Yhteen- ja vähennyslaskuja lukusuoran avulla

Helpot yhteen ja vähennyslaskut on kätevää hahmotella itselleen lukusuoran avulla. Huomaa, että jos joudut ”menemään nollan yli”, kannattaa lasku jakaa kahteen osaan, se helpottaa paljon laskujen hahmottamista päässä.

Esimerkki 1.

Päättele lukusuoran avulla seuraavien laskujen tulokset

a) $3 + 5$

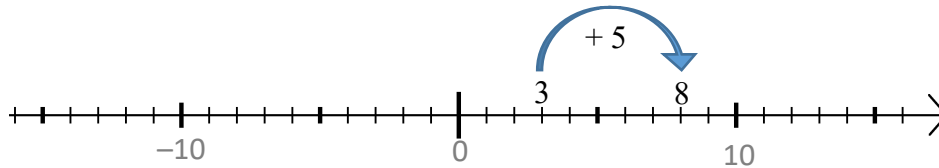
b) $3 - 5$

c) $-3 + 5$

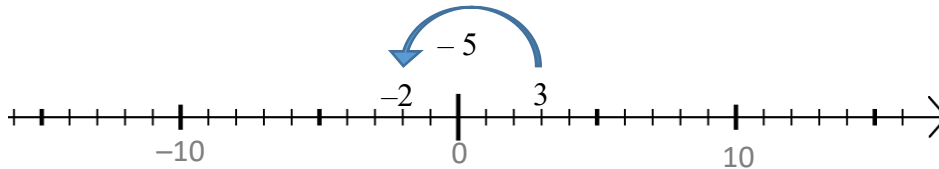
d) $-3 - 5$

Esimerkkivastaukset:

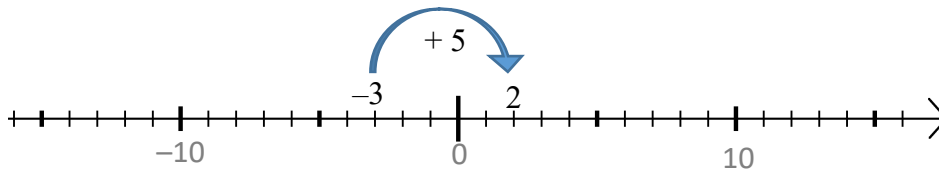
a) $3 + 5 = 8$



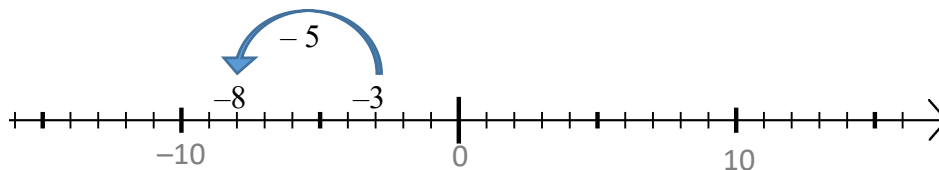
b) $3 - 5 = -2$



c) $-3 + 5 = 2$



d) $-3 - 5 = -8$

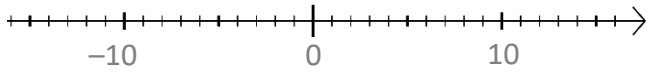


Negatiiviset luvut ja laskutoimitukset

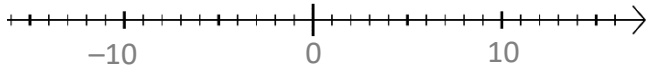
Tehtäviä (Merkitse kuten esimerkeissä.)

1. Päättele lukusuoran avulla seuraavat laskut.

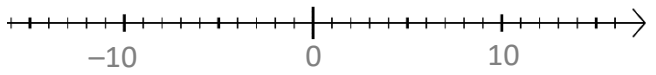
a) $4 + 5 =$



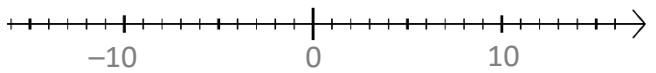
b) $3 - 7 =$



c) $-3 + 2 =$

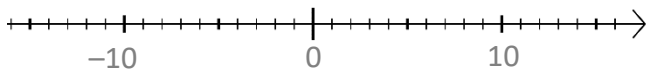


d) $-5 - 2 =$

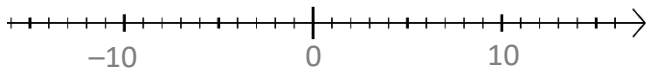


2. Päättele lukusuoran avulla seuraavat laskut.

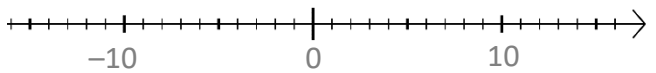
a) $-4 + 5 =$



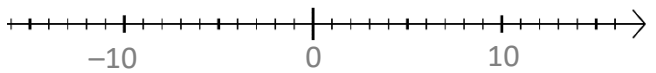
b) $-3 - 7 =$



c) $-3 - 2 =$

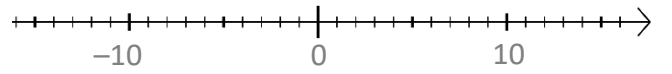


d) $5 + 2 =$

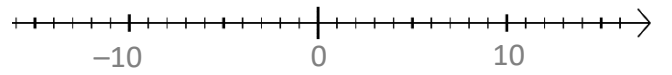


3. Päättele lukusuoran avulla seuraavat laskut.

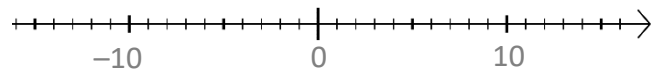
a) $0 - 5 =$



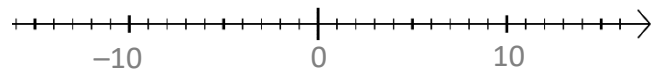
b) $-2 - 4 =$



c) $5 - 12 =$

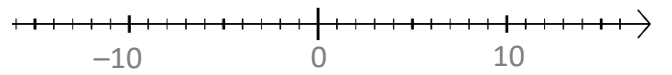


d) $-3 - 4 =$

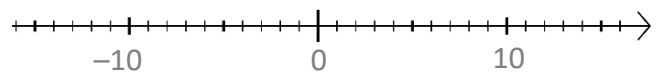


4. Päättele lukusuoran avulla seuraavat laskut.

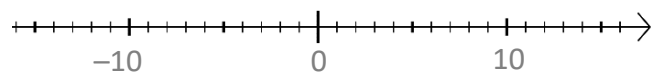
a) $10 - 15 =$



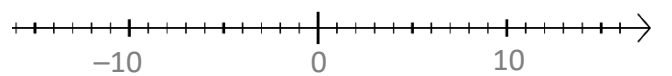
b) $-12 + 4 =$



c) $4 - 3 =$



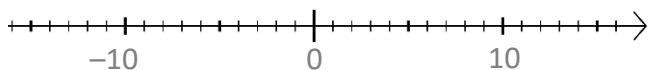
d) $-3 - 4 =$



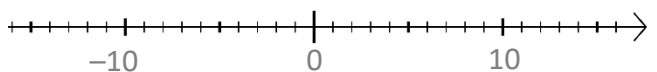
Negatiiviset luvut ja laskutoimitukset

5. Päättelö lukusuoran avulla seuraavat laskut.

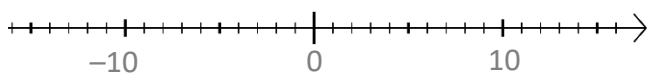
a) $3 - 12 =$



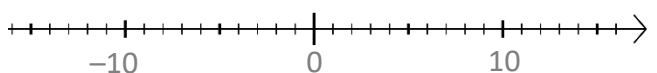
b) $-10 + 14 =$



c) $14 - 20 =$

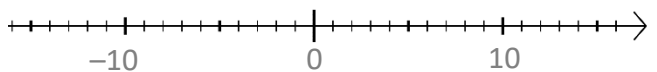


d) $-13 + 4 =$

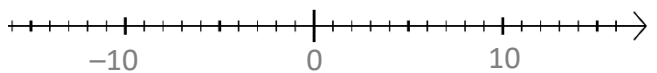


6. Päättelö lukusuoran avulla seuraavat laskut.

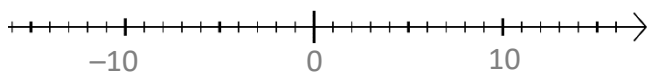
a) $1 - 5 + 3 =$



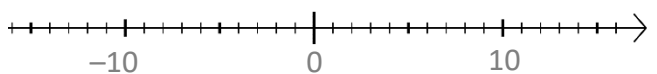
b) $-12 + 4 + 9 =$



c) $4 - 5 - 3 =$



d) $-2 - 3 - 2 =$



7. Päättelö lukusuoran avulla seuraavat laskut.

a) $3 - 12 - 6 =$



b) $8 - 10 + 4 =$



c) $4 - 15 + 11 =$

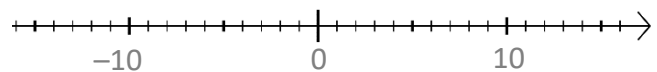


d) $11 - 13 + 14 =$

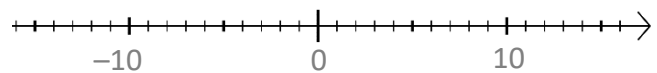


8. Päättelö lukusuoran avulla seuraavat laskut.

a) $4 - 5 + 3 - 2 =$



b) $-7 + 4 + 2 - 1 =$



c) $7 - 5 - 3 - 1 =$



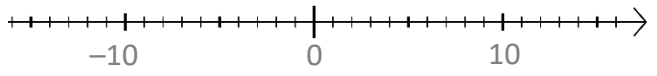
d) $-12 - 3 + 12 + 3 =$



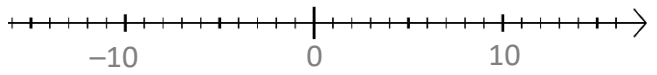
Negatiiviset luvut ja laskutoimitukset

9. Päättelö lukusuoran avulla seuraavat laskut.

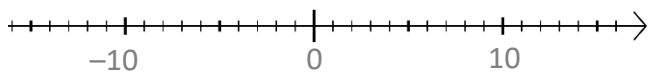
a) $3,5 - 5 =$



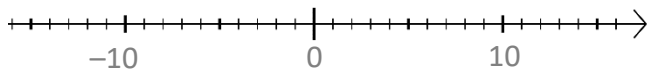
b) $5 - 8,5 =$



c) $-1,5 + 4 =$

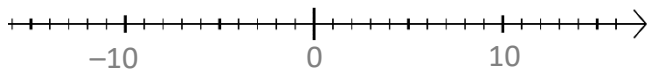


d) $-1,5 + 4,5 =$

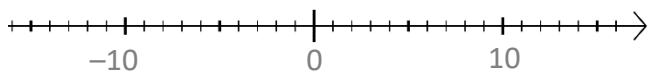


10. Päättelö lukusuoran avulla seuraavat laskut.

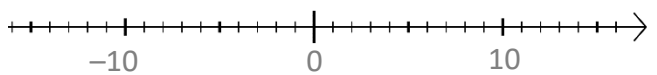
a) $13,5 - 20 =$



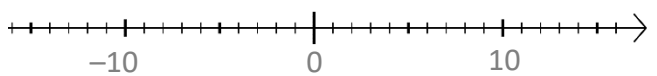
b) $-5 + 7,5 =$



c) $-8,5 + 4 =$



d) $-1,5 - 4,5 =$



11. Piirrä vihkoosi lukusuora ja ratkaise laskut

a) $-9 + 6$

b) $7 - 9$

c) $-6 + 9$

d) $-8 - 2$

12. Piirrä vihkoosi lukusuora ja ratkaise laskut

a) $-5 - 10$

b) $1 + 9$

c) $-9 - 9$

d) $4 + 6$

13. Piirrä vihkoosi lukusuora ja ratkaise laskut

a) $-12 - 15$

b) $17 + 18$

c) $-8 - 13$

d) $-3 + 10$

14. Piirrä vihkoosi lukusuora ja ratkaise laskut

a) $4 - 11$

b) $-11 - 13$

c) $-16 + 2$

d) $-8 - 14$

15. Piirrä vihkoosi lukusuora ja ratkaise laskut

a) $19 - 6 - 9$

b) $-8 + 11 - 1$

c) $-6 - 18 + 16$

d) $-11 + 3 - 13$

16. Piirrä vihkoosi lukusuora ja ratkaise laskut

a) $17 - 9 - 14$

b) $9 - 11 + 5$

c) $14 - 7 - 13$

d) $-11 + 19 - 20$

17. Piirrä vihkoosi lukusuora ja ratkaise laskut

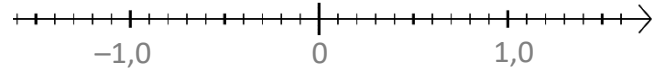
a) $-19 + 6 - 9$

b) $8 - 11 - 1$

c) $-6 + 18 - 16$

d) $-11 - 3 - 13$

18. Piirrä vihkoosi lukusuora ja ratkaise laskut



a) $-1,2 - 0,5$

b) $-1,7 + 1,8$

c) $-0,8 - 1,3$

d) $-0,3 + 1,0$

19. Piirrä vihkoosi lukusuora ja ratkaise laskut

a) $0,4 - 1,1$

b) $-1,1 - 1,3$

c) $-1,6 + 2,0$

d) $-0,8 - 1,4$

20. Piirrä vihkoosi lukusuora ja ratkaise laskut

a) $1,2 - 0,9 - 1,4$

b) $0,9 - 1,8 + 0,5$

c) $1,4 - 0,7 - 1,6$

d) $-1,1 + 2,9 - 2,0$

6. Yhteen- ja vähennyslaskuja pallukoilla ja rei'illä

Kuvitellaan pöytä, jossa on pallukoita ja reikiä. Jos pöydällä on sekä pallukka että reikä, täyttää pallukka reiän ja kumpaakaan ei enää ole.

Pallukoita kuvataan ympyröillä, joiden sisällä on plus-merkki. Reikiä kuvataan ympyröillä, joiden sisällä on miinus-merkki.

Esimerkki pallukoista:

$$\oplus \oplus \oplus = +3 = 3$$

Esimerkki rei'istä

$$\ominus \ominus \ominus \ominus = -4$$

Näiden avulla lasketaan seuraavasti:

Esimerkki 1.

a) Laske $5 + 6$.

Molemmat luvut ovat positiivisia, joten merkitään yksinomaan pallukoina:



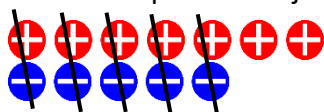
Yhteensä plus-pallukoita on 11 kappaletta, joten

Lasku numeroilla merkittynä on siis:

$$5 + 6 = 11$$

b) Laske $7 - 5$.

