

13.1

Tapa 1 Lasketaan, kuinka monta prosenttia vertailuarvo on perusarvosta.

Uusi hinta on vertailuarvo ja alkuperäinen hinta on perusarvo.

$$\frac{2,00}{2,30} = 0,86956... = 86,956... \% \approx 87 \% \quad \text{Vertailuarvo jaetaan perusarvolla.}$$

Alkuperäistä hintaa vastaa 100 %.

Munkin hinta laski $100 \% - 87 \% = 13 \%$.

Tapa 2 Lasketaan, kuinka monta prosenttia lukujen erotus on perusarvosta.

Lasketaan, kuinka monta euroa hinta muuttui.

$$2,30 - 2,00 = 0,30 \text{ (€)}$$

Lasketaan, kuinka monta prosenttia hinta muuttui.

$$\frac{0,30}{2,30} = 0,13043... = 13,043... \% \approx 13 \% \quad \text{Lukujen erotus jaetaan perusarvolla.}$$

Munkin hinta laski 13 %.

Vastaus

13 %

13.2

Tapa 1 Lasketaan, kuinka monta prosenttia vertailuarvo on perusarvosta.

Uusi määrä on vertailuarvo ja alkuperäinen määrä on perusarvo.

$$\frac{100}{84} = 1,19047\dots = 119,047\dots \% \approx 119 \%$$

Alkuperäistä määrää vastaa 100 %.

Kanien määrä lisääntyi $119 \% - 100 \% = 19 \%$.

Tapa 2 Lasketaan, kuinka monta prosenttia lukujen erotus on perusarvosta.

Lasketaan, kuinka paljon kanien määrä lisääntyi.

$$100 - 84 = 16$$

Lasketaan, kuinka monta prosenttia kanien määrä lisääntyi.

$$\frac{16}{84} = 0,19047\dots = 19,047\dots \% \approx 19 \%$$

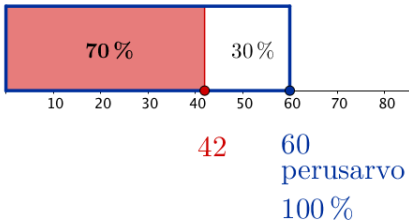
Kanien määrä lisääntyi 19 %.

Vastaus

19 %

13.3

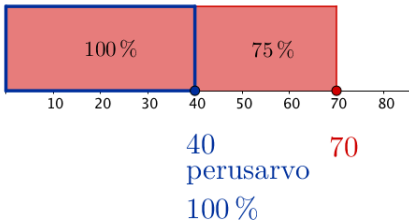
a) Lukua 42 verrataan lukuun 60.



Luku 42 on 70 % luvusta 60.

Luku 42 on 30 % pienempi kuin luku 60.

b) Lukua 70 verrataan lukuun 40.



Luku 70 on 175 % luvusta 40.

Luku 70 on 75 % suurempi kuin luku 40.

Vastaus

a) 70%, 30 % pienempi

b) 175 %, 75 % suurempi

13.4

Tapa 1 Lasketaan, kuinka monta prosenttia vertailuarvo on perusarvosta.

a) Suomen väkiluku on vertailuarvo ja Ruotsin väkiluku perusarvo.

$$\frac{5,5}{10,1} = 0,54455\dots = 54,455\dots \% \approx 54 \% \quad \text{Vertailuarvo jaetaan perusarvolla.}$$

Ruotsin väkilukua vastaa 100 %.

Suomen väkiluku oli $100 \% - 54 \% = 46 \%$ Ruotsin väkilukua pienempi.

b) Ruotsin väkiluku on vertailuarvo ja Suomen väkiluku perusarvo.

$$\frac{10,1}{5,5} = 1,83636\dots = 183,636\dots \% \approx 184 \% \quad \text{Vertailuarvo jaetaan perusarvolla.}$$

Suomen väkilukua vastaa 100 %.

Ruotsin väkiluku oli $184 \% - 100 \% = 84 \%$ Suomen väkilukua suurempi.

Tapa 2 Lasketaan, kuinka monta prosenttia lukujen erotus on perusarvosta.

a) Suomen väkiluku on vertailuarvo ja Ruotsin väkiluku perusarvo.

Lasketaan ensin väkilukujen erotus.

$$10,1 - 5,5 = 4,6 \text{ (miljoonaa)}$$

Lasketaan, kuinka monta prosenttia erotus on Ruotsin väkiluvusta.

$$\frac{4,6}{10,1} = 0,45544... = 45,544... \% \approx 46 \% \quad \text{Lukujen erotus jaetaan perusarvolla.}$$

Suomen väkiluku oli 46 % Ruotsin väkilukua pienempi.

b) Ruotsin väkiluku on vertailuarvo ja Suomen väkiluku perusarvo.

