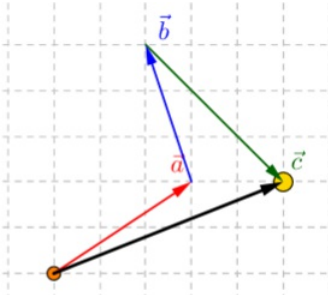


Kpl 6.2 - Summa ja erotus

6.2 - Vektorien summa ja erotus

Geometrisesti vektorien $\vec{a}$ ja $\vec{b}$ yhteenlaskussa $\vec{a} + \vec{b}$ siirretään vektorit peräkkäin. **Summavektori** piirretään suoraan vektorin $\vec{a}$ alusta vektorin $\vec{b}$ loppuun.

Kuvassa $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$.



Summan määritelmä komponentteittain:

Vektorien $\vec{a} = \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \end{bmatrix}$ ja $\vec{b} = \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \end{bmatrix}$ summavektori $\vec{a} + \vec{b}$ on

$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{bmatrix} a_x + b_x \\ a_y + b_y \end{bmatrix}$$

LAUSE

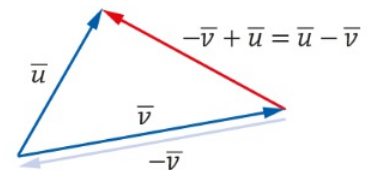
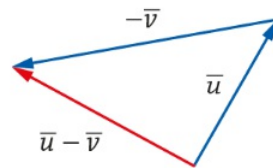
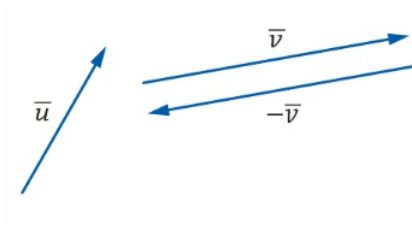
Kun $\vec{a}$, $\vec{b}$ ja $\vec{c}$ ovat vektoreita, niin

- vaihdantalaki $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$
- liitântälaki $\vec{a} + (\vec{b} + \vec{c}) = (\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c}$

Vektorien erotus määritellään vastavektorin avulla:

Vektorien $\vec{a}$ ja $\vec{b}$ **erotusvektori** $\vec{a} - \vec{b}$ on vektorien $\vec{a}$ ja vastavektorin $-\vec{b}$ summa:

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$$



Nollavektori $\vec{0}$ on vektori, jonka **pituus on 0**

$$\vec{a} + (-\vec{a}) = \vec{0}$$

Huomaa:

- $\vec{a} + \vec{0} = \vec{a}$
- Jos $\vec{a} + \vec{b} = \vec{0}$, niin $\vec{b} = -\vec{a}$

ESIM 2.

Tarkastellaan vektoreita $\vec{u} = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix}$, $\vec{v} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$ ja $\vec{w} = \begin{bmatrix} -3 \\ -1 \end{bmatrix}$.

a) Laske $\vec{u} - \vec{v}$ ja $\vec{u} + \vec{v} - \vec{w}$. Havainnollista laskuja piirroksilla.

$$\vec{u} - \vec{v} = \begin{bmatrix} -1 - 2 \\ 3 - 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\vec{u} + \vec{v} - \vec{w} = \begin{bmatrix} -1 + 2 - (-3) \\ 3 + 2 - (-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix}$$

b) Tiedetään, että $\vec{u} + \vec{a} = \vec{v}$. Määritä vektori $\vec{a}$.

$$\vec{u} + \vec{a} = \vec{v}$$

$$\begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -1 + a_x \\ 3 + a_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$-1 + a_x = 2$$

$$a_x = 3$$

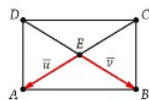
$$3 + a_y = 2$$

$$a_y = -1$$

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}$$

ESIM 3.

Tarkastellaan kuvan mukaista suorakulmiota $ABCD$, jonka lävistäjien leikkauspiste on E . Lausu vektorit $\vec{AB}$, $\vec{DA}$ ja $\vec{DC}$ kuvan vektoreiden $\vec{u}$ ja $\vec{v}$ avulla.



$$\vec{AB} = \vec{AE} + \vec{EB} = -\vec{u} + \vec{v}$$

$$\vec{DA} = \vec{DE} + \vec{EA} = \vec{v} + \vec{u}$$

$$\vec{DC} = \vec{DE} + \vec{EC} = \vec{v} - \vec{u} = -\vec{u} + \vec{v}$$

Tee

622 tai 624

623 tai 625 (paperille)

626 ->