Merkitään pallukoina ja reikinä:



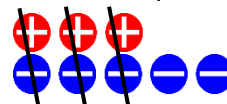
Viisi plussaa ja miinusta kumoavat toisensa ja jäljelle jää kaksi plus-pallukkaa, joten

Lasku numeroilla merkittynä on siis:

$$7 - 5 = 2$$

c) Laske $3 - 5$

Merkitään pallukoina ja reikinä:



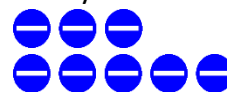
Kolme plussaa ja miinusta kumoavat toisensa ja jäljelle jää kaksi miinus-pallukkaa, joten

Lasku numeroilla merkittynä on siis:

$$3 - 5 = -2$$

d) Laske $-3 - 5$

Molemmat luvut ovat negatiivisia, joten merkitään yksinomaan reikinä:



Yhteensä miinus-pallukoita on $3 + 5 = 8$. Eli vastauksen itseisarvo on 8, mutta se on negatiivinen.

Lasku numeroilla merkittynä on siis:

$$-3 - 5 = -8$$

Tehtäviä

1. Päättelä pallukoiden ja reikien avulla

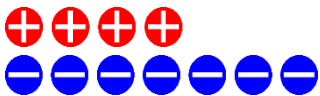
a) $6 + 3 =$



b) $7 - 2 =$



c) $4 - 7 =$



d) $-4 + 6 =$

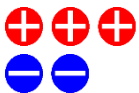


2. Päättelä pallukoiden ja reikien avulla

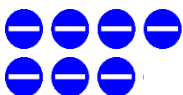
a) $1 - 3 =$



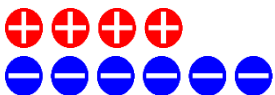
b) $3 - 2 =$



c) $-4 - 3 =$

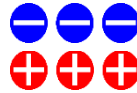


d) $4 - 6 =$

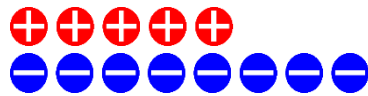


3. Päättelä pallukoiden ja reikien avulla

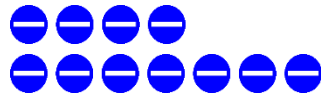
a) $-3 + 3 =$



b) $5 - 8 =$



c) $-4 - 7 =$



d) $5 + 6 =$

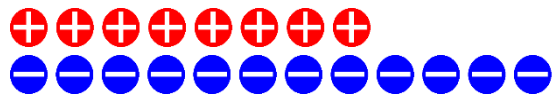


4. Päättelä pallukoiden ja reikien avulla

a) $13 - 3 =$



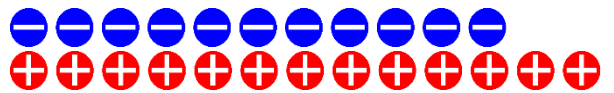
b) $8 - 12 =$



c) $-9 - 2 =$



d) $-11 + 13 =$



Negatiiviset luvut ja laskutoimitukset

5. Päättele pallukoiden ja reikien avulla.

Merkitse itse ympyröihin + tai –.

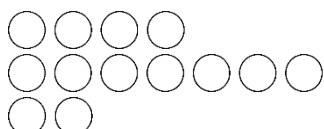
a) $-7 + 3 =$



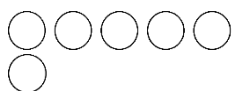
b) $-5 - 4 =$



c) $-4 + 7 + 2 =$



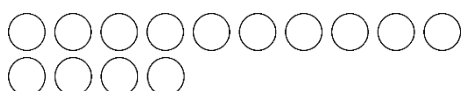
d) $-5 - 1 =$



6. Päättele pallukoiden ja reikien avulla.

Merkitse itse ympyröihin + tai –.

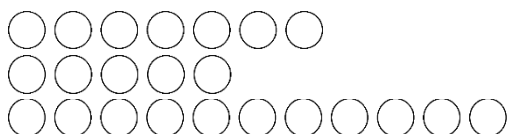
a) $10 - 4 =$



b) $-1 + 4 =$



c) $-7 - 5 - 11 =$



d) $2 - 1 =$



7. Päättele pallukoiden ja reikien avulla.

Merkitse itse ympyröihin + tai –.

a) $-6 - 13 =$



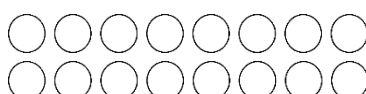
b) $-1 - 1 =$



c) $0 - 7 =$



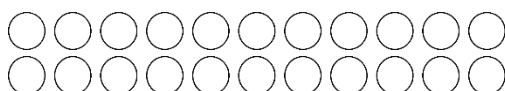
d) $-8 - 8 =$



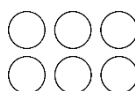
8. Päättele pallukoiden ja reikien avulla.

Merkitse itse ympyröihin + tai –.

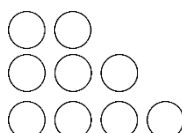
a) $11 - 11 =$



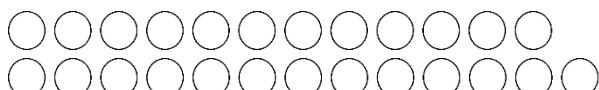
b) $-3 - 3 =$



c) $2 + 3 - 4 =$



d) $12 - 13 =$



Tee seuraavat laskut vihkoosi.

Merkitse aina laskulauseke, piirrä pallukat/reiät, päättelee vastaus niiden avulla ja merkitse vastaus. Tämä on harjoitusta, ei näitä tarvitse tämän jälkeen joka kerta enää piirtää (jos osaat ilman).

9. Laske

- | | |
|---------------|----------------|
| a) $3 - 8 =$ | b) $-6 + 1 =$ |
| c) $-9 + 4 =$ | d) $-15 - 5 =$ |

10. Laske

- | | |
|---------------|----------------|
| a) $-8 - 7 =$ | b) $-2 + 15 =$ |
| c) $7 - 8 =$ | d) $12 - 15 =$ |

11. Laske

- | | |
|----------------|-----------------|
| a) $18 - 17 =$ | b) $-13 - 5 =$ |
| c) $-3 - 6 =$ | d) $-15 + 12 =$ |

12. Laske

- | | |
|----------------|----------------|
| a) $-9 - 13 =$ | b) $-2 - 15 =$ |
| c) $-6 - 5 =$ | d) $3 + 13 =$ |

13. Laske

- | | |
|-------------------|--------------------|
| a) $14 - 9 - 4 =$ | b) $-11 - 7 + 8 =$ |
| c) $-8 + 1 - 7 =$ | d) $-3 + 7 - 11 =$ |

14. Laske

- | | |
|--------------------|-------------------|
| a) $-4 - 1 - 13 =$ | b) $9 - 3 - 15 =$ |
| c) $-6 - 15 - 3 =$ | d) $3 - 6 + 13 =$ |

15. Laske

- | | |
|--------------------|--------------------|
| a) $-13 - 5 + 9 =$ | b) $-13 - 3 + 6 =$ |
| c) $-4 + 5 - 2 =$ | d) $20 - 13 - 2 =$ |

16. Laske

- | | |
|----------------------|--------------------|
| a) $15 - 14 + 13 =$ | b) $13 - 10 + 9 =$ |
| c) $1 - 2 + 3 - 4 =$ | d) $2 - 3 - 6 =$ |

7. Yhteen- ja vähennyslasku negatiivisilla luvuilla

Tarkastellaan erilaisia yhteen/vähennyslaskuja, joissa osapuolina ovat $+2$ / -2 ja $+3$ / -3 . Päätel-
lään niistä, miten voisimme laskea yhteen/vähennyslaskuja negatiivisillakin luvuilla ilman luku-
suoraa.

$$3 + 2 = 5$$

$$-3 - 2 = -5$$

$$2 + 3 = 5$$

$$-2 - 3 = -5$$

$$3 - 2 = 1$$

$$-3 + 2 = -1$$

$$2 - 3 = -1$$

$$-2 + 3 = 1$$

Samat etumerkit:

- * Lasketaan numeroiden itseisarvot yhteen.
- * Vastauksen etumerkki on sama kuin läh-
töarvoillakin.

Eri etumerkit:

- * Vähennetään itseisarvoltaan suurem-
masta itseisarvoltaan pienempi.
- * Vastauksen etumerkki itseisarvoltaan
suuremman mukaan.

Edellä havaittuja sääntöjä voidaan soveltaa vaikka kuinka inhottavien numeroiden tapauksiin, joita ei luku-
suoralla ole mukava tehdä.

Esimerkki 1.

Lasketaan muutama esimerkkilasku.

Sinisellä olevia välivaiheita ei usein kirjoiteta näkyville, ne ajatellaan päässä. Jos lasku kuitenkin on hyvin
vaikea, välivaihe kannattaa kirjoittaa näkyville.

a) $-15 + 28$ (Eri merkkiset, lasketaan itseisarvoltaan isompi miinus itseisarvoltaan pienempi.
 $= 28 - 15$ Laskun eteen ei tarvita erillistä etumerkkiä, koska "isompi" on valmiiksi +)
 $= 13$

b) $17 - 24$ (Eri merkkiset, lasketaan itseisarvoltaan isompi miinus itseisarvoltaan pienempi.
 $= -(24 - 17)$ Lasku sulkeisiin ja eteen miinus, koska "isompi" on negatiivinen.)
 $= -7$

c) $-32 - 24$ (Samanmerkkiset luvut, joten plussataan itseisarvot.
 $= -(32 + 24)$ Lasku sulkeisiin ja eteen miinus, koska luvut ovat negatiivisia.)
 $= -56$

Esimerkki 2.

Merkitse ja laske lukujen -32 ja -43

a) summa
 $-32 + (-43) = -32 - 43 = -75$

b) erotus
 $-32 - (-43) = -32 + 43 = 11$

Negatiiviset luvut ja laskutoimitukset

Tehtäviä (Näitä riittää. Jos on liian helppoa, kysy opelta lupa hypätä vähän vaikeampiin.)

1. Laske

- | | |
|---------------|---------------|
| a) $6 - 2 =$ | b) $-2 + 6 =$ |
| c) $-6 + 2 =$ | d) $-6 - 2 =$ |
| e) $-2 - 6 =$ | f) $2 - 6 =$ |

2. Laske

- | | |
|----------------|---------------|
| a) $10 - 10 =$ | b) $8 + 1 =$ |
| c) $-8 + 3 =$ | d) $8 - 8 =$ |
| e) $4 - 7 =$ | f) $-1 + 7 =$ |

3. Laske

- | | |
|----------------|---------------|
| a) $6 + 6 =$ | b) $-8 + 6 =$ |
| c) $-10 + 4 =$ | d) $-3 + 1 =$ |
| e) $-7 + 7 =$ | f) $-6 + 9 =$ |

4. Laske

- | | |
|----------------|---------------|
| a) $1 - 1 =$ | b) $-3 - 5 =$ |
| c) $4 - 9 =$ | d) $8 - 7 =$ |
| e) $-10 - 4 =$ | f) $9 - 1 =$ |

5. Laske

- | | |
|-----------------|----------------|
| a) $3 - 4 =$ | b) $-10 + 1 =$ |
| c) $-1 - 3 =$ | d) $8 + 7 =$ |
| e) $-10 - 10 =$ | f) $-5 + 10 =$ |

6. Laske

- | | |
|---------------|---------------|
| a) $-8 + 4 =$ | b) $5 - 9 =$ |
| c) $-4 - 3 =$ | d) $-4 - 7 =$ |
| e) $1 + 7 =$ | f) $5 - 2 =$ |

7. Laske

- | | |
|---------------|----------------|
| a) $-9 + 7 =$ | b) $-1 + 10 =$ |
| c) $-4 - 5 =$ | d) $7 - 2 =$ |
| e) $-5 + 4 =$ | f) $3 - 4 =$ |

8. Laske

- | | |
|---------------|---------------|
| a) $-5 - 5 =$ | b) $-8 - 3 =$ |
| c) $-8 + 5 =$ | d) $1 + 4 =$ |
| e) $6 - 6 =$ | f) $-1 - 8 =$ |

9. Laske

- | | |
|-----------------|-----------------|
| a) $-14 + 9 =$ | b) $20 - 2 =$ |
| c) $15 - 13 =$ | d) $-13 - 9 =$ |
| e) $-19 + 13 =$ | f) $-12 + 13 =$ |

10. Laske

- | | |
|-----------------|----------------|
| a) $19 - 17 =$ | b) $-2 + 11 =$ |
| c) $-11 + 16 =$ | d) $-4 - 17 =$ |
| e) $-16 + 14 =$ | f) $-1 + 19 =$ |

11. Laske

- | | |
|----------------|-----------------|
| a) $15 - 10 =$ | b) $-18 + 13 =$ |
| c) $-3 - 27 =$ | d) $-2 - 15 =$ |
| e) $19 - 18 =$ | f) $-17 + 11 =$ |

12. Laske

- | | |
|-----------------|-----------------|
| a) $-10 + 20 =$ | b) $-20 - 40 =$ |
| c) $20 - 40 =$ | d) $-30 + 40 =$ |
| e) $-10 + 30 =$ | f) $30 - 10 =$ |

13. Laske

- | | |
|-----------------|-----------------|
| a) $-12 + 19 =$ | b) $20 - 12 =$ |
| c) $15 - 53 =$ | d) $-13 - 12 =$ |
| e) $-19 + 13 =$ | f) $-12 + 23 =$ |

14. Laske

- | | |
|-----------------|-----------------|
| a) $19 - 27 =$ | b) $-22 + 11 =$ |
| c) $-11 + 26 =$ | d) $-14 - 17 =$ |
| e) $-16 + 24 =$ | f) $-21 + 9 =$ |

15. Laske

- | | |
|-----------------|-----------------|
| a) $25 - 10 =$ | b) $-18 + 23 =$ |
| c) $-23 - 27 =$ | d) $-22 - 15 =$ |
| e) $29 - 18 =$ | f) $-27 + 1 =$ |

16. Laske

- | | |
|-----------------|-----------------|
| a) $-10 + 20 =$ | b) $-18 - 24 =$ |
| c) $25 - 39 =$ | d) $-30 + 11 =$ |
| e) $-20 + 34 =$ | f) $13 - 22 =$ |

Negatiiviset luvut ja laskutoimitukset

Muista, voit käyttää apuna pallukoita, lukusuoria ja allekkainlaskuakin.