Väkilukujen erotus on 4,6 miljoonaa.

Lasketaan, kuinka monta prosenttia erotus on Suomen väkiluvusta.

$$\frac{4,6}{5,5} = 0,83636... = 83,636... \% \approx 84 \% \quad \text{Lukujen erotus jaetaan perusarvolla.}$$

Ruotsin väkiluku oli 84 % Suomen väkilukua suurempi.

Vastaus

a) 46 %

b) 84 %

13.6

- a) Leivän suolapitoisuutta vähennettiin 1,8 prosentista 0,5 prosenttiyksikköä.

$$1,8 - 0,5 = 1,3$$

Vähentämisen jälkeen leivän suolapitoisuus oli 1,3 prosenttia.

- b) Lasketaan suolan määrä 400 gramman leipäpaketissa ennen vähennystä ja vähennyksen jälkeen.

$$0,018 \cdot 400 = 7,2 \text{ (g)}$$

Lasketaan 1,8 % perusarvosta 400 g.

$$0,013 \cdot 400 = 5,2 \text{ (g)}$$

Lasketaan 1,3 % perusarvosta 400 g.

Tapa 1 Lasketaan, kuinka monta prosenttia vertailuarvo on perusarvosta.

Lasketaan, kuinka monta prosenttia uusi suolamäärä on alkuperäisestä suolamäärästä.

$$\frac{5,2}{7,2} = 0,72222\dots = 72,222\dots \% \approx 72 \%$$

Vertailuarvo 5,2 jaetaan perusarvolla 7,2.

Alkuperäinen suolamäärä vastaa 100 %.

Uusi suolamäärä on $100 \% - 72 \% = 28 \%$ pienempi.

Tapa 2 Lasketaan, kuinka monta prosenttia lukujen erotus on perusarvosta.

Lasketaan suolamäärän muutos grammoina.

$$7,2 - 5,2 = 2,0 \text{ (g)}$$

Lasketaan, kuinka monta prosenttia suolamäärän muutos on alkuperäisestä suolamäärästä.

$$\frac{2,0}{7,2} = 0,27777\dots = 27,777\dots \% \approx 28 \%$$

Lukujen erotus 2,0 jaetaan perusarvolla 7,2.

Suolan määrä väheni 28 %.

Vastaus

- a) 1,3 %
- b) 28 %

13.8

a) Lasketaan Eräkaupan alennusprosentti.

Tapa 1 Lasketaan, kuinka monta prosenttia vertailuarvo on perusarvosta.

Lasketaan, kuinka monta prosenttia alennettu hinta 176 € on lähtöhinnasta 220 €.

$$\frac{176}{220} = 0,80 = 80 \%$$

Lähtöhinta vastaa 100 %.

Alennettu hinta on $100 \% - 80 \% = 20 \%$ pienempi.

Alennusprosentti oli Eräkaupassa 20 % ja Vaelluskaupassa 26 %.
Vaelluskaupan alennusprosentti oli suurempi.

Tapa 2 Lasketaan, kuinka monta prosenttia lukujen erotus on perusarvosta.

Lasketaan alennuksen suuruus.

$$220 - 176 = 44 \text{ (€)}$$

Lasketaan, kuinka monta prosenttia alennus on lähtöhinnasta

$$\frac{44}{220} = 0,20 = 20 \%$$

Alennusprosentti oli Eräkaupassa 20 % ja Vaelluskaupassa 26 %.
Vaelluskaupan alennusprosentti oli suurempi.

- b) Vaelluskaupassa lähtöhinta oli 241 €. Lasketaan alennuksen suuruus.

$$0,26 \cdot 241 = 62,66 \text{ (€)}$$

Lasketaan alennettu hinta.

$$241 - 62,66 = 178,34 \text{ (€)}$$

Alennettu hinta oli Vaelluskaupassa 178,34 € ja Eräkaupassa 176 €. Eräkaupan alennettu hinta oli pienempi.

Vastaus

- a) Vaelluskaupassa
b) Eräkaupassa

13.9

- a) Vuonna 2000 syntyi 56 742 lasta.
Vuonna 2019 syntyi 47 577 lasta.

Lasketaan, kuinka monta prosenttia luku 47 577 on luvusta 56 742.

$$\frac{47\,577}{56\,742} = 0,83847\dots = 83,847\dots \% \approx 84 \%$$

Vuoden 2019 määrä on 84 % vuoden 2000 määrästä.

