

6.1 Harmoninen värähtely

6.1 Harmoninen värähtely ja mekaaninen energia

- Harmonisessa värähtelyssä mekaaninen energia on jousen potentiaalienergiaa ja värähtelijän liike-energiaa

- $E = E_k + E_p = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$ (jouselle)

- tasapainoasema:

- **poikkeama** 0 m
 - **kiihtyvyys** 0 (**voima** 0)
 - **nopeus** suurimmillaan

- ääriasema:

- **poikkeama** suurimmillaan
 - **kiihtyvyys** suurimmillaan (**voima** suurin)
 - **nopeus** 0

- Resonanssissa kappaleeseen vaikuttaa ulkoinen voima, jonka taajuus on sama kuin kappaleen ominaistajuus (f_0) tai ominaistajuuden monikerta. Tällöin kappaleen värähtelyn amplitudi kasvaa.

- Harmonisen värähtelijän jaksonaika

- $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}$, punnuksen massa m ja jousen jousivakio

k

- Heilurin jaksonaika

- $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$, heilurin pituus l ja putoamiskiihtyvyys g

- Harmonista värähtelyä voidaan mallintaa matemaattisesti sinifunktion avulla.

- $x(t) = A \sin (2\pi ft + \varphi)$

missä A on **amplitudi**, f taajuus

- LoggerProssa: $x = A \cdot \sin(Bt + C) + D$

- A on amplitudi A

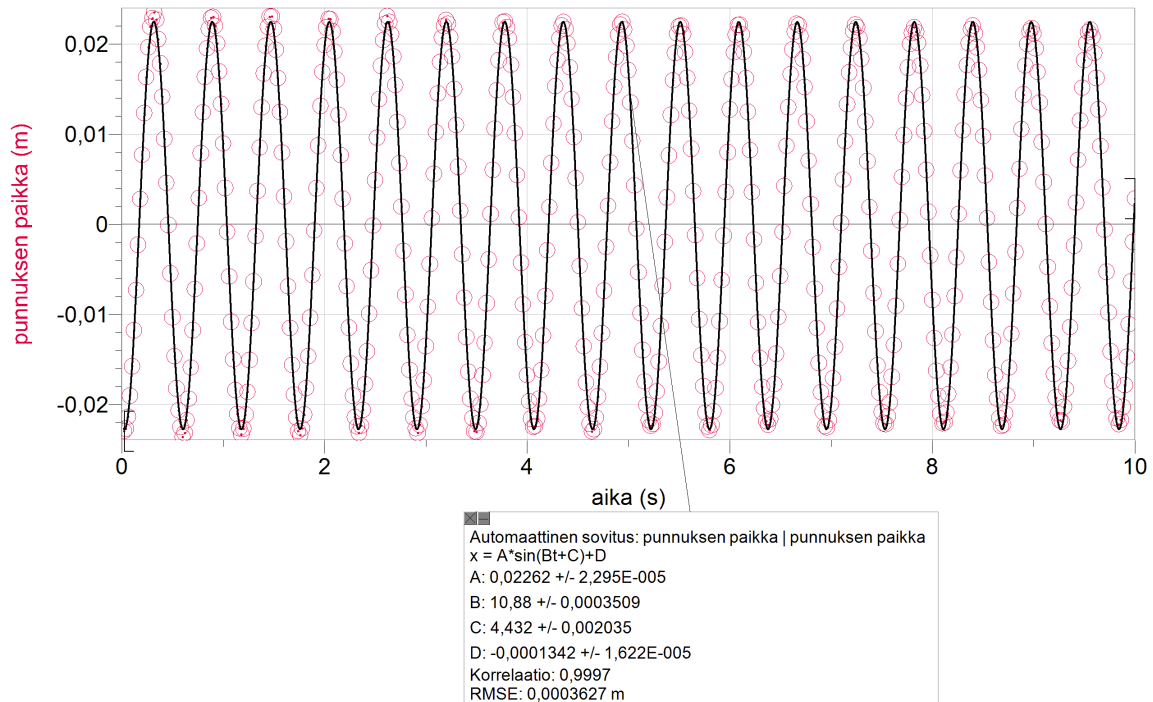
- $B = 2\pi f$

- $C = \varphi$ eli vaihe

- D kertoo tasapainoaseman paikan

ESIM1. (aineisto-6.1-esim1)

Määritä mittausten perusteella värähtelijän taajuus.



Taajuus saadaan sovituksen vakiosta B:

$$B = 2\pi f$$

$$f = \frac{B}{2\pi} = \frac{10,88 \frac{1}{s}}{2\pi} = 1,7316... \frac{1}{s} \approx 1,7 \text{ Hz}$$

ESIM2 (aineisto-6.1-esim2)

Jousi ja punnus laitettiin värähtelemään ja värähtelyn jaksonaika määritettiin keskiarvona kahdeksasta värähdyksestä. Mittaus toistettiin erimassaisilla punnuksilla. Oheisessa mittausaineistossa on esitetty jouseen ripustettujen punnusten massat ja värähtelyn jaksonajat. Jousen massa on punnusten massoihin verrattuna hyvin pieni.