17. Laske

- | | |
|-----------------|-----------------|
| a) $-34 + 19 =$ | b) $20 - 32 =$ |
| c) $45 - 53 =$ | d) $-43 - 29 =$ |
| e) $-19 + 23 =$ | f) $-12 + 43 =$ |

18. Laske

- | | |
|-----------------|-----------------|
| a) $39 - 47 =$ | b) $-32 + 11 =$ |
| c) $-11 + 46 =$ | d) $-34 - 17 =$ |
| e) $-16 + 24 =$ | f) $-1 + 49 =$ |

19. Laske

- | | |
|----------------|-----------------|
| a) $45 - 10 =$ | b) $-18 + 43 =$ |
| c) $-3 - 27 =$ | d) $-42 - 15 =$ |
| e) $29 - 28 =$ | f) $-47 + 1 =$ |

20. Laske

- | | |
|-----------------|-----------------|
| a) $-10 + 40 =$ | b) $-18 - 44 =$ |
| c) $25 - 39 =$ | d) $-43 + 41 =$ |
| e) $-10 + 34 =$ | f) $3 - 12 =$ |

21. Laske

- | | |
|-----------------|-----------------|
| a) $-67 - 61 =$ | b) $-48 + 6 =$ |
| c) $-92 - 25 =$ | d) $10 - 58 =$ |
| e) $-33 - 17 =$ | f) $-40 + 43 =$ |

22. Laske

- | | |
|-----------------|-----------------|
| a) $-44 - 38 =$ | b) $-90 - 34 =$ |
| c) $-28 + 6 =$ | d) $-71 + 93 =$ |
| e) $61 - 41 =$ | f) $57 - 76 =$ |

23. Laske

- | | |
|-----------------|----------------|
| a) $88 - 82 =$ | b) $23 - 51 =$ |
| c) $-38 + 74 =$ | d) $-27 + 8 =$ |
| e) $61 - 81 =$ | f) $49 - 94 =$ |

24. Laske

- | | |
|-----------------|-----------------|
| a) $-26 + 91 =$ | b) $21 - 81 =$ |
| c) $23 - 94 =$ | d) $-20 + 88 =$ |
| e) $-98 - 33 =$ | f) $-55 - 40 =$ |

25. Laske

- | | |
|-------------------|-------------------|
| a) $-200 - 150 =$ | b) $-400 + 600 =$ |
| c) $-900 - 500 =$ | d) $100 - 500 =$ |
| e) $-300 - 700 =$ | f) $-400 + 400 =$ |

26. Laske

- | | |
|-------------------|-------------------|
| a) $-440 - 380 =$ | b) $-920 - 340 =$ |
| c) $-290 + 60 =$ | d) $-710 + 930 =$ |
| e) $610 - 410 =$ | f) $570 - 760 =$ |

27. Laske

- | | |
|-------------------|-------------------|
| a) $880 - 820 =$ | b) $230 - 550 =$ |
| c) $-380 + 740 =$ | d) $-270 + 820 =$ |
| e) $610 - 810 =$ | f) $490 - 940 =$ |

28. Laske

- | | |
|-------------------|-------------------|
| a) $-265 + 915 =$ | b) $215 - 810 =$ |
| c) $235 - 940 =$ | d) $-200 + 885 =$ |
| e) $-980 - 335 =$ | f) $-555 - 405 =$ |

29. Laske

- | | |
|-------------------|-------------------|
| a) $-345 + 190 =$ | b) $205 - 320 =$ |
| c) $452 - 532 =$ | d) $-435 - 295 =$ |
| e) $-194 + 230 =$ | f) $-125 + 433 =$ |

30. Laske

- | | |
|-------------------|-------------------|
| a) $390 - 476 =$ | b) $-329 + 112 =$ |
| c) $-116 + 460 =$ | d) $-342 - 177 =$ |
| e) $-160 + 240 =$ | f) $-1 + 499 =$ |

31. Laske

- | | |
|-------------------|-------------------|
| a) $445 - 140 =$ | b) $-148 + 423 =$ |
| c) $-387 - 287 =$ | d) $-462 - 135 =$ |
| e) $249 - 248 =$ | f) $-497 + 123 =$ |

32. Laske

- | | |
|--------------------|---------------------|
| a) $-101 + 401 =$ | b) $-1800 - 440 =$ |
| c) $2500 - 3900 =$ | d) $-4300 + 4100 =$ |
| e) $-1000 + 340 =$ | f) $3200 - 1200 =$ |

Negatiiviset luvut ja laskutoimitukset

33. Laske

- a) $2,9 + 7,9 =$ b) $-1,3 + 7,8 =$
 c) $-2,7 - 7,3 =$ d) $-4,9 + 1 =$
 e) $-9,8 + 4,6 =$ f) $9,2 - 9,8 =$

34. Laske

- a) $-3,3 + 9,6 =$ b) $-6,1 - 2,8 =$
 c) $-6 - 8,6 =$ d) $-4,3 + 6 =$
 e) $-7,5 - 2,8 =$ f) $-9,7 + 8,2 =$

35. Laske

- a) $-7,4 + 1,4 =$ b) $6,5 - 7 =$
 c) $-9,1 - 2,4 =$ d) $-8,5 - 8,5 =$
 e) $3,2 + 9 =$ f) $-10 + 2,1 =$

36. Laske

- a) $5,7 - 5,6 =$ b) $-10 + 5,2 =$
 c) $2 + 6,3 =$ d) $-5,7 + 7,4 =$
 e) $-4,1 + 1,4 =$ f) $-3,2 - 3,1 =$

37. Laske

- a) $8,01 - 2 =$
 b) $-1,74 - 5,1 =$
 c) $-6,1 + 7,8 =$
 d) $-5,78 + 8,75 =$
 e) $1,75 - 6,2 =$
 f) $7,12 - 8,40 =$

38. Laske

- a) $-1,62 + 2,94 =$
 b) $-9,7 + 1,1 =$
 c) $-9,02 - 7,98 =$
 d) $-1,2 - 7,5 =$
 e) $1,68 - 1,2 =$
 f) $-2,53 - 3,39 =$

39. Merkitse ja laske lukujen 5 ja 13

- a) summa

 b) erotus

40. Merkitse ja laske lukujen -6 ja 8

- a) summa

 b) erotus

41. Merkitse ja laske lukujen 12 ja -15

- a) summa

 b) erotus

42. Merkitse ja laske lukujen -23 ja -15

- a) summa

 b) erotus

43. Merkitse ja laske lukujen -33 ja -45

- a) summa

 b) erotus

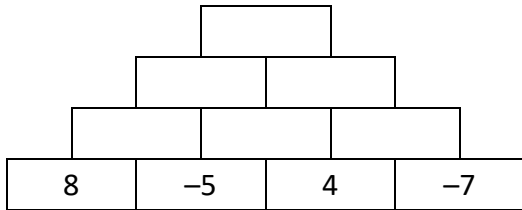
44. Merkitse ja laske lukujen 45 ja -45

- a) summa

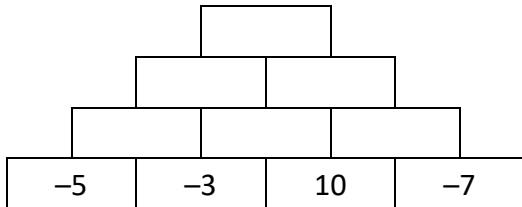
 b) erotus

Negatiiviset luvut ja laskutoimitukset

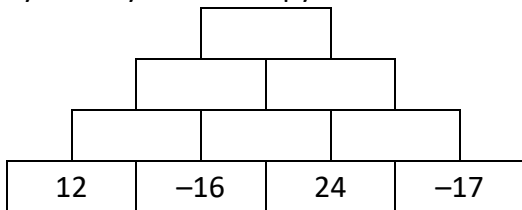
45. Täydennä yhteenlaskupyramidi



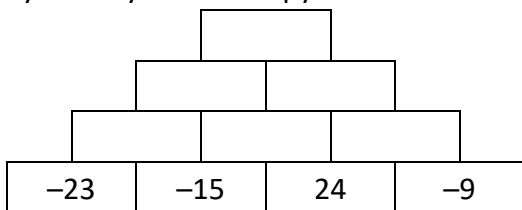
46. Täydennä yhteenlaskupyramidi



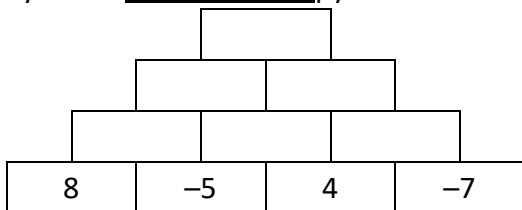
47. Täydennä yhteenlaskupyramidi



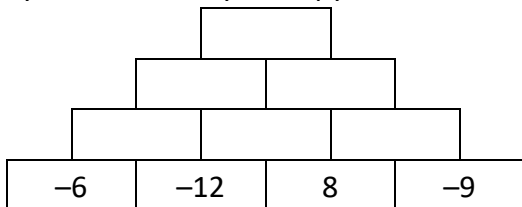
48. Täydennä yhteenlaskupyramidi



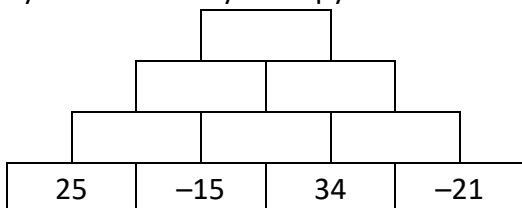
49. Täydennä vähennyslaskupyramidi



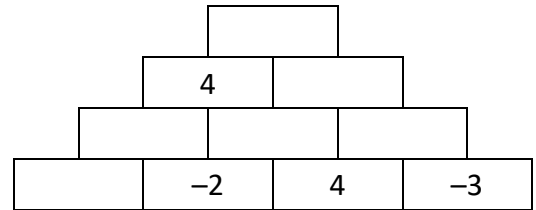
50. Täydennä vähennyslaskupyramidi



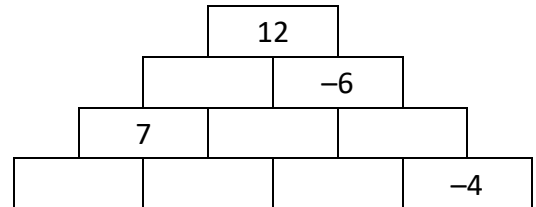
51. Täydennä vähennyslaskupyramidi



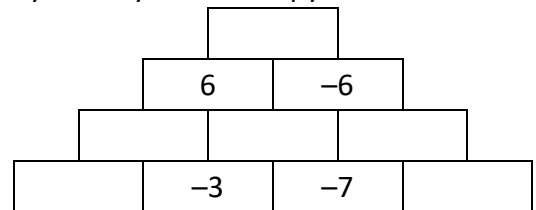
52. Täydennä yhteenlaskupyramidi



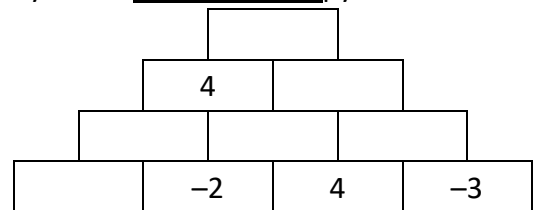
53. Täydennä yhteenlaskupyramidi



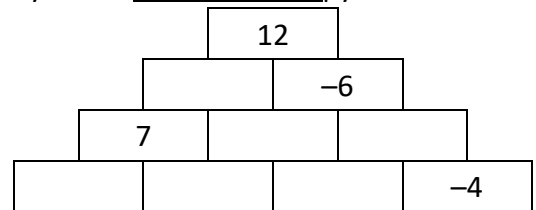
54. Täydennä yhteenlaskupyramidi



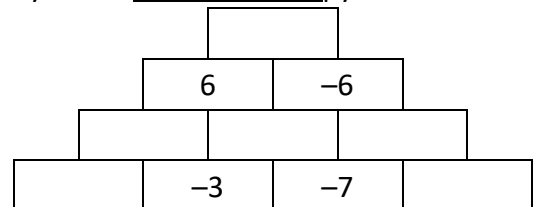
55. Täydennä vähennyslaskupyramidi



56. Täydennä vähennyslaskupyramidi



57. Täydennä vähennyslaskupyramidi



58. Täydennä yhteenlaskupyramidi

8,0	-4,5	4,0	-7,5

59. Täydennä yhteenlaskupyramidi

-5,3	-3,7	1,0	-7,2

60. Täydennä yhteenlaskupyramidi

2,5	-3,8	2,4	-1,7

61. Täydennä yhteenlaskupyramidi

-2,2	-1,5	2,4	-9,6

62. Täydennä vähennyslaskupyramidi

8,3	-5,2	4,7	-1,7

63. Täydennä vähennyslaskupyramidi

-6,8	-1,2	8,6	-2,9

64. Täydennä vähennyslaskupyramidi

2,5	-1,5	3,4	-2,1

8. Useamman luvun yhteen- ja vähennyslasku

Jos yhteen/vähennyslaskuja on monta peräkkäin, voidaan lasku laskea järjestyksessä vasemmalta oikealle. Toinen tapa on laskea erikseen summat positiivisista ja negatiivisista termeistä ja sitten vähentää summat toisistaan. Vähän tilanteesta ja laskettavien määrästä on kiinni, kumpaa kannattaa käyttää, joskus kätevintä voi olla myös näiden yhdistelmä.

Esimerkki 1.

Lasketaan kahdella eri tavalla lasku $5 + 7 - 3 + 2 - 4 + 8 - 1$

Tapa 1.

$$\begin{aligned} &5 + 7 - 3 + 2 - 4 + 8 - 1 \\ &= 12 - 3 + 2 - 4 + 8 - 1 \\ &= 9 + 2 - 4 + 8 - 1 \\ &= 11 - 4 + 8 - 1 \\ &= 7 + 8 - 1 \\ &= 15 - 1 \\ &= 14 \end{aligned}$$

Tapa 2.

$$\begin{aligned} &5 + 7 - 3 + 2 - 4 + 8 - 1 \\ &= (5 + 7 + 2 + 8) - (3 + 4 + 1) \\ &= 22 - 8 \\ &= 14 \end{aligned}$$

Sivuhuomautus: Jos laskussa on mukana sieventämättömiä $+/-$ yhdistelmiä, ne pitää aina sieventää ennen varsinaista laskemista. Tätä varten seuraava esimerkki.

Esimerkki 2.

