

Kolmiogeometria

8 matematiikka

Tavoitteet

- ★ oppia tutkimaan ovatko kaksi kuviota yhdenmuotoiset
- ★ oppia laskemaan mittakaavalaskuja
- ★ oppia ratkaisemaan suorakulmaisen kolmion sivun pituuden Pythagoraan lauseen avulla

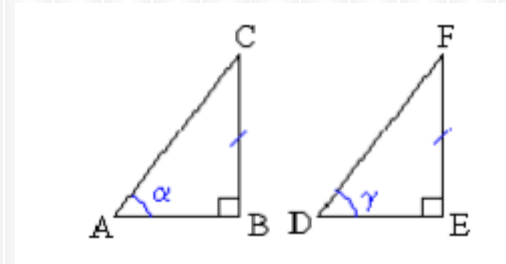
Yhdenmuotoisuus ja mittakaava

Kuvioita, joilla on sama muoto, mutta eri koko sanotaan **yhdenmuotoisiksi**.

Yhdenmuotoisilla kuvioilla

- vastinjanojen suhde on sama
- vastinkulmat ovat yhtäsuuret

Yhdenmuotoisuuden merkki on \sim



Vastinsivujen suhde on **yhdenmuotoisuus suhde** eli **mittakaava**:
pituus kuvassa : todellinen pituus

Esim.1 Todista, että kolmiot ovat yhdenmuotoiset ja laske kuvioiden mittakaava.

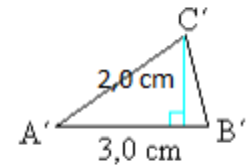
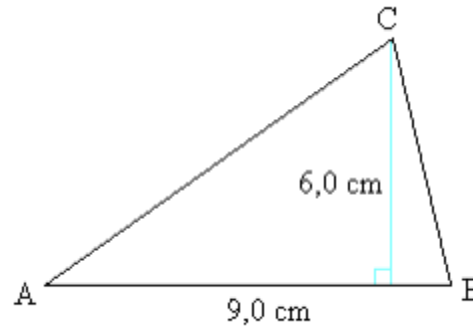
$$\frac{6,0 \text{ cm}}{2,0 \text{ cm}} = \frac{9,0 \text{ cm}}{3,0 \text{ cm}}$$

kerrotaan ristiin

$$6,0 * 3,0 = 9,0 * 2,0$$

$$18 = 18$$

=> ovat yhdenmuotoiset



$$\text{Mittakaava: } \frac{9,0 \text{ cm}}{3,0 \text{ cm}} = \frac{3}{1} = 3 : 1$$

Esim.2

- a) Helsingin opaskartta on tehty mittakaavassa 1 : 20 000. Matka eduskuntatalolta presidentin linnaan Mannerheimintietä ja Esplanadia pitkin on kartalta mitattuna 8 cm. Kuinka pitkä matka on todellisuudessa?

Suhde 1 : 20 000 tarkoittaa, että yhden senttimetrin matka kartalla vastaa luonnossa 20 000 cm:n matkaa. 8 cm:n matka kartalla on tällöin luonnossa $8 \text{ cm} \cdot 20\,000 = 160\,000 \text{ cm} = 1,6 \text{ km}$.

Vastaus: Matka on 1,6 km pitkä.

Lasketaan muurahaisen todellinen koko, kun kuva on mittakaavassa 6 : 1.



- b) Muurahaisen keskiosan pituus kuvassa on 20 mm. Todellinen pituus saadaan verrannon avulla.

$$\frac{6 \text{ mm}}{20 \text{ mm}} = \frac{1 \text{ mm}}{x}$$

kerrotaan ristiin

$$6 \text{ mm} \cdot x = 20 \text{ mm} \cdot 1 \text{ mm} \quad || : 6 \text{ mm}$$

$$x = \frac{20 \text{ mm} \cdot 1 \text{ mm}}{6 \text{ mm}}$$

$$x = 3,3 \text{ mm}$$

Vastaus: Muurahaisen pituus luonnossa on 3,3 mm.

