15.2

a) Lasketaan pohjan pinta-ala:

$A_p = \pi r^2$

$A_p = \pi \cdot 1{,}5^2$

$A_p = \pi \cdot 2{,}25$

$A_p = 7{,}068\ldots\ cm^2$

Lasketaan kartion tilavuus:

$V = \frac{1}{3} A_p h$

$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 2{,}25 \cdot 4{,}0$

$V = 3\pi$

$V = 9{,}424\ldots$

$V \approx 9{,}4\ cm^3$

Vastaus: $9{,}4\ cm^3$

b) Lasketaan pohjan pinta-ala:

$A_p = 5{,}0 \cdot 5{,}0$

$A_p = 25$

Lasketaan pyramidin tilavuus:

$V = \frac{1}{3} A_p h$

$V = \frac{1}{3} \cdot 25 \cdot 8$

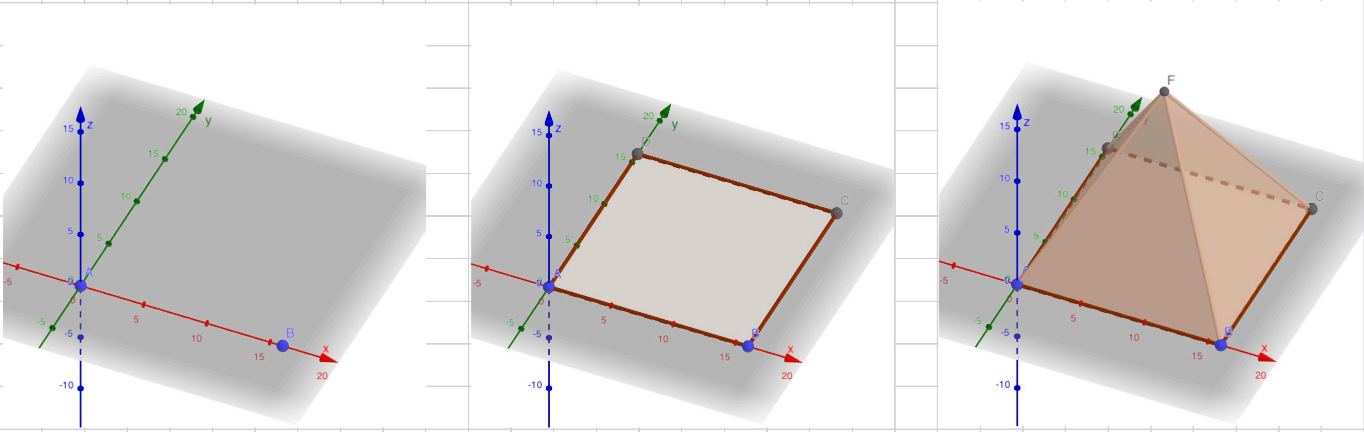
$V = \frac{200}{3}$

$V = 66{,}666\ldots$

$V \approx 67\ m^3$

Vastaus: $67 m^3$

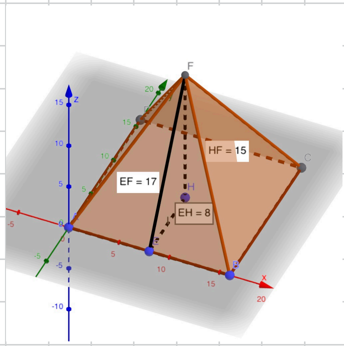
15.6



Ohjeet piirtämiseen GeoGebrassa:

1. Lisää kaksi pistettä, joiden etäisyys toisistaan on 16 (esim. (0,0) ja (16,0)).
2. Säännöllinen monikulmio → valitse 2 pistettä ja syötä kärkipisteiden lukumääräksi 4.
3. Laajenna pyramidiksi tai kartioksi → valitse monikulmio ja syötä korkeudeksi 15.

a) Kolmio EHF on suorakulmainen kolmio, jonka kateettien pituudet tiedetään. Ratkaistaan sivutahkon korkeusjanan EF pituus:



$|EF|^2 = |EH|^2 + |HF|^2$

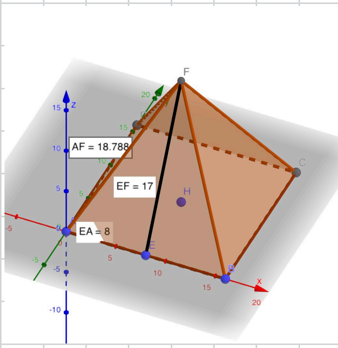
$|EF|^2 = 8^2 + 15^2$

$|EF|^2 = 289 \qquad \| \sqrt{}$

$|EF| = \underset{(-)}{+} 17$

Pituus on positiivinen, joten sivutahkon korkeus on 17.

