

## SYNTYMÄPÄIVÄONGELMA

**Avainsanat:** todennäköisyys, permutaatio, kombinatoriikka

**Luokkataso:** lukio

### Valmistelu

Johdatteluna ongelmaan kysytään kerholaisten syntymäpäivät, siis päivä ja kuukausi. Sattuuko päällekkäisyyksiä?

### Toteutus & matemaattinen tarkastelu

Tavoitteena on selvittää, kuinka todennäköistä on, että ryhmässä kahdella henkilöllä on sama syntymäpäivä. Helpoiten tämä onnistuu ajattelemalla komplementtia eli vastakohtaa: milloin kaikilla henkilöillä on eri syntymäpäivät? Yksinkertaisuuden vuoksi voidaan olettaa, että vuodessa on 365 päivää, joista jokainen on yhtä todennäköinen, ja että esimerkiksi kaksosia ei ryhmässä ole.

Tarkastelun aluksi ryhmäläiset asettuvat jonoon. Ensiksi voidaan pohtia, **mitkä päivät ovat suotuisia** jonon ensimmäiselle henkilölle. Koska tämä on ensimmäinen, hän voi olla syntynyt minä tahansa vuoden 365 päivästä. Entäpä toinen? Hänelle suotuisia ovat kaikki 365 poissulkien ensimmäisen syntymäpäivä, eli vaihtoehtoja on 364. Vastaavasti kolmannelle henkilölle suotuisia päiviä on 363, ja yleisesti  $n$ . henkilölle näitä on  $366-n$ .

Miten näistä **lukumääristä** saadaan laskettua vastaavat **todennäköisyydet**? Jakamalla suotuisten alkeistapausten määrä  $366-n$  kaikkien mahdollisten tapausten lukumäärällä (klassinen tn). Entä kuinka lasketaan **halutun tapahtuman todennäköisyys**, jos kaikkien yllämainittujen ehtojen tulee olla voimassa? Tuloperiaatteella ne saadaan kertomalla todennäköisyydet keskenään:

$$P(\text{kaikilla eri}) = \frac{365}{365} \cdot \frac{364}{365} \cdot \frac{363}{365} \cdot \dots \cdot \frac{366-n}{365} = \frac{365 \cdot 364 \cdot 363 \cdot \dots \cdot (366-n)}{365^n}.$$

**Komplementtitapahtuman todennäköisyys** saadaan vähentämällä yllä saatu luku luvusta 1.