- b) Vuoden 2000 määrää vastaa 100 %.
Vuoden 2019 määrä on $100 \% - 84 \% = 16 \%$ pienempi.
Syntyneiden lasten määrä on vähentynyt 16 %.

Vastaus

- a) 84 %
b) 16 %

13.10

Mittarin lukema:	80 (km/h)
Todellinen nopeus:	72 (km/h)
Mittausvirhe:	$80 - 72 = 8$ (km/h)

Lasketaan, kuinka monta prosenttia mittausvirhe oli todellisesta nopeudesta.

$$\frac{8}{72} = 0,11111\dots = 11,111\dots \% \approx 11 \%$$

Virheprosentti oli 11 %.

Vastaus

11 %

13.11

Vuosi	Päästöt
2000	70,2
2010	75,7
2018	56,4

- a) Lasketaan, kuinka monta prosenttia vuoden 2010 päästöt olivat vuoden 2000 päästöistä.

$$\frac{75,7}{70,2} = 1,07834\dots = 107,834\dots \% \approx 108 \%$$

Vuoden 2000 päästöt vastaavat 100 %.

Vuoden 2010 päästöt ovat $108 \% - 100 \% = 8 \%$ suuremmat.

Päästöt kasvoivat 8 %.

- b) Lasketaan, kuinka monta prosenttia vuoden 2018 päästöt olivat vuoden 2010 päästöistä.

$$\frac{56,4}{75,6} = 0,74603\dots = 74,603\dots \% \approx 75 \%$$

Vuoden 2010 päästöt vastaavat 100 %.

Vuoden 2018 päästöt ovat $100 \% - 75 \% = 25 \%$ pienemmät.

Päästöt vähenivät 25 %.

Vastaus

- a) 8 %
b) 25 %

13.12

- a) Lasketaan asuntolainan korkoprosentti ennen nousua.

$$1,30 \% + 0,89 \% = 2,19 \%$$

Lasketaan asuntolainan korkoprosentti nousun jälkeen.

$$1,92 \% + 0,89 \% = 2,81 \%$$

- b) Lasketaan asuntolainan korkokulut ennen nousua.

$$0,0219 \cdot 240\,000 = 5256 \text{ (€)}$$

Lasketaan asuntolainan korkokulut nousun jälkeen.

$$0,0281 \cdot 240\,000 = 6744 \text{ (€)}$$

Lasketaan, kuinka monta prosenttia luku 6744 on luvusta 5256.

$$\frac{6744}{52256} = 1,28310\dots = 128,310\dots \% \approx 128 \%$$

Korkokulut ennen nousua vastaavat 100 %.

Korkokulut nousun jälkeen ovat $128 \% - 100 \% = 28 \%$ suuremmat.

Korkokulut suurenivat 28 %.

Vastaus

- a) 2,19 % ja 2,81 %
b) 28 %

13.13

Yleislääkäri ien kuukausipalkka:	6300 €
Sairaanhoid tajien kuukausipalkka:	3047 €
Lähihoitajien kuukausipalkka:	2772 €

Tapa 1 Lasketaan, kuinka monta prosenttia vertailuarvo on perusarvosta.

- a) Yleislääkäriien palkka on vertailuarvo ja sairaanhoidtajien palkka perusarvo.

$$\frac{6300}{3047} = 2,06760\dots = 206,760\dots \% \approx 207 \% \quad \text{Vertailuarvo jaetaan perusarvolla.}$$

Sairaanhoidtajien palkka vastaa 100 %.

Yleislääkäriien palkka oli $207 \% - 100 \% = 107 \%$ sairaanhoidtajien palkkaa suurempi.

- b) Lähihoitajien palkka on vertailuarvo ja sairaanhoidtajien palkka perusarvo.

$$\frac{2772}{3047} = 0,90974\dots = 90,974\dots \% \approx 91 \% \quad \text{Vertailuarvo jaetaan perusarvolla.}$$

Sairaanhoidtajien palkka vastaa 100 %.

Lähihoitajien palkka oli $100 \% - 91 \% = 9 \%$ sairaanhoidtajien palkkaa pienempi.

Tapa 2 Lasketaan, kuinka monta prosenttia lukujen erotus on perusarvosta.

- a) Yleislääkärien palkka on vertailuarvo ja sairaanhoitajien palkka perusarvo.

Lasketaan ensin palkkojen erotus.

$$6300 - 3047 = 3253 \text{ (€)}$$

Lasketaan, kuinka monta prosenttia erotus on sairaanhoitajien palkasta.

$$\frac{3253}{3047} = 1,06760\dots = 106,760\dots \% \approx 107 \% \quad \text{Lukujen erotus jaetaan perusarvolla.}$$

Yleislääkärien palkka oli 107 % sairaanhoitajien palkkaa suurempi.

