

MAOL_TVT_KOULUTUS_2_PÄIVÄ_RAUMA

Vastaa seuraavista tehtävistä neljään (4).**Aineistot**

Aineistot avautuvat "Näytä aineistot"-linkistä toiselle välilehdelle selaimessa. Voit liikkua aineistojen ja vastausosion välillä yläreunan välilehtien kautta.

Näytä aineistot

1. Olkoon pisteet $A = (-3, 4)$ ja $B = (2, 3)$.
- Laske $\vec{a} = \overline{AB}$
 - Laske $|\vec{a}|$
 - Laske janan AB keskipisteen C paikkavektori.
 - Piste P jakaa janan AB suhteessa 2:3. Määritä P:n paikkavektori.

(6 p)

Kuvankaappaukset [Näytä ohje](#) ▾

 Liitä tekemäsi kuvankaappaus

2. Olkoon vektorit $\vec{a} = 3\vec{i} - 2\vec{j} - 4\vec{k}$ ja $\vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$.
Laske vektorien pituudet, niiden välinen pistetulo ja niiden välinen kulma.

(6 p)

Kuvankaappaukset [Näytä ohje](#) ▾

 Liitä tekemäsi kuvankaappaus

3. Piste $A = (2, 1, -3)$ on vektorin \vec{c} alkupiste. Määritä loppupiste, kun $\vec{c} = 3\vec{i} - 2\vec{j} - 4\vec{k}$.

(6 p)

Kuvankaappaukset [Näytä ohje](#) ▾

 Liitä tekemäsi kuvankaappaus

4. Vektori $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k}$ ja $\vec{b} = 5\vec{i} - 10\vec{j} + (t + 1)\vec{k}$. Millä t :n arvoilla vektorit ovat yhdensuuntaisia?

(6 p)

Kuvankaappaukset Näytä ohje ▾

 Liitä tekemäsi kuvankaappaus

5. Määritä funktion $f(x) = 5x - \sqrt{1 - x^2}$ suurin ja pienin arvo.

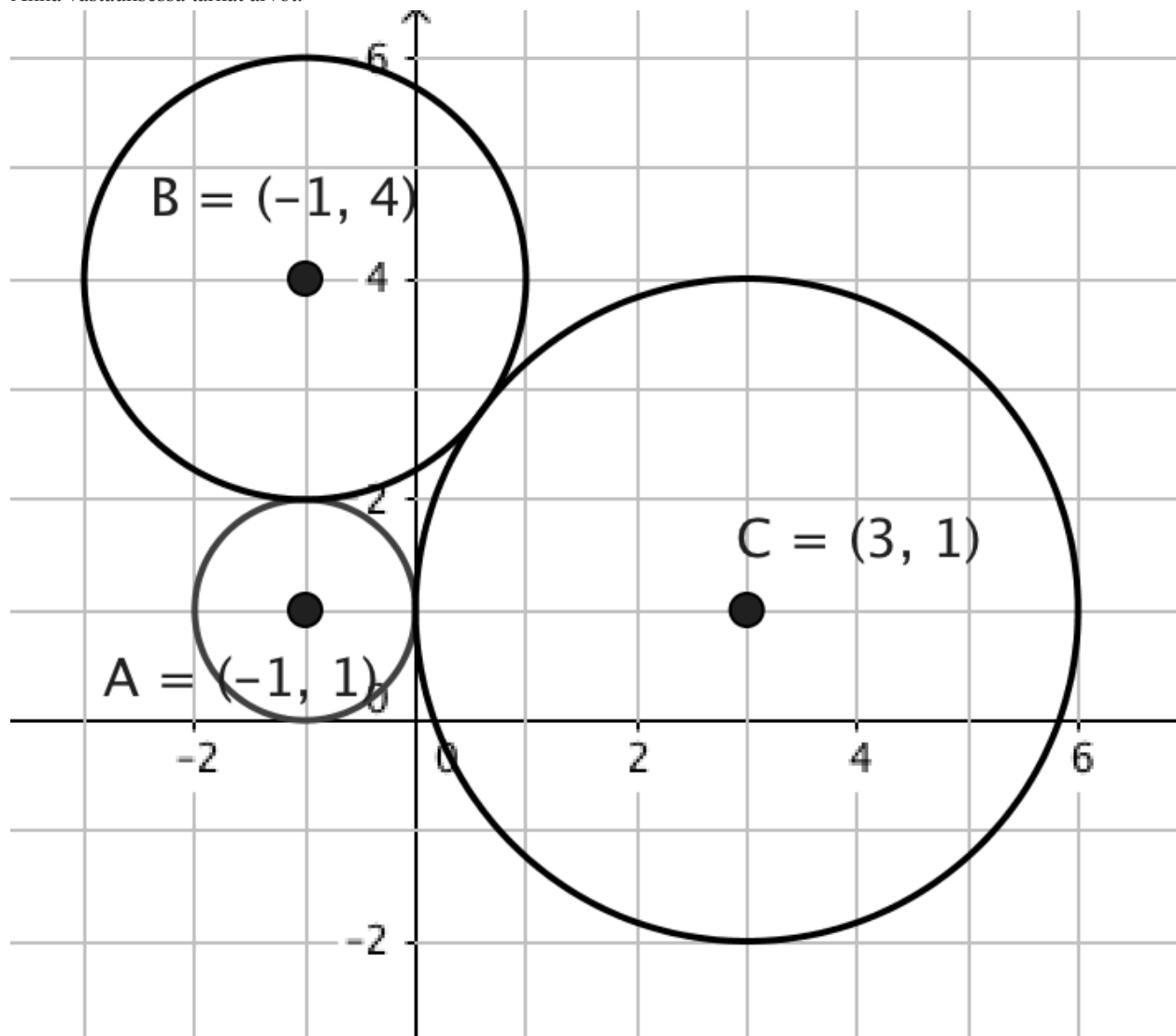
(6 p)