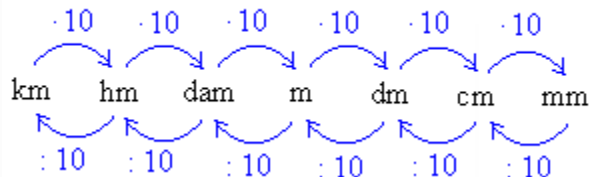
Kartta

Esim.1 Mikä on kartan mittakaava, kun 1 cm kartalla on 20 km luonnossa?

$$k = \frac{1 \text{ cm}}{20 \text{ km}} = \frac{1 \text{ cm}}{2\,000\,000 \text{ cm}} = 1 : 2\,000\,000$$

Esim. 2 Kartan mittakaava on 1 : 300 000. Laske kuinka pitkää todellista matkaa vastaa 6 cm kartalla?

$$6 \text{ cm} \cdot 300\,000 = 1\,800\,000 \text{ cm} = 18 \text{ km}$$

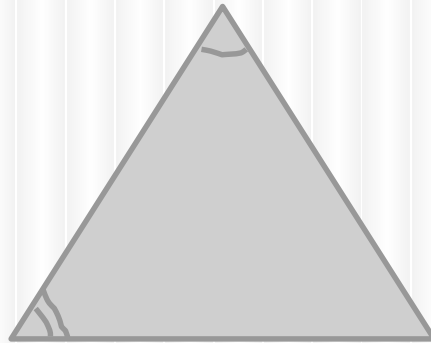
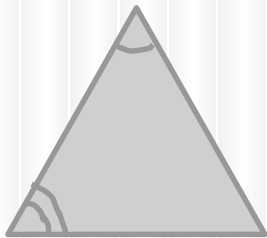


Kerrotaan lukuarvo, kun muutetaan suuremmasta yksiköstä pienemmäksi.

Jaetaan lukuarvo, kun muutetaan pienemmästä yksiköstä suuremmaksi.

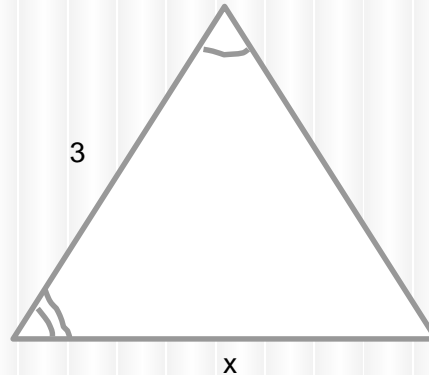
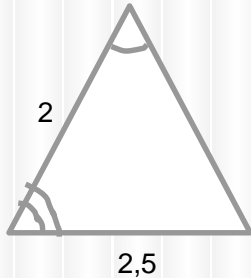
Kolmioiden yhdenmuotoisuus

Kuviot ovat yhdenmuotoisia, jos niiden vastinkulmat ovat yhtä suuria.
Kolmioissa riittää osoittaa, että kaksi paria kulmia on yhtä suuria.



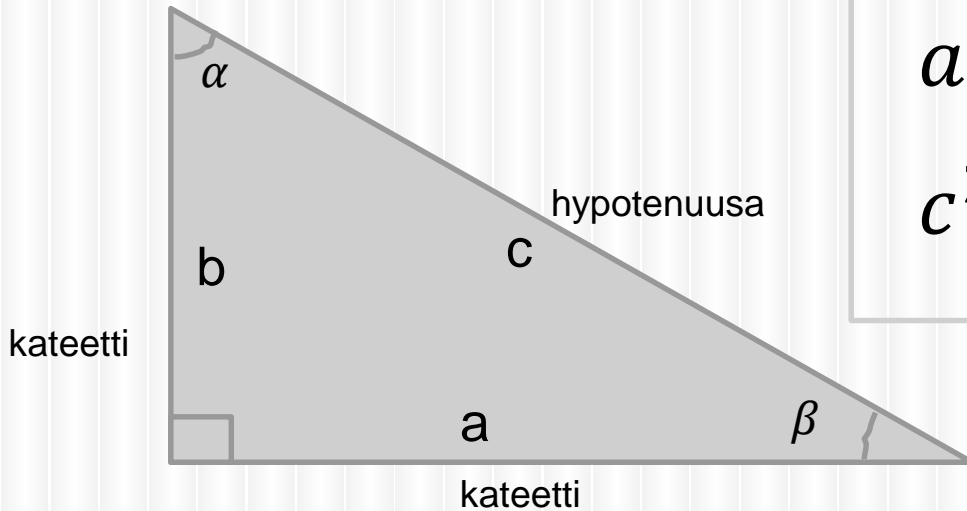
Esim.