Laske $-4 + (-8) - (-3) + (+12) - (+5)$

$$\begin{aligned} &-4 + (-8) - (-3) + (+12) - (+5) \\ &= -4 - 8 + 3 + 12 - 5 \\ &= 3 + 12 - (4 + 8 + 5) \\ &= 15 - 17 \\ &= -2 \end{aligned}$$

Negatiiviset luvut ja laskutoimitukset

Tehtäviä

1. Laske

a) $-5 + 8 - 9 + 3 - 7 - 9 + 6$

b) $4 - 4 - 10 + 9 - 6$

c) $3 - 3 + 9 - 3 - 5 - 4 + 6$

d) $-7 + 2 + 8 - 10 + 3 - 10$

2. Laske

a) $1 - 14 + 3 + 3 - 4 + 14 + 1$

b) $8 - 5 - 7 + 3 - 14 - 15$

c) $18 - 8 - 17 + 19 + 16$

d) $0 - 17 + 18 - 13 - 8$

3. Laske

a) $25 - 26 - 13 - 6 + 28 + 19$

b) $-26 + 9 + 9 + 13 + 27$

c) $-28 - 12 + 20 + 23 - 28 - 15$

d) $-17 - 26 + 9 + 1 - 19 - 20$

4. Laske

a) $39 + 3 - 10 - 21 - 12$

b) $38 + 9 - 23 - 2 + 15$

c) $3 + 8 - 6 - 4 - 20$

d) $-34 + 13 + 22 - 4 - 20 - 20 + 16$

Negatiiviset luvut ja laskutoimitukset

5. Laske

a) $-9 - (-3) + (-1) + (+5)$

b) $-(-6) - (+10) + (+3) + (-4)$

c) $- (+7) + (-2) + (-1) - (+10)$

d) $- (+6) - (+5) - (-7) - (+10)$

6. Laske

a) $-(-9) + (-16) - (-20) + (-2)$

b) $13 + (+12) + (+20) + (+14)$

c) $-9 - (+14) - (+19) - (+21)$

d) $-6 + (-17) - (-16) - (+10)$

7. Laske

a) $-(-10) + (+24) - (+27)$

b) $- (+16) + (+19) + (+19) - (-17)$

c) $30 + (+17) - (+10) - (+21)$

d) $-30 + (-15) + (+21)$

8. Laske

a) $21 - (-27) + (-17) + (-16)$

b) $25 + (+31) - (+21) - (-17)$

c) $-(-47) - (-33) + (+33)$

d) $-32 + (-14) + (-31) + (-23)$

Tee seuraavat tehtävät vihkoosi.

9. Laske

a) $-10 - 4 + 4 + 3 - 5,2 - 2 + 9,7 =$

b) $-5 - 2,3 + 6,7 + 2 - 7,6 - 9 - 7 =$

c) $10 - 4,8 - 7 + 2 - 3,6 - 9,7 - 3 =$

d) $-9 - 6 + 6,6 - 8,4 - 6 =$

10. Laske

a) $8,1 + 6,8 - 4,1 - 21 + 8 =$

b) $27,7 + 12,2 - 4,2 + 23,1 - 20 + 18 =$

c) $-29 + 6,8 + 26 - 25 + 7 =$

d) $26,4 - 11 - 14,7 + 5 - 2,5 =$

11. Laske

a) $-13,1 + 13,2 - 25 + 4,8 - 8 + 1,7 =$

b) $3 + 27,3 + 24,2 + 15,2 + 16,3 =$

c) $29 - 9,6 + 7 + 26 - 10,5 =$

d) $-26,3 + 21 - 2,5 - 1,5 + 19,5 =$

12. Laske (käytä tarvittaessa allekkainlaskemista)

a) $519 - 884 + 806 - 560 + 752 =$

b) $607 + 859 + 802 - 980 - 629 =$

c) $-588 + 597 - 950 - 669 - 823 =$

d) $521 - 948 - 670 + 621 =$

13. Laske

a) $3871 + 2951 - 2597 + 3729 =$

b) $-2769 + 4895 - 1353 + 2579 =$

c) $-510 + 1765 - 3683 - 979 =$

d) $2343 - 3508 - 1312 - 3714 =$

14. Laske

a) $3097 - 1619 - 2145 + 2549 + 2386 =$

b) $2266 - 998 - 2977 + 1837 =$

c) $1991 - 1299 + 2924 + 1783 =$

d) $2246 - 2781 - 1845 - 4251 =$

9. Kertolasku negatiivisilla luvuilla

Kahden luvun kertominen

* Kerrotaan lukujen itseisarvot keskenään.

* Vastauksen etumerkki riippuu kerrottavien etumerkeistä seuraavasti:

$$+ \cdot (+) = +$$

$$+ \cdot (-) = -$$

$$- \cdot (+) = -$$

$$- \cdot (-) = + \quad (\text{kertolaskussa kaksi miinusta kumoaa toisensa})$$

Esimerkki 1.

Laske

a) $3 \cdot 4 = 12$

b) $3 \cdot (-4) = -12$

c) $-3 \cdot 4 = -12$

d) $-3 \cdot (-4) = 12$

Kuten yllä olevasta huomaa, etumerkit eivät vaikuta millään tavalla vastauksen numero-osaan, ainoastaan luvun etumerkki on riippuvainen niistä.

Useamman luvun kertominen

Kerrotaan lukujen itseisarvon keskenään.

Vastauksen etumerkki riippuu negatiivisten kerrottavien määrästä. Eli lasketaan, montako miinusta kertolaskussa on.

* Jos miinuksia on parillinen määrä, on vastaus positiivinen (eli +)

* Jos miinuksia on pariton määrä, on vastaus negatiivinen (eli -)

Esimerkki 2.

Laske

a) $-3 \cdot 5 \cdot (-2) \cdot (-4) = -120$ (Kolme miinusta, vastaus negatiivinen.)

b) $-3 \cdot (-5) \cdot (-2) \cdot (-4) = 120$ (Neljä miinusta, vastaus positiivinen.)

Jos siis osaat kertolaskun, ei negatiiviset luvut vaikeuta laskemista ollenkaan. Vaikeammat laskut pitää ehkä laskea allekkainlaskulla, mutta etumerkkisäännöt ovat niillekin samat.

Negatiiviset luvut ja laskutoimitukset

Seuraavassa esimerkissä näytetään, miten hankalankin näköien kertolasku menee, kun osaa allekkainlaskun.

Esimerkki 3.

Laske $-32,7 \cdot (-12,75)$.

Ratkaisu:

Koska miinuksia on kaksi, on vastaus positiivinen. Enää pitää laskea $32,7 \cdot 12,75$. (vieressä)
(Muistathan, että vastaukseen tulee kolme desimaalia, koska kerrottavissa on yhteensä kolme desimaalia.)

Vastaus: **416,925**

			1	2,	7	5		
		.		3	2,	7		Muistinumero
			8	9	2	5		3 5 1
		2	5	5	0			1 1
+	3	8	2	5				1 2
	4	1	6,	9	2	5		

Kertolaskusta muistettavaa

Vaihdantalaki

Kerrottavien järjestystä voi vaihtaa

$$2 \cdot 3 = 3 \cdot 2$$

Ykkösellä kertominen

Ykkösellä kertominen ei muuta lukua

$$1 \cdot 256 = 256$$

Miinus ykkösellä kertominen

−1:llä kerrottaessa saadaan luvun vastaluku,
eli merkki vaihtuu

$$-1 \cdot 256 = -256$$

$$-1 \cdot (-256) = 256$$

Nollalla kertominen

Nollalla kerrottaessa tulos on aina nolla

$$0 \cdot 256 = 0$$

Kymmenellä/sadalla/tuhannella kertominen

* 10 kertominen siirtää pilkkua yhden oikealle.

$$10 \cdot 1,2345 = 12,345$$

* 100 kertominen siirtää pilkkua kaksi oikealle.

$$100 \cdot 1,2345 = 123,45$$

* 1000 kertominen siirtää pilkkua kolme oikealle.

$$1000 \cdot 1,2345 = 1234,5$$

Seuraavalla sivulla on alkuharjoitteeksi 200 kertolaskua ja niiden vastaukset.

Kannattaa tehdä ensin 50 ensimmäistä ja tarkistaa menikö oikein. Jos kaikki meni oikein, voi siirtyä seuraavan aukeaman tehtäviin.

Negatiiviset luvut ja laskutoimitukset

1. $2 \cdot 8 =$	51. $5 \cdot 5 =$	101. $-5 \cdot 3 =$	151. $5 \cdot (-3) =$
2. $-9 \cdot 6 =$	52. $7 \cdot (-4) =$	102. $-1 \cdot 6 =$	152. $-6 \cdot 5 =$
3. $-9 \cdot 4 =$	53. $5 \cdot 2 =$	103. $-5 \cdot 4 =$	153. $1 \cdot 8 =$
4. $10 \cdot (-9) =$	54. $-7 \cdot 9 =$	104. $-7 \cdot (-4) =$	154. $4 \cdot 4 =$
5. $-6 \cdot 9 =$	55. $-9 \cdot 8 =$	105. $-6 \cdot 0 =$	155. $-7 \cdot (-6) =$
6. $4 \cdot 9 =$	56. $10 \cdot (-10) =$	106. $-10 \cdot (-6) =$	156. $8 \cdot 4 =$
7. $-10 \cdot 0 =$	57. $-2 \cdot (-10) =$	107. $-9 \cdot (-10) =$	157. $4 \cdot 7 =$
8. $-7 \cdot 5 =$	58. $-10 \cdot 2 =$	108. $-6 \cdot (-9) =$	158. $-8 \cdot 10 =$
9. $-9 \cdot 3 =$	59. $-2 \cdot (-3) =$	109. $8 \cdot 6 =$	159. $-4 \cdot (-8) =$
10. $4 \cdot (-2) =$	60. $10 \cdot 5 =$	110. $3 \cdot 5 =$	160. $-9 \cdot (-4) =$
11. $-10 \cdot 4 =$	61. $-4 \cdot 9 =$	111. $-3 \cdot (-10) =$	161. $7 \cdot (-4) =$
12. $-5 \cdot (-10) =$	62. $4 \cdot 7 =$	112. $0 \cdot 3 =$	162. $4 \cdot (-5) =$
13. $-9 \cdot 1 =$	63. $-7 \cdot (-7) =$	113. $-5 \cdot 8 =$	163. $4 \cdot 0 =$
14. $1 \cdot 7 =$	64. $-3 \cdot 6 =$	114. $-5 \cdot (-6) =$	164. $3 \cdot (-1) =$
15. $1 \cdot (-10) =$	65. $-10 \cdot (-6) =$	115. $1 \cdot (-8) =$	165. $-9 \cdot (-1) =$
16. $3 \cdot 6 =$	66. $-1 \cdot (-8) =$	116. $2 \cdot (-7) =$	166. $-8 \cdot 7 =$
17. $2 \cdot 7 =$	67. $4 \cdot 6 =$	117. $-7 \cdot (-5) =$	167. $10 \cdot (-6) =$
18. $7 \cdot 9 =$	68. $-4 \cdot 9 =$	118. $2 \cdot (-1) =$	168. $8 \cdot (-9) =$
19. $-4 \cdot 4 =$	69. $10 \cdot 10 =$	119. $-9 \cdot 7 =$	169. $10 \cdot (-5) =$
20. $-5 \cdot 4 =$	70. $2 \cdot 8 =$	120. $7 \cdot 1 =$	170. $8 \cdot (-2) =$
21. $0 \cdot 10 =$	71. $6 \cdot (-8) =$	121. $4 \cdot (-10) =$	171. $-2 \cdot 2 =$
22. $9 \cdot 8 =$	72. $8 \cdot 2 =$	122. $2 \cdot 3 =$	172. $4 \cdot 0 =$
23. $-5 \cdot (-3) =$	73. $-1 \cdot 0 =$	123. $6 \cdot (-2) =$	173. $0 \cdot (-8) =$
24. $-10 \cdot 6 =$	74. $0 \cdot (-4) =$	124. $-4 \cdot 2 =$	174. $-10 \cdot 4 =$
25. $0 \cdot (-1) =$	75. $-1 \cdot 1 =$	125. $6 \cdot 8 =$	175. $-2 \cdot (-7) =$
26. $2 \cdot (-3) =$	76. $1 \cdot (-1) =$	126. $-3 \cdot (-7) =$	176. $-4 \cdot 5 =$
27. $-1 \cdot (-1) =$	77. $3 \cdot (-7) =$	127. $-10 \cdot 3 =$	177. $4 \cdot 7 =$
28. $9 \cdot 3 =$	78. $-9 \cdot 1 =$	128. $-7 \cdot (-9) =$	178. $0 \cdot 4 =$
29. $7 \cdot 4 =$	79. $10 \cdot 7 =$	129. $-6 \cdot (-6) =$	179. $4 \cdot 6 =$
30. $-10 \cdot (-1) =$	80. $7 \cdot (-1) =$	130. $-8 \cdot (-4) =$	180. $-1 \cdot 5 =$
31. $-2 \cdot 3 =$	81. $10 \cdot 5 =$	131. $4 \cdot (-8) =$	181. $7 \cdot (-9) =$
32. $3 \cdot (-5) =$	82. $3 \cdot (-3) =$	132. $-2 \cdot 9 =$	182. $2 \cdot 3 =$
33. $1 \cdot 9 =$	83. $-1 \cdot (-3) =$	133. $-10 \cdot 4 =$	183. $4 \cdot 3 =$
34. $1 \cdot 3 =$	84. $2 \cdot (-10) =$	134. $9 \cdot (-5) =$	184. $9 \cdot (-10) =$
35. $10 \cdot 8 =$	85. $0 \cdot 3 =$	135. $-3 \cdot 10 =$	185. $-9 \cdot (-5) =$
36. $-2 \cdot 10 =$	86. $6 \cdot 3 =$	136. $-2 \cdot (-8) =$	186. $-6 \cdot (-6) =$
37. $-2 \cdot 2 =$	87. $-3 \cdot (-2) =$	137. $-3 \cdot 0 =$	187. $-6 \cdot 8 =$
38. $7 \cdot 10 =$	88. $6 \cdot 1 =$	138. $5 \cdot 1 =$	188. $10 \cdot (-6) =$
39. $0 \cdot (-7) =$	89. $4 \cdot (-10) =$	139. $-1 \cdot 8 =$	189. $-10 \cdot (-7) =$
40. $10 \cdot (-6) =$	90. $-9 \cdot (-2) =$	140. $-5 \cdot (-10) =$	190. $-3 \cdot 3 =$
41. $4 \cdot (-1) =$	91. $10 \cdot (-5) =$	141. $0 \cdot (-10) =$	191. $-7 \cdot 3 =$
42. $0 \cdot 2 =$	92. $-2 \cdot 10 =$	142. $6 \cdot (-4) =$	192. $-4 \cdot (-1) =$
43. $-5 \cdot (-10) =$	93. $-10 \cdot (-4) =$	143. $7 \cdot 5 =$	193. $-8 \cdot 3 =$
44. $9 \cdot 6 =$	94. $2 \cdot 6 =$	144. $9 \cdot 0 =$	194. $-7 \cdot (-3) =$
45. $-1 \cdot 1 =$	95. $6 \cdot (-1) =$	145. $-7 \cdot (-5) =$	195. $-1 \cdot 6 =$
46. $-3 \cdot (-6) =$	96. $-7 \cdot (-1) =$	146. $-6 \cdot 2 =$	196. $-7 \cdot (-7) =$
47. $6 \cdot 7 =$	97. $10 \cdot 2 =$	147. $6 \cdot (-9) =$	197. $1 \cdot 3 =$
48. $-8 \cdot 8 =$	98. $-3 \cdot (-2) =$	148. $7 \cdot 7 =$	198. $10 \cdot 3 =$
49. $-3 \cdot 8 =$	99. $-10 \cdot (-7) =$	149. $5 \cdot 5 =$	199. $-3 \cdot (-4) =$
50. $-7 \cdot (-4) =$	100. $-8 \cdot 6 =$	150. $1 \cdot 2 =$	200. $7 \cdot (-9) =$

