Maa6.1 – Derivaatta (Jakso 2, päivitetty 15.11.2026)

Pvm.	Nro	Aihe
5.10	1	Aloitus, funktion raja-arvo
6.10	2	Harjoitustehtäviä*, Raja-arvon laskeminen
8.10	3	Raja-arvon laskeminen
12.10	4	Funktion jatkuvuus
13.10	5	Derivaatan käsite
15.10	6	Derivaatan määritelmä
26.10	7	Polynomifunktion derivaatta
27.10	8	Tangentin ja normaalin yhtälö
29.10	9	Harjoitustehtäviä
2.11	10	Polynomifunktion kulku
3.11	11	Polynomifunktion suurin ja pienin arvo
5.11	12	Harjoitustehtäviä
9.11	13	**Harjoitustehtäviä ja kirjallinen läksynkuulustelu**
10.11	14	Derivaatan sovelluksia
12.11	15	Harjoitustehtäviä
16.11	16	Tulon ja osamäärän derivaatta
17.11	17	Rationaalifunktioiden ääriarvot
19.11	18	Harjoitustehtäviä
20.11		Koeviikko alkaa, maa6.1 1. välikoe 24.11.
2.12	19	Sovellustehtäviä rationaalifunktioista
3.12	20	**Harjoitustehtäviä**
7.12	21	Yhdistetty funktio
9.12	22	Yhdistetyn funktion derivaatta
10.12	23	Juurifunktion derivaatta
14.12	24	Juurifunktion ääriarvot
16.12	25	**Harjoitustehtäviä**
17.12	26	Sini- ja kosinifunktion derivaatta

21.12	27	Harjoitustehtäviä, oppitunti klo 10.30 asti, jonka jälkeen ro-tuokio
7.1	28	Sini- ja kosinifunktion ääriarvot
11.1	29	Harjoitustehtäviä
13.1	30	Sovellustehtäviä sini- ja kosinifunktioista
14.1	31	Harjoitustehtäviä
18.1	32	Eksponenttifunktion derivaatta
20.1	33	Logaritmifunktion derivaatta
21.1	34	Eksponentti- ja logaritmifunktion ääriarvot
25.1	35	Sovellustehtäviä eksponentti- ja logaritmifunktioista
27.1	36	Harjoitustehtäviä
28.1		Koeviikko alkaa, maa6.1 2. välikoe xx.1.2027

Opintojakso koostuu moduuleista

- MAA6 Derivaatta 3 op.
- MAA19 Ohjelmistotaidot ja soveltavat sisällöt 3, 1op.

Yleiset tavoitteet

Opintojakson tavoitteena on, että opiskelija

- tutustuu ilmiöiden matemaattisten mallien käyttäytymiseen derivaatan avulla
- omaksuu havainnollisen käsityksen funktion raja-arvosta ja jatkuvuudesta
- ymmärtää derivaatan tulkinnan funktion muutosnopeutena
- kykenee määrittämään yksinkertaisten funktioiden derivaatat
- osaa derivoida yhdistettyjä funktioita
- hallitsee funktioiden kulun tutkimisen derivaatan avulla ja osaa määrittää niiden ääriarvot suljetulla välillä
- osaa käyttää ohjelmistoja raja-arvon, jatkuvuuden ja derivaatan tutkimisessa sovellusten yhteydessä
- vahvistaa polynomi-, rationaali-, juuri-, eksponentti-, logaritmi- ja trigonometristen funktioiden käsittelytaitoja sekä syventää ymmärrystään funktion raja-arvosta, jatkuvuudesta ja derivaatasta.

Keskeiset sisällöt

- funktion raja-arvo, jatkuvuus ja derivaatta
- polynomi- ja rationaalifunktioiden sekä juurifunktion derivaatat
- sini- ja kosinifunktioiden sekä eksponentti- ja logaritmifunktioiden derivaatat
- funktioiden tulon ja osamäärän derivaatta

- yhdistetty funktio ja sen derivointi
- funktion kulun tutkiminen ja ääriarvojen määrittäminen