Laske sivun x pituus, kun kolmiot ovat yhdenmuotoisia



$$\frac{2}{3} = \frac{2,5}{x}$$
$$2x = 3 \cdot 2,5 \quad || : 2$$
$$x = 3,75$$

Suorakulmainen kolmio ja Pythagoraan lause

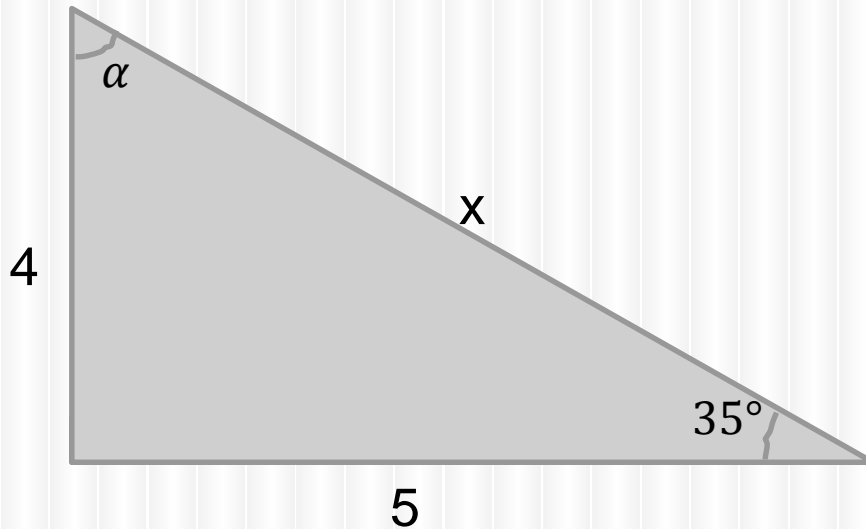


$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

”Pistokas”

Kirjoita Pythagoraan lauseen mukainen yhtälö ja laske kulman α suuruus.

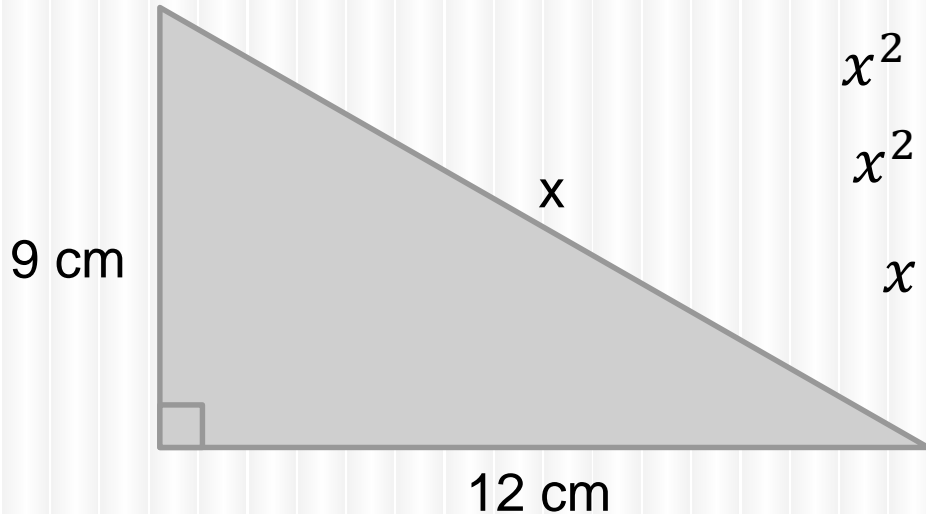


$$x^2 = 5^2 + 4^2$$

$$\alpha = 90 - 35 = 55$$

Hypotenuusan pituus

Laske hypotenuusan x pituus.