Negatiiviset luvut ja laskutoimitukset

1. 16	Vastaukset	51. 25	101. -15	151. -15
2. -54		52. -28	102. -6	152. -30
3. -36		53. 10	103. -20	153. 8
4. -90		54. -63	104. 28	154. 16
5. -54		55. -72	105. 0	155. 42
6. 36		56. -100	106. 60	156. 32
7. 0		57. 20	107. 90	157. 28
8. -35		58. -20	108. 54	158. -80
9. -27		59. 6	109. 48	159. 32
10. -8		60. 50	110. 15	160. 36
11. -40		61. -36	111. 30	161. -28
12. 50		62. 28	112. 0	162. -20
13. -9		63. 49	113. -40	163. 0
14. 7		64. -18	114. 30	164. -3
15. -10		65. 60	115. -8	165. 9
16. 18		66. 8	116. -14	166. -56
17. 14		67. 24	117. 35	167. -60
18. 63		68. -36	118. -2	168. -72
19. -16		69. 100	119. -63	169. -50
20. -20		70. 16	120. 7	170. -16
21. 0		71. -48	121. -40	171. -4
22. 72		72. 16	122. 6	172. 0
23. 15		73. 0	123. -12	173. 0
24. -60		74. 0	124. -8	174. -40
25. 0		75. -1	125. 48	175. 14
26. -6		76. -1	126. 21	176. -20
27. 1		77. -21	127. -30	177. 28
28. 27		78. -9	128. 63	178. 0
29. 28		79. 70	129. 36	179. 24
30. 10		80. -7	130. 32	180. -5
31. -6		81. 50	131. -32	181. -63
32. -15		82. -9	132. -18	182. 6
33. 9		83. 3	133. -40	183. 12
34. 3		84. -20	134. -45	184. -90
35. 80		85. 0	135. -30	185. 45
36. -20		86. 18	136. 16	186. 36
37. -4		87. 6	137. 0	187. -48
38. 70		88. 6	138. 5	188. -60
39. 0		89. -40	139. -8	189. 70
40. -60		90. 18	140. 50	190. -9
41. -4		91. -50	141. 0	191. -21
42. 0		92. -20	142. -24	192. 4
43. 50		93. 40	143. 35	193. -24
44. 54		94. 12	144. 0	194. 21
45. -1		95. -6	145. 35	195. -6
46. 18		96. 7	146. -12	196. 49
47. 42		97. 20	147. -54	197. 3
48. -64		98. 6	148. 49	198. 30
49. -24		99. 70	149. 25	199. 12
50. 28		100. -48	150. 2	200. -63

Negatiiviset luvut ja laskutoimitukset

Tehtäviä

1. Merkitse ja laske

- Lukujen 7 ja -6 tulo
- Lukujen -8 ja -4 tulo
- Lukujen $+3$ ja -3 tulo
- Lukujen 10 ja -10 tulo

2. Laske

- $10 \cdot 1,6 =$
- $10 \cdot (-4,8) =$
- $100 \cdot (-0,21) =$
- $-100 \cdot 21 =$

3. Laske

- $10 \cdot (-162) =$
- $-10 \cdot (-0,013) =$
- $-100 \cdot (-0,21) =$
- $-100 \cdot 6,758 =$

4. Laske

- $0,1 \cdot (-62) =$
- $-0,1 \cdot (-1,3) =$
- $-0,01 \cdot (-21) =$
- $-0,01 \cdot 758 =$

5. Laske

- $-0,1 \cdot 0,2 =$
- $-0,01 \cdot (-32) =$
- $-0,1 \cdot 67 =$
- $0,01 \cdot 1 =$

6. Laske

- $20 \cdot (-6) =$
- $30 \cdot (-8) =$
- $300 \cdot (-7) =$
- $-500 \cdot (-20) =$

7. Laske

- $30 \cdot (-12) =$
- $-80 \cdot (-3) =$
- $-400 \cdot (-0,2) =$
- $-600 \cdot (-2) =$

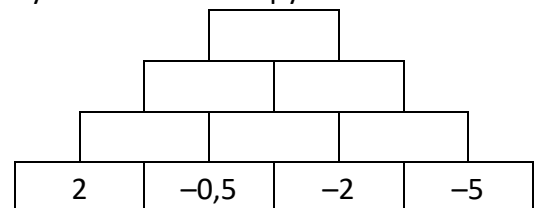
8. Laske

- $0,2 \cdot (-2) =$
- $-0,5 \cdot (-4) =$
- $-0,02 \cdot (-6) =$
- $-0,05 \cdot 20 =$

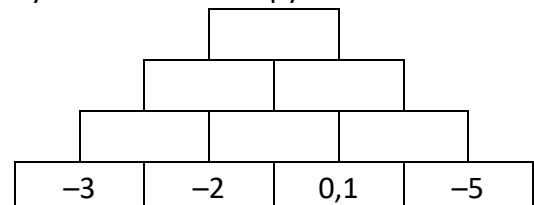
9. Laske

- $-0,10 \cdot 2 =$
- $-0,04 \cdot (-10) =$
- $-0,2 \cdot 30 =$
- $0,05 \cdot (-3) =$

10. Täydennä kertolaskupyramidi



11. Täydennä kertolaskupyramidi



Negatiiviset luvut ja laskutoimitukset

Seuraavissa tehtävissä kannattaa pohtia, missä järjestyksessä kertolaskut on helpointa laskea.

12. Laske

a) $-1 \cdot (-5) \cdot (-7) =$

b) $-1 \cdot (-6) \cdot (-5) =$

c) $-5 \cdot (-8) \cdot 9 \cdot 0 =$

d) $-2 \cdot (-5) \cdot (-8) =$

13. Laske

a) $5 \cdot (-1) \cdot (-2) \cdot (-3) =$

b) $-1 \cdot 10 \cdot 8 \cdot (-9) =$

c) $10 \cdot (-3) \cdot (-1) \cdot 1 =$

d) $3 \cdot (-2) \cdot 2 \cdot (-3) =$

14. Laske

a) $-1 \cdot (-6) \cdot 1 \cdot (-8) \cdot 10 =$

b) $10 \cdot (-10) \cdot (-5) \cdot 2 \cdot 7 =$

c) $-8 \cdot (-2) \cdot 6 \cdot 7 =$

d) $-8 \cdot 1 \cdot (-5) \cdot 5 \cdot (-5) =$

15. Laske

a) $6 \cdot (-10) \cdot 4 \cdot (-2) \cdot (-2) =$

b) $7 \cdot (-1) \cdot 8 \cdot (-2) \cdot 5 =$

c) $-7 \cdot 10 \cdot (-10) \cdot 6 =$

d) $1 \cdot (-9) \cdot 5 \cdot (-4) \cdot (-3) =$

16. Laske

a) $-1 \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) =$

b) $-1 \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) =$

c) $-2 \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) =$

d) $-2 \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) =$

17. Laske allekkain vihkoon

a) $-36 \cdot (-43) =$

b) $623 \cdot (-37) =$

c) $-85,6 \cdot (-29) =$

d) $-8,68 \cdot (-5,23) =$

10. Jakolasku negatiivisilla luvuilla

Ensimmäinen asia, mikä pitää oppia on jakolaskun merkintä. Jakolasku merkitään kuten murtoluku, kaksoispistemerkintää ei enää suosita.

Esimerkki 1.

Muutamia jakolaskumerkintäesimerkkejä:

a) $\frac{2}{3}$ tarkoittaa $2:3$

b) $\frac{2+4}{4-3}$ tarkoittaa $(2+4):(4-3)$

Eli tästä eteenpäin jakolaskumerkintänä käytetään jakoviivaa, mikäli mahdollista.

Kahden luvun jakaminen

Jaetaan lukujen itseisarvot keskenään.

Vastauksen etumerkki riippuu jaettavan ja jakajan etumerkeistä seuraavasti:

$$\frac{+}{+} = +$$

$$\frac{+}{-} = -$$

$$\frac{-}{+} = -$$

$$\frac{-}{-} = +$$

Eli kuten kertolaskussa:

* Yksi miinus $\rightarrow$ vastaus on miinus

* Kaksi miinusta $\rightarrow$ vastaus on plus

Esimerkki 2.

Laske

a) $\frac{6}{2} = 3$

b) $\frac{-6}{2} = -3$

c) $\frac{6}{-2} = -3$

d) $\frac{-6}{-2} = 3$

Esimerkki 3.

Laske

a) $\frac{13-5}{7-3} = \frac{-8}{4} = -2$

b) $\frac{-12}{-0,3} = \frac{-120}{-3} = 40$ (Lavennus voi auttaa)

c) $\frac{25}{-6} = -4,166666 \dots \approx -4,17$

Jos ei päässä pysty enää laskemaan, niin jakokulmassa aina onnistuu.

	0	4,	1	6	6
6	2	5,			
-	2	4			
		1	0		
	-		6		
			4	0	
		-	3	6	
				4	0
			-	3	6
					4

Negatiiviset luvut ja laskutoimitukset

Tehtäviä

1. Laske

a) $\frac{-8}{2} =$

b) $\frac{-27}{-3} =$

c) $\frac{8}{-2} =$

d) $\frac{-36}{-6} =$

2. Laske

a) $\frac{-50}{-5} =$

b) $\frac{21}{-3} =$

c) $\frac{12}{-2} =$

d) $\frac{-18}{6} =$

3. Laske

a) $\frac{-81}{-9} =$

b) $\frac{-49}{7} =$

c) $\frac{25}{-5} =$

d) $\frac{18}{-3} =$

4. Laske

a) $\frac{-40}{-8} =$

b) $\frac{-63}{7} =$

c) $\frac{64}{-8} =$

d) $\frac{-36}{-3} =$

5. Laske

a) $\frac{-80}{-2} =$

b) $\frac{-54}{-3} =$

c) $\frac{8}{-8} =$

d) $\frac{66}{-6} =$

6. Merkitse ja laske

a) lukujen -35 ja -7 osamäärä

b) lukujen -45 ja 5 osamäärä

c) lukujen 72 ja -9 osamäärä

d) lukujen -66 ja -11 osamäärä

7. Laske

a) $\frac{-28}{2} =$

b) $\frac{-51}{-3} =$

c) $\frac{32}{-2} =$

d) $\frac{-90}{-6} =$

8. Laske

a) $\frac{-125}{-5} =$

b) $\frac{60}{-3} =$

c) $\frac{78}{-2} =$

d) $\frac{-120}{6} =$

9. Laske

a) $\frac{-630}{-9} =$

b) $\frac{-427}{7} =$

c) $\frac{5}{-5} =$

d) $\frac{0}{-3} =$

10. Laske (vastaukset desimaalilukuja)

a) $\frac{3}{-6} =$

b) $\frac{-3}{4} =$

c) $\frac{5}{-2} =$

d) $\frac{-5}{-3} =$

11. Laske (vastaukset desimaalilukuja)

a) $\frac{-100}{-8} =$

b) $\frac{-52}{5} =$

c) $\frac{64}{-6} =$

d) $\frac{-35}{-2} =$

12. Laske

a) $\frac{-81}{-10} =$

b) $\frac{-49}{100} =$

c) $\frac{25}{-1000} =$

d) $\frac{18}{-10} =$

13. Laske

a) $\frac{-40}{-0,1} =$

b) $\frac{-63}{0,1} =$

c) $\frac{64}{-0,01} =$

d) $\frac{-36}{-0,01} =$

11. Potenssit

Kun sama luku on kertolaskussa monta kertaa, voidaan se kirjoittaa käyttäen potenssimerkintää. Potenssi-merkinnässä kerrottava luku kirjoitetaan normaalisti ja luvun yläpuolelle oikealle merkitään lukumäärä, kuinka monta kerrottavaa kertolaskussa on.

- Kerrottavasta luvusta käytetään nimitystä **kantaluku**.
- Lukua, joka tulee oikeaan yläkulmaan ja kertoo kerrottavien määrän, kutsutaan **eksponentiksi** tai lyhyesti **potenssiksi**.

Potenssimerkintä $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^4$ Lausumistapoja: – Viisi potenssiin neljä – Viisi neljanteen – Luvun viisi neljäs potenssi	eksponentti eli potenssi kantaluku
---	--

Esimerkki 1.

Merkitse potenssimerkintänä

- $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^5$
- $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^4$
- $-4 \cdot (-4) \cdot (-4) \cdot (-4) \cdot (-4) = (-4)^5$
- $-4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = -4^5$

Kun jokaisessa kerrottavassa on miinus, tulee se myös kantalukuunkin.

Kun lausekkeen edessä on miinus, ei sitä merkitä potenssimerkinnässä sulkuihin.

Kun potenssimerkintöjä lasketaan, muutetaan ne ensin kertolaskuiksi ja sitten lasketaan kertolaskut.

Esimerkki 2.

Merkitse potenssimerkintä kertolaskuna ja laske

- $3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$
- $10^5 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 100\,000$
- $-3^4 = -3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = -81$

Kun miinus ei ole sulussa, ei se ole osa kantalukua vaan jää lausekkeen eteen.

- $(-3)^4 = -3 \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = 81$
- $(-3)^5 = -3 \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = -243$

Kun miinus on sulkujen sisällä, on se osa kantalukua ja tulee jokaiseen kerrottavaan.

Jos tällöin potenssi on parillinen, on miinuksiakin parillinen määrä ja vastaus on positiivinen.

Jos taas potenssi on pariton, on miinuksiakin pariton määrä ja vastaus on negatiivinen.

Neliö ja kuutio

Luvun **neliö** tarkoittaa sen toista potenssia ja **kuutio** tarkoittaa kolmatta potenssia.

Esimerkki 3.