Tarkennuksia sisältöihin

- Raja-arvo ja jatkuvuus: raja-arvon laskeminen ja jatkuvuustarkastelut tilanteissa, joissa toispuoleisia raja-arvoja ei tarvita (esim. rationaalifunktion raja-arvo ja paloittain jatkuvaksi funktioksi täydentäminen). Jatkuvuus kohdassa x = a ja välillä]a, b[.
- Derivaatta: funktion keskimääräinen muutosnopeus ja hetkellinen muutosnopeus, erotusosamäärä ja funktion derivaatta erotusosamäärän raja-arvona. Derivaattafunktio. Aikaisemmissa opintjoaksoissa kohdattujen alkeisfunktioiden derivoiminen (mukaan lukien ketjusääntö yksinkertaisissa tilanteissa). Käyrän tangentti ja normaali. Neperin luku ja luonnollinen logaritmi.
- Funktion kulku: kasvavan ja vähenevän funktion määritelmät. Funktion kulun tutkiminen sekä lokaalien ääriarvojen määrittäminen derivaatan nollakohtien ja merkin avulla. Rationaalifunktion derivaatan merkkitarkastelu voidaan tehdä nollakohtien, määrittelyehdon ja testipisteiden avulla. Yhtälön juurten olemassaolo ja yksikäsitteisyys (Bolzanon lause). Suljetulla välillä jatkuvan funktion suurimman ja pienimmän arvon määrittäminen (Fermat'n lause).
- Ääriarvosovellukset: tilannetta kuvaavan funktion muodostaminen ja määrittelyehto. Ääriarvokohtien ratkaiseminen derivaatan nollakohdista laskennallisesti. Suurimman/pienimmän arvon määrittäminen suljetulla välillä tai funktion kulkuun vedoten. (Avaruuskappaleisiin liittyvät ääriarvosovellukset käsitellään opintojaksossa MAA10. Paloittain määritelty funktio sekä raja-arvot äärettömyydessä käsitellään opintojaksossa MAA12.)
- Tukikurssin tunneilla opiskelija vahvistaa polynomi-, rationaali-, trigonometristen sekä juuri- ja logaritmifunktioiden käsittelytaitoja sekä syventää ymmärrystään funktion raja-arvosta, jatkuvuudesta ja derivaatasta.

Ohjelmistotaidot

- harjaantuu sujuvaan lausekkeiden käsittelyyn (sieventämiseen ja arvojen laskemiseen) mm. erotusosamäärän lausekkeen käsittelyssä
- oppii tutkimaan raja-arvoa esim. taulukoimalla tai kuvaajan avulla
- oppii määrittämään raja-arvoja
- oppii piirtämään funktion kuvaajalle sekantin ja tangentin (dynaamisesti), määrittämään kulmakertoimen (graafinen derivointi)
- osaa havainnoida derivaatan merkkiä ja funktion kasvavuutta (sekä funktion että derivaattafunktion) kuvaajasta
- oppii derivoimaan funktion, laskemaan derivaatan arvon ja määrittämään derivaatan nollakohdan symbolisesti
- rohkaistuu ohjelmiston hyödyntämiseen funktion derivoimisessa, yhtälönratkaisussa ja arvojen laskemisessa sovellustehtävissä.

Laaja-alainen osaaminen

Laaja-alaisen osaamisen osa-alueista opintojaksolla painottuu **yhteiskunnallinen osaaminen.** Tämä voi näkyä opintojaksolla esimerkiksi niin, että opetus tukee opiskelijan

yritteliäisyyttä ja yrittäjämäistä toimintaa sekä opettaa työn loppuunsaattamisen merkityksen.

Arviointi

Kurssi arvioidaan opetussuunnitelman tavoitteiden mukaisesti. Oppilasta ohjataan kurssin aikana harjoittelemaan oman oppimisensa arviointia ja asettamaan työskentelylleen tavoitteita. Arvosanaan vaikuttaa kaikki annettu näyttö, kuten annettujen tunti- ja kotitehtävien suorittaminen, tuntityöskentely, itsearviointi sekä kurssikokeet. Apuvälineiden käytöstä ilmoitetaan erikseen kunkin suoritteen kohdalla. Kännykän tms. käyttö koetilaisuuden aikana katsotaan aina koevilpiksi ja se aiheuttaa kokeen keskeytymisen ja hylätyn arvosanan suoritteesta. Kurssikokeista on saatava vähintään arvosana 5-.

Poissaolot ja myöhästymiset

Kaikkiin poissaoloihin ja myöhästymisiin on oltava hyväksyttävä syy, josta on aina ilmoitettava kurssin opettajalle ja ryhmänohjaajalle. Mikäli opiskelija on poissa tai myöhässä oppitunnilta, hän hankkii itselleen ko. tunnin muistiinpanot sekä suorittaa kaikki annetut tunti- ja kotitehtävät. Toistuessaan luvattomat poissaolot ja myöhästymiset aiheuttavat kurssin keskeytymisen. Mikäli joudut olemaan poissa hyväksyttävästä syystä koeviikon kokeesta tai muusta kurssin suoritteesta, ilmoita siitä ennen koetta kurssin opettajalle. Näin säilytät oikeuden kokeen suorittamiseen seuravana uusinta- tai korotuskuulustelupäivänä.