10.8

a) Lasketaan muuttujan arvoa $x = 0$ vastaava funktion arvo.

$$\begin{aligned} f(0) &= 16 - 2 \cdot (0 + 4) \\ &= 16 - 2 \cdot 4 \\ &= 16 - 8 \\ &= 8 \end{aligned}$$

b) Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan millä muuttujan x arvoilla funktion arvo $f(x)$ on 0.

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ 16 - 2(x + 4) &= 0 \\ 16 - 2x - 8 &= 0 \\ 8 - 2x &= 0 && \mid -8 \\ -2x &= -8 && \mid :(-2) \\ x &= 4 \end{aligned}$$

Vastaus

a) $f(0) = 8$ **b)** $x = 4$

10.13

a) Kun ajetaan 100 km, kuluu bensaa 4,9 litraa.

Kun ajetaan 1 km, kuluu bensaa $\frac{4,9\text{ L}}{100} = 0,049\text{ L}$.

Kun ajetaan x km, kuluu bensaa $0,049x$ litraa.

Alussa bensaa on 55 litraa.

Bensan määrän tankissa ilmaisee funktio

$f(x) = 55 - 0,049x$.

b) Ratkaistaan se muuttujan x arvo, jolla funktion f arvo on 0.

$$f(x) = 0$$
$$55 - 0,049x = 0$$

Ratkaistaan yhtälö CAS-laskimella.

$$x = 1122,44... \approx 1120 \text{ (km)}$$

Vastaus

a) $f(x) = 55 - 0,049x$ **b)** 1120 km

b) Kuinka pitkän matkan Laura voi ajaa tankissa olevalla bensalla?

$f(x) = 0$ ← bensan määrä tankissa on nolla

$55 - 0,049x = 0 \quad || -55$

$-0,049x = -55 \quad || : (-0,049)$

$x = \dfrac{-55}{-0,049}$

$x = 1122,44898$

$x \approx 1120$ (km)

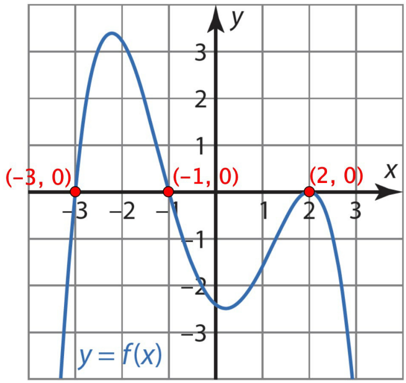
V: 1120 km

11.14

a) Funktion f arvo on nolla niissä kohdissa, joissa funktion kuvaaja leikkaa x-akselin.

Funktion f nollakohdat ovat

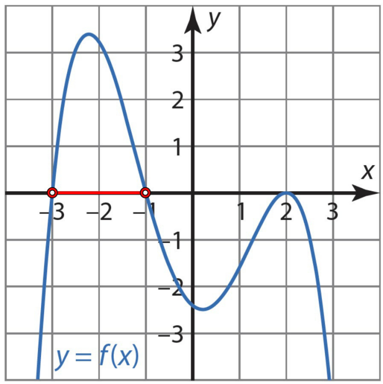
$x \approx -3$, $x \approx -1$ ja $x \approx 2$.



b) Funktion f arvo on positiivinen niissä kohdissa, joissa funktion kuvaaja on x-akselin yläpuolella.

Funktion f arvo on positiivinen, kun

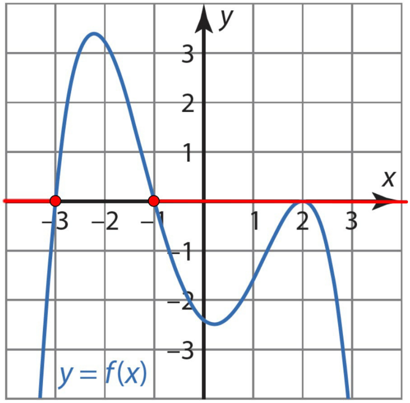
$-3 < x < -1$.



c) Funktion f arvo on epäpositiivinen niissä kohdissa, joissa funktion kuvaaja on x-akselilla tai x-akselin alapuolella.

Funktion f arvo on epäpositiivinen, kun

$x \leq -3$ tai $x \geq -1$.



Vastaus

a) $x \approx -3$, $x \approx -1$ ja $x \approx 2$ **b)** $-3 < x < -1$ **c)** $x \leq -3$ tai $x \geq -1$

11.16

a) Piirretään funktion $f(x) = x^2$ kuvaaja.