- Luvun 5 neliö on 5^2
- Luvun 5 kuutio on 5^3

Tehtäviä

1. Merkitse potenssina

- a) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 =$
- b) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 =$
- c) $12 \cdot 12 \cdot 12 \cdot 12 \cdot 12 =$
- d) $6 \cdot 6 =$

2. Merkitse potenssina

- a) $-3 \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) =$
- b) $-2 \cdot (-2) \cdot (-2) =$
- c) $-8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 =$
- d) $-6 \cdot (-6) =$

3. Merkitse potenssina

- a) $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 =$
- b) $-5 \cdot (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) =$
- c) $-2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 =$
- d) $6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 =$

4. Kirjoita auki kertolaskuksi

- a) $7^5 =$
- b) $5^7 =$
- c) $2^4 =$
- d) $6^3 =$

5. Kirjoita auki kertolaskuksi

- a) $(-3)^4 =$
- b) $(-5)^6 =$
- c) $-3^5 =$
- d) $-8^9 =$

6. Kirjoita auki kertolaskuksi

- a) $8^6 =$
- b) $(-6)^4 =$
- c) $-2^6 =$
- d) $1,5^3 =$

7. Kirjoita kertolaskuna ja laske

- a) $3^3 =$
- b) $2^4 =$
- c) $2^5 =$
- d) $4^3 =$

8. Kirjoita kertolaskuna ja laske

- a) $(-3)^2 =$
- b) $(-3)^3 =$
- c) $-2^4 =$
- d) $(-2)^4 =$

9. Kirjoita kertolaskuna ja laske

- a) $10^2 =$
- b) $10^3 =$
- c) $10^4 =$
- d) $10^5 =$

10. Kirjoita kertolaskuna ja laske

- a) $1^2 =$
- b) $1^3 =$
- c) $1^4 =$
- d) $1^5 =$

11. Kirjoita kertolaskuna ja laske

- a) $(-1)^2 =$
- b) $(-1)^3 =$
- c) $(-1)^4 =$
- d) $(-1)^5 =$

12. Laske (ei tarvitse merkitä kertolaskuna)

- a) $3^2 =$
- b) $3^4 =$
- c) $4^2 =$
- d) $6^2 =$

13. Laske

- a) $9^2 =$
- b) $2^6 =$
- c) $7^2 =$
- d) $8^2 =$

14. Laske

- a) $11^2 =$
- b) $12^2 =$
- c) $13^2 =$
- d) $14^2 =$

15. Merkitse ja laske

- Luvun 4 neliö
- Luvun 3 kuutio
- Luvun -3 neliö
- Luvun -5 kuutio

16. Täydennä taulukko

Lauseke	kantaluku	eksponentti
2^4		
$(-5)^3$		
12^4		
-6^3		
	2	5
	-4	3
	1,5	7
	6	1

17. Merkitse ja laske

- Luvun neljä kolmas potenssi
- Luvun viisi toinen potenssi
- Luvun kolme vastaluvun toinen potenssi
- Luvun kolme toisen potenssin vastaluku

18. Merkitse ja laske

- Luvun -5 toinen potenssi
- Luvun -4 kolmas potenssi
- Luvun -1 sadas potenssi
- Luvun -10 kahdeksas potenssi

19. Laske taulukkoon seuraavat potenssit

2^1	
2^2	
2^3	
2^4	
2^5	
2^6	
2^7	
2^8	
2^9	
2^{10}	

Tietotekniikassa yllä olevat luvut tulevat eteen jatkuvasti. Kaupasta ei esimerkiksi voi ostaa 10 gigatavun muistikorttia, sen sijaan 8 Gt tai 16 Gt kortteja löytyy kaupasta.

Tietotekniikassa isojen lukujen lyhenteet on määriteltä käyttäen kakkosen potensseja. . Tähän liittyen voit täydentää seuraavan taulukon

20. Täydennä **tietotekniikan** lyhennetaulukko

Lyhenne	potenssi	Luku
kilotavu kt	2^{10}	
megatavu Mt	2^{20}	
gigatavu Gt	2^{30}	
teratavu Tt	2^{40}	

Yllä olevat ovat hyvin lähellä kymmenjärjestelmän vastaavia monikertoja, jotka lasketaan käyttäen kantalukuna kymmentä. Välillä tulee sekaannuksia, kumpaa milloinkin on käytetty.

21. Täydennä kymmenjärjestelmän etuliitetaulukkoa

Lyhenne	potenssi	Luku	Sanallisesti
kilo-	10^3		
mega-	10^6		
giga-	10^9		
tera-	10^{12}		

Bakteerit lisääntyvät jakautumalla, eli yhdestä bakteerista tulee kaksi. Ihanteellisissa olosuhteissa tämä voi tapahtua jopa 20 minuutin välein.

22. Kalle pesee hampaat lähes täydellisesti ja hänen suuhunsa jää tasan yksi hammaspeikkobakteeri. Kalle kuitenkin syö jatkuvasti karkkia, jolloin hammaspeikot jakautuvat ideaalinopeudella. Kuinka monta hammaspeikkoa Kallella on suussa
- a) tunnin kuluttua
 - b) kahden tunnin kuluttua
 - c) kymmenen tunnin kuluttua
 - d) vuorokauden kuluttua
- (c- ja d-kohdissa saa käyttää laskinta)

23. Edellisen tehtävän Kalle haluaa jakaa oman hammaspeikon jokaiselle kaverille. Kuinka kauan kuluu aikaa, että Kallen suussa on bakteeri annettavaksi jokaiselle kaverille, jos Kallella on
- a) 10 kaveria
 - b) 100 kaveria
 - c) 5,5 miljoonaa kaveria (kaikki suomalaiset)
 - d) 7,7 miljardia kaveria (maailman väkiluku)
- (c- ja d-kohdissa saa käyttää laskinta.)

Ketjukirjeessä/viestissä lähettäjä lähettää kirjeen/viestin annetulle määrälle uusia vastaanottajia ja pyydetään heitä lähettämään sitä edelleen. Joskus ketjukirjeissä pyydetään myös lähettämään joku lahja (tarroja, sukkia tai pahimmillaan rahaa) esimerkiksi edelliselle tai sitä edelliselle lähettäjälle vedoten siihen, että jokainen saa näitä sitten vuorollaan hirveästi, kun heidän kirjeensä niitä tuottavat.

24. Lissu saa kaveriltaan ketjukirjeen, joka pyydetään lähettämään viidelle kaverille ja jossa pyydetään lähettämään sukat edellisen edelliselle kirjeen lähettäjälle. Kuvitellaan, että Lissu lähettää kirjettä eteenpäin ja kaikki jatkavat tätä edelleen.
- a) Kuinka monet sukat Lissu tulevaisuudessa saa?
 - b) Kuinka monta vastaanottajaa tarvitaan kolmannelle kierrokselle.
 - c) Entä kymmenennellä kierroksella.

Seuraava esimerkki on tarkoitettu havainnollistamaan sitä, miten eksponentiaalinen kasvu on todella nopeaa. Omien rahojen turvaamiseksi kannattaa oppia erottamaan, milloin sinua yritetään huijata tällä tavalla.

Pyramidihuijaus on kuin edellä mainittu ketjukirje, mutta on naamioitu yleensä sijoitusyritykseksi tai valuuttakaupparyitykseksi. Yritykseen mukaan päästäkseen pitää maksaa rahaa ja tuottoja saa, kun hankkii lisää jäseniä. Huijauksen aloittaneet saavat yleensä rahaa, mutta muutamaa porrasta alempana olevat vain menettävät rahansa. Yleissääntönä voidaan sanoa, että yritys, jossa saa rahaa pääasiassa sillä, että hankkii lisää jäseniä, on hyvin todennäköisesti pyramidihuijaus. Pyramidihuijaus on laitonta.

Suomen kuuluisin pyramidihuijaus on WinCapita. Netistä hakemalla löytyy aiheesta lisää. WinCapitassa jokaiselle jäsenelle luvattiin 20% houkuttelemiansa sijoittajien sijoituksista palkkiona. Jos siis sijoitit rahaa 1000€, piti sinun houkutella viisi uutta jäsentä sijoittamaan 1000€, jotta saisit omat rahasi pois ja kuudes tuottaisi sinulle jo voittoa.

25. Jos olet jäsenenä WinCapita-pyramidihuijauksessa, jossa pitää saada kuusi jäsentä mukaan, jotta tulisi voittoa, kuinka monta uutta jäsentä pitäisi saada mukaan
- a) tasolla 1. (Sinä saisit voittoa)
 - b) tasolla 2. (sinun kaverisi saisivat voittoa)
 - c) tasolla 3. (kavereidesi kaverit saisivat voittoa)
 - d) tasolla 4.
 - e) tasolla 5.
 - f) tasolla 6.
 - g) tasolla 10.
- Laskimen käyttö sallittua.

26. WinCapita-huijaus romahti, kun mukana oli noin 10 000 ihmistä. Kuinka pitkä kaveriketju tähän mennessä oli kertynyt, jos kaikki ovat hankkineet mukaan sen kuusi kaveria samalla summalla, millä itse ovat mukaan lähteneet?

12. Yhdistettyjä laskutoimituksia

Laskujärjestys

1. Sulkeiden sisältö
2. Potenssit
3. Kerto/jakolaskut (vasemmalta oikealle)
 - * Jakoviivan ylä- ja alapuolen sisällä olevat osat tulkitaan sulkeissa oleviksi
 - * Kertolaskujen järjestystä saa vaihtaa.
4. Yhteen- ja vähennyslaskut (vasemmalta oikealle)
 - * Kun etumerkit huomioi, saa järjestystä vaihtaa.

Esimerkki 1.

Laske

$$\begin{aligned} \text{a) } 5 - 3 \cdot 6 + 4 \\ &= 5 - 18 + 4 \\ &= -13 + 4 \\ &= -9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 5 - 3 \cdot (6 + 4) \\ &= 5 - 3 \cdot 10 \\ &= 5 - 30 \\ &= -25 \end{aligned}$$

$$\text{c) } \frac{3-28}{3+2} = \frac{-25}{5} = -5$$

Edellä oli maininta, että yhteen- ja vähennyslaskujen järjestystä saa vaihtaa, kun etumerkit huomio.

Esimerkki 2.

Lasketaan lasku $20 - 5 + 4$ kahdella eri tavalla

(Vasemmalta oikealle)

$$\begin{aligned} 20 - 5 + 4 \\ &= 15 + 4 \\ &= 19 \end{aligned}$$

(Toisessa järjestyksessä.)

$$\begin{aligned} 20 - 5 + 4 & \quad (\text{ensin } -5 + 4) \\ &= 20 - 1 \\ &= 19 \end{aligned}$$

Huomion arvoista on se, että ekassa kohdassa ei laskettu $(5+4)$ vaan $(-5+4)$, eli vitosen edessä oleva merkki pitää huomioida.

Esimerkki 3.

Laske

$$\begin{aligned} \text{a) } 3 \cdot 5^2 \\ &= 3 \cdot 25 \\ &= 75 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } (3 \cdot 5)^2 \\ &= 15^2 \\ &= 225 \end{aligned}$$

Negatiiviset luvut ja laskutoimitukset

Tehtäviä (Tee itse =-merkit uudelle riville.)

1. Laske

a) $6 - 2 \cdot (-7)$ b) $3 \cdot (-5 + 4)$

c) $6^2 - (-9) \cdot 7$ d) $4 \cdot (-1) + 4$

2. Laske

a) $-2 \cdot (-7) + 2^3$ b) $7 \cdot (-8) + 1$

c) $1 \cdot (-3) + 6$ d) $-6 \cdot (-2 - 8)$

3. Laske

a) $4 + (-3) \cdot 2^2$ b) $2 - (-2) \cdot (-9)$

c) $6 \cdot (5 - 2)^2$ d) $-3 \cdot (-4) + 2$

4. Laske

a) $\frac{12}{-3} + 4$ b) $6 - \frac{-16}{(-2)^2}$

c) $\frac{18}{-3} - 2$ d) $2 + \frac{-12}{-4}$

5. Laske

a) $\frac{-9}{9} + 1$ b) $4 + \frac{40}{-5}$

c) $5 - \frac{-24}{3}$ d) $\frac{63}{-9} - 3$

6. Laske

a) $\frac{42}{-7} + 8$ b) $\frac{-2}{-2} + 9$

c) $2 + \frac{10^3}{-2}$ d) $\frac{-12}{-3} + 10$

7. Laske

a) $-4 \cdot 3 - \frac{-12}{3}$ b) $6 \cdot (-2)^3 + 2 \cdot 7$

c) $3 - \frac{10}{5} - 2^3$ d) $2 + \frac{-9}{3} + 4$

8. Laske

a) $9 - \frac{8}{-4}$ b) $4 \cdot (3 - 5) \cdot (-1)$

c) $(2 \cdot 3^2 - (-21)) : 3$ d) $2 + 6 \cdot (-5)$

Negatiiviset luvut ja laskutoimitukset

9. Merkitse ja laske

a) Lukujen -4 ja 5 tulosta vähennetään 7 .

b) Luvulla -6 kerrotaan lukujen 3 ja -4 erotus.

c) Lukujen -3 ja -6 summa jaetaan lukujen -2 ja -5 erotuksella.

d) Lukujen 18 ja -3 osamäärä kerrotaan lukujen 4 ja -6 summalla.

10. Laske

a) $5 - \frac{30}{-5} - 7$

b) $10 + \frac{5}{1} - 2$

c) $\left(\frac{-21}{-7} - 3\right) \cdot (-7)$

d) $(-3)^2 + \frac{3 \cdot 2^3}{3} - 8$

11. Laske

a) $3 + \frac{14}{2} - 1^3$

b) $2 + (-9) \cdot 4 + 3$

c) $5^2 - \frac{24}{-8} - 19$

d) $2^4 - \frac{-12}{6}$

12. Laske

a) $\frac{30-16}{-5-2}$

b) $\frac{15-3}{-1 \cdot 4} - 2$

c) $\frac{-6 \cdot (-7)}{-18+4}$

d) $9 + \frac{24-38}{2}$

13. Laske

a) $\frac{3^3}{-9} + \frac{14}{2} - \frac{4^2-20}{2}$

b) $2 + \frac{(-9) \cdot 4}{-6 \cdot 2} + 3$

c) $\frac{5-13}{-2 \cdot 2} - \frac{24}{-8} + 1$

d) $\frac{25 \cdot (-2)}{10} - \frac{-12}{6}$

14. Laske

$$\frac{\frac{40}{13-15} \cdot 10}{\left(\frac{25}{3-8}\right)^2}$$

Kertaustehtäviä

1. Merkitse sopiva vertailumerkki lukujen väliin
(=, < tai >)

a)	8	5	b)	-6	3
c)	-9	-3	d)	-2	2
e)	3	-2	f)	-5	8

2. Merkitse sopiva vertailumerkki lukujen väliin
(=, < tai >)

a)	-55	-56	b)	-520	-503
c)	-27,2	-27,20	d)	-340	2,4
e)	0,1	-0,2	f)	-6,22	-6,2

3. Merkitse ja laske

- a) Luvun -3 vastaluku
b) Luvun +3,5 vastaluku
c) Luvun -1,43 vastaluku
d) Luvun 0 vastaluku

4. Sievennä lausekkeet

- a) $-(+8) =$ b) $-(-6) =$
c) $+(-500) =$ d) $+(+2) =$

5. Merkitse ja laske

- a) luvun 6 itseisarvo
b) luvun -2 itseisarvo
c) luvun -1,5 itseisarvo
d) luvun 5,6 itseisarvo

6. Laske (merkitse välivaiheet, jos voit)

- a) $|-4| =$
b) $-|3| =$
c) $-|-32| =$
d) $|-1| =$

7. Laske (merkitse välivaiheet)

- a) $|4 - 7| =$
b) $|-3| - |-6| =$
c) $-|0,5 - 1,3| =$
d) $|2 + 5| \cdot |3 - 8| =$