- b) Lähihoitajien palkka on vertailuarvo ja sairaanhoitajien palkka perusarvo.

Lasketaan ensin palkkojen erotus.

$$3047 - 2772 = 275 \text{ (€)}$$

Lasketaan, kuinka monta prosenttia erotus on sairaanhoitajien palkasta.

$$\frac{275}{3047} = 0,09025\dots = 9,025\dots \% \approx 9 \% \quad \text{Lukujen erotus jaetaan perusarvolla.}$$

Lähihoitajien palkka oli 9 % sairaanhoitajien palkkaa pienempi.

Vastaus

- a) 107 %
b) 9 %

13.14

50 % hinnasta 20 € on 10 €.

100 % hinnasta 20 € on 20 €.

a) Kaulaliina maksaa $20 \text{ €} - 10 \text{ €} = 10 \text{ €}$.

b) Kaulaliina maksaa $20 \text{ €} - 20 \text{ €} = 0 \text{ €}$.

c) Kaulaliina maksaa $20 \text{ €} + 10 \text{ €} = 30 \text{ €}$.

d) Kaulaliina maksaa $20 \text{ €} + 20 \text{ €} = 40 \text{ €}$.

e) Kaulaliina maksaa $2 \cdot 20 \text{ €} = 40 \text{ €}$.

Vastaus

a) 10 €

b) 0 €

c) 30 €

d) 40 €

e) 40 €

13.15

- a) Grillijuuston rasvapitoisuus pienennettiin 29 prosentista 24,6 prosenttiin.

$$29 - 24,6 = 4,4$$

Rasvapitoisuus pieneni 4,4 prosenttiyksikköä.

- b) Lasketaan rasvan määrä 250 gramman juustopalassa ennen muutosta ja muutoksen jälkeen.

$$0,29 \cdot 250 = 72,5 \text{ (g)}$$

Lasketaan 29 % perusarvosta 250 g.

$$0,246 \cdot 250 = 61,5 \text{ (g)}$$

Lasketaan 24,6 % perusarvosta 250 g.

Tapa 1 Lasketaan, kuinka monta prosenttia vertailuarvo on perusarvosta.

Lasketaan, kuinka monta prosenttia uusi rasvamäärä on alkuperäisestä rasvamäärästä.

$$\frac{61,5}{72,5} = 0,84827... = 84,827... \% \approx 85 \%$$

Vertailuarvo jaetaan perusarvolla.

Alkuperäinen rasvamäärä vastaa 100 %.

Uusi rasvamäärä on $100 \% - 85 \% = 15 \%$ pienempi.

Tapa 2 Lasketaan, kuinka monta prosenttia lukujen erotus on perusarvosta.

Lasketaan rasvamäärän muutos grammoina.

$$72,5 - 61,5 = 11,0 \text{ (g)}$$

Lasketaan, kuinka monta prosenttia rasvamäärän muutos on alkuperäisestä rasvamäärästä.

$$\frac{11,0}{72,5} = 0,15172... = 15,172... \% \approx 15 \%$$

Lukujen erotus jaetaan perusarvolla.

Rasvan määrä väheni 15 %.

Vastaus

- a) 4,4 prosenttiyksikköä
- b) 15 %

13.16

Palkkion suuruus yhteensä:	640 (€)
Illan osuus 54 %:	$0,54 \cdot 640 = 345,6$ (€)
Ruskon osuus 46 %:	$0,46 \cdot 640 = 294,4$ (€)

Tapa 1 Lasketaan, kuinka monta prosenttia vertailuarvo on perusarvosta.

Illan palkkio on vertailuarvo ja Ruskon palkkio perusarvo.

$$\frac{345,6}{294,4} = 1,17391\dots = 117,391\dots \% \approx 117 \%$$

Ruskon palkkiota vastaa 100 %.

Illan palkkio oli $117 \% - 100 \% = 17 \%$ Ruskon palkkiota suurempi.

Tapa 2 Lasketaan, kuinka monta prosenttia lukujen erotus on perusarvosta.

Illan palkkio on vertailuarvo ja Ruskon palkkio perusarvo.

Lasketaan ensin palkkioiden erotus.

$$345,6 - 294,4 = 51,2 \text{ (€)}$$

Lasketaan, kuinka monta prosenttia erotus on Ruskon palkkiosta.

$$\frac{51,2}{294,4} = 0,17391\dots = 17,391\dots \% \approx 17 \%$$

Illan palkkio oli 17 % Ruskon palkkiota suurempi.