Kuvankaappaukset Näytä ohje ▾

 Liitä tekemäsi kuvankaappaus

6. Kolme ympyrää sivuaa toisiaan oheisen kuvion mukaisesti. Ympyröiden keskipisteet ovat A, B ja C ja niiden säteet ovat samassa järjestyksessä 1, 2 ja 3. Mikä on ympyröiden väliin sijoitetun mahdollisimman suuren ympyrän keskipiste ja säde?

Anna vastauksessa tarkat arvot.



(6 p)

Kuvankaappaukset Näytä ohje ▾

 Liitä tekemäsi kuvankaappaus

7. Uima-alassa on 25 m pitkä ja 10 m leveä. Se syvenee tasaisesti pituussuunnassa ja on matalassa päässä 1,1 m ja syvässä päässä 3,0 m syvä. Uima-altaan sisäpinta (seinät ja pohja) on tarkoitettu laatoittamaan 30 cm x 20 cm kokoisilla laatoilla, joita myydään 30 laatan laatikoissa.

Arvioi, kuinka monta laattalaatikkoa täytyy ostaa altaan laatoittamista varten.

Tehtävässä ei tarvitse ottaa huomioon laattojen väliin jäävien saumojen pinta-alaa eikä sitä, että osaa laatoistaoudutaan leikkaamaan, jolloin koko laatan pinta-alaa ei voida hyödyntää.

(6 p)

Kuvankaappaukset Näytä ohje ▾

 Liitä tekemäsi kuvankaappaus

8. Konserttitalissa on yhteensä 638 paikkaa. Ensimmäisellä rivillä on 8 paikkaa. Toisella rivillä on 10 paikkaa ja kolmannella rivillä 12 paikkaa. Rivien paikkamäärät kasvavat samaan tapaan salin perälle saakka.
- a) Kuinka monta tuoliriviä salissa on?
- b) Ensimmäisellä rivillä lipun hinta on 180 euroa, seuraavalla 175 euroa. Samaan tapaan lippujen hinnat laskevat 5 euroa salin perälle saakka. Millä tuolirivillä lippujen yhteishinta on suurin? (Tanskalainen ylioppilaskoetehtävä).