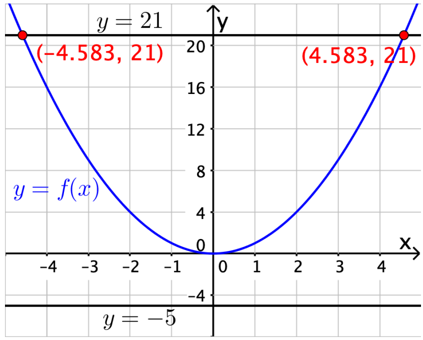
Etsitään kuvaajalta ne pisteet, joiden y-koordinaatti on 21.

Piirretään suora $y = 21$.

Määritetään funktion f kuvaajan ja suoran leikkauspisteet.

Leikkauspisteiden x-koordinaatit ovat likimain –4,6 ja 4,6.

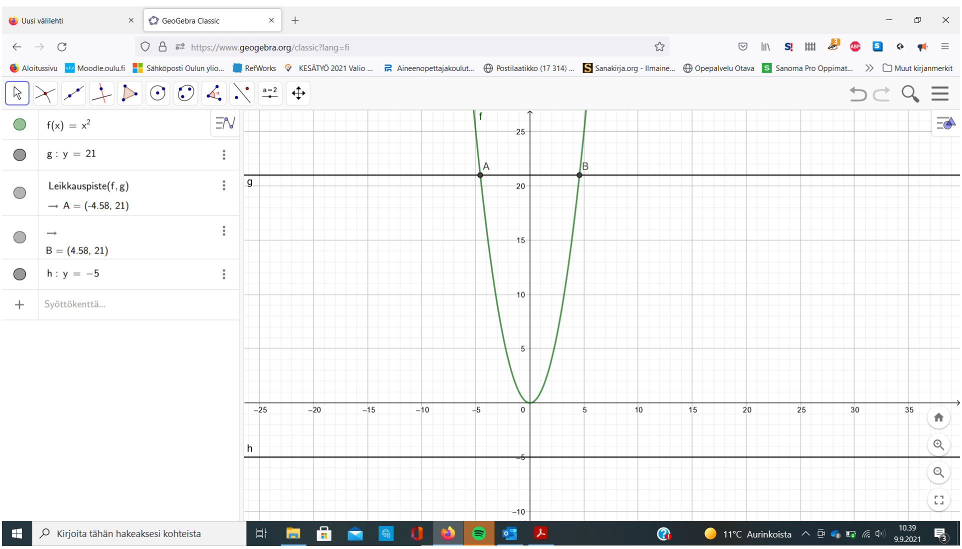
Siis $x^2 = 21$, kun
$x \approx -4{,}6$ tai $x \approx 4{,}6$.



Etsitään kuvaajalta ne pisteet, joiden y-koordinaatti on –5.

Piirretään suora $y = -5$.

Funktion f kuvaajalla ja suoralla ei ole yhtään leikkauspistettä. Täten yhtälöllä $x^2 = -5$ ei ole ratkaisuja.



b) Piirretään funktion $g(x) = x^3$ kuvaaja.

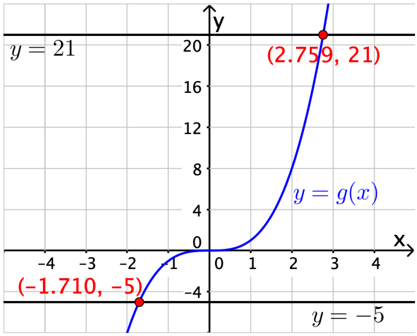
Etsitään kuvaajalta ne pisteet, joiden y-koordinaatti on 21.

Piirretään suora $y = 21$.

Määritetään funktion g kuvaajan ja suoran leikkauspiste.

Leikkauspisteen x-koordinaatti on likimain 2,8.

Siis $x^3 = 21$, kun $x \approx 2{,}8$.



Etsitään kuvaajalta ne pisteet, joiden y-koordinaatti on –5.

Piirretään suora $y = –5$.

Määritetään funktion g kuvaajan ja suoran leikkauspiste.