Vastaus

17 %

13.18

Vuosi	Työttömyysaste	Työvoiman osuus
2010	8,4 %	66,1 %
2018	7,4 %	66,5 %

- a) Työttömyysaste pieneni 8,4 prosentista 7,4 prosenttiin.

$$8,4 - 7,4 = 1,0$$

Työttömyysaste pieneni 1,0 prosenttiyksikköä.

Työvoiman osuus suureni 66,1 prosentista 66,5 prosenttiin.

$$66,5 - 66,1 = 0,4$$

Työvoiman osuus suureni 0,4 prosenttiyksikköä.

- b) Vuonna 2010 työttömien osuus oli 8,4 % väestön 66,1 %:n suuruudesta osasta.

$$0,084 \cdot 66,1 = 5,5524 \approx 5,6 \text{ (\%)}$$

Vuonna 2018 työttömien osuus oli 7,4 % väestön 66,5 %:n suuruudesta osasta.

$$0,074 \cdot 66,5 = 4,921 \approx 4,9 \text{ (\%)}$$

Vastaus

- a) Työttömyysaste muuttui 1 prosenttiyksikön ja työvoiman osuus 0,4 prosenttiyksikköä.
b) Vuonna 2010 työttömänä oli 5,6 % ja vuonna 2018 työttömänä oli 4,9 % koko väestöstä.

13.20

Vanha työpaikka

Palkka:	3500,00 (€)
Verot ja maksut:	$0,274 \cdot 3500,00 = 959,00$ (€)
Vuokra:	680,00 (€)
Käyttöön jää:	$3500,00 - 959,00 - 680,00 = 1861,00$ (€)

Uusi työpaikka

Palkan alennus:	$0,15 \cdot 3500,00 = 525,00$ (€)
Uusi palkka:	$3500,00 - 525,00 = 2975,00$ (€)
Verot ja maksut:	$0,244 \cdot 2975,00 = 725,90$ (€)
Vuokra:	680,00 (€)
Käyttöön jää:	$2975,00 - 725,90 - 680,00 = 1569,10$ (€)

Lasketaan, kuinka monta prosenttia luku 1569,10 on luvusta 1861,00.

$$\frac{1569,10}{1861,00} = 0,84314\dots = 84,314\dots \% \approx 84 \%$$

Alkuperäinen rahamäärä vastaa 100 %.

Uusi rahamäärä on $100 \% - 84 \% = 16 \%$ pienempi.

Vastaus

16 %

13.21

- a) Lasketaan, kuinka monta prosenttia hinta $0,78a$ on hinnasta $1,14a$.

$$\frac{0,78a}{1,14a} = 0,68421\dots = 68,421\dots \% \approx 68 \%$$

- b) Lasketaan, kuinka monta prosenttia hinta a on hinnasta $0,78a$.

$$\frac{a}{0,78a} = 1,28205\dots = 128,205\dots \% \approx 128 \%$$

Hinta $0,78a$ vastaa 100 %.

Hinta a on $128 \% - 100 \% = 28 \%$ hintaa $0,78a$ suurempi.

- c) Lasketaan, kuinka monta prosenttia hinta a on hinnasta $1,14a$.

$$\frac{a}{1,14a} = 0,87719\dots = 87,719\dots \% \approx 88 \%$$

Hinta $1,14a$ vastaa 100 %.

Hinta a on $100 \% - 88 \% = 12 \%$ hintaa $1,14a$ pienempi.

Vastaus

- a) 68 %
b) 28 %
c) 12 %

13.22

Merkitään piiriä kirjaimella p .

Ratkaistaan ympyrän säde r .

$$2\pi r = p$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$r = \frac{p}{2\pi}$$

Ratkaistaan neliön sivun pituus a .

$$4a = p$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$a = \frac{p}{4}$$

Lasketaan ympyrän pinta-ala.

$$A_y = \pi r^2 = \pi \cdot \left(\frac{p}{2\pi}\right)^2 = \frac{p^2}{4\pi}$$

Lasketaan CAS-laskimella.

Lasketaan neliön pinta-ala.

$$A_n = a^2 = \left(\frac{p}{4}\right)^2 = \frac{p^2}{16}$$

Lasketaan CAS-laskimella.

Lasketaan, kuinka monta prosenttia ympyrän pinta-ala on neliön pinta-alasta.

$$\frac{A_y}{A_n} = \frac{p^2}{4\pi} : \frac{p^2}{16}$$

Lasketaan CAS-laskimella.

$$= \frac{4}{\pi}$$

$$= 1,27323\dots = 127,323\dots \% \approx 127 \%$$

Ympyrän pinta-ala on 27 % suurempi.

Vastaus

ympyrän, 27 %