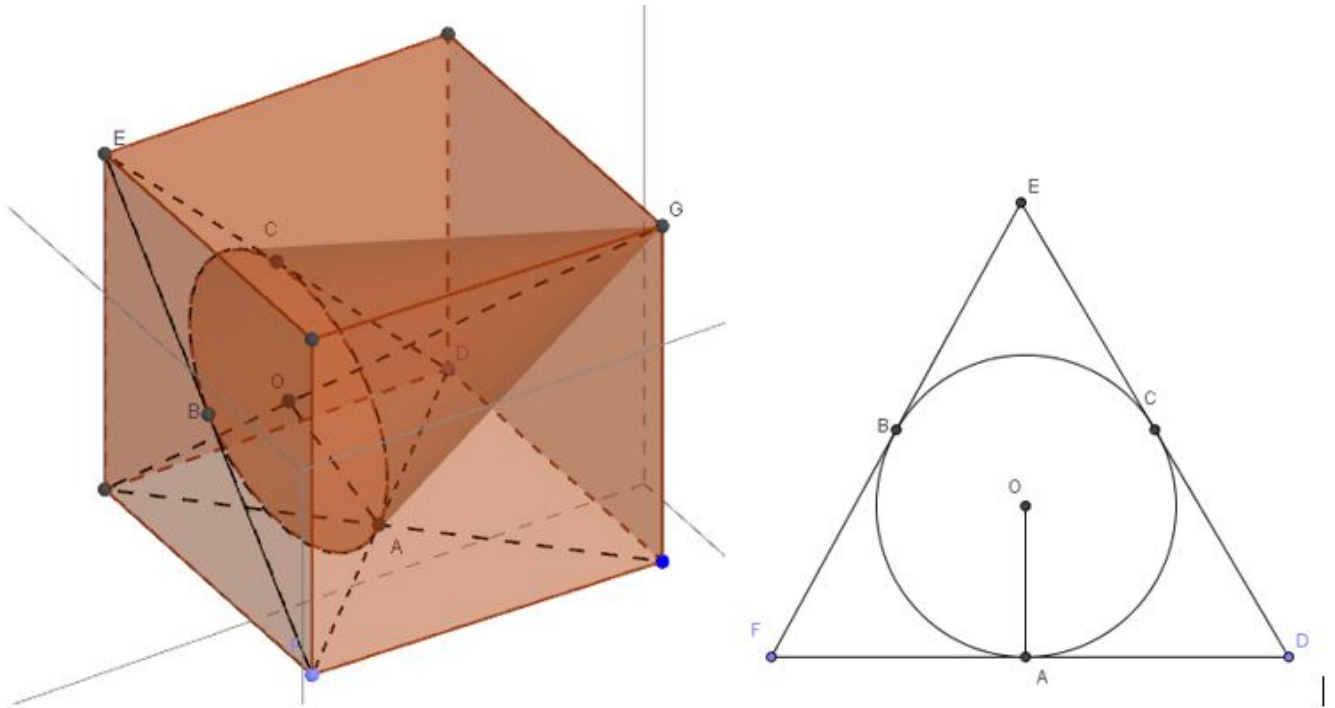
(6 p)

Kuvankaappaukset Näytä ohje ▾

 Liitä tekemäsi kuvankaappaus

9.

Kuution särmän pituus on 2. Sen sisällä on suora ympyräpohjainen kartio, jonka symmetria-akseli on kuution avaruuslävistäjällä. Kartion huippu on kuution kärjessä G. Kartion pohjaympyrä sivuaa kolmea kuution tahkoa näiden keskipisteissä A, B ja C. Laske kartion tilavuus. Ohessa on kuva kuutiosta, sekä tasoleikkaus pisteiden A, B ja C kautta kulkevasta tasosta.



(6 p)

Kuvankaappaukset Näytä ohje ▾

 Liitä tekemäsi kuvankaappaus

10.

Suoran pyramidin pohjana on suunnikas ABCD

a) Määritä pisteen C paikka, kun $A = (-2, 1, 0)$, $B = (1, 3, 0)$ ja $D = (-4, 2, 2)$

b) Määritä pyramidin tilavuus, kun sen huipun z-koordinaatti on 5.

(6 p)

Kuvankaappaukset Näytä ohje ▾

 Liitä tekemäsi kuvankaappaus

11. Neljä 2-säteistä palloa asetetaan pöydälle. Niiden päälle asetetaan vielä yksi 5-säteinen pallo, siten että päällimmäinen pallo sivuaa pöydälle asetettuja palloja. Määritä korkeimman mahdollisimman näin asetellun pallokasan korkeus. Piirrä kuva tilanteesta.

(6 p)

Kuvankaappaukset Näytä ohje \vee

 Liitä tekemäsi kuvankaappaus

12. Suunnikkaan kolme kärkeä ovat $(0,0)$, $(5,0)$ ja $(8,4)$. Suunnikkaan neljäs kärki voi olla kolmessa eri pisteessä.

a) Määritä neljännen kärjen sijainnin eri vaihtoehdot piirtämällä. (3 p.)