Jousen jaksonaika on

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}} \quad || ()^2$$

$$T^2 = 4\pi^2 \cdot \frac{m}{k}$$

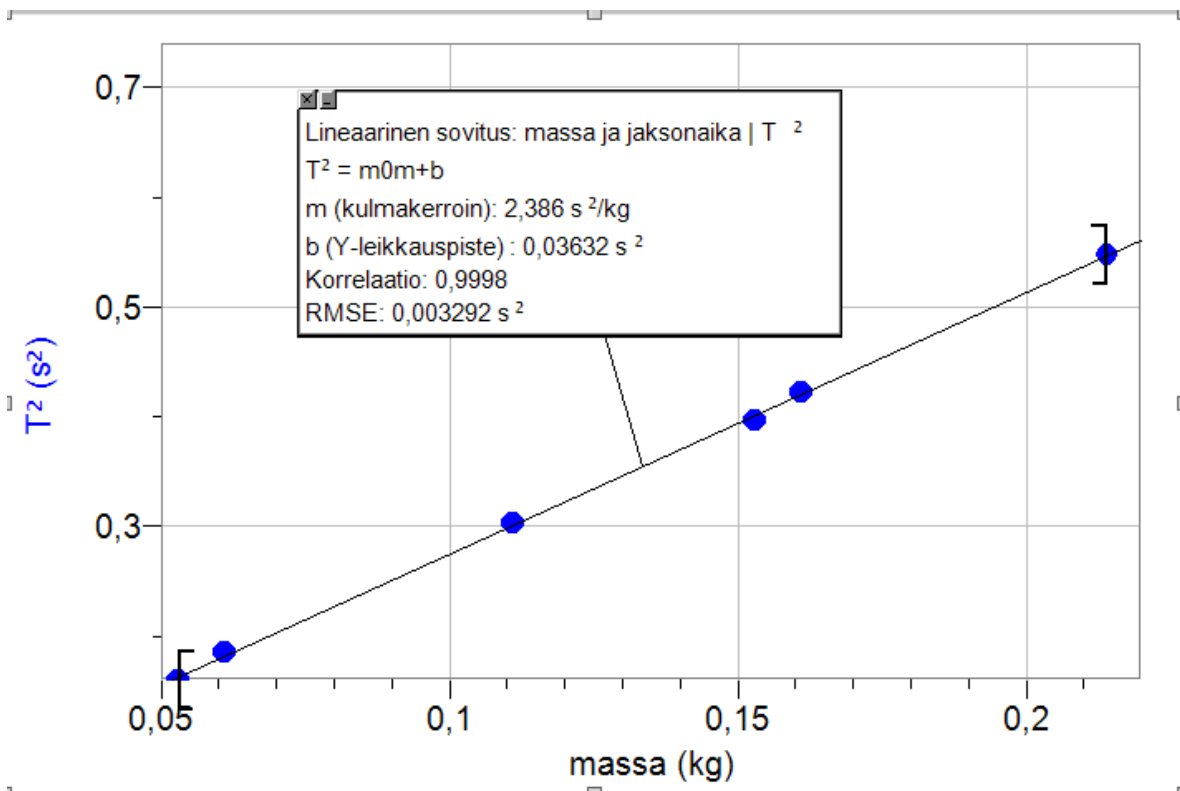
$$T^2 = \frac{4\pi^2}{k} \cdot m$$

(vrt $y = k \cdot x$)

Jousivakio saadaan siis (m, T^2) -kuvaajan kulmakertoimesta ratkaisemalla

Lasketaan mittauksista jaksonajan neliö T^2 :

massa ja jaksonaika		
m (kg)	T (s)	T ² (s ²)
0,053	0,4	0,160
0,061	0,43	0,185
0,111	0,55	0,303
0,153	0,63	0,397
0,161	0,65	0,423
0,214	0,74	0,548



Jousivakio saadaan kulmakertoimesta ratkaisemalla

$$\frac{4\pi^2}{k} = 2,386 \frac{\text{s}^2}{\text{kg}}$$

$$\frac{4\pi^2}{2,386 \frac{\text{s}^2}{\text{kg}}} = k$$

$$k = \frac{4\pi^2}{2,386 \frac{\text{s}^2}{\text{kg}}} = 16,545... \frac{\text{kg}}{\text{s}^2} \approx 17 \frac{\text{kg}}{\text{s}^2}$$

V: Jousivakio on 17 N/m