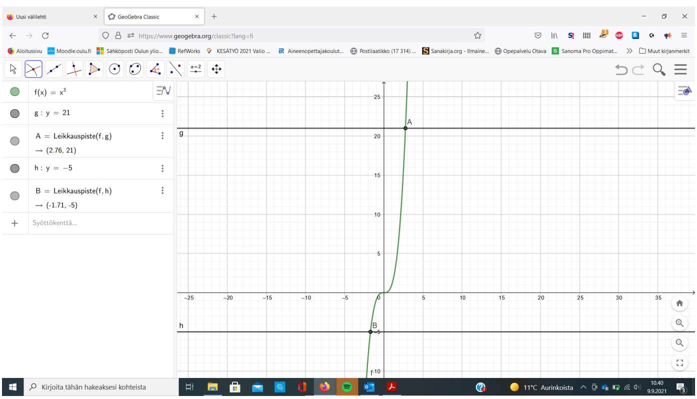
Leikkauspisteen x-koordinaatti on likimain –1,7

Siis $x^3 = –5$, kun $x \approx –1{,}7$.

Vastaus

a) Yhtälön $x^2 = 21$ ratkaisut ovat $x \approx –4{,}6$ ja $x \approx 4{,}6$.
Yhtälöllä $x^2 = –5$ ei ole ratkaisuja.

b) Yhtälön $x^3 = 21$ ratkaisu on $x \approx 2{,}8$.
Yhtälön $x^3 = –5$ ratkaisu on $x \approx –1{,}7$.



11.19

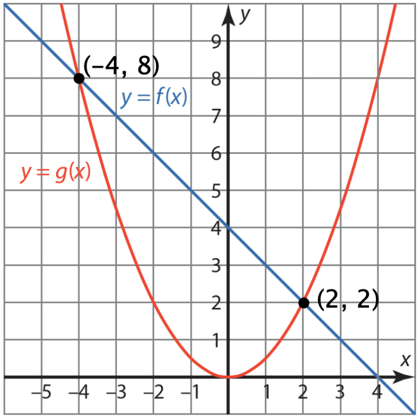
a) Funktioiden kuvaajat leikkaavat pisteissä (–4, 8) ja (2, 2).

Funktiot saavat siis saman arvon, kun

$x \approx -4 \quad \left(f(-4) = g(-4) \approx 8\right)$

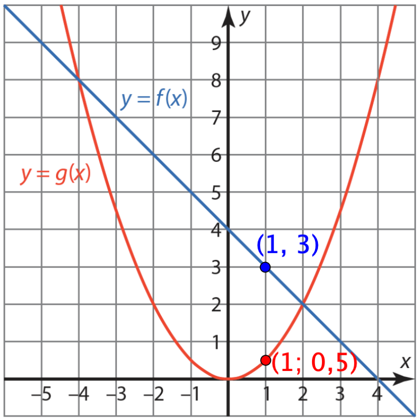
ja

$x \approx 2 \quad \left(f(2) = g(2) \approx 2\right).$



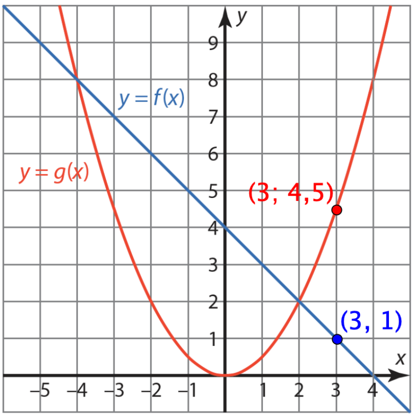
b) Kuvaajan perusteella $f(1) \approx 3$ ja $g(1) \approx 0,5$.

Siis $f(1)$ on suurempi kuin $g(1)$.



c) Kuvaajan perusteella $f(3) \approx 1$ ja $g(3) \approx 4{,}5$.

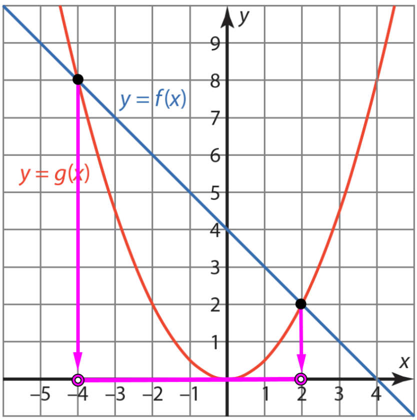
Siis $g(3)$ on suurempi kuin $f(3)$.



d) Funktion f arvo on suurempi kuin funktion g arvo niillä muuttujan x arvoilla, joilla funktion f kuvaaja on funktion g kuvaajan yläpuolella.

Siis funktion f arvo on suurempi kuin funktion g arvo, kun

$-4 < x < 2$.



Vastaus

a) $x \approx -4$ ja $x \approx 2$ **b)** $f(1)$ **c)** $g(3)$ **d)** $-4 < x < 2$