8. Laske

- a) $5 - 2 =$ b) $-2 + 8 =$
c) $-7 + 2 =$ d) $-5 - 6 =$
e) $-4 - 6 =$ f) $2 - 6 =$

9. Laske

- a) $15 - 10 =$ b) $-18 + 12 =$
c) $-28 + 13 =$ d) $28 - 18 =$
e) $16 - 7 =$ f) $-16 + 7 =$

10. Merkitse ja laske lukujen 7 ja -13

- a) summa b) erotus

11. Laske

- a) $-2 + 8 - 4 + 3 - 9 + 6$

b) $4 - 3 - 10 + 9 - 6 + 5$

12. Laske

- a) $-(-5) - (+8) + (+3) + (-4)$

b) $-(+6) - (+5) - (-10) + (-5) - (+2)$

13. * Laske (vihkoon allekkainlasku, jos tarve)

- a) $820 - 215 =$
b) $-235 + 820 =$
c) $-752 - 234 =$
d) $-521 - 634 =$

14. Laske

- a) $3 \cdot 8 =$ b) $-9 \cdot 6 =$
c) $-9 \cdot 4 =$ d) $10 \cdot (-9) =$
e) $-6 \cdot (-7) =$ f) $3 \cdot (-9) =$
g) $-10 \cdot 10 =$ h) $-7 \cdot 5 =$

Negatiiviset luvut ja laskutoimitukset

15. Merkitse ja laske vihkoon

- a) Lukujen 3 ja -6 tulo
- b) Lukujen -5 ja -4 tulo
- c) Lukujen $+3$ ja -5 tulo
- d) Lukujen 2 ja -10 tulo

16. Laske

- a) $10 \cdot 25 =$
- b) $10 \cdot (-2,5) =$
- c) $0,1 \cdot (-21) =$
- d) $-0,1 \cdot (-21) =$

17. Laske

- a) $20 \cdot (-5) =$
- b) $300 \cdot (-7) =$
- c) $0,2 \cdot (-6) =$
- d) $-0,5 \cdot (-3) =$

18. Laske

- a) $-2 \cdot (-5) \cdot (-6) =$
- b) $-3 \cdot (-5) \cdot (-4) =$
- c) $-5 \cdot (-8) \cdot 2 =$
- d) $-2 \cdot (-8) \cdot (-5) =$

19. * Laske (vihkoon allekkainlasku)

- a) $-25 \cdot (-53)$
- b) $32 \cdot (-15)$
- c) $-5,3 \cdot 8,1$
- d) $-0,22 \cdot (-8,2)$

20. Laske

- a) $\frac{-6}{2} =$
- b) $\frac{-21}{-3} =$
- c) $\frac{16}{-2} =$
- d) $\frac{-30}{-6} =$

21. * Laske (vihkoon allekkainlasku, jos tarpeen)

- a) $\frac{3}{-4} =$
- b) $\frac{-13}{4} =$
- c) $\frac{15}{-2} =$
- d) $\frac{-25}{-3} =$

22. Merkitse potenssina

- a) $4 \cdot 4 \cdot 4 =$
- b) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 =$
- c) $-3 \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) =$
- d) $-6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 =$

23. Laske

- a) $3^4 =$
- b) $-5^2 =$
- c) $(-3)^2 =$
- d) $1^7 =$

24. Laske

- a) $5 - 2 \cdot (-7)$
- b) $3 \cdot 2^3 + 4$
- c) $(6 - (-2)) \cdot 7$
- d) $4 \cdot (-3) + 3^2$

25. Laske

- a) $\frac{15}{-3} + 2$
- b) $2 - \frac{-16}{-2}$
- c) $\frac{3^3}{-3} - 2$
- d) $2 + \frac{-16}{-4}$

26. Laske

- a) $9 - \frac{20}{-4} + 7$
- b) $4 \cdot 4 - 5 \cdot (-3)$
- c) $3^2 - (-15) : 3$
- d) $\frac{-35}{-7} + 6 \cdot (-5)$

27. Laske (tarvittaessa vihkoon)

- a) $\frac{6^2 - 16}{-5 - 3}$
- b) $\frac{15 - 3 \cdot 2}{-3 \cdot 4 + 9}$

28. Laske vihkoon

- a) $5 - \left(\frac{12}{-4} + 3\right)$
- b) $4 \cdot (4 - 5) \cdot (-3)$
- c) $9 - (-15 + 13) \cdot (-3)$
- d) $3 \cdot ((5 - 2) - (2 - 6))$

Negatiiviset luvut ja laskutoimitukset – vastauksia

Vastauksia:

Kappale 1.

1. a) PITSA b) MAITO
c) VILIJONKA (Muumien hahmo)
2. a) FAZER b) SEKUNTI
c) LIERIHATTU
3. a) A = -15 B = -2 C = -11
D = 14 E = 3 F = 9 G = -9
b) A = -0,6 B = -1,0 C = 0,6
D = 1,5 E = 1,1 F = -0,1 G = -1,3
c) A = 40 B = -55 C = -80
D = -160 E = -105 F = 5 G = 120
4. a) 16 °C b) -3 °C c) -15 °C d) 100 °C
e) 0 °C f) -3,5 °C
5. a) 600 € b) -100 € c) -1100 €
d) 15 € e) -6,04 € f) 0,14 €
6. a) 8848 m b) 95,4 m c) 77,2 m d) -423 m
e) -28 m f) -10994 m
7. -17 m (eli alle merenpinnan tason)
8. 32,4 m
9. a) 4207 m $\approx$ 4 km b) -6 km c) 10 km
10. a) 56,7 °C b) -89,2 °C c) 145,7 °C
11. a) 276 b) 13 508
c) 5 042 005 d) 14 607 012 006
e) 700 000 100 030 516
f) 16 000 000 000 000 000 000 (18 nollaa)
12. a) kolmesataaseitsemänkymmentäviisi
b) kolmesataaviisikymmentäkuusituhatta
kolmesataakaksikymmentäyksi
c) neljäkymmentäviisimiljoonaa kuusisatayksituhatta kolmekymmentä
d) kolmesataakaksimiljardia kaksisataakolmekymmentätuhatta

Kappale 2.

1. $-5 < -2 < -1 < 0 < 1 < 4 < 8$
2. $-12 < -9 < -6 < -3 < 2 < 4 < 12$
3. $-0,9 < -0,6 < -0,4 < -0,3 < 0,2 < 0,6 < 1,2$
4. $-200 < -3 < -2,8 < 0 < 1,2 < 4 < 1000$
5. $-4 < -3,35 < -3,3 < -3,2 < -0,5 < 3,75$

6. $-325 < -100 < -84 < -20 < -0,1 < 19$

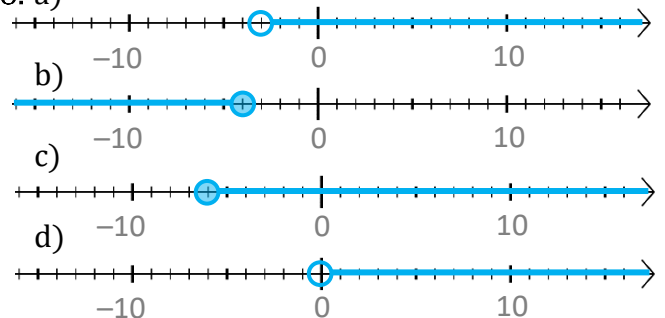
7. a) $2 < 5$ b) $-3 < 3$
c) $-1 > -3$ d) $-3 < 2$
d) $3 > -2$ f) $-6 < 1$
8. a) $-3 < -2$ b) $-5 > -6$
c) $-2 > -4$ d) $3 > 2$
e) $-13 < -12$ f) $-60 > -120$
9. a) $2,5 < 2,6$ b) $-3,2 > -3,3$
c) $-1,3 = -1,30$ d) $-3,4 < 2,4$
e) $1,3 > -0,2$ f) $-6,22 < -6,2$
10. a) $250 < 260$ b) $-32 > -34$
c) $-1300 = -1300,0$ d) $-240 < -204$
e) $3,2 > -32$ f) $-786 > -876$
11. a) $<, \leq$ ja $\neq$ b) $=, \leq$ ja $\geq$
c) $<, \leq$ ja $\neq$ d) $>, \geq$ ja $\neq$
e) $<, \leq$ ja $\neq$ f) $>, \geq$ ja $\neq$
12. a) $>, \geq$ ja $\neq$ b) $<, \leq$ ja $\neq$
c) $=, \leq$ ja $\geq$ d) $>, \geq$ ja $\neq$
e) $<, \leq$ ja $\neq$ f) $>, \geq$ ja $\neq$

13. $\neq$ -merkki. Tämä ei vertailuissa kerro paljoa mitään, mutta tämä täytyy muistaa. Tulet törmäämään tähän, kun kirjainlaskennassa on jakolaskuja. Nollalla ei saa jakaa ja siksi puhuttaessa esimerkiksi lausekkeesta $\frac{1}{x}$ mainitaan erikseen $x \neq 0$.

14.

15. a) $6 > 4$ b) $-4 < -2$
c) $100 > -100$ d) $4 = 4$
16. a) $3 \geq 2$ b) $-8 \leq -3$
c) $1000\,000 \leq 1000\,000\,000$
d) $5 \neq 6$
17. a) $x \leq 10$ b) $x \geq -5$
c) $x < 2$ d) $x > 8$

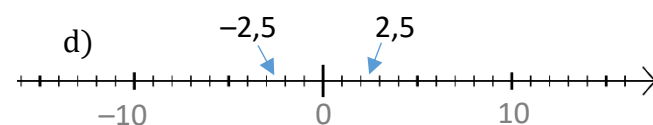
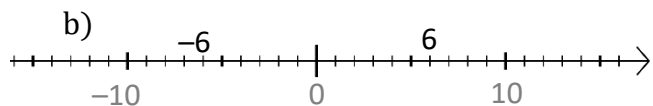
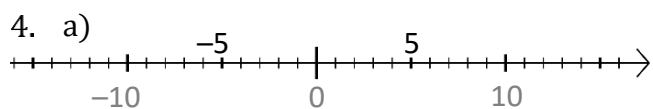
18. a)



Negatiiviset luvut ja laskutoimitukset

Kappale 3.

1. a) -5 b) 7 c) -4,5 d) 5
2. a) 3,6 b) -9 c) -0,8 d) -2
3. a) -947 b) 9,5 c) 0 d) -4,2



5. a) -3 b) $-(-3) = 3$
c) $-(-6,8) = 6,8$ d) -476
6. a) $-(-43) = 43$ b) $-(+3,5) = -3,5$
c) $-(-128,43) = 128,43$
d) $-0 = 0$
7. a) -3 b) 9 c) -6 d) 8
8. a) -3,2 b) 12 c) -56 d) 78
9. a) -5 b) -7 c) 100 d) -8
10. a) 25 b) 15 c) 15 d) 25
11. a) 8 b) 18
12. a) Älä istu! b) Istu!
c) Älä istu! d) Istu!
e) Älä istu!
13. a) Pitää katsoa vasemmalle
b) Ei saa olla sateenvarjoa
c) Pitää olla hattu
d) Tästä ei ota kukaan enää selvää, mutta lyhyesti: "Pitää syöttää elefanttia!"

Kappale 4.

1. a) $|3| = 3$ b) $|-2,7| = 2,7$
c) $|-15| = 15$
2. a) $|-1,5| = 1,5$ b) $|270| = 270$
c) $|-0,15| = 0,15$
3. a) 5 b) 7 c) 8 d) 3

4. a) -6 b) 8 c) -8 d) -8
5. a) 11 b) 1 c) -3,7 d) 3,6
6. a) 4 b) 5 c) 3,5 d) 2,7
7. a) 0 b) 0 ja kaikki sitä isommat luvut
8. a) $-|3| = -3$ b) $-|-2| = -2$
c) $|-7| = 7$ d) $|-(-8)| = 8$
9. a) $|3 - 7| = 4$ b) $|3| - |7| = -4$
c) $|-3 - 7| = 10$ d) $|-3| - |7| = -4$

Kappale 5.

1. a) 9 b) -4 c) -1 d) -7
2. a) 1 b) -10 c) -5 d) 7
3. a) -5 b) -6 c) -7 d) -7
4. a) -5 b) -8 c) 1 d) -7
5. a) -9 b) 4 c) -6 d) -9
6. a) -1 b) 1 c) -4 d) -7
7. a) -15 b) 2 c) 0 d) 12
8. a) 0 b) -2 c) -2 d) 0
9. a) -1,5 b) -3,5 c) 2,5 d) 3
10. a) -6,5 b) 2,5 c) -4,5 d) -6
11. a) -3 b) -2 c) 3 d) -10
12. a) -15 b) 10 c) -18 d) 10
13. a) -27 b) 35 c) -21 d) -7
14. a) -7 b) -24 c) -14 d) -22
15. a) 4 b) 2 c) -8 d) -21
16. a) -6 b) 3 c) -6 d) -12
17. a) -22 b) -4 c) -4 d) -27
18. a) -1,7 b) 0,1 c) -2,1 d) 0,7
19. a) -0,7 b) -2,4 c) 0,4 d) -2,2
20. a) -1,1 b) 0,4 c) -0,9 d) -0,2

Kappale 6.

1. a) 9 b) 5 c) -3 d) 2
2. a) -2 b) 1 c) -7 d) -2
3. a) 0 b) -3 c) -11 d) 11
4. a) 10 b) -4 c) -11 d) 2

Negatiiviset luvut ja laskutoimitukset

5. a) -4 b) -9 c) 5 d) -6
6. a) 6 b) 3 c) -23 d) 1
7. a) -19 b) -2 c) -7 d) -16
8. a) 0 b) -6 c) 1 d) -1
9. a) -5 b) -5 c) -5 d) -20
10. a) -15 b) 13 c) -1 d) -3
11. a) 1 b) -17 c) -1 d) -3
12. a) -22 b) -18 c) -11 d) 16
13. a) 1 b) 0 c) -14 d) -7
14. a) -18 b) -9 c) -24 d) 10
15. a) -9 b) -10 c) -1 d) 5
16. a) 14 b) 12 c) -2 d) -7

Kappale 7.