b) Kolmio AEF on suorakulmainen kolmio, jonka kateettien pituudet tiedetään. Ratkaistaan sivusärmän AF pituus:



$|AF|^2 = |EA|^2 + |EF|^2$

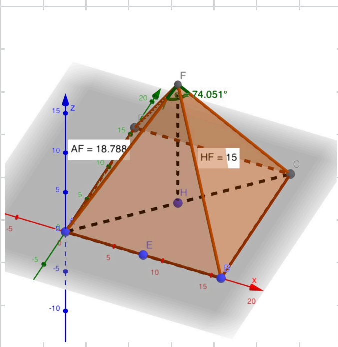
$|AF|^2 = 8^2 + 17^2$

$|AF|^2 = 353 \qquad \| \sqrt{}$

$|AF| = \underset{(-)}{+} \sqrt{353}$

Pituus on positiivinen, joten sivusärmän pituus on $\sqrt{353} \approx 18{,}8$.

c) Janat AF ja FC ovat vastakkaisia sivusärmiä. Kulma AFH on puolet vastakkaisten sivusärmien kulmasta AFC. Lasketaan kulman AFH suuruus:



$\cos\alpha = \dfrac{|HF|}{|AF|}$

$\cos\alpha = \dfrac{15}{\sqrt{353}}$

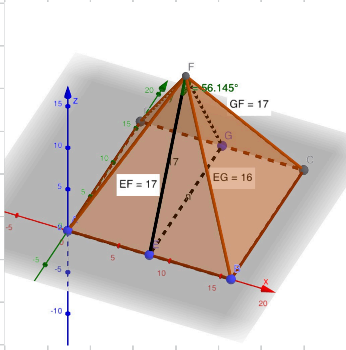
$\alpha = \arccos\left(\dfrac{15}{\sqrt{353}}\right)$

$\alpha = 37{,}025...^\circ$

Lasketaan kulman AFC suuruus:

$2\alpha = 74{,}050...^\circ \approx 74^\circ$

d) Janat EF ja GF ovat vastakkaiden sivutahkojen korkeusjanat. Niiden välinen kulma EFG on vastakkaisten sivutahkojen välinen kulma. Lasketaan kulma EFG kosinilauseella:

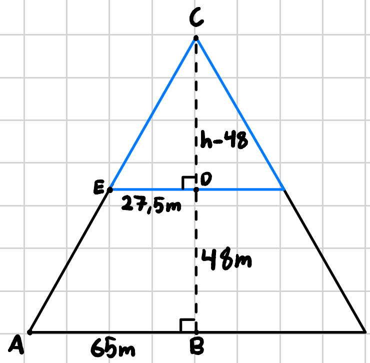


$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$$
$$16^2 = 17^2 + 17^2 - 2\cdot 17\cdot 17\cdot\cos\gamma$$
$$256 = 578 - 578\cdot\cos\gamma$$
$$578\cdot\cos\gamma = 322$$
$$\cos\gamma = \frac{322}{578}$$
$$\gamma = \arccos\left(\frac{322}{578}\right)$$
$$\gamma = 56{,}144...^\circ \approx 56^\circ$$

15.8

a) Piirretään mallikuva ja täydennetään kappale kartioksi. Osoitetaan kolmioiden ABC ja EDC yhdenmuotoisuus:

1. Kolmioilla yhteinen kulma ACB.
2. Molemmissa kolmioissa suora kulma.
3. Kk-lauseen nojalla kolmioiden kolmannetkin kulmat yhtä suuret, joten $\triangle ABC \sim \triangle EDC$.



Muodostetaan verrantoyhtälö ja ratkaistaan pyramidin korkeus h:

$$\frac{|ED|}{|AB|} = \frac{|DC|}{|BC|}$$
$$\frac{27{,}5}{65} = \frac{h-48}{h}$$
$$27{,}5h = 65h - 3120$$
$$37{,}5h = 3120$$
$$h = 83{,}2$$
$$h \approx 83\,\text{m}$$

b) Raunion tilavuus saadaan laskettua, kun alkuperäisen pyramidin tilavuudesta vähennetään sortuneen osan tilavuus:

$$V_r = V_p - V_s$$
$$V_r = \frac{1}{3}A_{pp}h_p - \frac{1}{3}A_{ps}h_s$$
$$V_r = \frac{1}{3}\cdot 130^2\cdot 83{,}2 - \frac{1}{3}\cdot 55^2\cdot(83{,}2-48)$$
$$V_r = 433\,200$$
$$V_r \approx 430\,000\,\text{m}^3$$