$$x^2 = 9^2 + 12^2$$

$$x^2 = 81 + 144$$

$$x^2 = 225$$

$$x = \sqrt{225} \quad (\text{tai } x = -\sqrt{225})$$

$$x = 15 \quad (\text{tai } x = -15)$$

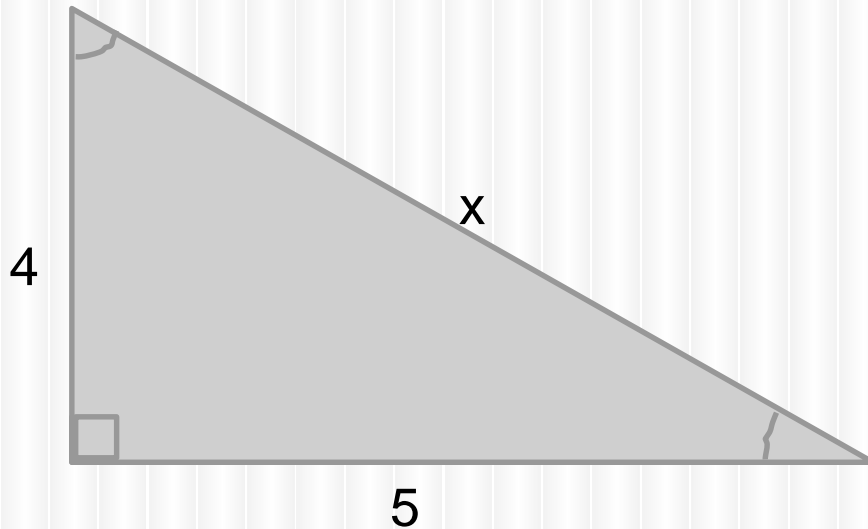
Lyhyemmin:

$$x = \sqrt{9^2 + 12^2}$$
$$x = 15$$

Vastaus: Hypotenuusan pituus on 15 cm.

”Pistokas”

Laske sivun x pituus.



$$x^2 = 5^2 + 4^2$$

$$x^2 = 25 + 16$$

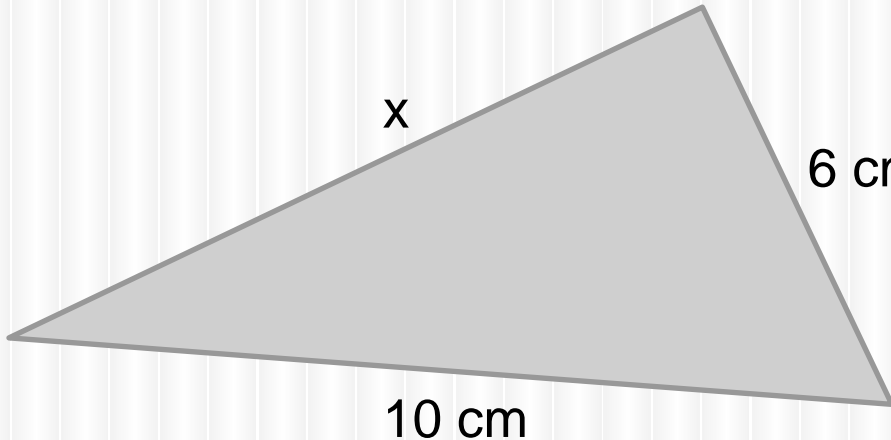
$$x^2 = 41$$

$$x = \sqrt{41}$$

$$x \approx 6,4$$

Kateetin pituus

Laske kateetin x pituus.



$$x^2 + 6^2 = 10^2$$

$$x^2 + 36 = 100$$

$$x^2 = 100 - 36$$

$$x^2 = 64$$

$$x = \sqrt{64}$$

$$x = 8$$

Lyhyemmin:

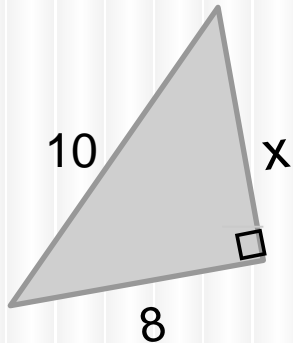
$$x = \sqrt{10^2 - 6^2}$$
$$x = 8$$

Vastaus: Kateetin pituus on 8 cm.

"Pistokas"

Laske sivun x pituus.

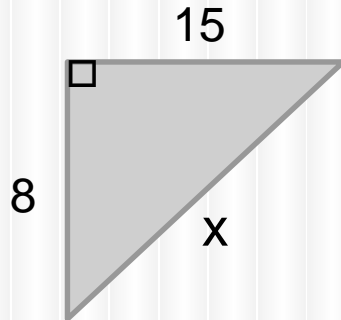
a)



$$x = \sqrt{10^2 - 8^2}$$

$$x = 6$$

b)



$$x = \sqrt{15^2 + 8^2}$$

$$x = 17$$

Kertausta

- S. 261: K242, K244
- S. 146-147: 812, 814, 816, 817, 818, 820, 829