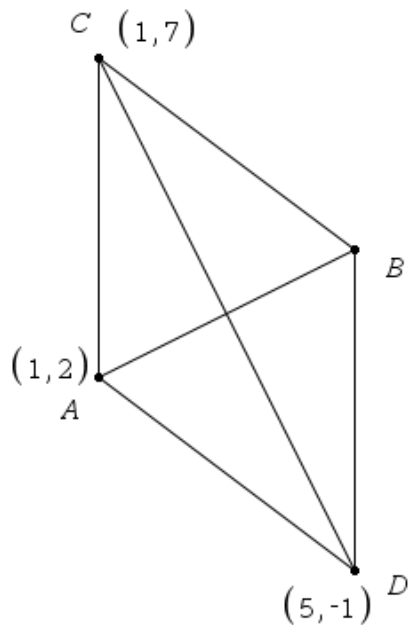
b) Määritä laskemalla nämä vaihtoehdot käyttäen vektoreita. (3 p.)

(6 p)

Kuvankaappaukset Näytä ohje \vee

 Liitä tekemäsi kuvankaappaus

- 13.



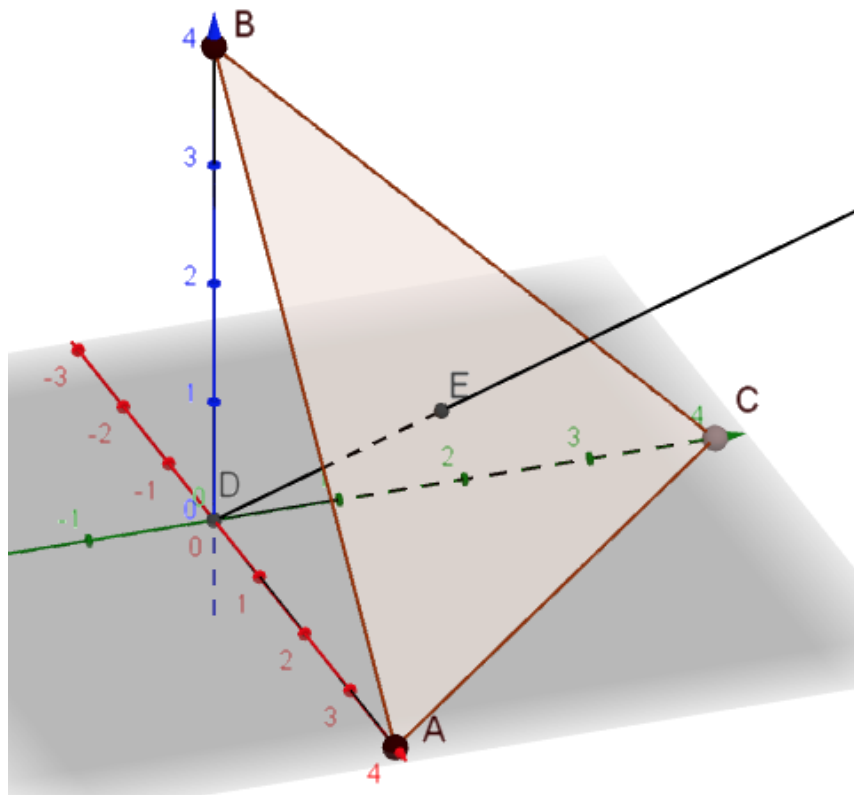
Nelikulmio ADBC on suunnikas. Kuvioon on merkitty pisteiden A, D ja C koordinaatit. Osoita laskemalla, että suunnikkaan lävistäjät ovat kohtisuorassa toisiaan vastaan.

(6 p)

Kuvankaappaukset Näytä ohje \vee

 Liitä tekemäsi kuvankaappaus

14.



Partiolippukunta Piin Veikot pystyttää telttaa, jonka kehikko muodostuu kolmesta 4 metriä pitkstä kepeistä (kuvassa kepit DA, DB ja DC). Kepit asetetaan kohtisuoraan toisiaan vastaan kuvan mukaisesti. Taso ABC vastaa maan pintaa jolle telttä pystytetään. Teltan huipusta D pystytetään neljäs keppi, joka tulee kohtisuoraan maan pintaa (taso ABC) vastaan.

a) Kuinka pitkä keppi DE on?

b) Kuinka etäälle piste E tulee teltan nurkista A, B ja C?

