

Diskreetti jakauma

Esimerkki

a) Laatikossa on erivärisiä palloja siten, että vihreitä on 8, punaisia 4 ja sinisiä 3. Laatikosta otetaan kaksi palloa. Olkoon satunnaismuuttuja X laatikosta otettujen vihreiden pallojen määrä. Muodosta satunnaismuuttujan X jakauma ja laske odotusarvo.

b) Taina heittää kolikkoa neljä kertaa ja Aaro viisi kertaa. Millä todennäköisyydellä Taina saa enemmän klaavoja kuin Aaro?

Ratkaisu

a) Vihreitä palloja voi olla 0, 1 tai 2.

$$P(0) = \frac{7}{15} \cdot \frac{6}{14} = \frac{3}{15}$$

$$P(1) = \frac{7}{15} \cdot \frac{8}{14} + \frac{8}{15} \cdot \frac{7}{14} = \frac{8}{15}$$

$$P(2) = \frac{8}{15} \cdot \frac{7}{14} = \frac{4}{15}$$

Satunnaismuuttujan X jakauma on

X	$P(X)$
0	$\frac{3}{15}$
1	$\frac{8}{15}$
2	$\frac{4}{15}$

Odotusarvo on $E(X) = \sum_{i=1}^n p_i x_i = \frac{3}{15} \cdot 0 + \frac{8}{15} \cdot 1 + \frac{4}{15} \cdot 2 = \frac{16}{15} = 1 \frac{1}{15}$

b) Klaavojen lukumäärä noudattaa binomijakaumaa $\text{Bin}(n, 0,5)$, jossa n on heittojen lukumäärä. Määritetään klaavojen lukumäärien todennäköisyydet 4 ja 5 kolikon heitossa Geogebren todennäköisyyslaskurilla.

Tainan 4 heittoa:

k	P(X = k)
0	0.0625
1	0.25
2	0.375
3	0.25
4	0.0625

Aaron 5 heittoa

k	P(X = k)
0	0.0313
1	0.1563
2	0.3125
3	0.3125
4	0.1563
5	0.0313

Laskemalla yhteen todennäköisyydet saadaan

$P(\text{Taina saa enemmän klaavoja})$

$$= 0,25 \cdot 0,0313 + 0,375 \cdot (0,0313 + 0,1563) + 0,25 \cdot (0,0313 + 0,156 + 0,3125)$$

$$+ 0,0625 \cdot (0,0313 + 0,156 + 0,3125 + 0,3125)$$

$$= 25,4 \%$$