1. a) 4 b) 4 c) -4 d) -8
e) -8 f) -4
2. a) 0 b) 9 c) -5 d) 0
e) -3 f) 6
3. a) 12 b) -2 c) -6 d) -2
e) 0 f) 3
4. a) 0 b) -8 c) -5 d) 1
e) -14 f) 8
5. a) -1 b) -9 c) -4 d) 15
e) -20 f) 5
6. a) -4 b) -4 c) -7 d) -11
e) 8 f) 3
7. a) -2 b) 9 c) -9 d) 5
e) -1 f) -1
8. a) -10 b) -11 c) -3 d) 5
e) 0 f) -9
9. a) -5 b) 18 c) 2 d) -22
e) -6 f) 1
10. a) 2 b) 9 c) 5 d) -21
e) -2 f) 18
11. a) 5 b) -5 c) -30 d) -17
e) 1 f) -6
12. a) 10 b) -60 c) -20 d) 10
e) 20 f) 20

13. a) 7 b) 8 c) -38 d) -25
e) -6 f) 11
14. a) -8 b) -11 c) 15 d) -31
e) 8 f) -12
15. a) 15 b) 5 c) -50 d) -37
e) 11 f) -26
16. a) 10 b) -42 c) -14 d) -19
e) 14 f) -9
17. a) -15 b) -12 c) -8 d) -72
e) 4 f) 31
18. a) -8 b) -21 c) 35 d) -51
e) 8 f) 48
19. a) 35 b) 25 c) -30 d) -57
e) 1 f) -46
20. a) 30 b) -62 c) -14 d) -2
e) 24 f) -9
21. a) -128 b) -42 c) -117 d) -48
e) -50 f) 3
22. a) -82 b) -124 c) -22 d) 22
e) 20 f) -19
23. a) 6 b) -28 c) 36 d) -19
e) -20 f) -45
24. a) 65 b) -60 c) -71 d) 68
e) -131 f) -95
25. a) -350 b) 200 c) -1400 d) -400
e) -1000 f) 0
26. a) -820 b) -1260 c) -230 d) 220
e) 200 f) -190
27. a) 60 b) -320 c) 360 d) 550
e) -200 f) -450
28. a) 650 b) -595 c) -705 d) 685
e) -1315 f) -960
29. a) -155 b) -115 c) -80 d) -730
e) 36 f) 308
30. a) -86 b) -217 c) 344 d) -519
e) 81 f) 498
31. a) 305 b) 275 c) -674 d) -597
e) 1 f) -374
32. a) 300 b) -2240 c) -1400 d) -200
e) -660 f) 2000

Negatiiviset luvut ja laskutoimitukset

33. a) 10,8 b) 6,5 c) -10 d) -3,9

e) -5,2 f) -0,6

34. a) 6,3 b) -8,9 c) -14,6 d) 1,7

e) -10,3 f) -1,5

35. a) -6 b) -0,5 c) -11,5 d) -17

e) 12,2 f) -7,9

36. a) 0,1 b) -4,8 c) 8,3 d) 1,7

e) -2,7 f) -6,3

37. a) 6,01 b) -6,84 c) 1,7 d) 2,97

e) -4,45 f) -1,28

38. a) 1,32 b) -8,6 c) -17 d) -8,7

e) 0,48 f) -5,92

39. a) $5 + 13 = 18$ b) $5 - 13 = -8$

40. a) $-6 + 8 = 2$ b) $-6 - 8 = -14$

41. a) $12 + (-15) = 12 - 15 = -3$

b) $12 - (-15) = 12 + 15 = 27$

Edellä oli myös välivaihe mukana. Se pitää aina kirjoittaa näkyville, vaikkei sitä myöhemmissä vastauksissa esillä olekaan.

42. a) $-23 + (-15) = -38$

b) $-23 - (-15) = -8$

43. a) $-33 + (-45) = -78$

b) $-33 - (-45) = 12$

44. a) $45 + (-45) = 0$ b) $45 - (-45) = 90$

45.

-2			
2		-4	
3		-1	
8		-5	
4		-7	

46.

9			
-1		10	
-8		7	
-5		-3	
10		-7	

47.

19			
4		15	
-4		8	
12		-16	
24		-17	

48.

-5			
-29		24	
-38		9	
-23		15	
-15		24	
-9			

49.

42			
22		-20	
13		-9	
8		11	
-5		4	
-7			

50.

63			
26		-37	
6		-20	
-6		17	
-12		8	
-9			

51.

193			
89		-104	
40		-49	
25		55	
-15		34	
-21			

52.

7			
4		3	
2		2	
4		1	
-2		4	
-3			

53.

12			
18		-6	
7		11	
-17		-17	
24		-13	
-4			

54.

0			
6		-6	
16		-10	
19		4	
-3		-7	
11			

Negatiiviset luvut ja laskutoimitukset

55.

17			
4		-13	
-2		-6	
-4		7	
-4	-2	4	-3

56.

12			
6		-6	
7		1	
11		7	
11	4	3	-4

57.

12			
6		-6	
10		4	
7		10	
7	-3	-7	-17

58.

-1			
3		-4	
3,5		-0,5	
8,0		-3,5	
8,0	-4,5	4,0	-7,5

59.

-20,6			
-11,7		-8,9	
-9		-2,7	
-5,3		-6,2	
-5,3	-3,7	1,0	-7,2

60.

-3,4			
-2,7		-0,7	
-1,3		-1,4	
2,5		0,7	
2,5	-3,8	2,4	-1,7

61.

-9,1			
-2,8		-6,3	
-3,7		0,9	
-2,2		-7,2	
-2,2	-1,5	2,4	-9,6

62.

39,7			
23,4		-16,3	
13,5		-9,9	
8,3		6,4	
8,3	-5,2	4,7	-1,7

63.

25,5			
4,2		-21,3	
-5,6		-9,8	
-6,8		11,5	
-6,8	-1,2	8,6	-2,9

64.

19,3			
8,9		-10,4	
4		-4,9	
2,5		5,5	
2,5	-1,5	3,4	-2,1

Kappale 8.

- a) -13 b) -7 c) 3 d) -14
- a) 4 b) -30 c) 28 d) -20
- a) 27 b) 32 c) -40 d) -72
- a) -1 b) 37 c) -19 d) -27
- a) -2 b) -5 c) -20 d) -14
- a) 11 b) 59 c) -63 d) -17
- a) 7 b) 39 c) 16 d) -24
- a) 15 b) 52 c) 113 d) -100
- a) -4,5 b) -22,2 c) -16,1 d) -22,8
- a) -2,2 b) 56,8 c) -14,2 d) 3,2
- a) -26,4 b) 86 c) 41,9 d) 10,2
- a) 633 b) 659 c) -2433 d) -476
- a) 7954 b) 3352 c) -3407 d) -6191
- a) 4268 b) 128 c) 5399 d) -6631

Kappale 9.

- a) $7 \cdot (-6) = -42$ b) $-8 \cdot (-4) = 32$
c) $+3 \cdot (-3) = -9$ d) $10 \cdot (-10) = -100$
- a) 16 b) -48 c) -21 d) -2100

Negatiiviset luvut ja laskutoimitukset

3. a) -1620 b) 0,13 c) 21 d) -675,8
 4. a) -6,2 b) 0,13 c) 0,21 d) -7,58
 5. a) -0,02 b) 0,32 c) -6,7 d) 0,01
 6. a) -120 b) -240 c) -2100 d) 10 000
 7. a) -360 b) 240 c) 80 d) 1200
 8. a) -0,4 b) 2 c) 0,12 d) -1
 9. a) -0,2 b) 0,4 c) -6 d) -0,15

10.

-10			
-1		10	
-1	1	10	
2	-0,5	-2	-5

11.

-0,12			
-1,2		0,1	
6	-0,2	-0,5	
-3	-2	0,1	-5

12. a) -35 b) -30 c) 0 d) -80
 13. a) -30 b) 720 c) 30 d) 36
 14. a) -480 b) 7000 c) 672 d) -1000
 15. a) -960 b) 560 c) 4200 d) -540
 16. a) -1 b) 1 c) -32 d) -128
 17. a) 1548 b) -23051
 c) 2482,4 d) 45,3964

Kappale 10.

1. a) -4 b) 9 c) -4 d) 6
 2. a) 10 b) -7 c) -6 d) -3
 3. a) 9 b) -7 c) -5 d) -6
 4. a) 5 b) -9 c) -8 d) 12
 5. a) 40 b) 18 c) -1 d) -11
 6. a) $\frac{-35}{-7} = 5$ b) $\frac{-45}{5} = -9$
 c) $\frac{72}{-9} = -8$ d) $\frac{-66}{-11} = 6$
 7. a) -14 b) 17 c) -16 d) 15
 8. a) 25 b) -20 c) -39 d) -20
 9. a) 70 b) -61 c) -1 d) 0

10. a) -0,5 b) -0,75 c) -2,5
 d) $1,6666... \approx 1,667$

11. a) 12,5 b) -10,4
 c) $-10,666... \approx -10,667$
 d) 17,5

12. a) 8,1 b) -0,49 c) -0,025 d) -1,8

13. a) 400 b) -630 c) -6400 d) 3600

Kappale 11.

1. a) 3^6 b) 2^4 c) 12^5 d) 6^2
 2. a) $(-3)^4$ b) $(-2)^3$ c) -8^5 d) $(-6)^2$
 3. a) 7^7 b) $(-5)^4$ c) -2^5 d) 6^6
 4. a) $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$ b) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$
 c) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ d) $6 \cdot 6 \cdot 6$
 5. a) $-3 \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3)$
 b) $-5 \cdot (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) \cdot (-5)$
 c) $-3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$
 d) $-8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8$
 6. a) $8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8$
 b) $-6 \cdot (-6) \cdot (-6) \cdot (-6)$
 c) $-2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$
 d) $1,5 \cdot 1,5 \cdot 1,5$
 7. a) $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$ b) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$
 c) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$ d) $4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$
 8. a) $-3 \cdot (-3) = 9$
 b) $-3 \cdot (-3) \cdot (-3) = -27$
 c) $-2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = -16$
 d) $-2 \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = 16$
 9. a) $10 \cdot 10 = 100$
 b) $10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000$
 c) $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10\,000$
 d) $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 100\,000$
 10. a) $1 \cdot 1 = 1$ b) $1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$
 c) $1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$ d) $1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$
 11. a) $-1 \cdot (-1) = 1$
 b) $-1 \cdot (-1) \cdot (-1) = -1$
 c) $-1 \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = 1$
 d) $-1 \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = -1$
 12. a) 9 b) 81 c) 16 d) 36
 13. a) 81 b) 64 c) 49 d) 64
 14. a) 121 b) 144 c) 169 d) 196

Negatiiviset luvut ja laskutoimitukset

15. a) $4^2 = 16$ b) $3^3 = 27$
c) $(-3)^2 = 9$ d) $(-5)^3 = -125$

16.

Lauseke	kantaluku	eksponentti
2^4	2	4
$(-5)^3$	-5	3
12^4	12	4
-6^3	6	3
2^5	2	5
$(-4)^3$	-4	3
$1,5^7$	1,5	7
6	6	1

17. a) $4^3 = 64$ b) $5^2 = 25$
c) $(-3)^2 = 9$ d) $-3^2 = -9$
18. a) $(-5)^2 = 25$ b) $(-4)^3 = -64$
c) $(-1)^{100} = 1$
d) $(-10)^8 = 100\,000\,000$

19.

2^1	2
2^2	4
2^3	8
2^4	16
2^5	32
2^6	64
2^7	128
2^8	256
2^9	512
2^{10}	1024

20.

Lyhenne	potenssina	Luku
kilotavu kt	2^{10}	1024
megatavu Mt	2^{20}	1 048 576
gigatavu Gt	2^{30}	1 073 741 824
teratavu Tt	2^{40}	1 099 511 627 776

21.

Lyhenne	potenssina	Luku	Sanallisesti
kilo-	10^3	1000	tuhat
mega-	10^6	1000 000	miljoona
giga-	10^9	1000 000 000	miljardi
tera-	10^{12}	1000 000 000 000	biljoona

22. a) 8 b) 64
c) 1 073 741 824
d) 47... (luvussa on vielä 20 numeroa)

23. a) 1h 20min b) 2h 20 min
c) 7h 40 min d) 11h

24. a) 25 b) 125 c) 9 765 625

25. a) 6 b) 36 c) 216 d) 1296
e) 7776 f) 46656 g) 60 466 176

26. 5 kaverin ketju oli tullut täyteen, kuudes menossa.

Kappale 12.

1. a) 20 b) -3 c) 99 d) 0
2. a) 22 b) -55 c) 3 d) 60
3. a) -8 b) -16 c) 54 d) 14
4. a) 0 b) 10 c) -8 d) 5
5. a) 0 b) -4 c) 13 d) -10
6. a) 2 b) 10 c) -498 d) 14
7. a) -8 b) -34 c) -7 d) 3
8. a) 11 b) 8 c) 13 d) -28

9. Muista tehdä välivaiheetkin. Tässä vain alku ja vastaus.

- a) $-4 \cdot 5 - 7 = -27$
b) $-6 \cdot (3 - (-4)) = -42$
c) $\frac{-3+(-6)}{-2-(-5)} = -3$
d) $\frac{18}{-3} \cdot (4 + (-6)) = 12$

10. a) 4 b) 13 c) 0 d) 9
11. a) 9 b) -31 c) 9 d) 18
12. a) -2 b) -5 c) -3 d) 2
13. a) 1 b) 2 c) 6 d) -3
14. -8

Kertaustehtävien vastauksia

1. a) > b) < c) < d) <
e) > f) <
2. a) > b) < c) = d) <
e) > f) <
3. a) $-(-3) = 3$ b) $-(+3,5) = -3,5$
c) $-(-1,43) = 1,43$ d) $-0 = 0$

Negatiiviset luvut ja laskutoimitukset

4. a) -8 b) 6 c) -500 d) 2
5. a) $|6| = 6$ b) $|-2| = 2$
c) $|-1,5| = 1,5$ d) $|5,6| = 5,6$
6. a) 4 b) -3 c) -32 d) 1
7. a) 3 b) -3 c) -0,8 d) 35
8. a) 3 b) 6 c) -5 d) -11
e) -10 f) -4
9. a) 5 b) -6 c) -15 d) 10
e) 9 f) -9
10. Välivaihe on tärkeä, joten siksi sekin on nyt näkyvissä
a) $7 + (-13) = 7 - 13 = -6$
b) $7 - (-13) = 7 + 13 = 20$
11. a) 2 b) -1
12. a) -4 b) -8
13. a) 605 b) 585 c) -986 d) -1155
14. a) 24 b) -54 c) -36 d) -90
e) 42 f) -27 g) -100 h) -35
15. a) $3 \cdot (-6) = -18$ b) $-5 \cdot (-4) = 20$
c) $+3 \cdot (-5) = -15$ d) $2 \cdot (-10) = -20$
16. a) 250 b) -25 c) -2,1 d) 2,1
17. a) -100 b) -2100 c) -1,2 d) 1,5
18. a) -60 b) -60 c) 80 d) -80
19. a) 1325 b) -480 c) -42,93 d) 1,804
20. a) -3 b) 7 c) -8 d) 5
21. a) -0,75 b) -3,25 c) -7,5 d) 8,333...
22. a) 4^3 b) 2^6 c) $(-3)^5$ d) -6^6
23. a) 81 b) -25 c) 9 d) 1
24. a) 19 b) 28 c) 56 d) -3
25. a) -3 b) -6 c) -11 d) 6
26. a) 21 b) 31 c) 14 d) -25
27. a) -2,5 b) -3
28. a) 5 b) 12 c) 3 d) 21