(6 p)

Kuvankaappaukset Näytä ohje ▾

 Liitä tekemäsi kuvankaappaus

15. Yksikköympyräksi kutsutaan ympyrää, jonka säde on 1 ja keskipiste sijaitsee origossa.
- Mikä on yksikköympyrän kehälle pisteeseen $(0,1)$ piirretyn tangentin yhtälö?
 - Millä parametrin b arvolla suora $y=x+b$ on yksikköympyrän tangenti?

(6 p)

Kuvankaappaukset Näytä ohje ▾

 Liitä tekemäsi kuvankaappaus

16. Osoita, että kaikki käyräparven $x^2 - ax + y + a - 3 = 0$ käyrät kulkevat saman pisteen kautta. Liitä vastaukseesi kuva käyräparvesta.

(6 p)

Kuvankaappaukset Näytä ohje ▾

 Liitä tekemäsi kuvankaappaus

17. Suuntaissärmiö on kuusitahkoinen monitahokas, jonka tahkot ovat suunnikkaita. Suuntaissärmiön yksi kärki on origossa ja origosta alkavat vektorit $\vec{a} = 3\vec{k}$, $\vec{b} = 5\vec{i} + 5\vec{j} + 3\vec{k}$, ja $\vec{c} = 5\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ muodostavat kolme särmiön särmää.
- Piirrä kyseinen suuntaissärmiö
 - Muodosta ohjelmistolla suuntaissärmiön kaikki neljä lävistäjävektoria
 - Muodosta lävistäjävektorit laskemalla

(6 p)

Kuvankaappaukset Näytä ohje ▾

 Liitä tekemäsi kuvankaappaus

18. Pisteiden $A(2,0,1)$ ja $B(3,1,3)$ yhdysjanan keskipisteen kautta asetetaan taso, joka on kohtisuorassa yhdysjanaa vasten. Missä pisteessä taso leikkaa y-akselin? a) Ratkaise piirtämällä. b) Laskemalla. (6 p)

(6 p)

Kuvankaappaukset Näytä ohje ▾

 Liitä tekemäsi kuvankaappaus

19. Onko piste $(1,3,6)$ pisteiden $(1,3,2)$, $(2,1,5)$ ja $(2,1,3)$ määräämässä tasossa?

(6 p)

Kuvankaappaukset Näytä ohje ▾

 Liitä tekemäsi kuvankaappaus

20. Suora l kulkee pisteiden $A=(1,1,4)$ ja $B=(1,2,3)$ kautta. Suora n kulkee pisteiden $C=(-2,3,2)$ ja $D=(0,2,5)$ kautta. Määritä suorien välinen etäisyys.

(6 p)

Kuvankaappaukset Näytä ohje ▾

 Liitä tekemäsi kuvankaappaus

21. Ratkaise yhtälöpari graafisesti ja laskemalla

$$\begin{cases} y = x^2 - 1 \\ y = 2x + 1 \end{cases}$$

(6 p)

Kuvankaappaukset Näytä ohje ▾

 Liitä tekemäsi kuvankaappaus

22. Suoran ympyräkartion pohjan halkaisija on 6,00 m ja korkeus 4,00 m. Määritä kartion sisälle suurimman mahdollisen kuution tilavuus. a) likimääräisesti piirtämällä b) tarkka ratkaisu

(6 p)

Kuvankaappaukset Näytä ohje ▾

 Liitä tekemäsi kuvankaappaus

23.

Määritä milloin $f(x) = \ln \frac{3-x^2}{x-2}$ on kasvava ja milloin vähenevä.

(6 p)

Kuvankaappaukset Näytä ohje ▾

 Liitä tekemäsi kuvankaappaus

24. Suoran ympyräkartion pohjan halkaisija on 6,00 m ja korkeus 4,00 m. Määritä kartion sisälle suurimman mahdollisen kuution tilavuus.

a) likimääräisesti piirtämällä

b) tarkka ratkaisu (6 p)

Kuvankaappaukset Näytä ohje ▾

 Liitä tekemäsi kuvankaappaus

YLIOPILASTUTKINTOLAUTAKUNTA
STUDENTEXAMENSNAME